

УДК 550.34.01

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПРОЦЕСУ ПОГЛИБЛЕННЯ НАФТОГАЗОВОЇ СВЕРДЛОВИНИ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ГІРСЬКОГО МАСИВУ

Т. Брич

*Інститут геофізики НАН України
вул. Ярославенка, 27, 79011 Львів, Україна*

Описано методику і результати моделювання напружено-деформованого стану гірського масиву, в якому відбувається процес поглиблення нафтогазової свердловини. Проаналізовано вплив поглиблення свердловини на напружено-деформований стан масиву. Моделювання проводили із застосуванням методу скінченних елементів. Результати моделювання дають змогу коригувати режими буріння і обсадження свердловини.

Ключові слова: гірський масив, напружений стан, метод скінченних елементів.

Процес буріння нафтових і газових свердловин спричиняє зміну напружено-деформованого стану гірського масиву в околі свердловини. Моделювання і прогноз таких змін може суттєво допомогти у виборі режиму буріння та проектуванні обсадження свердловини. Числове моделювання складних процесів, які відбуваються в гірських масивах, повинно базуватися на результатах первинної обробки польових даних сейсморозвідки [1]. Одним із найпотужніших на сьогодні підходів до такого завдання є використання методу скінченних елементів (МСЕ). Він забезпечує можливість оптимального наближення математичної моделі до реального середовища – врахувати складну структуру досліджуваного середовища, моделювати нелінійні процеси в неоднорідних масивах порід.

Нелінійні явища при моделюванні напружено-деформованого стану гірських порід і нафтогазових родовищ завжди призводили до суттєвих ускладнень в математичних моделях. Для числових методів врахування нелінійних процесів спричиняло суттєве збільшення необхідних машинних ресурсів, що обмежувало застосування їх на практиці [2]. З розвитком комп'ютерної техніки швидко почали розвиватися і методи, що дали змогу врахувати ці процеси. В працях [3, 4, 5, 6, 7] досить детально викладено врахування нелінійних процесів з використанням МСЕ для різних випадків суцільного середовища. Розглянемо основи такого підходу.

Враховуючи нелінійні компоненти тензору деформацій залежно від переміщень за відомою формулою Коші і вводячи вектор-стовпець деформацій

$$\varepsilon = [\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad 2\varepsilon_{12} \quad 2\varepsilon_{23} \quad 2\varepsilon_{31}]^T. \quad (1)$$

Запишемо його у вигляді суми лінійної відносно похідних від переміщень та нелінійної складової:

$$\varepsilon = \bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}. \quad (2)$$

Під дією об'ємних сил \vec{F} та розподілених за частиною поверхні тіла S_2 сил P^* в середовищі виникають напруження $\sigma = [\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{31}]^T$, що пов'язані з деформаціями узагальненим законом Гука:

$$\sigma = D\varepsilon = D\bar{\varepsilon} + D\tilde{\varepsilon}, \quad (3)$$

де D – матриця характеристик середовища.

Потенціальна енергія тіла охоплює роботу зовнішніх і внутрішніх сил і енергію деформації:

$$\Pi = \Lambda + W = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dV - \int_V \bar{u}^T \vec{F} dV - \int_{S_2} \bar{u}^T \vec{P}^* dS. \quad (4)$$

Використовуючи варіаційний принцип Лагранжа та скінчено-елементне розбиття досліджуваного тіла отримуємо систему лінійних алгебричних рівнянь відносно \bar{u} . Розділивши тіло на скінченні елементи, будемо апроксимувати переміщення, деформації і напруження на елементі за допомогою функцій форми N_i на кожному елементі:

$$\bar{u} = \mathbf{N}\mathbf{U}, \quad (5)$$

$$\bar{\varepsilon} = R\bar{u} = R\mathbf{N}\mathbf{U} = \mathbf{B}\mathbf{U}, \quad (6)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{u}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x_j} \mathbf{U} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{G}_{ij} \mathbf{U}, \quad (7)$$

$$\sigma = D\varepsilon = D(\mathbf{B}\mathbf{U} + \tilde{\varepsilon}_{ij}), \quad (8)$$

де \mathbf{U} – вектор вузлових переміщень; \mathbf{N} , \mathbf{B} – матриці функцій форми і їх похідних; \mathbf{G} – матриця нелінійних деформацій. Введемо позначення:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad \text{– матриця жорсткості скінченного елемента;} \quad (9)$$

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{N}^T \vec{F} dV + \int_{S_2} \mathbf{N}^T \vec{P}^* dS \quad \text{– вектор вузлових сил;} \quad (10)$$

$$\mathbf{Q}(\bar{u}) = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \tilde{\varepsilon} dV + \frac{1}{2} \int_V \tilde{\varepsilon} \mathbf{D} \tilde{\varepsilon} dV \quad \text{– вектор додаткових вузлових навантажень.} \quad (11)$$

Шукаємо мінімум потенціалу (4), підставивши до нього вирази (5)–(8) та використовуючи позначення (9)–(11). Провівши сумування по всіх скінченних елементах розбиття і побудувавши глобальні матриці жорсткості, вектори навантажень і матриці, пов'язані з урахуванням нелінійності, отримуємо систему нелінійних алгебричних рівнянь відносно вузлових переміщень:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} + \tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{U}) = \mathbf{F}, \quad (12)$$

Де вектор $\tilde{\mathbf{Q}}$, зумовлений нелінійними ефектами, має вигляд

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \tilde{\varepsilon} dV + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{D} \mathbf{B} dV \mathbf{U} + \int_V \frac{\partial \tilde{\varepsilon}^T}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{D} \tilde{\varepsilon} dV. \quad (13)$$

Методи розв'язування цієї системи можна знайти в [5, 6, 7]. Нелінійну систему алгебричних рівнянь зводять до послідовного розв'язування декількох систем лінійних алгебричних рівнянь.

Для моделювання процесу поетапного поглиблення нафтогазової свердловини і напружено-деформованого стану гірського масиву навколо неї розглядали усереднену опорну модель Байрацького нафтогазового родовища. Схематично математичну модель показано на рис. 1.

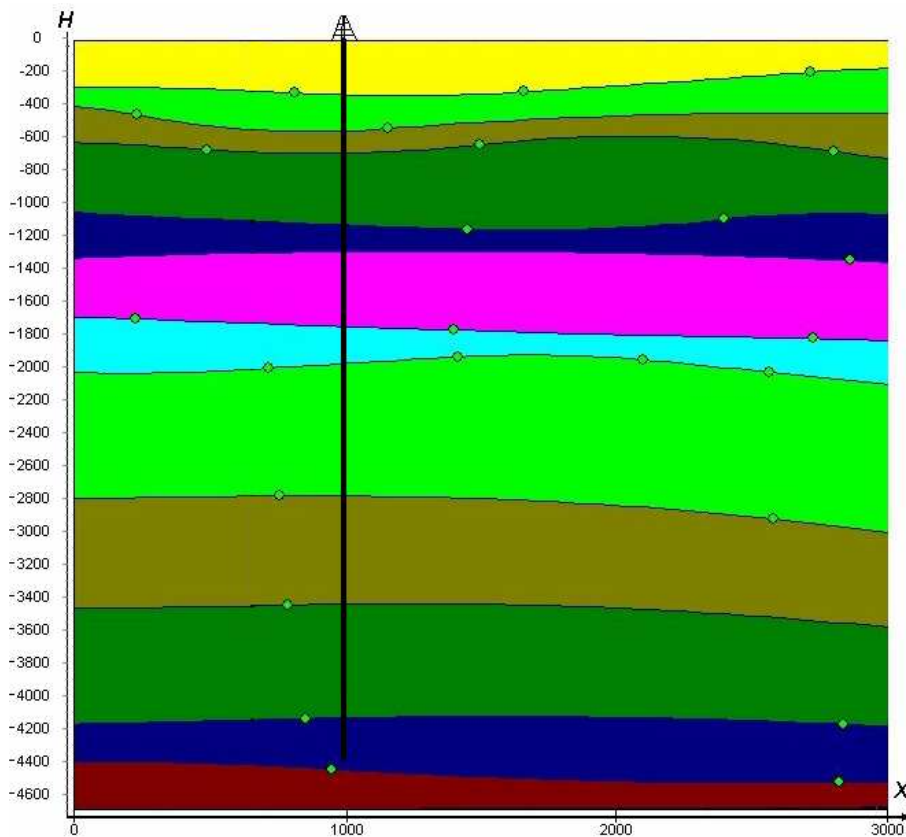
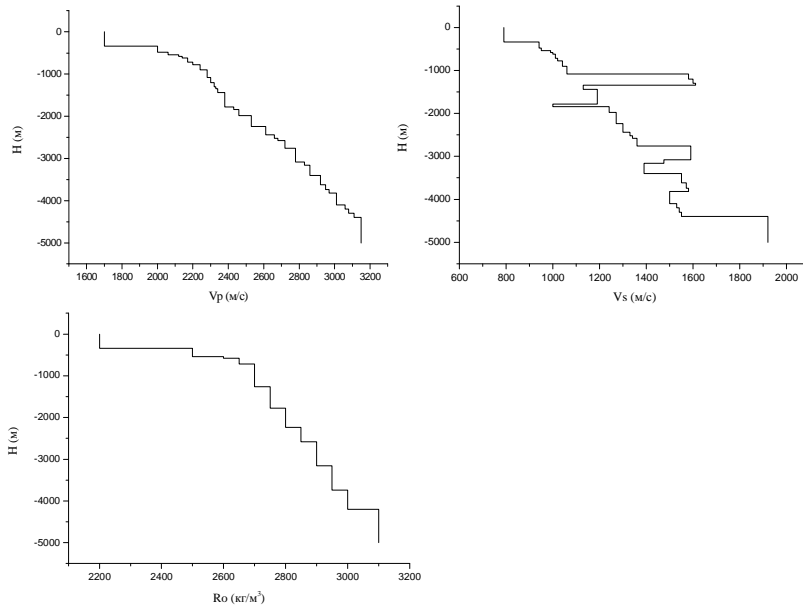


Рис. 1. Схематична модель досліджуваного середовища

Характеристики моделі з глибиною подано на рис. 2. При моделюванні враховували градієнт температурного поля з глибиною моделі – приблизно 3°C на 100 м глибини [8]. А також було задано градієнт тиску з глибиною залежно від розподілу шарів середовища і їх фізичних характеристик. Ці фактори стали основними чинниками напружено-деформованого стану в моделі. Результат числового експерименту для такої моделі показано на рис. 3.

Рис. 2. Розподіл V_p , V_s , ρ з глибиною у досліджуваній моделі

Наступним етапом числового експерименту стало моделювання розкриття свердловини, яке проводили поетапно і при цьому досліджували напружено-деформований стан порід навколо неї. На межі свердловини з середовищем задавати внутрішньотрубний тиск. Навантаження відбувалося поетапно з ростом свердловини. Моделювання проводили при глибинах розкриття свердловини $h = 0, 300, 800, 1\,300, \dots, 4\,700$ м. Результати подано у вигляді графіків ізоліній для кожного випадку для компонент векторів напружень – рис. 3, 4, 5, 6.

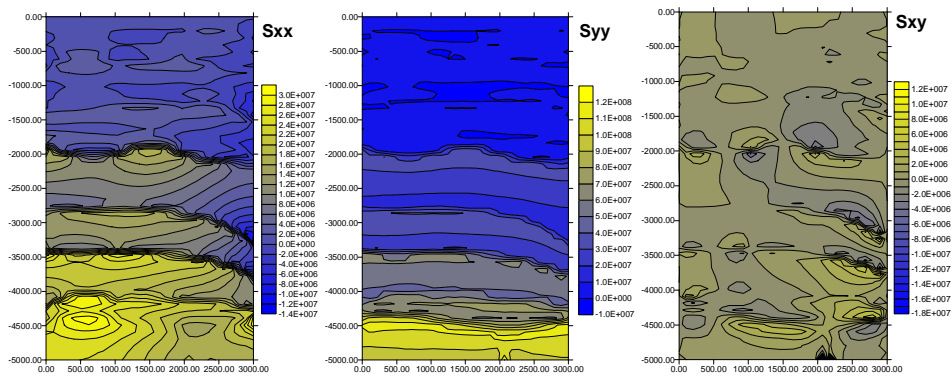


Рис. 3. Розподіл напружень в масиві порід без свердловини

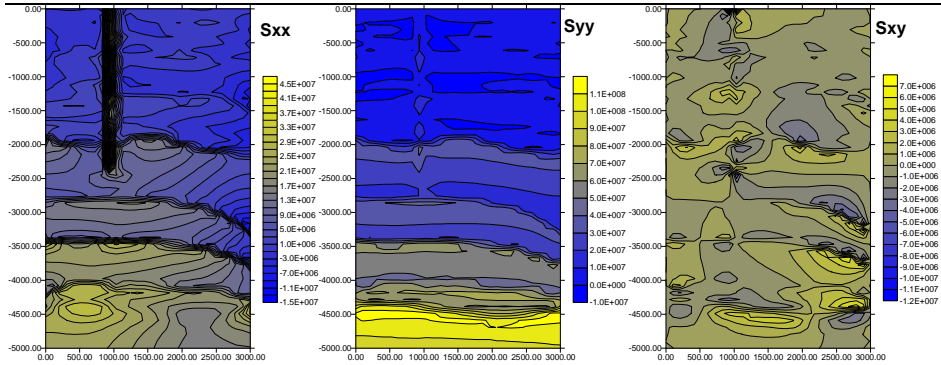


Рис. 4. Розподіл переміщень, деформацій і напружень в масиві порід – глибина свердловини 2 300 м

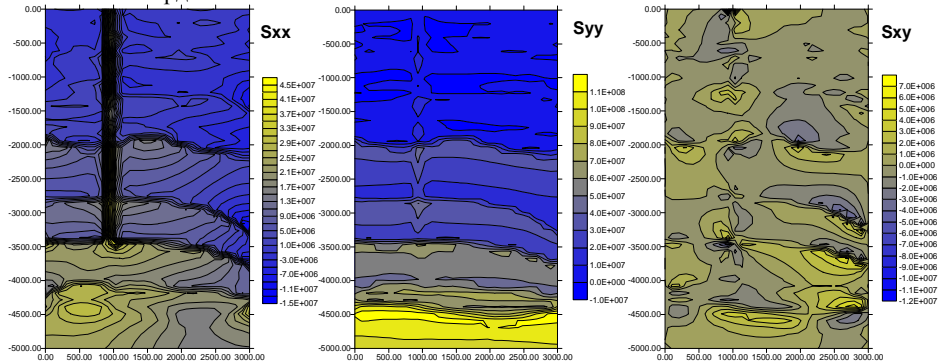


Рис. 5. Розподіл переміщень, деформацій і напружень в масиві порід – глибина свердловини 3 300 м

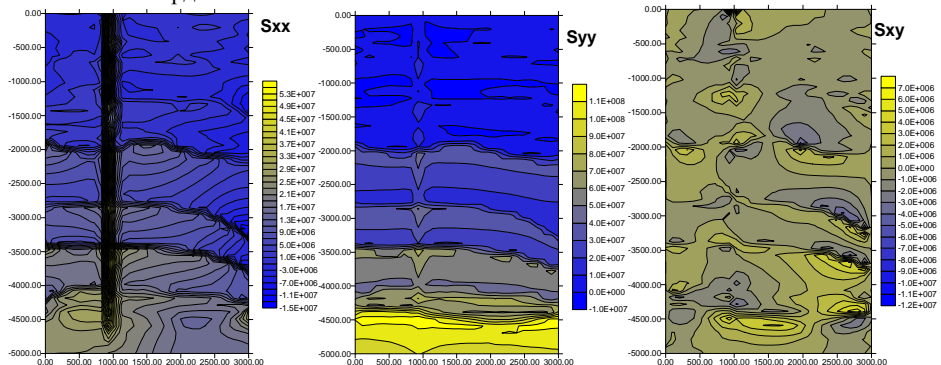


Рис. 6. Розподіл переміщень, деформацій і напружень в масиві порід – глибина свердловини 4 700 м

Унаслідок проведеного числового експерименту ми можемо проаналізувати зміну напружено-деформованого стану в масиві порід навколо нафтогазового родовища з ростом свердловини і оцінити її вплив на стан порід.

Початковим будемо вважати стан порід без свердловини, який подано на рис. 3. Можна сказати, що основні градієнти напружень містяться на границях шарів, де відбувається зміна фізичних характеристик середовища. Отож, напружений стан

відображає будову досліджуваного середовища. На рис. 4 подаються графіки розподілу фізичних полів, коли глибина свердловини становить 2 300 м. На розподілі напружень S_{xx} чітко видно результат появи свердловини – ми маємо великий градієнт цієї компоненти в околі свердловини. На вертикальних компонентах S_{yy} градієнт менш помітний, хоча і тут його можна спостерігати. Зсувні компоненти вектора напружень теж відчувають вплив появи свердловини.

Наступні графіки, на яких збільшується глибина змодельованої свердловини, характеризуються зростанням її впливу на напружений стан в породах, у тому числі й на вертикальних складових напружень.

Можна також додатково відзначити особливості розподілу поля напружень S_{xx} при поглибленні свердловини до рівня перетину шарів – глибина свердловини 2 800 м, 3 300 м. А коли $h_{cg} = 3 800$ м, градієнт напружень “поширюється” навіть перед свердловиною до найближчої межі шарів.

Очевидно, що в такій конфігурації – наближенні свердловини до границі шару – можливі певні збільшення градієнтів напружень і деформацій, що пов’язано з об’єднанням пластових тисків з напруженнями, створеними ростом свердловини.

Крім того можна додати, що у разі розкриття свердловини на глибину більше 2 000 м ми спостерігаємо на графіках компонент зсувних напружень вплив свердловини аж до повної глибини моделі, на відміну від інших компонент, де вплив свердловини поширюється поступово з ростом глибини свердловини.

Отже, у статті показано результати моделювання напружено-деформованого стану гірського масиву, в якому моделюється процес поетапного поглиблення нафтогазової свердловини; проаналізовано вплив поглиблення свердловини на стан масиву.

-
1. *Вербицький Т.З.* Вивчення розподілу напружень, деформацій і переміщень в масиві гірських порід з циліндричними неоднорідностями / Т.З. Вербицький, Ю.П. Стародуб, Т.Б. Брич // Геофізичний журнал. К. : Наукова думка, 1988. – № 6. – С. 36–43.
 2. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М. : Мир, 1979. – 392 с.
 3. *Бате К.* Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М. : Стройиздат, 1982. – 448 с.
 4. *Зенкевич О.* Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М. : Мир, 1986. – 318 с.
 5. *Еременко С.Ю.* Методы конечных элементов в механике деформируемых тел / С.Ю. Еременко. – Харьков : Основа, 1991. – 271 с.
 6. *Zienkiewicz O.C.* The finite element method. Fifth edition / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor // – Oxford. Vol. 1–3. – 2000.
 7. *Crisfield M. A.* Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures / M.A. Crisfield // JOHN WILEY & SONS. – 2000. – Vol. 1–2.
 8. *Жарков В.Н.* Внутреннее строение Земли и планет / В.Н. Жарков. – М. : Наука, 1983. – 99 с.

MATHEMATICAL MODELING OF THE INFLUENCE OF DEEPENING OF OIL AND GAS WELL ON ROCK STRESS-STRAIN STATE**T. Brych***Institute of Geophysics, National Academy of Sciences of Ukraine
Yaroslavenka Str, 27, UA-79011 Lviv, Ukraine*

The methods and results of modeling the stress-strain state rock during deepening of oil and gas well were described. The analysis of the impact of drilling on the rock stress-strain state was carried. The finite element method for the simulation was used. Modeling results are managed for an estimation and prognosis of bed pressure of stress state of mountain rock.

Key words: mountain rock, stress state, finite element method.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОЦЕССА УГЛУБЛЕНИЯ НЕФТЕГАЗОВОЙ СКВАЖИНЫ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГОРНОГО МАССИВА**Т. Брыч***Институт геофизики НАН Украины
ул. Ярославенка, 27, 79011 Львов, Украина*

Описано методику и результаты моделирования напряженно-деформированного состояния горного массива, в котором происходит процесс углубления скважины. Проведено анализ влияния бурения на напряженное состояние массива. При моделировании использовался метод конечных элементов. Результаты моделирования могут использоваться при коррекции режимов бурения и обсаждения скважин.

Ключевые слова: горный массив, напряженное состояние, метод конечных элементов.

Стаття надійшла до редколегії 17.11.2009

Прийнята до друку 07.06.2010