ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 2, № 3 (1998) с. 376–383

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 2, No. 3 (1998) p. 376–383

СПЕКТРИ П'ЄЗОФОТОПРОВІДНОСТИ В МОНОПОЛЯРНИХ НАПІВПРОВІДНИКАХ

Й. М. Стахіра[1], Р. Й. Стахіра[2]
[1]*Львівський державний університет імені Івана Франка, кафедра фізики напівпровідників, вул. Драгоманова, 50, Львів, 290005, Україна*
[2]*Державний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, Львів, 290601, Україна*

(Отримано 24 лютого 1997 р.; в остаточному вигляді — 16 грудня 1997 р.)

Аналізується п'єзофотопровідність монополярних напівпровідників — явище, зумовлене спільною дією світла із области спектра, що відповідає міжзонному поглинанню, і механічної напруги. Розглядається випадок концентраційного механізму виникнення цього ефекту. Основні висновки роботи:

1. Концентрація нерівноважних носіїв струму може сутєво зростати зі зниженням ролі темпу рекомбінації, причому при низьких рівнях темпу рекомбінації може реалізуватися випадок нелінійного резонансу.

2. Струм п'єзофотопровідности зміщений по фазі відносно фази механічної напруги на величину кута, який визначається співвідношенням між ортогональними складовими темпу ґенерації і ступенем нелінійности темпу рекомбінації.

3. Спектр чутливости п'єзофотопровідности має осциляційний характер. При цьому спектр синфазної складової в основному описується функцією Бесселя нульового порядку, а спектр ортогональної до неї складової — похідною від цієї функції.

4. Сукупність нульових точок в спектрах ортогональних складових залежить від енергії кванта світла і від чутливости енергетичних станів до механічної напруги.

Ключові слова: п'єзофотопровідність, напівпровідники, спектри, динаміка п'єзофотопровідности, фазові запізнення.

PACS number(s): 72.20.Fr

I. ВСТУП

Модуляційна спектроскопія, як відомо [1], є одним з найбільш ефективних і доступних методів дослідження тонкої структури енергетичних зон напівпровідникових та діелектричних матеріялів. Серед різних засобів модуляції оптичних параметрів використання механічної напруги є одним з небагатьох, що дає змогу здійснити модуляцію параметрів кристала в чистому вигляді. Завдяки цьому інтерпретація результатів експерименту не викликає труднощів і вирізняється однозначністю, що зумовило широке використання цього методу для досліджень структури електронних станів. Незважаючи на це, поширення основної ідеї модуляційної спектроскопії на фотоелектричні явища не знайшло очікуваного застосування. Однак зрозуміло, що п'єзомодуляція фотопровідности, охоплюючи всі процеси оптичного поглинання, зумовлює також модуляцію параметрів, які характеризують процеси переносу носіїв заряду, кінетику їх концентрації і таке інше. Цим самим у порівнянні з модуляційною спектроскопією значно розширюються можливості вивчення електронних властивостей матеріялів цим методом. Слід зазначити, що експериментальні дослідження модуляційної фотопровідности набагато перевищують спроможність оптичних методів з погляду виявлення тонкої структури експериментальних спектрів.

Ця робота присвячена аналізові загальних властивостей ефекту п'єзофотопровідности в напівпровідникових кристалах. Вона стимулювалась експериментальними результатами досліджень п'єзофотопровідности кристалів In_4Se_3 [2]. Серед цих результатів несподівано найцікавішими виявились, на що слід наголосити, осциляційний спектр чутливости п'єзофотопровідности та суттєвий зсув до $\pi/2$ фази струму п'єзофотопровідности стосовно фази механічної напруги, який до того ж залежить від частоти світла. Крім цього, при дослідженні температурної залежности чутливости п'єзофотопровідности для окремих зразків In_4Se_3 було виявлено невеликий інтервал низьких температур, у якому вона мала надзвичайно велике значення. Як з'ясовано в нашій роботі, ці особливості можуть бути пояснені в рамках порівняно простої моделі, в основу якої покладені найзагальніші механізми зміни концентрації носіїв струму, зумовленої спільною дією світла й механічної напруги. Це свідчить про те, що ці особливості притаманні явищу п'єзофотопровідности взагалі.

II. РІВНЯННЯ ДИНАМІКИ КОНЦЕНТРАЦІЇ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ СТРУМУ В УМОВАХ АКУСТИЧНО–ОПТИЧНОГО ЗБУДЖЕННЯ

Електропровідність напівпровідника, який при сталій температурі перебуває під спільною дією світла й механічної напруги, можна схематично записати у вигляді такої суми:

$$\sigma = \sigma_0 + \beta I + \pi p + \theta p I, \tag{1}$$

де σ_0 — електропровідність у випадку відсутности вказаних впливів, βI — фотопровідність, πp — п'єзопровідність, $\theta I p$ — п'єзофотопровідність. Далі мова піде про складову електропровідности — п'єзофотопровідність, яка пропорційна добуткові тиску p та інтенсивности світла I. Очевидно, що коефіцієнт θ при відповідних приростах тиску й інтенсивности світла є змішаною похідною від електропровідности за цими параметрами — $\partial^2\sigma/\partial p\partial I$. Обмежимося розглядом п'єзофотопровідности напівпровідника монополярного типу провідности, що зумовлена такими нескінченно малими приростами тиску й інтенсивности світла.

Нехай напівпровідник перебуває під дією світла постійної інтенсивности з области спектра, що відповідає власному поглинанню, і низькочастотної механічної напруги, яка змінюється за гармонічним законом. При цьому припускається, що частота механічної напруги Ω_0 є настільки гранично низькою, що всі електронні процеси повністю відслідковують дію механічної напруги.

Обмежимось розглядом напівпровідника з простою структурою зони провідности, вплив тиску на концентрацію вільного заряду в якому зумовлений тільки зміною ширини забороненої зони, як найбільш загальним механізмом такого впливу. Водночас вважатимемо, що середня рухливість носіїв струму не залежить від концентрації, і, таким чином, обмежимось знаходженням нерівноважної концентрації $n(t)$ як функції часу в умовах спільної дії світла й тиску.

Перейдемо до складання рівнянь для концентрації $n(t)$, яка ґенерується у встановленому режимі внаслідок спільної дії світла і механічної напруги, інтенсивності яких залежать від часу. Для цього скористаємося відомим рівнянням балансу числа частинок

$$\int_{t_0}^{t} \left[\frac{dn}{dt'} - G(t') + R(t')\right] dt' = 0, \tag{2}$$

де $G(t)$ і $R(t)$ — темпи сумарної ґенерації і рекомбінації.

Оскільки темпи ґенерації та рекомбінації завідомо є функціями часу, то немає достатніх підстав вважати, що підінтеґральна функція в кожному випадку дорівнює нулеві. Очевидно, що у випадку змінних у часі ґенерації та рекомбінації відповідне рівняння балансу числа частинок може бути записане для приростів цих величин — $\frac{d}{dt}G(t)\delta t$ і $\frac{d}{dt}R(t)\delta t$, що відбуваються протягом часу δt. Таким чином, приходимо до висновку, що рівняння для $n(t)$ у цьому випадку має вигляд:

$$\frac{d^2 n(t)}{dt^2} + \Omega_0^2 (n(t) - n_0) = \frac{d}{dt}G(t) - \frac{d}{dt}R(t). \tag{3}$$

Другий порядок рівняння для концентрації, поза іншим, виправданий тим, що п'єзофотопровідність є змішаною похідною і, отже, відповідне рівняння для неї повинне мати порядок не нижче другого.

В рівнянні (3) враховано, що за відсутности модулювальної дії світлового збудження зміна концентрації вільних носіїв заряду зумовлюється тільки механічною напругою низької частоти. Незалежно від механізмів зміни концентрації вільних носіїв при незначній дії механічної напруги (такій, що зміна концентрації є лінійною функцією деформації) ця концентрація змінюється за гармонічним законом з частотою Ω_0. Отже, коливання концентрації $n_\varepsilon(t)$ у цьому випадку можуть розглядатись як вільні незгасаючі, які описуються рівнянням

$$\frac{d^2 n_\varepsilon}{dt^2} + \Omega_0^2 (n - n_0) = 0. \tag{4}$$

У встановленому режимі часова залежність концентрації, згідно з рівнянням (4), має вигляд

$$n_\varepsilon(t) = n_0 + a\cos\Omega_0 t. \tag{5}$$

Ураховуючи, що добуток частоти Ω_0 на час релаксації концентрації є значно меншим від одиниці, знехтуємо зсувом фази коливань концентрації і механічної напруги.

Наявність світлового збудження, як легко бачити, приводить до додаткової зміни концентрації, викликаної ґенераційно–рекомбінаційними процесами. Темпи цих процесів, очевидно, також модулюються змінною механічною напругою з частотою Ω_0. Стосовно концентрації нерівноважних носіїв вони відіграють роль спонукального і дисипативного факторів.

Що стосується темпу рекомбінації, то обмежимось основною формулою теорії Шоклі–Ріда [3] для стаціонарного випадку з одним типом пасток:

$$R(t) = \frac{n(t) - n_0}{\tau_0}\left[\frac{1 + b(n(t) - n_0)}{1 + a(n(t) - n_0)}\right], \tag{6}$$

де τ_0 — час релаксації концентрації при низьких рівнях збудження, а

$$b = \frac{\tau_{p0} + \tau_{n0}}{\tau_{p0}(n_0 + N_{cm})\tau_{n0}(p_0 + P_{\nu m})}, \quad a = \frac{1}{n_0 + p_0}, \tag{7}$$

p_0 — рівноважна концентрація дірок; τ_{p0} і τ_{n0} — час життя дірок стосовно захоплення центрами, повністю заповненими електронами, і час життя електронів щодо захоплення цими ж центрами, але повністю позбавленими електронів; N_{cm} і $P_{\nu m}$ — ефективна густина станів зони провідности й валентної зони, приведених до енерґетичного рівня пасток.

Темп оптичної ґенерації для стаціонарного режиму визначається звичайно як добуток інтенсивности світла на коефіцієнт поглинання α з урахуванням коефіцієнта розмноження γ, $G = \gamma\alpha I$. Серед цих величин тільки коефіцієнт поглинання може істотно залежати від тиску. Однак використання цього виразу для квазістаціонарного режиму поглинання навіть у лінійному наближенні за механічною напругою було б некоректним, оскільки при змінній деформації кристала відсутні стаціонарні стани. У результаті цього ймовірність переходів між такими станами може бути функцією часу та істотно відрізнятись від імовірности переходу в стаціонарні стани. Тому часова і спектральна залежності оптичної ґенерації в аналізованих умовах вимагають детального розгляду.

III. ОСОБЛИВОСТІ ДИНАМІКИ СПЕКТРА МІЖЗОННОГО ПОГЛИНАННЯ ДЕФОРМОВАНОГО НАПІВПРОВІДНИКА

Проаналізуємо часову і спектральну залежності коефіцієнта поглинання напівпровідникового кристала, який перебуває під впливом змінної механічної напруги. При цьому мова піде про міжзонне поглинання, викликане світловим потоком постійної інтенсивности.

Рівняння Шредингера в одноелектронному наближенні для таких умов має вигляд

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_0(\mathbf{r}) + W_\varepsilon(\mathbf{r},t) + W_c(\mathbf{r},t)\right]\Psi(\mathbf{r},t), \quad (8)$$

де $W_c(\mathbf{r},t)$ і $W_\varepsilon(\mathbf{r},t)$ — відповідно світлове й деформаційне збурення одноелектронного потенціялу $V_0(\mathbf{r})$ вільного кристала. Далі обмежимось лінійним наближенням за інтенсивністю світла і деформації в операторах збурення та використаємо добре відомі вирази для них.

У випадку накладання на кристал змінної механічної деформації $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\Omega_0 t$ функція $W_\varepsilon(\mathbf{r},t)$ має вигляд [4]

$$W_\varepsilon(\mathbf{r},t) = \left[-\frac{\hbar^2}{m}\Delta + \frac{\partial V_0(\mathbf{r})}{\partial\varepsilon}\right]\varepsilon_0\cos\Omega_0 t, \quad (9)$$

де перша складова зумовлена зміною періоду кристалічної ґратки, а друга враховує зміну потенціялу, викликану деформацією.

Рівняння (8) описує еволюцію електронних станів під дією двох періодичних збурень суттєво різних частот. Розглянемо таку послідовність включення збурень, яка дає змогу вигідно проаналізувати поведінку системи і, очевидно, не впливає на кінцевий результат. Отже, нехай протягом часу від $t = -\infty$ до $t_0 = 0$ — часу включення механічної деформації — система перебувала в стаціонарному стані з відповідними енергіями стаціонарних станів електронів $E_n(\mathbf{k}) \equiv E_n$.

Включення в момент часу t_0 змінної деформації кристала зумовлює нестаціонарний стан системи, у результаті чого енергії E_n залежать від часу. Далі розглянемо випадок настільки низьких частот Ω_0, що електронні стани повністю відслідковують дію деформації, так що система повертається до попереднього стану за час $2\pi\Omega_0^{-1}$. Це, зокрема, означає, що виконується нерівність $\Omega_0 \ll E_n(\mathbf{k})\hbar^{-1}$.

Ця умова дає змогу обмежитися вивченням еволюції системи протягом часу t, що не перевищує періоду зміни деформації. Ураховуючи адіабатичність збурення (9), обмежимось його середнім значенням протягом цього часу

$$\overline{W}_\varepsilon(\mathbf{r},t) = W(\mathbf{r})\frac{\sin\Omega_0 t}{\Omega_0 t}, \quad (10)$$

де інтервал часу t не перевищує час $2\pi\Omega_0^{-1}$, але значно більший від $E_n^{-1}\hbar$.

Беручи до уваги такий вигляд оператора збурення, запишемо хвильову функцію $\Psi(\mathbf{r},t)$ для цього випадку як добуток

$$\Psi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r})\Psi(t), \quad (11)$$

при цьому $\varphi(r)$ може мати форму лінійної комбінації не збурених деформацією хвильових функцій.

Використовуючи стандартну методику [5], запишемо рівняння для функції $\Psi(t)$ і одержимо його розв'язок. Рівняння має вигляд

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(t)}{\partial t} = \left[E_n + \langle W(\mathbf{r})\rangle\frac{\sin\Omega_0 t}{\Omega_0 t}\right]\Psi(t), \quad (12)$$

де E_n — енерґія електрона в незбуреному стані, а

$$\langle W(\mathbf{r})\rangle = \int \varphi^*(\mathbf{r})\left[-\frac{\hbar^2}{m}\Delta + \frac{\partial V_0(\mathbf{r})}{\partial\varepsilon}\right]\varepsilon_0\varphi(\mathbf{r})d\mathbf{r}. \quad (13)$$

Таким чином, для хвильової функції $\underline{\Psi(\mathbf{r}},t)$ з урахуванням сталости середнього значення $\overline{W}_\varepsilon(\mathbf{r},t)$ протягом часу t отримуємо вираз:

$$\Psi(\mathbf{r},t) = \varphi_n(\mathbf{r})\exp\left\{-\frac{i}{\hbar}[E_n t - W_n\sin\Omega_0 t]\right\}; \quad (14)$$

величина $W_n = \langle W(\mathbf{r})\rangle\varepsilon_0/\Omega_0$ характеризує зміну енергії електронного стану $\Psi_n(\mathbf{r},t)$ під дією деформації. Відзначимо, що такий вираз для хвильової функції відповідає ідентичності стану системи в моменти часу t і $t + 2\pi\Omega_0^{-1}$.

Перейдемо до обчислення ймовірности міжзонного переходу на базі хвильових функцій $\Psi(\mathbf{r},t)$ зони провідности $\Psi_c(\mathbf{r},t)$ і валентної зони $\Psi_v(\mathbf{r},t)$, які належать до станів з енерґіями E_c і E_v відповідно. Нехай у момент часу $t = 0$ включається світлове збурення. Використовуючи загальновідомий формулу відповідного оператора, знаходимо вираз для його матричного елемента:

$$W_{cv} = W_{\mathbf{r}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_n(\chi_\varepsilon) \times \frac{\exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_v - E_c - \hbar\omega - n\hbar\Omega_0)t\right] - 1}{(E_v - E_c - \hbar\omega - n\hbar\Omega_0)}, \quad (15)$$

де $j_n(\chi_\varepsilon)$ — функції Бесселя, арґумент яких

$$\chi_\varepsilon = \frac{1}{\hbar}(W_v - W_c), \quad (16)$$

а W_r — співмножник від координатної частини матричного елемента, що включає в себе інтенсивність світла; W_v і W_c належать, відповідно, до валентної зони і зони провідности. Відзначимо, що χ_ε є деякою функцією хвильового вектора, як це випливає з виразу (13).

Квадрат модуля матричного елемента (15) має вигляд

$$|W_{cv}|^2 = |W_{\mathbf{r}}|^2 \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} j_n(\chi_\varepsilon) j_m(\chi_\varepsilon) \times \frac{\exp(i(n-m)\Omega_0 t) - \exp(i(\Delta E_{cv} - \hbar\omega - \hbar n\Omega_0)/\hbar) - \exp(i(\Delta E_{cv} - \hbar\omega - \hbar m\Omega_0)/\hbar) + 1}{(\Delta E_{cv} - \hbar\omega - \hbar n\Omega_0)(\Delta E_{cv} - \hbar - \hbar m\Omega_0)}, \quad (17)$$

тут $\Delta E_{cv} = E_v - E_c$. Цей вираз дає змогу знайти ймовірність міжзонного переходу за одиницю часу, яка буде функцією часу, і розрахувати коефіцієнт міжзонного поглинання.

Перед обчисленням доцільно врахувати деякі особливості, що стосуються експерименту. По–перше, візьмемо до уваги, що вимірювання складової провідности, яка відповідає п'єзофотопровідності, здійснюється на частоті модуляції резонансними приладами. По–друге, враховуємо, що зростання порядку функції Бесселя заданого арґументу приводить до різкого зменшення їхнього значення. Нарешті, по–третє, частота модуляції Ω_0 повинна мати невелике значення, яке відповідало б квазістаціонарному режимові.

Враховуючи ці зауваження, обмежимося найбільш істотними доданками виразу (17). Виділимо з суми (17) складові, які пропорційні до гармонік частоти Ω_0, й обмежимося доданками, пропорційними до нульового і першого порядку функцій Бесселя. У такому випадку вираз для ймовірности переходу має вигляд

$$P_{cv} = |W_r|^2 \left\{ j_0^2(\chi_\varepsilon) + \frac{1}{2}\frac{d}{d\chi_\varepsilon} j_0^2(\chi_\varepsilon)\cos\Omega_0 t \right\} \delta(\Delta E_{cv} - \hbar\omega) + \Sigma', \quad (18)$$

де Σ' є сума з виразу (17), в якій опущені складові з індексами n і m, що дорівнюють 0 і 1. Тут враховано, що $j_0(\chi_\varepsilon) j_1(\chi_\varepsilon) = \frac{1}{2}\frac{d}{d\chi_\varepsilon}(j_0^2(\chi_\varepsilon))$, а також прийнято, що час $t - t_0$ є таким, що виконується наближена рівність

$$\frac{d}{dt}\left\{ \frac{\sin\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega + \Omega_0\right)t \sin\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega - \Omega_0\right)t}{\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega + \Omega_0\right)t\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega - \Omega_0\right)t} \right\} \approx \frac{d}{dt}\delta\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega + \Omega_0\right)\delta\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega - \Omega_0\right) = 0.$$

Не конкретизуючи вигляд матричного елемента W_r, який звичайно характеризує тип оптичних переходів, і використовуючи стандартну методику обчислення коефіцієнта поглинання, запишемо вираз для нього у вигляді

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 j_0^2(\chi_\varepsilon)\cos\Omega_0 t + \alpha_2 \frac{d}{d\chi_\varepsilon} j_0^2(\chi_\varepsilon)\sin\Omega_0 t, \quad (19)$$

де χ_ε є функцією енергії кванта, а α_1 і α_2 — величини, що є плавними функціями енергії кванта. При інтеґруванні за хвильовим вектором деформованого кристала $\mathbf{k}'$ враховано його залежність від часу $\mathbf{k}' = \mathbf{k}(1-\varepsilon)$. Відповідно до цього темп оптичної ґенерації в рівнянні (5) запишемо у вигляді

$$G(t) = G_0 + G_1\cos\Omega_0 t + G_2 \sin\Omega_0 t, \quad (20)$$

де G_0, G_1 і G_2 є звичайно функціями частоти світла.

Як видно із виразу (20), в умовах спільної дії на напівпровідник світла і змінної напруги темп оптичної ґенерації має складові, що промодульовані за величиною та частотою. Останнє проявляється в залежності функцій Бесселя від величини енерґії кванта. Відзначимо, що глибина частотної модуляції залежить від чутливости енерґетичних станів до деформації, а також від амплітуди і частоти деформації. Таким чином, з погляду ґенерації вільних носіїв заряду внутрішня модуляція енерґетичних станів електронів напівпровідника механічною напругою рівноцінна модуляції темпу ґенерації за частотою світла та його інтенсивністю.

Відзначимо також наявність зсуву фази темпу оптичної ґенерації стосовно фази механічної напруги, який, як видно з виразу (20), залежить від енерґії кванта збудження.

IV. РІВНЯННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВІЛЬНИХ НОСІЇВ СТРУМУ В УМОВАХ АКУСТИЧНО–ОПТИЧНОГО ЗБУДЖЕННЯ

Запишемо рівняння для часової залежности концентрації нерівноважних носіїв струму в умовах спільної дії світла і змінної механічної напруги, використовуючи вираз (20) для темпу оптичної ґенерації:

$$\frac{d^2\Delta n}{dr^2}+\Omega_0\Delta^2 n=\frac{d}{dt}\Big\{G_0+G_1\cos\Omega_0 t \tag{21}$$

$$+G_2\sin\Omega_0 t-\frac{\Delta n(1+b\Delta n)}{\tau_0(1+a\Delta n)}\Big\},$$

де $\Delta n = n(t) - n_0$. Нелінійність рівняння (21) зумовлена нелінійністю темпу рекомбінації. Незважаючи на те, що в цьому випадку для рекомбінаційного процесу використано формулу теорії Шоклі–Ріда, нелінійність темпу рекомбінації є швидше правилом, ніж винятком. Характер цієї нелінійности звичайно залежить від конкретних властивостей напівпровідника, і тільки у виняткових випадках вона може бути неістотною.

Рівняння (21) з погляду динаміки концентрації нерівноважних носіїв заряду описує вплив ґенераційно–рекомбінаційних процесів на незгасаючі коливання цієї концентрації. Унаслідок нелінійности цих процесів частота коливань концентрації Ω може відрізнятись від частоти Ω_0 спонукального члена (темпу ґенерації). З практичного погляду важливо мати вираз для гармоніки, частота якої близька або рівна частоті модулюючого фактора, тому що якраз на цій частоті проводять звичайно вимірювання в експериментах. Беручи це до уваги, відшукаємо розв'язок рівняння (21), який відповідає періодичній залежності нерівноважної концентрації з частотою Ω, близькою до Ω_0.

Наявність у правій частині рівняння (21) рекомбінаційного члена зумовлює його нелінійність. З погляду фізики ступінь цієї нелінійности залежить від інтенсивности світлового збудження і при невисоких інтенсивностях може бути несуттєвим. Це дає змогу виділити в правій частині рівняння малий параметр, величина якого пропорційна інтенсивності світла, і використати відомий метод розкладу розв'язку в ряд за степенями цього параметра. З математичного погляду, однак, ця можливість виявилась зайвою, якщо тільки мати справу з не дуже низькими частотами, оскільки таким параметром може бути обернене значення частоти [6]. Обмежуючись саме цим випадком, доведемо вигляд рівняння (21) до стандартного, який дає змогу застосувати вказаний метод, увівши такі заміни:

$$a(n-n_0)\tau_0=f,\quad \Omega t=\tau,\ \ \tau_0\frac{\Omega_0^2}{\Omega^2}=1-\frac{\delta}{\Omega}, \tag{22}$$

$$\tau'=\tau\sqrt{1-\delta/\Omega},\quad x=\frac{b}{a},\quad g_1=aG_1\tau_0,\quad g_2=aG_2\tau_0.$$

Після врахування цих замін і проведення нескладних перетворень рівняння набуває вигляду:

$$\frac{d^2f}{d\tau^2}+f=\frac{1}{\Omega}\Big\{\delta f-g_1\sin\tau'+g_2\cos\tau' \tag{23}$$

$$-\frac{1}{\tau_0}\left[1+\frac{(1-x)}{(1+f)^2}\right]\frac{df}{d\tau}\Big\}.$$

Величина $1/\Omega$ тут виступає як малий параметр. У рівнянні (23) знехтувано часовою залежністю рівноважної концентрації n_0 у виразі для рекомбінаційного доданка. Як видно з рівняння (21), це може привести до несуттєвої зміни амплітуди G_1, залишаючи часову залежність правої частини рівняння незмінною і, таким чином, не впливаючи на часову залежність концентрації $n(t)$.

Перейдемо до еквівалентної рівнянню (23) системи рівнянь, увівши нові невідомі N і M:

$$f=N\cos\tau+M\sin\tau,\quad \frac{df}{d\tau}=-N\sin\tau+M\cos\tau. \tag{24}$$

Величини N і M є, очевидно, функціями часу, і відповідні рівняння для них мають вигляд

$$\frac{dN}{d\tau}=-\frac{1}{\Omega}F\left(N,M,\frac{dN}{d\tau},\frac{dM}{d\tau},\tau\right)\sin\tau, \tag{25}$$

$$\frac{dM}{d\tau}=\frac{1}{\Omega}F\left(N,M,\frac{dN}{d\tau},\frac{dM}{d\tau},\tau\right)\cos\tau,$$

де $F\left(N,M,\frac{dN}{d\tau},\frac{dM}{d\tau},\tau\right)$ — права частина рівняння

(23), у якій здійснена заміна f і $df/d\tau$ за формулами (24).

Далі будемо цікавитися зміною концентрації нерівноважних носіїв в режимі, що встановився. Це дає підставу використати відомий метод [7] усереднення в теорії нелінійних рівнянь для знаходження наближеного розв'язку системи (25). Усереднюючи праву частину рівнянь на інтервалі безрозмірного часу, що дорівнює 2π, одержимо вкорочену систему рівнянь

$$\frac{dN}{d\tau} = \frac{\pi}{\Omega}\{g_1 - \delta M - NQ\},$$

$$\frac{dM}{d\tau} = \frac{\pi}{\Omega}\{g_2 + \delta N - MQ\}. \tag{26}$$

При усередненні правої частини рівнянь (25) прийнято, що $\tau' \approx \tau$; значення величини Q залежить від відношення $N^2 + M^2 = A^2$ до $(1 + f_0)^2$, де $f_0 = an_0$.

У випадку високих рівнів ґенерації, що відповідають нерівності $A^2 > (1 + f_0)^2$, для Q маємо

$$Q = \frac{1}{\tau_0}\left[x - \frac{2(1-x)}{A^2}\right], \tag{27}$$

у протилежному випадку

$$Q = \frac{1}{\tau_0}\left\{x - \frac{2(1-x)}{A^2}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{(1+f_0)^2 - A^2}}\right]\right\}. \tag{28}$$

У квазістаціонарному режимі, незалежно від конкретних виразів Q, для величин N і M маємо систему рівнянь

$$N = \frac{g_1 Q - g_2 \delta}{Q^2 + \delta^2}; \quad M = \frac{g_2 Q + g_1 \delta}{Q^2 + \delta^2}, \tag{29}$$

причому величина суми $N^2 + M^2 = A^2$ задовольняє рівняння (оскільки Q залежить тільки від суми $N^2 + M^2 = A^2$), яке разом з одним рівнянням системи (29) дає змогу знайти N і M.

V. СПЕКТРАЛЬНА І ЧАСОВА ЗАЛЕЖНІСТЬ АКУСТИЧНО–ОПТИЧНО ЗБУДЖЕНОЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ

Перейдемо до аналізу розв'язків рівнянь для складових N і M у квазістаціонарному режимі для різних рівнів збудження. Акцентуємо увагу на тому, що загальні властивості цих розв'язків суттєво залежать від співвідношення ґенераційного і дисипативного членів рівняння (21), особливо відношення $b/a = x$. Як це видно безпосередньо з виразу для рекомбінаційного члена, величина x визначає не тільки темп рекомбінації носіїв, але і його залежність від ступеня збудження, що й обумовлює ступінь нелінійности вихідного рівняння. Відзначимо також, що внаслідок різного, залежно від ступеня надлишкової концентрації нерівноважних носіїв заряду, виразу для величини Q (26), (27), число коренів алґебричної системи рівнянь, яка описує квазістаціонарний стан, різне.

Спочатку розглянемо високі рівні збудження. У квазістаціонарному режимі величини N і M у цьому випадку знаходимо простими розрахунками:

$$N = \frac{(xg_1 + g_2\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)]^{1/2}\} - 4gg_1(1-x)(\delta^2 + x^2)}{2g^2(\delta^2 + x^2)},$$

$$M = \frac{(xg_2 - g_1\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)]^{1/2}\} - 4gg_2(1-x)(\delta^2 + x^2)}{2g^2(\delta^2 + x^2)}. \tag{30}$$

Як випливає з цих виразів, складові N і M суттєво залежать від відношення $b/a = x$ (6), особливо при малих значеннях цієї величини. Зменшення x приводить до послаблення ролі дисипативного члена в рівнянні (21) і тим самим наближає систему, яка описується цим рівнянням, до режиму нелінійного резонансу. Це добре ілюструється залежностями складових N і M від x, наведеними на рис. 1. Доречно відзначити, що зменшення темпу рекомбінації зі збільшенням концентрації нерівноважних носіїв, яке відповідає малим значенням x, не є рідкісним випадком [8] і, як правило, реалізується у вузькому інтервалі температур напівпровідника. На рис. 1 показана залежність амплітуди $A = (N^2 + M^2)^{1/2}$ від значення x.

Ураховуючи вирази (31), легко отримати величину зсуву фази φ між коливаннями концентрації і механічної напруги:

$$\varphi = \mathrm{arctg}\frac{(xg_2 - g_1\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)]^{1/2}\} - 4gg_2(1-x)(\delta^2 + x^2)}{(xg_1 + g_2\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)^{1/2}\} - 4gg_1(1-x)(\delta^2 + x^2)}. \tag{31}$$

Отже, зсув фази φ залежить головним чином від відношення величин g_1 і g_2, і тільки при суттєвій нелінійності залежність від x і δ є відчутною.

Як це видно із виразу (32), фаза коливань концентрації нерівноважних носіїв заряду, а отже, і струму п'єзофотопровідности, дещо зміщена стосовно фази деформації при неістотній різниці між частотами Ω_0 і Ω. Це зміщення в основному визначається складовими ґенерації g_1 і g_2, а також характером нелінійности рекомбінаційного члена в рівнянні (5).

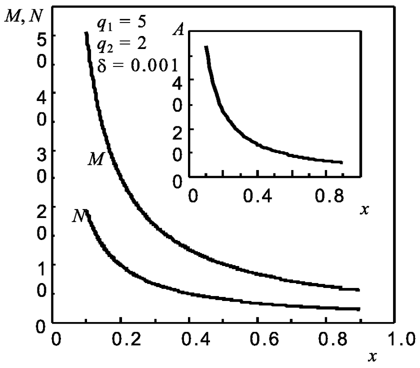

Рис. 1. Залежність синфазної (M) і зміщеної по фазі (N) складових та амплітуди A від темпу рекомбінації (x).

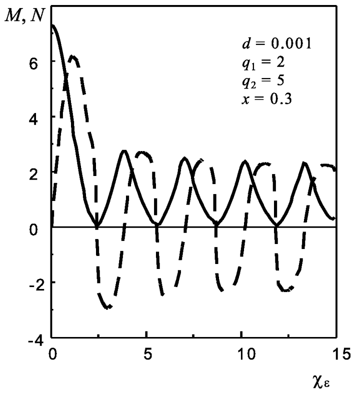

Рис. 2. Спектральна залежність синфазної (суцільна крива) і зміщеної по фазі (пунктирна крива) складових.

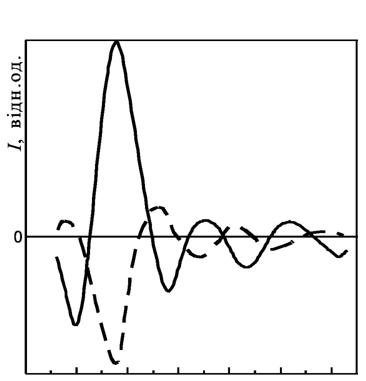

Рис. 3. Спектральні залежності синфазної (суцільна крива) і зміщеної по фазі (пунктирна крива) складових струму п'єзофотопровідности кристалів In_4Se_3.

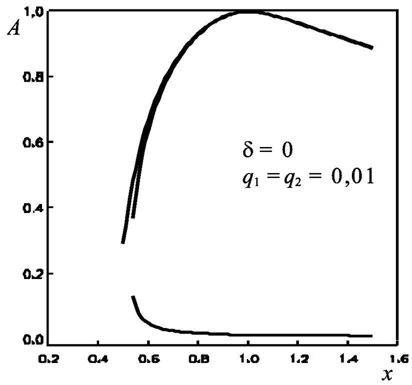

Рис. 4. Залежність амплутуди A від відношення b/a при низьких рівнях збудження.

Перейдемо до аналізу спектральних залежностей складових N і M. Як впливає із виразів (31), спектри цих складових зумовлені головним чином спектральними залежностями g_1 і g_2. На рис. 2 представлений спектр синфазної та зміщеної по фазі на $\pi/2$ складових у залежності від безрозмірних значень арґументу χ_ε (16).

Таким чином, спектри обох складових мають осциляційний характер. При цьому спектри складових N і M є в такому відношенні, як функція і її похідна. Розміщення нульових точок близьке до періодичного в обох спектрах і визначається величиною χ_ε. Слід відзначити, що ця величина є функцією енерґії кванта, оскільки χ_ε залежить від хвильового вектора, який набуває значення, що визначається з рівности

$$E_{0c}(\mathbf{k}) - E_{0v}(\mathbf{k}) - \hbar\omega = 0. \qquad (32)$$

Отже, величина осциляційного періоду є тонкою характеристикою спектра і суттєво залежить від характеру зміни структури енерґетичного спектра при деформації. Відзначимо дуже добру узгодженість висновку щодо осциляційного характеру спектра та зсуву фаз з експеримнтальними результатами [2]. Це наочно ілюструється спектрами синфазної та зміщеної по фазі на $\pi/2$ складових струму п'єзофотопровідности кристалів In_4Se_3 (рис. 3).

При невисоких рівнях збудження знаходження аналітичних розв'язків алґебричної системи рівнянь, яка відповідає системі (26), дещо ускладнене високим порядком рівнянь. Наведемо результати машинного розрахунку для цього випадку.

На рис. 4 зображені графіки залежности величини $N^2 + \mathrm{M}^2$ від відношення x. Як і в попередньому випадку, залежність цих величин від x виявляє тенденцію до їхнього збільшення зі зменшенням x, що, звичайно, має очевидну інтерпретацію. Натомість корені, величина яких зменшується із зростанням ролі ґенерації, позбавлені фізичного сенсу.

[1] М. Кордона, *Модуляционная спектроскопия* (Мир, Москва, 1977).
[2] И. М. Стахира, Физ. техн. полупр. **18**, 175 (1982).
[3] W. Shokley, W. T. Jr. Read, Phys. Rev. **87**, 835 (1952).
[4] Бир Г. Л., Пикус Г. Е., *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках* (Наука, Москва, 1972).
[5] C. J. Eftihimion, D. Spector, Phys. Rev. A **49**, 2301 (1994).
[6] А. М. Заездный, В. Ф. Кушнир, Б. А. Фереман, *Теория нелинейных электрических цепей* (Связь, Москва, 1968).
[7] Ю. А. Митропольский, *Метод усреднения в нелинейной механике* (Наукова думка, Київ, 1971).
[8] *Полупроводники в науке и технике, т. 2* (АН СССР, 1958), с. 12.

PIEZOPHOTOCONDUCTIVE SPECTRA IN MONOPOLAR SEMICONDUCTORS

J. M. Stakhira[1], R. J. Stakhira[2]
[1] *The Ivan Franko State University of Lviv, Chair of Semiconductor Physics, 50 Drahomanov Str., Lviv, UA–290005, Ukraine*
[2] *State University "Lviv Polytechnic", 12 S. Bandera Str., Lviv, UA–290601, Ukraine*

Piezophotoconductivity of monopolar semiconductors has been analyzed. This phenomenon is brought about by a common action of light from the spectrum range that corresponds to interband absorption and by the low frequency mechanical pressure. The case of the concentration mechanism of bringing about this effect is examined. The main equation that describes the concentration dynamics of the nonequillibrium current carriers $n(t)$ in conditions of acousto–optical excitation is as follows

$$\frac{d^2n(t)}{dt^2}+\Omega^2 n(t)=\frac{d}{dt}(G-R), \tag{1}$$

where W is the frequency of mechanical pressure, G and R are generation and recombination rates of nonequillibrium current carriers.

The right side of equation (1) is extended by the calculated generation rate for the case of nonstationary electron states

$$G(t)=G_0+G_1\cos\Omega t+G_2\sin\Omega t, \tag{2}$$

where G_1 and G_2 are values expressed through Bessel's functions of zero and first order. The main equation of Shockley–Read's theory is used for the recombination rate.

The solutions of equation (1) for these cases are received for the regime that is determined by the average method for high and small excitation levels. The main conclusions of the calculations are the following:

1) The concentration of nonequillibrium current carriers can considerably increase at the decreasing of recombination rate. The case of nonlinear resonance can be realized at low rate levels.

2) The current of piezophotoconductivity can be shifted on the phase as regards the mechanical pressure phase for the angle value which is determined by the ratio between the orthogonal component of generation rates and the degree of recombination rate nonlinearity.

3) The spectrum of sensitive piezophotoconductivity has an oscillating character and the spectrum of synphase component is mainly described by Bessel's function of a zero order and the spectrum of the orthogonal component is described by a derivative from this function.

4) The set of zero points in spectra of orthogonal constituents depends on the energy of light quantum and on the sensitivity of energetic states to mechanical pressure.