ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 6, № 2 (2002) с. 205–212

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 6, No. 2 (2002) p. 205–212

ПРОСТОРОВА ДИСПЕРСІЯ В НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

О. С. Кушнір
Львівський національний університет імені Івана Франка, кафедра нелінійної оптики,
вул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005, Україна
(Отримано 20 березня 2001р.; в остаточному вигляді — 29 жовтня 2001 р.)

У межах феноменологічних підходів розглянуто особливості нелокального відгуку просторово неоднорідних суцільних середовищ на електромагнетну хвилю. Урахування принципу симетрії кінетичних коефіцієнтів Онзаґера дозволяє виділити явища просторової дисперсії, пов'язані як з неоднорідністю поля хвилі, так і з неоднорідністю самого середовища. На прикладі макроскопічно неоднорідних несумірно модульованих фаз у діелектричних кристалах групи A_2BX_4 проаналізовано характер поляризації нормальних хвиль і знайдено ефективні кристалооптичні параметри.

Ключові слова: кристалооптика, просторова дисперсія, тензор діелектричної проникности, несумірна фаза, симетрія.

PACS number(s): 78.20.–e, 64.70.Rh

I. ВСТУП

Явища просторової дисперсії (ПД) при поширенні електромагнетних хвиль у твердому тілі, рідинах, плазмі тощо розуміють як наслідок просторової нелокальности зв'язку між реакцією середовища на хвилю та дією поля хвилі, коли відгук системи в певній точці визначається не тільки полем у цій точці, але й полем в її околі [1,2]. Для лінійного немагнетного анізотропного суцільного середовища та діяпазону частот хвиль, далеких від резонансних, нелокальний матеріяльний зв'язок (або матеріяльне рівняння (МР)) між індукцією $\mathbf{D}$ й напруженістю $\mathbf{E}$ електричного поля світлової хвилі записують у вигляді [1]:

$$D_i(\mathbf{r}) = \int \varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}')E_j(\mathbf{r}')\,d\mathbf{r}'. \qquad (1)$$

Інтеґрування в (1) проводять за об'ємом, зайнятим середовищем (на практиці — за об'ємом $\sim a_s^3$, де a_s — "радіус нелокальности", див. наприклад [1–3]), а за повторюваними координатними індексами здійснюється сумування.

Відомо, що ПД приводить до гіротропії (оптичної активности) [4–6], появи додаткових нормальних електромагнетних хвиль та низки інших явищ [1]. Оскільки неоднорідність оптичних матеріялів на мікроскопічних (атомних) масштабах фактично не вносить до оптичного відгуку (див. аналіз [1]), а типові макроскопічні масштаби змін властивостей середовищ, як правило, значно більші за довжини світлових хвиль, то середовища у цьому аналізі переважно покладають однорідними. Такий наближений підхід залишає поза розглядом можливі оптичні явища, пов'язані зі специфікою проявів ПД в просторово неоднорідних, у т. ч. періодичних, твердотільних структурах, зокрема у системах із надґратками різної фізичної природи. Очікувану слабкість цих явищ не можна вважати абсолютним фактором, особливо, якщо йдеться про нові явища. Цікавим у цьому плані є аналіз поширення світла в обмежених діелектриках (див. [7–11]). Він засвідчує необхідність ураховувати просторові зміни діелектричних параметрів у приповерхневому шарі для одержання коректних енерґетичних співвідношень у межах феноменологічної електродинаміки гіротропних середовищ. Додатковий інтерес до ПД в неоднорідних середовищах стимулюють результати досліджень поляритонів [12], а також недавні праці [13,14], у яких опис гіротропії кристалів з несумірно модульованою надструктурою базується на припущенні про неоднорідність останніх на напівмакроскопічних масштабах.

Мета цієї роботи — докладний розгляд ПД в неоднорідних, найперше просторово модульованих, кристалічних середовищах й аналіз її можливих наслідків у макроскопічних оптичних властивостях.

II. ПРОСТОРОВА ДИСПЕРСІЯ В НЕОДНОРІДНИХ СУЦІЛЬНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Для однорідного необмеженого середовища, інваріянтного стосовно довільних трансляцій, інтеґральне ядро $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ у МР (1) залежить лише від різниці $\mathbf{r}-\mathbf{r}'$. Якщо відношення a_s/λ (λ — довжина електромагнетної хвилі), яке визначає істотність ПД, безмежно мале, то можна покласти $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\varepsilon_{ij}^{\mathrm{NSD}}$, де $\delta(\mathbf{r})$ — дельта-функція Дірака, і перейти від (1) до локального МР. Для неоднорідних діелектричних середовищ (включаючи неоднорідність на мікроскопічному рівні) функція відгуку $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ повинна залежати не тільки від $\mathbf{r}-\mathbf{r}'$, але й окремо від координат $\mathbf{r}$ і $\mathbf{r}'$ [2,7,8]. Результати [1] (§13) фактично передбачають припущення $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}',\mathbf{r}')$, а в [15] запропоновано залежність виду $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}',\mathbf{r})$.

Базовим у цій роботі є припущення про додаткову залежність ядра неоднорідних середовищ від “симетричної” комбінації $\mathbf{r}+\mathbf{r}'$. Тоді

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2), \tag{2}$$

де арґументи $\mathbf{r}_1$ і $\mathbf{r}_2$ для визначености введено так [16]:

$$\mathbf{r}_1=\mathbf{r}-\mathbf{r}',\quad \mathbf{r}_2=\frac{1}{2}(\mathbf{r}+\mathbf{r}'). \tag{3}$$

Тут функціональні залежності від змінних $\mathbf{r}_1$ і $\mathbf{r}_2$ відображають відповідно нелокальність відгуку та неоднорідність оптичних властивостей середовища (у т. ч. і просторову залежність радіуса нелокальности). Вираження неоднорідности мовою арґументу $\mathbf{r}+\mathbf{r}'$ узгоджується з онзаґерівською симетрією (див. нижче), а також з результатами [17], згідно з якими функція відгуку для напівбезмежного середовища з межею, нормальною до оси z, додатково залежить від $z+z'$.

Оптичний відгук неоднорідного середовища стає локальним, тобто

$$D_i(\mathbf{r})=\varepsilon_{ij}^{\mathrm{NSD}}(\mathbf{r})E_j(\mathbf{r}), \tag{4}$$

якщо параметр a_s нехтівно малий порівняно з довжиною світлової хвилі λ і характерним масштабом (скажімо, просторовим періодом λ_m), на якому істотно змінюються властивості середовища ($\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)=\delta(\mathbf{r}_1)\varepsilon_{ij}^{NSD}(\mathbf{r}_2)$).

Розгляньмо тепер альтернативний випадок. Із (1), (2) і (3) видно, що індукція $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ світлової хвилі в точці $\mathbf{r}$ тоді визначатиметься не тільки напруженістю поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ і локальними матеріяльними параметрами (величиною $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r})$, тобто значенням $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ за умови $\mathbf{r}'=\mathbf{r}$ в арґументі $\mathbf{r}_2$) у цій точці, але й полем $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ та параметрами $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ у деякому околі точки. Нехай ПД слабка (a_s/λ, $a_s/\lambda_m\ll 1$). Функції відгуку та поля в околі точки $\mathbf{r}$ можна зобразити кількома першими членами рядів Тейлора цих функцій у точці, і

$$D_i(\mathbf{r})=\int\left\{\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r})+\frac{1}{2}[\nabla_l\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r})](\mathbf{r}'-\mathbf{r})_l+\cdots\right\}$$
$$\times\left\{E_j(\mathbf{r})+[\nabla_l E_j(\mathbf{r})](\mathbf{r}'-\mathbf{r})_l+\cdots\right\}d\mathbf{r}', \tag{5}$$

де похідні стосуються лише виразів у найближчих дужках. У (5) ядро розкладено за змінною $\mathbf{r}_2$ у точці $\mathbf{r}$, а похідні ядра взято в значенні $\nabla_{\mathbf{r}_l}\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r})\equiv\nabla_{\mathbf{r}_{2l}}\,\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)\big|_{\mathbf{r}_2=\mathbf{r}}$, і тому вони не стосуються змінної $\mathbf{r}$, що фігурує в арґументі $\mathbf{r}_1$. У n-му наближенні, узятому в розкладі (5), внески до ПД p-го порядку ($p\le n$) мають такий вигляд:

$$\int\sum_{n=p}^{\infty}\left\{\frac{n!\varepsilon(r'-r)^p\nabla^pE}{(n-p)!(p!)^2 2^{n-p}}+\cdots\right.$$
$$\left.+\frac{n![\nabla^p\varepsilon(r'-r)^p]E}{(n-p)!(p!)^2 2^{n}}\right\}dr', \tag{6}$$

де координатні індекси та арґументи функцій опущено.

Ураховуючи (6) і змінюючи черговість диференціювання та інтеґрування в (5), у границі при $n\to\infty$ одержуємо “квазілокальний” матеріяльний зв’язок (див. також [9–11]):

$$D_i(\mathbf{r})=\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})E_j(\mathbf{r})+\gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r})\nabla_lE_j(\mathbf{r})+\frac{1}{2}\left[\nabla_l\gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r})\right]E_j(\mathbf{r})+\gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r})\nabla_l\nabla_mE_j(\mathbf{r})$$
$$+\left[\nabla_l\gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r})\right]\nabla_mE_j(\mathbf{r})+\frac{1}{4}\left[\nabla_l\nabla_m\gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r})\right]E_j(\mathbf{r})+\cdots, \tag{7}$$

де тензор діелектричної проникности без урахування ПД ε_{ij}, тензор гірації $\gamma_{ijl}^{(1)}$ і тензор $\gamma_{ijlm}^{(2)}$, що описує ПД другого порядку, визначаються виразами

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})=2\int\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r})\,d\mathbf{r}',$$

$$\gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r})=4\int\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r})\,(\mathbf{r}'-\mathbf{r})_l\,d\mathbf{r}',$$

$$\gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r})=4\int\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r})\,(\mathbf{r}'-\mathbf{r})_l(\mathbf{r}'-\mathbf{r})_m\,d\mathbf{r}'. \tag{8}$$

Згідно з (1), (7), ПД пов’язана з неоднорідністю як електричного поля світлової хвилі, так і оптичних параметрів середовища (див. також результати для несумірно модульованих кристалів [14]). Надалі при посиланні на ці явища, які “розділяються” лише у випадку слабкости ПД (“квазілокальности” МР), ми вживатимемо умовні терміни "польова" ПД й "матеріяльна" ПД. При врахуванні ефектів вищого, ніж перший, порядку зв'язок (7) констатує також появу членів "змішаного" типу ($[\nabla_l \gamma^{(2)}_{ijlm}]\nabla_m E_j$ тощо). Отже, традиційне розуміння ПД в немагнетних середовищах як явищ, зумовлених залежністю індукції (поляризації) у певній точці простору від напружености поля в околі цієї точки (див. [1,2,6] та ін.), дещо звужене. Доречніше говорити про явища, які виникають унаслідок нелокальности відгуку на електромагнетну хвилю і проявляються за умов достатньої неоднорідности поля хвилі і/або матеріяльних параметрів середовища. Зауважимо, що матеріяльна ПД буде наявна й у випадку відгуку неоднорідного середовища на просторово однорідне зовнішнє поле. Явище можна розглядати як аналог часової дисперсії в нестаціонарних середовищах (див. [5], §61).

Проаналізуймо симетрію тензорів у (7). Згідно з принципом симетрії кінетичних коефіцієнтів Онзаґера, сформульованим для просторово дисперґуючих середовищ, для довільних полів $\mathbf{E}^{(1)}$, $\mathbf{E}^{(2)}$ та відповідних індукцій $\mathbf{D}^{(1)}$, $\mathbf{D}^{(2)}$ [5]

$$\int \mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r})\mathbf{D}^{(2)}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r} = \mathbf{E}^{(2)}(\mathbf{r})\mathbf{D}^{(1)}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}. \tag{9}$$

Підставляючи (7) у (9), одержуємо

$$\begin{aligned} &\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ji}(\mathbf{r}),\\ &\gamma^{(1)}_{ijl}(\mathbf{r}) = -\gamma^{(1)}_{jil}(\mathbf{r}),\\ &\gamma^{(2)}_{ijlm}(\mathbf{r}) = \gamma^{(2)}_{jilm}(\mathbf{r}), \end{aligned} \tag{10}$$

де використано очевидну (див. (8)) симетрію $\gamma^{(2)}_{ijlm} = \gamma^{(2)}_{ijml}$. Крім того, за умови прозорости середовища (див. [5]) усі тензори в (7) дійсні. Тоді "загальний" тензор діелектричної проникности $\hat{\varepsilon}$, формально визначений згідно з $\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}\mathbf{E}$, ермітовий (див. [18]), що заперечує необґрунтовані твердження в [14].

Підкреслимо, що "псевдолокальне" МР не узгоджувалося б із принципом Онзаґера, якби в ньому були відсутні доданки, що описують матеріяльну ПД, або змінені відповідні числові коефіцієнти. Із (6), (7) видно, що коефіцієнти біля "суто матеріяльних" внесків до ПД p-го порядку в 2^p разів менші за коефіцієнти біля "суто польових" внесків. Оскільки в нас цей результат був наслідком припущення (2), (3), то його в певному сенсі можна вважати еквівалентним до вимог онзаґерівської симетрії. Частковий випадок згаданої закономірности (наявність коефіцієнта 1/2 біля доданка $(\nabla_l \gamma^{(1)}_{ijl})E_j$ у МР для обмеженого однорідного гіротропного середовища) тривалий час дискутували в літературі і довели у роботі [9] (див. також [1,6,10,11]). Нарешті, зазначимо, що визначення [11] тензорів $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$ і $\gamma^{(1)}_{ijl}(\mathbf{r})$ у МР [9] для перехідного шару на межі гіротропного середовища непослідовне, бо вони містять внески від ПД вищих порядків і тому асиметричні за індексами i та j.

Для якісної оцінки явищ, зумовлених матеріяльною ПД, звернімося до порівняння з макроскопічно однорідними прозорими кристалами з ПД першого порядку. Завдяки наявності члена $\nabla_l E_j$ у МР та антисиметричності за i та j множника $\gamma^{(1)}_{ijl}$ біля нього фазовий зсув між поперечними декартовими компонентами індукції складає $\pi/2$, і така хвиля еліптично поляризована. Згідно з "фізичним" означенням явища гіротропії ([6], розділ II), кристал гіротропний. Нехай тепер хвилю поля $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_x \exp i(\omega t + kz)$ ($e_i = 1$, $i = x, y, z$ — кристалофізичні осі) збуджено в неоднорідному (для визначености — періодичному вздовж z з періодом $\lambda_m = 2\pi/q$) середовищі ромбічної симетрії, яке описується тензором $\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ij} + \gamma^{(1)}_{ijl}(\mathbf{r})\nabla_l + (1/2)[\nabla_l \gamma^{(1)}_{ijl}(\mathbf{r})]$. Типовими розв'язками будуть неоднорідні блохівські хвилі вигляду $\mathbf{D} = [\mathbf{e}_x \varepsilon_{11} E_x + \mathbf{e}_y(A^+_y \exp iqz + A^-_y \exp(-iqz))] \exp i(\omega t + kz)$, де $A^\pm_y$ — дійсні амплітудні коефіцієнти, що визначаються величиною E_x і позадіягональними компонентами $\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{r})$. Хвилі загалом еліптично поляризовані, а максимальних значень еліптичність набуває в точках середовища, для яких $qz = \pm\pi/2$. Середовище доцільно кваліфікувати як гіротропне, незважаючи на те, що воно не зовсім відповідає традиційним визначенням гіротропії [6] як за виглядом "псевдолокального" МР, так і за характером нормальних хвиль (див. також обговорення [19]).

Отже, матеріяльна ПД першого порядку приводить до видимого ефекту гіротропії, який, хоча б у принципі, можна зареєструвати експериментально. Ми маємо справу з новим механізмом гіротропії, пов'язаним зі скінченністю параметра a_s/λ_m, якого, наскільки нам відомо, досі не згадували в літературі. Цей механізм виходить поза межі традиційного розуміння оптичної активности як наслідку скінченности довжини електромагнетної хвилі порівняно з розмірами атомів, молекул або відстанями між сусідніми вузлами кристалічної ґратки [4–6,20].

Зазначимо, що нехтування ґрадієнтами матеріяльних параметрів у МР (7) допустиме як чисто практичне наближення в макроскопічній електродинаміці неоднорідних середовищ за умов (див. [18])

$$\lambda \nabla_l \gamma^{(1)}_{ijl}(\mathbf{r}) \ll \gamma^{(1)}_{ijl}(\mathbf{r}), \quad \ldots, \tag{11}$$

що зводяться до вимоги повільности просторових змін матеріяльних параметрів ($\lambda_m \ll \lambda$, див. також [13]), яка типово справджується для більшости конденсованих середовищ і часто для плазми. Таке нехтування, на перший погляд, є ще доцільніше, коли згадати, що (11) нагадує умову застосовности наближення геометричної оптики (див. [2,4]):

$$\lambda \nabla_l n(\mathbf{r}) \ll \overline{n(\mathbf{r})}, \tag{12}$$

де n — показник заломлення, а $\overline{n(\mathbf{r})}$ — значення, усереднене на масштабах довжини світлової хвилі. Порушення (12) означало б наявність інтенсивного розсіяння світла в середовищі. Хоча в багатьох випадках умови (11) і (12) справді схожі, для анізотропних середовищ, показник заломлення яких визначається сукупністю тензорних компонент $\varepsilon(\mathbf{r})$ і $\gamma^{(i)}(\mathbf{r})$, можливі винятки. А саме, умова (12) виконуватиметься, незважаючи на порушення (11), якщо швидкозмінні в просторі компоненти $\gamma^{(i)}(\mathbf{r})$ не дають значного внеску до $n(\mathbf{r})$. Отже, у нерозсіюючих середовищах матеріяльна ПД приводитиме найперше до модифікації стану поляризації світлових хвиль, але не їхніх фазових швидкостей.

III. ПРОСТОРОВА ДИСПЕРСІЯ В КРИСТАЛАХ З НЕСУМІРНО МОДУЛЬОВАНИМИ ФАЗАМИ

A. Матеріяльний зв'язок у фур'є-просторі

Надалі ми розглядатимемо явища ПД в кристалічних матеріялах, для яких прийнята вище модель суцільного середовища придатна після належного макроскопічного усереднення, що включає аналіз впливу на кристалооптичні властивості ґраткових (а також надґраткових) періодичностей [1]. Наш аналіз, в основному, буде стосуватися доволі загального випадку діелектричних кристалів з НС надструктурою (див. [21]), а окремі важливі результати для звичайних (немодульованих) кристалів одразу випливатимуть як граничний випадок за умови зникнення хвилі НС модуляції та відповідної перебудови множини векторів ґратки.

Для формального відновлення трансляційної інваріянтности модульованого кристала, втраченої вздовж оси модуляції при переході в НС фазу, покладемо поля та функцію відгуку в (1) залежними від фази хвилі НС модуляції φ (див. [22]). Із інваріянтности ядра $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi)$ стосовно перетворень підгрупи трансляцій надпросторової групи НС фази випливає, що

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}, \varphi + \mathbf{q}_{\mathrm{IC}}\mathbf{a}), \qquad (13)$$

де $\mathbf{a}$ — вектори трансляцій базової ґратки вихідної високотемпературної фази, $\mathbf{q}_{\mathrm{IC}}$ — хвильовий вектор НС модуляції (у кристалах сімейства A_2BX_4 $\mathbf{q}_{\mathrm{IC}} = \gamma\mathbf{a}_3^*$, $\gamma = r/s + \delta$, де $\mathbf{a}_i^*$ — основні вектори оберненої ґратки вихідної фази, невеликі числа r, s описують структуру сумірної низькотемпературної фази, $\delta \ll 1$ — параметр несумірности [21,23]). На підставі (13) маємо

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi) = \sum_{\mathbf{h}} f_{ij}^h(\mathbf{r}_1) \exp(-i\mathbf{h}\mathbf{r}_2) \exp im\varphi, \qquad (14)$$

де додаткову залежність ядра від $\mathbf{r}_2$ зведено до ряду Фур'є за узагальненими векторами оберненої ґратки НС фази $\mathbf{h} = n_i\mathbf{a}_i^* + m\mathbf{q}_{IC}$ (n_i, m — цілі числа), що враховують модуляцію [24].

Переходячи із (1), (14) до простору хвильових векторів, одержимо МР

$$D_i(\mathbf{k}, \varphi) = \sum_{\mathbf{h}} \hat{\varepsilon}_{ij}^h\Big(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\Big) E_j\Big(\mathbf{k} + \mathbf{h}, \varphi\Big), \qquad (15)$$

де $\mathbf{k}$ — хвильовий вектор світла, а фур'є-компоненти мікроскопічного тензора діелектричної проникности визначено згідно з

$$\hat{\varepsilon}_{ij}^h\Big(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\Big) = \exp im\varphi$$
$$\times \int f_{ij}^h(\mathbf{r}_1) \exp\Big[-i\Big(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}\Big)\mathbf{r}_1\Big]\, d\mathbf{r}_1. \qquad (16)$$

Верхній індекс у $\hat{\varepsilon}_{ij}^h(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi)$ визначає просторову періодичність цієї фур'є-компоненти (відповідний період $\lambda_h = 2\pi/h$), а арґумент $\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}$ вказує на наявність ПД. Такий вигляд арґументу є наслідком припущення (2), (3). Покладаючи $m = 0$ і $\mathbf{h}_0 = n_i\mathbf{a}_i^*$ у (15), маємо граничний випадок немодульованої структури, а для просторово недиспеґуючих кристалів ($\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1)\sum_{\mathbf{h}_0} f_{ij}^{h_0} \exp(-i\mathbf{h}_0\mathbf{r}_2)$)

$$D_i(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{h}_0} \hat{\varepsilon}_{ij}^{h_0} E_j(\mathbf{k} + \mathbf{h}_0). \qquad (17)$$

Із (15) видно, що ПД у "дискретно неоднорідному" кристалічному середовищі виражається мовою залежности діелектричної проникности від визначеної комбінації хвильового вектора світла (польова ПД) і векторів оберненої ґратки (матеріяльна ПД). Це узгоджується із загальними міркуваннями [12]. За умови слабкости ПД розклад функцій $\hat{\varepsilon}_{ij}^h(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi)$ у ряд за степенями хвильових векторів приводить до одержаних вище закономірностей для співвідношення коефіцієнтів польової та матеріяльної ПД (див. формули (6), (7) і результати [9,10]), які випливають із принципу Онзаґера. Залежність діелектричних компонент від $\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}$ узгоджується також з результатами розрахунків на основі мікроскопічних моделей (див. [1], розділ IV), з яких випливає "симетричність" входження $\mathbf{k}$ і $\mathbf{k} + \mathbf{h}_0$ у вирази для $\hat{\varepsilon}_{ij}^{h_0}$. Проте в розділі II моноґрафії [1] фіґурують (у наших позначеннях) фур'є-компоненти $\hat{\varepsilon}_{ij}^{h_0}(\mathbf{k})$, що одразу виключає з розгляду матеріяльну ПД і призводить до суперечности з принципом Онзаґера. Щоправда, неточність не мала подальших наслідків, бо в загальноприйнятому в кристалооптиці наближенні діелектричними компонентами, що відповідають $\mathbf{h}_0 \neq \mathbf{0}$, фактично нехтують, розглядаючи на макроскопічному рівні лише "однорідну" компоненту $\hat{\varepsilon}_{ij}^0(\mathbf{k})$. Цікаво, що ця неточність наявна майже у всій літературі за предметом (наприклад, у [23] фіґурує $\hat{\varepsilon}_{ij}^{h_0}(\mathbf{k} + \mathbf{h}_0)$, у [25] —

$\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{k},\mathbf{h}_0)$ тощо). Коректнішим у цьому плані є зображення виду $\hat{\varepsilon}^h_{ij}(\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{h},\varphi)$, ужите в [22].

Торкнімося симетрії мікроскопічних фур'є-компонент діелектричної проникности (порівн. також з [14,22,23]). На підставі (9) ($\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,\varphi) = \varepsilon_{ji}(-\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,\varphi)$) і формул (14), (16)

$$\hat{\varepsilon}^h_{ij}\Big(\mathbf{k}+\frac{1}{2}\mathbf{h},\varphi\Big)=\hat{\varepsilon}^h_{ji}\Big(-\mathbf{k}-\frac{1}{2}\mathbf{h},\varphi\Big), \qquad (18)$$

а для кристала без утрат додатково маємо

$$\hat{\varepsilon}^h_{ij}\Big(\mathbf{k}+\frac{1}{2}\mathbf{h},\varphi\Big)=\Big[\hat{\varepsilon}^{-h}_{ij}\Big(-\mathbf{k}-\frac{1}{2}\mathbf{h},\varphi\Big)\Big]^*. \qquad (19)$$

Зауважимо, що аналогічна до (18) властивість "однорідної" компоненти для немодульованих кристалів ($\hat{\varepsilon}^0_{ij}(\mathbf{k})=\hat{\varepsilon}^0_{ji}(-\mathbf{k})$) у праці [1] (розділ I) трактувалася через зв'язок онзаґерівської симетрії з дією оператора інверсії часу $\hat{T}$ як наслідок поведінки $\hat{T}\mathbf{k}=-\mathbf{k}$, яка стає очевиднішою при ототожненні $\hbar\mathbf{k}=\mathbf{p}=-i\hbar\nabla$. Це трактування було піддано критиці в [26], де підкреслювалось, що симетрію залежної від $\mathbf{k}$ частини загального діелектричного тензора ліпше розуміти як прямий наслідок співвідношення (9). Додаткові підстави для прийняття такої точки зору виникають у зв'язку з аналізом властивости (18), яка ніяк не пов'язана з очевидним співвідношенням $\hat{T}h=h$.

При переході до опису макроскопічних властивостей кристалів у НС фазах традиційне для немодульованих кристалів "макроскопічне" наближення, у межах якого нехтують усіма $\hat{\varepsilon}^h_{ij}(\mathbf{k}+\frac{1}{2}\mathbf{h},\varphi)$ із $\mathbf{h}\neq\mathbf{0}$ (див. [1,27]), виявляється недостатнім. НС модуляція приводить до появи в структурі "наддовгохвильових" мотивів, що для сімейства A_2BX_4 у чотиривимірних позначеннях [23] виражаються мовою векторів оберненої ґратки $\mathbf{h}_\mathrm{I}=(0;0;n_3;m)$, для яких відношення n_3/m близьке до $-\gamma$. Відповідні просторові періоди істотно більші за розміри елементарної комірки і менші або й порядку довжини світлової хвилі [23]. Тому природним виглядає "мезоскопічне" наближення, що відповідає врахуванню внесків до відгуку від структурних періодичностей $\sim 2\pi/h_I$ [22,27–29]. У плоскохвильовій ділянці НС фаз кристалів сімейства A_2BX_4 найважливіші з $\mathbf{h}_\mathrm{I}$ — вектори $\pm\mathbf{q}=\pm s\delta\mathbf{a}^*_3=(0;0;\mp r;\pm s)$, для яких $k/q\sim 10^{-1}$ або дещо менше. Тому від (15) можна прийти до наближеного мезоскопічного МР (див. також [14]):

$$D_i(\mathbf{k},\varphi)=\varepsilon_{ij}E_j(\mathbf{k}) + \sum_{\pm\mathbf{q}}\hat{\varepsilon}^q_{ij}\Big(\mathbf{k}+\frac{1}{2}\mathbf{q},\varphi\Big)E_j(\mathbf{k}+\mathbf{q},\varphi), \qquad (20)$$

де враховано, що "однорідні" внески до ПД для сімейства A_2BX_4 заборонено інверсійною симетрією ($\hat{\varepsilon}^0_{ij}(\mathbf{k})=\varepsilon_{ij}$).

У літературі з кристалооптики НС фаз поширена думка про те, що ПД в них визначається відношенням λ_m/λ (де $\lambda_m=2\pi/q$ — період довгохвильової надструктури) і тому може бути надзвичайно сильною ([27,28,30] та ін.). Насправді силовий потенціял НС модуляції дуже слабкий порівняно з потенціялом міжатомних взаємодій [21], і ми не бачимо реальних фізичних механізмів скорельованости процесів відгуку на електромагнетну хвилю на відстанях порядку λ_m, а тому й причин для сильної польової ПД. Як наслідок, фур'є-компоненту $\hat{\varepsilon}^q_{ij}$ можна розкласти в ряд і обмежитися врахуванням ПД першого порядку:

$$\hat{\varepsilon}^q_{ij}\Big(\mathbf{k}+\frac{1}{2}\mathbf{q},\varphi\Big)=\varepsilon^q_{ij}(\varphi)+i\gamma^q_{ijl}(\varphi)\Big(k_l+\frac{1}{2}q_l\Big)+\cdots. \qquad (21)$$

Зворотне фур'є-перетворення (21) дає частковий випадок зв'язку (7) для НС фаз:

$$D_i(\mathbf{r},\varphi)=\Big\{\varepsilon_{ij}+\varepsilon_{ij}(\varphi+\mathbf{qr})+\frac{1}{2}[\nabla_l\gamma_{ijl}(\varphi+\mathbf{qr})]\Big\} \times E_j(\mathbf{r},\varphi)+\gamma_{ijl}(\varphi+\mathbf{qr})\nabla_l E_j(\mathbf{r},\varphi), \qquad (22)$$

де ε_{ij} — постійні складові, а $\varepsilon_{ij}(\varphi+\mathbf{qr})$ і $\gamma_{ijl}(\varphi+\mathbf{qr})$ — періодичні функції $\varphi+\mathbf{qr}$. Зазначимо, що критерій (11) для НС кристалів завідомо не виконується і нехтування матеріяльною ПД не виправдане навіть як грубе наближення. Водночас компоненти $\varepsilon_{ij}(\varphi+\mathbf{qr})$ і $\gamma_{ijl}(\varphi+\mathbf{qr})$, пропорційні до малої амплітуди модуляційної хвилі, суттєво менші за ε_{ij}, і умова (12) справджується. Отже, несумірно модульовані кристали являють собою в певному сенсі унікальні об'єкти, вкрай слабка структурна неоднорідність яких на мезоскопічних масштабах потребує принципового врахування в кристалооптиці.

B. Характер нормальних світлових хвиль і кристалооптичні параметри

Дослідімо тепер вплив ПД на характер світлових хвиль у кристалах з НС модуляцією. Розгляньмо найпростіший випадок поширення світла вздовж оси модуляції z кристалів групи A_2BX_4 і знехтуймо модуляційними внесками до діягональних компонент проникности ($\varepsilon_{ii}(\varphi+\mathbf{qr})\ll\varepsilon_{ii}$). Згідно з симетрійними міркуваннями [23] (див. також [22]),

$$\varepsilon_{12}(\varphi+\mathbf{qr})=\varepsilon_a\cos(\varphi+qz),$$
$$g_{33}(\varphi+\mathbf{qr})=g_a\sin(\varphi+qz), \qquad (23)$$

де тензор ґірації g_{ml} визначено згідно з $(\omega/c)\gamma_{ijl}=e_{ijm}g_{ml}$, e_{ijm} — тензор Леві–Чівіта, ε_a, g_a — амплітуди.

Розв'язуючи хвильове рівняння $\nabla^2_z\mathbf{E}+\left(\frac{\omega^2}{c^2}\right)\mathbf{D}=0$ за умови слабкости анізотропії кристала

($g_a, \varepsilon_a, \sqrt{\varepsilon_{22}} - \sqrt{\varepsilon_{11}} \ll \overline{n}$, де $\overline{n} = \sqrt{\overline{\varepsilon}} = (\varepsilon_{11}\varepsilon_{22})^{1/4}$ — середній показник заломлення) у наближенні, лінійному за ε_a, g_a, одержимо вирази для нормальних хвиль у середовищі:

$$\mathbf{E}_1(z,\varphi) = \left\{\mathbf{e}_x + \frac{\mathbf{e}_y}{2}\left[\frac{\varepsilon_a - g_a(\sqrt{\varepsilon_{11}} + \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{11}} + \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{22}} e^{i(\varphi+qz)} + \frac{\varepsilon_a + g_a(\sqrt{\varepsilon_{11}} - \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{11}} - \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{22}} e^{-i(\varphi+qz)}\right]\right\} e^{ik_1 z},$$

$$\mathbf{E}_2(z,\varphi) = \left\{\frac{\mathbf{e}_x}{2}\left[\frac{\varepsilon_a + g_a(\sqrt{\varepsilon_{22}} + \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{22}} + \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{11}} e^{i(\varphi+qz)} + \frac{\varepsilon_a - g_a(\sqrt{\varepsilon_{22}} - \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{22}} - \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{11}} e^{-i(\varphi+qz)}\right] + \mathbf{e}_y\right\} e^{ik_1 z}, \qquad (24)$$

де для хвильових векторів ($k_i = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_{ii}}$) можна обмежитися нульовим наближенням. Формули (24) узгоджуються з результатами роботи [22] (див. також [13]) і додатково враховують члени, пов'язані з матеріяльною ПД ($\sim (c/2\omega)g_a q$).

Умовно вважаючи величину q довільною, доречно порівняти висновки, що випливають з (24), для важливих граничних випадків. У макроскопічно однорідному ($\lambda_m \to \infty$) або "повільно" ($\lambda_m \gg \lambda_0$, де λ_0 — довжина світлової хвилі у вакуумі) модульованому кристалах позадіягональна діелектрична компонента ε_{12} приводить лише до повороту головних осей оптичної індикатриси навколо орторомбічних осей x і y. У випадку "швидкої" модуляції в НС фазі ($\lambda_m < \lambda_0$) ε_{12} вносить до неортогональности нормальних хвиль ($\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2^* \propto \varepsilon_a(\lambda_m/\lambda_0)^2$), додатково зумовлюючи їхню ненульову еліптичність (видиму гіротропію). Польова та матеріяльна ПД також дають гіротропію, а за умови $\lambda_m \ll \lambda_0/\Delta n$ ($\Delta n = \sqrt{\varepsilon_{22}} - \sqrt{\varepsilon_{11}}$ — двопроменезаломлення), що надійно виконується для НС фаз, їхні внески до неортогональности хвиль взаємно компенсуються (порівн. із [13] і висновками для немодульованих кристалів [1,6]).

Отже, у мезоскопічно неоднорідних середовищах з'являються кристалооптичні ефекти, що не мають аналогів в однорідному середовищі і не вкладаються у відповідні класифікаційні межі [19]. Додатковою трудністю розв'язання "зворотної задачі" кристалооптики — ідентифікації ефектів за відомою поляризацією світлових хвиль — є неоднорідність цих хвиль і просторова залежність їхньої поляризації. Згідно з [19,29], цю трудність можна оминути, переходячи з (24) до аналізу "ефективних" нормальних хвиль, параметри яких формально не залежать від координати, а від значень фази $\varphi + qz$ на поверхнях обмеженої кристалічної пластинки. Для напрямків поширення світла, далеких від оптичних осей ($g_a, \varepsilon_a \ll \Delta n$, що відповідає експериментальній геометрії досліджень за поляриметричною методикою HAUP — див. [23,30]), одержуємо такі вирази для кутів еліптичности χ ($\chi = \mathrm{arctg}(b/a)$, де a і b — довжини півосей еліпса поляризації) і азимутів θ ефективних хвиль, поляризованих біля осей x і y (див. [29]):

$$\chi_x = \alpha_x^+(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_0)\mathrm{ctg}(\Delta/2) + \alpha_x^-(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_0),$$

$$\theta_x = -\alpha_x^-(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_0)\mathrm{ctg}(\Delta/2) + \alpha_x^+(\cos\varphi_1 + \cos\varphi_0), \qquad (25)$$

$$\chi_y = \alpha_y^+(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_0)\mathrm{ctg}(\Delta/2) + \alpha_y^-(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_0),$$

$$\theta_y = \alpha_y^-(\sin\varphi_1 - \sin\varphi_0)\mathrm{ctg}(\Delta/2) - \alpha_y^+(\cos\varphi_1 + \cos\varphi_0), \qquad (26)$$

де $\varphi_0 = \varphi$, $\varphi_1 = \varphi + qd$ (d — товщина кристала), $\Delta = (k_2 - k_1)d = (\omega/c)d\Delta n$ — різниця фаз, а величини $\alpha_x^\pm$ і $\alpha_y^\pm$ визначаються амплітудами $A_{1y}^\pm$ і $A_{2x}^\pm$, які слугують коефіцієнтами біля $\exp[\pm i(\varphi + qz)]$ у формулах (24):

$$\alpha_x^+ = -\frac{1}{2}(A_{2x}^+ + A_{2x}^-), \quad \alpha_x^- = \frac{1}{2}(A_{2x}^+ - A_{2x}^-), \quad \alpha_y^+ = -\frac{1}{2}(A_{1y}^+ + A_{1y}^-), \quad \alpha_y^- = -\frac{1}{2}(A_{1y}^+ - A_{1y}^-). \qquad (27)$$

Параметри χ і θ природно було б пов'язати з видимими ефектами гіротропії та повороту оптичної індикатриси.

Знову покладімо величину q у (24) і (27) довільною. Ураховуючи малість λ_0/λ_m і двопроменезаломлення (величин $g_a\Delta n$, $\varepsilon_a\Delta n$ тощо) для "повільних" просторових змін матеріяльних параметрів, приходимо до

$$\alpha_x^+ = -\alpha_y^+ = \frac{g_a(\lambda_0/\lambda_m) - \varepsilon_a\Delta n}{2\overline{n}[\Delta n^2 - (\lambda_0/\lambda_m)^2]},$$

$$\alpha_x^- = -\alpha_y^- = \frac{g_a\Delta n - \varepsilon_a(\lambda_0/\lambda_m)}{2\overline{n}[\Delta n^2 - (\lambda_0/\lambda_m)^2]}, \tag{28}$$

що узгоджується з виразами, одержаними в [29] методами джонсівського числення (фактично — у наближенні повільно змінних амплітуд). Із (25), (26), (28) маємо відомий у теорії гіротропії немодульованих кристалів [1,6] результат $\chi_y = -\chi_x$, а також рівність $\theta_y = \theta_x$, яка підтверджує, що параметр θ справді можна трактувати як кут повороту головних осей оптичної індикатриси.

Нехтуючи членами $\sim g_a\Delta n$, $\varepsilon_a\Delta n$ для НС фаз, із (24), (27) маємо:

$$\alpha_x^+ \approx g_a[\overline{n}^2(\lambda_m/\lambda_0)^3 - (\lambda_m/4\lambda_0)] - (\varepsilon_a/2)(\lambda_m/\lambda_0)^2,$$

$$\alpha_x^- = -\alpha_y^- \approx -\varepsilon_a\overline{n}(\lambda_m/\lambda_0)^3,$$

$$\alpha_y^+ \approx g_a[-\overline{n}^2(\lambda_m/\lambda_0)^3 + (\lambda_m/4\lambda_0)] - (\varepsilon_a/2)(\lambda_m/\lambda_0)^2, \tag{29}$$

де внески від ПД в α_x^- і α_y^- скомпенсовані. На підставі (25), (26) і (29) $\chi_y \neq -\chi_x$ і $\theta_y \neq \theta_x$, що зумовлено згаданими внесками $\sim \varepsilon_a(\lambda_m/\lambda_0)^2$. Отже, помічена вище неортогональність хвиль у НС кристалах означає як відмінність у модулях їхніх еліптичностей, так і буквальну неортогональність великих осей еліпсів поляризації (порівн. із ситуацією для поглинаючих модульованих кристалів [19]). Тому термін "поворот індикатриси" для параметра θ [13,29] досить умовний.

Нарешті, спробуємо оцінити величину оптичної активности для НС фаз за допомогою (25), (29). Якщо фаза хвилі модуляції зафіксована на значеннях $\varphi_0 = 0$ (або π) і $\varphi_1 = \pi$ (або 0), які відповідають властивостям $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ij}(-\mathbf{r})$ і $\gamma_{ijl}(\mathbf{r}) = -\gamma_{ijl}(-\mathbf{r})$ [23] (див. рис. 1 і деякі деталі в [22,27,29]), то гіротропія визначається найперше матеріяльною ПД:

$$\chi_x \simeq g_a(\lambda_m/2\lambda_0)\mathrm{ctg}(\Delta/2). \tag{30}$$

За умов $\Delta \to 2\pi N$ (N — ціле число) в (30) можлива критична поведінка параметра χ, яка, швидше за все, фіктивна й зумовлена лінійним за g_a, ε_a наближенням у (24), що еквівалентно $g_a, \varepsilon_a \ll \Delta n$ у (25) [29]. До того ж, таку поведінку, як і істотну залежність оптичних параметрів кристалів від товщини ($\Delta \propto d$), не спостерігали в жодному експерименті. Хоча це питання потребує докладнішого вивчення, для грубих попередніх оцінок ми замінимо $\mathrm{ctg}(\Delta/2)$ в (30) множником, що не надто відрізняється від одиниці. Покладаючи $g_a \sim 10^{-6} \div 10^{-4}$ (схоже й для ε_a), маємо $\chi \sim 10^{-8} \div 5 \cdot 10^{-6}$ рад, що (за тих же умов) на два-три порядки більше, аніж відповідна величина без урахування матеріяльної ПД [13]. Верхня оцінка для χ відповідає чутливості апаратури HAUP (див. [30]) і може бути зареєстрована експериментально. Ефективна гіраційна компонента для НС фаз ($G_{33} \simeq 2\chi\overline{n}\Delta n$) при $\overline{n} \sim 1.5$, $\Delta n \sim 10^{-3} \div 10^{-2}$ складає $G_{33} \sim 3 \cdot 10^{-11} \div 10^{-7}$, що в $10 \div 10^5$ разів менше за гіротропію типових ацентричних кристалів.

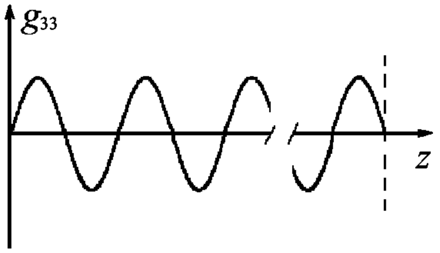

Рис. 1. Схематичне зображення кристала з модульованою гіротропією. Фаза модуляції на межах кристала $\varphi_0 = 0$ і $\varphi_1 = \pi$, світло поширюється вздовж оси z.

Як підсумок матеріяльна ПД може слугувати механізмом видимої гіротропії в НС фазах кристалів A_2BX_4 з інверсійною симетрією — явища, яке тривалий час дискутується в літературі (див. зокрема [23,27–31]). Питання про величину ефекту, яка, мабуть, істотно менша, ніж у немодульованих ацентричних кристалах, потребує подальшої розробки. На завершення підкреслимо, що одержані вище результати можуть бути застосовні не лише до діелектричних кристалів, у яких співіснують дві НС періодичності, а й до інших неоднорідних систем, у т. ч. звичайних та рідких кристалів під дією неоднорідних зовнішніх полів та інтенсивних електромагнетних хвиль, а також плазми (див. [2]).

IV. ПОДЯКИ

Автор висловлює щиру подяку с. н. с. Швайці А. М. за обговорення, що стимулювало появу цієї роботи, і проф. Стасюкові І. В. за інтерес до теми й корисне обговорення окремих її результатів.

[1] В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (Наука, Москва, 1979).
[2] В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме* (Наука, Москва, 1967).
[3] S. S. Kotsur, I. V. Stasyuk, Phys. Status Solidi B **149**, 347 (1988).
[4] М. Борн, *Оптика* (ГНТИУ, Харьков-Киев, 1937).
[5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (Гостехиздат, Москва, 1957).
[6] Ф. И. Федоров, *Теория гиротропии* (Наука и техника, Минск, 1976).
[7] A. A. Maradudin, D. L. Mills, Phys. Rev. B **7**, 2787 (1973).
[8] G. S. Agarwal, D. N. Pattanayak, E. Wolf, Phys. Rev. B **10**, 1447 (1974).
[9] V. M. Agranovich, V. I. Yudson, Opt. Commun. **9**, 58 (1973).
[10] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Журн. прикл. спектроскоп. **20**, 677 (1974).
[11] U. Schlagheck, Opt. Commun. **13**, 273 (1975).
[12] В. И. Сугаков, В. Н. Хотяинцев, Журн. эксп. теор. физ. **70**, 1566 (1976).
[13] O. S. Kushnir, L. O. Lokot, L. P. Lutsiv-Shumski, I. I. Polovinko, Y. I. Shopa, Phys. Status Solidi B **214**, 487 (1999).
[14] O. S. Kushnir, L. O. Lokot, I. I. Polovinko, J. Phys.: Cond. Matt. **12**, 8321 (2000).
[15] А. А. Рухадзе, В. П. Силин, Усп. физ. наук **82**, 499 (1964).
[16] Зазначимо, що основні висновки роботи не зміняться у випадку загальніших визначень $\mathbf{r}_1 = \alpha(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ і $\mathbf{r}_2 = \beta(\mathbf{r} + \mathbf{r}')$, де α і β — довільні константи.
[17] L. D. Johnson, P. R. Rimbey, Phys. Rev. B **14**, 2398 (1976).
[18] О. С. Кушнір, Л. О. Локоть, І. І. Половинко, Вісн. Львів. ун-ту, сер. фіз. **33**, 25 (2000).
[19] O. S. Kushnir, J. Phys.: Cond. Matt. **8**, 3921 (1996).
[20] В. А. Кизель, В. И. Бурков, *Гиротропия кристаллов* (Наука, Москва, 1980).
[21] H. Z. Cummins, Phys. Rep. **185**, 211 (1990).
[22] И. В. Стасюк, А. М. Швайка, препринт ИТФ–91–53Р (1991).
[23] H. Meekes, A. Janner, Phys. Rev. B **38**, 8075 (1988).
[24] Загалом, множину векторів оберненої ґратки можна видозмінити так, щоб вона враховувала не лише надструктуру, а й періодичності, що виникають внаслідок неоднорідних зовнішніх дій.
[25] R. M. Hornreich, S. Shtrikman, Phys. Rev. **171**, 1065 (1963).
[26] P. Etchegoin, A. Fainstein, P. Santos, L. C. Lew Van Voon, M. Cardona, Solid State Commun. **92**, 505 (1994).
[27] E. Dijkstra, A. Janner, H. Meekes, J. Phys.: Cond. Matt. **4**, 693 (1992).
[28] В. А. Головко, А. П. Леванюк, Журн. эксп. теор. физ. **77**, 1556 (1979).
[29] O. S. Kushnir, J. Phys.: Cond. Matt. **9**, 9259 (1997).
[30] M. Kremers, H. Meekes, J. Phys.: Cond. Matt. **7**, 8119 (1995).
[31] J. Kobayashi, Phys. Rev. B **42**, 8332 (1990).

SPATIAL DISPERSION IN INHOMOGENEOUS MEDIA

O. S. Kushnir
Ivan Franko National University of Lviv, Department for Nonlinear Optics,
8 Kyrylo i Mefodii Str., Lviv, UA-79005, Ukraine

Peculiarities of nonlocal response of spatially inhomogeneous continuous media to electromagnetic wave are considered in the framework of a phenomenological approach. A consideration of the Onsager's symmetry principle for the kinetic coefficients allows to distinguish spatial dispersion phenomena related both to inhomogeneities of the wave field and the medium itself. The character of the normal wave polarization is analyzed and the effective crystal optical parameters are determined for the macroscopically inhomogeneous incommeasurately modulated phases occuring in the dielectric crystals of the A_2BX_4 group.