ISSN 1024-588X. Вісник Львівського університету. Серія фізична. 2012. Випуск 47. С. 171-177
Visnyk of the Lviv University. Series Physics. 2012. Issue 47. P. 171-177

УДК 538.945; 53.096; 537.9; 538.935
PACS 81.07.Oj; 74.45.+c; 73.63.Kv

ОСОБЛИВОСТІ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ КРИТИЧНОГО СТРУМУ У S-QD-S КОНТАКТІ

А. Парафіло

Фізико-технічний інститут низьких темепература
ім. Б.І. Веркіна НАН України
пр. Леніна, 47, 61103 Харків, Україна
e-mail: parafilo_sand@mail.ru

Досліджується вплив поляронних ефектів на джозефсонівський струм крізь вібруючу квантову точку. Сильна електрон-вібронна взаємодія призводить до поляронної блокади критичного струму, яка залежить степеневим чином від константи взаємодії. Встановлено, що поляронні ефекти можуть бути виявлені за аномальною температурною залежністю критичного струму.

Ключові слова: джозефсонівський струм, вібруюча квантова точка, поляронна блокада

Останнім часом велику увагу привертає наноелектромеханіка – новий напрямок у фізиці, що вивчає зв'язок електронної та механічної підсистем у приладах нанометрових масштабів. Найпростішим об'єктом дослідження у наноелектромеханіці є вібруюча квантова точка (QD), яка туннельно пов'язана з невзаємодіючими електродами. Прикладами цієї системи є: молекула C_{60}, яка знаходиться у ван-дер-ваальсівському потенціалі двох електродів, вуглецева нанотрубка, з під якої була витравлена підкладка, вуглецеві наностручки (carbon nano-peapods).

Серед основних фізичних явищ наноелектромеханіки можна виділити: (i) поляронну блокаду Френка-Кондона – експоненційне звуження ширини рівня на квантовій точці ($\Gamma_0 \exp(-\lambda^2)$, де Γ_0 - ширина рівня, λ - константа електрон-вібронної взаємодії) внаслідок нульових коливань квантової точки; (ii) зменшення поляронної блокади із зростанням температури (аномальна температурна залежність кондактансу) та (iii) з напругою (ступінчаті $I-V$ характеристики, які показують відкриття непружних каналів розсіяння); (iv) ефект виникнення шаттлівської нестійкості при досягненні тягнучої напруги порогового значення (див., напр., [1]).

В наноелектромеханіці вже досліджено багато явищ, проте залишаються питання, на які треба знайти відповіді. Наприклад, досі актуальне питання про вплив електромеханічних ефектів на транспорт крізь фазово-когерентні системи. Саме подібним системам присвячена дана робота. Вперше ці системи досліджувались у роботах [2, 3], у яких вивчався джозефсонівський струм крізь контакт надпровідник –

квантова точка – надпровідник (S-QD-S) з електромеханічним зв'язком. Було показано, що електрон-вібронна взаємодія зменшує струм на $\exp(-2\lambda^2)$ для нерезонансного випадку, $\Gamma_0 \ll 1$, при $\hbar\omega_0 \gg \Delta_0$ (ω_0 - частота коливань квантової точки, Δ_0 - надпровідна щілина) [2], та на $\exp(-\lambda^2)$ для резонансу при $\Delta_0 \to \infty$ [3]. Але ці результати не дають рецепту для експериментальної перевірки існування взаємодії у S-QD-S контакті, бо ширина рівня Γ_0 є параметром, який підганяють в експерименті.

Для виявлення полярнонних ефектів у джозефсонівському струмі будемо досліджувати просту модель. Вона складається з вібруючої квантової точки з двократно виродженим за спіном рівнем (ε_0), слабо зв'язану з масивними надпровідниками. Гамільтоніан квантової точки має вигляд

$$H_{QD} = \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \varepsilon_0 d_\sigma^\dagger d_\sigma + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{2}}(\hat{n}_\uparrow + \hat{n}_\downarrow)(b^\dagger + b) + \hbar\omega_0 b^\dagger b, \quad (1)$$

де ε_0 відраховується від рівня Фермі, $d_\sigma(d_\sigma^\dagger)$ - оператор знищення (народження) електрона у квантовій точці, ε_i - енергія електрон-вібронної взаємодії, $\hat{n}_\sigma = d_\sigma^\dagger d_\sigma$, $b(b^\dagger)$ - оператор знищення (народження) кванту коливання (віброн), ω_0 - частота коливань квантової точки. Лівий ($j = L$) та правий ($j = R$) надпровідні електроди описуються гамільтоніаном БКШ

$$H_j = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_{kj} c_{j,k\sigma}^\dagger c_{j,k\sigma} - \left(\sum_k \Delta_j c_{j,k\uparrow}^\dagger c_{j,-k\downarrow}^\dagger + h.c. \right) \quad (2)$$

($\Delta_j = \Delta_0 e^{i\varphi_j}$ - параметр порядку надпровідника). Зв'язок квантової точки з електродами моделюється тунельним гамільтоніаном

$$H_t^{(j)} = \sum_{k,\sigma} t_{kj} c_{j,k\sigma}^\dagger d_\sigma + h.c. \quad (3)$$

У подальшому будемо вважати амплітуду тунелювання незалежною від енергії, $t_{kj} \simeq t_{0j}$. Це виправдано, коли всі енергетичні масштаби задачі $\varepsilon_0, \varepsilon_i, \hbar\omega_0, \Gamma_j, k_B T$ ($\Gamma_j = 2\pi\nu(\varepsilon_F)|t_{0j}|^2$ - ширина рівня, T - температура, ν - густина станів) менші за надпровідну щілину Δ_0.

Наголосимо, що ефекти коливань будуть різними для "м'яких" ($\Gamma_0 \gg \hbar\omega_0$) та "жорстких" ($\Gamma_0 \ll \hbar\omega_0$) вібронів. У випадку "м'яких" вібронів взаємодія з електронною підсистемою може змінити (поляризувати) основний стан коливальної підсистеми (вакуум системи може відповідати стану, коли квантова точка має класичний зсув). У випадку "жорстких" вібронів основний стан підсистеми не змінюється і важливими стають ефекти нульових флуктуацій квантової точки. Саме такий випадок розглядається у нашій роботі.

Стандартним методом вирішення подібних задач є використання унітарного перетворення $U = \exp[-\lambda(b^\dagger - b)d_\sigma^\dagger d_\sigma/\sqrt{2}]$, де $\lambda = -\varepsilon_i/\hbar\omega_0$ - безрозмірна константа електрон-вібронної взаємодії. Унітарне перетворення переводить взаємодію (другий доданок у рівнянні (1)) до тунельного гамільтоніану $t_{0j} \to t_{0j}\exp(-\lambda(b^\dagger - b)/\sqrt{2})$.

Вираз для джозефсонівського струму між двома надпровідними електродами крізь нормальну область із взаємодією можливо отримати за допомогою нерівноважної техніки функції Гріна Келдиша. Виконуючи стандартні, але громіздкі розрахунки (детальніше див. [4]), для випадку симетричного контакту ($\Gamma_L = \Gamma_R = \Gamma_0$)

та великого параметру порядку надпровідників ($\Delta_0 \to \infty$), у нульового порядку по Δ_0^{-1} отримаємо

$$J = -\frac{2e}{h}\Gamma_0^2 \int d\varepsilon f(\varepsilon) \Im \left(\frac{1}{\left(g_{11}^{(r)-1} g_{22}^{(r)-1}\right)^* - \Gamma_0^2 \cos^2(\varphi/2)} \right) \sin\varphi, \qquad (4)$$

де $f(\varepsilon)$ - функція розподілу Фермі-Дірака, $\varphi = \varphi_L - \varphi_R$ - різниця фаз надпровідників, $g^r_{\alpha\beta}$ - запізнююча функція Гріна квантової точки у зображенні Намбу. Із структури рівняння (4) видно, що надпровідний транспорт у S-QD-S контакті визначається через уявну частину точної функції Гріна області між надпровідниками (через функцію Гріна QD та власно-енергетичну функцію, яка характеризує тунельний зв'язок з надпровідниками). Полюси рівняння (4) визначають дискретний спектр у "нормальній" області контакту. Для квантової точки без взаємодії, тобто коли $g^r_{11(22)} = (\varepsilon \mp \varepsilon_0 + i0)^{-1}$, спектр – два андрієвських рівні, $\varepsilon = \pm\sqrt{\varepsilon_0^2 + \Gamma_0^2 \cos^2(\varphi/2)}$. Тобто S-QD-S контакт аналогічний до короткого SINIS контакту. Для контакту без взаємодії джозефсонівський струм є

$$J = \frac{e\Gamma_0^2}{2\hbar} \frac{\sin\varphi}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + \Gamma_0^2 \cos^2(\varphi/2)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_0^2 + \Gamma_0^2 \cos^2(\varphi/2)}}{2k_B T} \right). \qquad (5)$$

З рівняння (5) видно, що надвпровідний транспорт у S-QD-S контакті має резонансний характер, $J \propto e\Gamma_0/\hbar$, коли рівень на квантовій точці співпадає із рівнем Фермі ($\varepsilon_0 = 0$).

Тепер повернемося до нашої задачі з електрон-вібронною взаємодією. Спочатку запишемо визначення запізнюючої функції Гріна квантової точки у зображені Намбу,

$$g^r_{\alpha\beta} = -i\theta(t) \begin{pmatrix} \langle\{\tilde{d}_\uparrow(t), \tilde{d}^\dagger_\uparrow\}\rangle & 0 \\ 0 & \langle\{\tilde{d}^\dagger_\downarrow(t), \tilde{d}_\downarrow\}\rangle \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Тут $\theta(t)$ - функція Хевісайда, $\langle ... \rangle$ - усереднення за гамільтоніанами (1), (3) після унітарного перетворення, $\{\bullet, \bullet\}$ - антикомутатор, $\tilde{d}_\sigma(\tilde{d}^\dagger_\sigma)$ - оператор знищення (народження) електрона на QD після унітарного перетворення. У явному вигляді $\tilde{d}_\sigma(t) = d_\sigma(t)\exp[-\lambda(b^\dagger(t) - b(t))]$. Таким чином видно, що електрон на квантовій точці "одягнутий" коливаннями. Щоб знайти середні у рівнянні (6), ми використовуємо поляронне наближення, тобто факторизуємо ферміонні та бозонні оператори, і усереднимо їх за гамільтоніанами невзаємодіючих електронної та коливальної підсистем. Ця процедура оправданна в теорії збурень за Γ_0, або, більш строго, коли час виникнення полярону (зв'язаного стану електрона та віброна), $\tau_p \sim 1/\lambda^2\omega_0$, набагато менший за час тунелювання електрона в електроди ($\tau \sim \hbar/\Gamma_0$), тобто $\Gamma_0 \ll \lambda^2\hbar\omega_0$ [5]. Виконуючи стандартне усереднення ферміонних та бозонних операторів, знайдемо явний вигляд для функцій Гріна

$$g^r_{11(22)} = \exp(-\lambda^2(1 + 2n_B)) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{n\hbar\omega_0}{2k_B T}\right) I_n\left(2\lambda^2\sqrt{n_B(1+n_B)}\right)}{\varepsilon \mp \varepsilon_0 \pm n\hbar\omega_0 + i0}, \qquad (7)$$

де $n_B = (\exp(\hbar\omega_0/k_B T) - 1)^{-1}$ - функція розподілу Бозе-Айнштайна, I_n - модифікована функція Бесселя першого роду. Як відомо, уявна частина функції Гріна є спектральною функцією, тобто функцією розподілу енергії системи за частотами. Використовуючи асимптотичний розклад функції Бесселя I_n для малих аргументів, перепишемо рівняння (7) для низьких температур

$$g^r_{11(22)}(k_B T \ll \hbar\omega_0) = \exp(-\lambda^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^{2n}}{n!(\varepsilon \mp \varepsilon_0 \mp n\hbar\omega_0 + i0)}. \tag{8}$$

З рівняння (8) також видно, що спектральна функція є набором дельта-функційних піків, які знаходяться на відстанні $\hbar\omega_0$ один від одного, висоти яких підкоряються розподілу Пуассона. Різниця між рівняннями (7) та (8) полягає у тому, що при $T = 0$ у системі немає реальних вібронів ($n \geq 0$), вони можуть бути збуджені, якщо у систему подати енергію. При відмінній від нуля температурі система може як поглинати, так і випромінювати віброни.

Про вигляд спектральної функції на основі рівняння (8) можна сказати, що для слабкої взаємодії ($\lambda < 1$) висоти піків з номером n будуть швидко спадати. Для сильної взаємодії ($\lambda \gg 1$) висоти піків зростають з номером n до значення $n \approx \lambda^2$, а далі зменшуються (розподіл Пуассона переходить у розподіл Гаусса).

Тому оцінимо величину критичного струму для сильної взаємодії та при низьких температурах. Оскільки при великих λ важливими стають великі n, застосуємо формулу Стірлінга: $n! = \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$. За її допомогою всі складові функції Гріна (8) можна переписати через експоненту. Показник експоненти має екстремум при $n \approx \lambda^2$. Використовуючи метод Лапласа, знаходимо, що спектральна функція має пік при $n \approx \lambda^2$ та ширину $\sim \lambda$. У головному наближенні за λ^{-1} ми знехтуємо варіацією n в енергетичному знаменнику. Це буде справедливим для $(\varepsilon_0 + \lambda^2\hbar\omega_0) \gg 1$. Тепер функція Гріна має вигляд

$$g^r_{11(22)}(\lambda \gg 1, T = 0) = \frac{1}{(\varepsilon \mp \varepsilon_0 \mp \lambda^2\hbar\omega_0 + i0)} \int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda^2}} \exp\left[-\frac{(q - \lambda^2)^2}{2\lambda^2}\right]. \tag{9}$$

Підставивши (9) у рівняння (4), отримаємо вираз для критичного струму

$$J_{cr}(\lambda \gg 1, T = 0) \approx \frac{e}{2\hbar} \frac{\Gamma_0^2}{\sqrt{(\varepsilon_0 + \lambda^2\hbar\omega_0) + \Gamma_0^2 \cos^2(\varphi/2)}}. \tag{10}$$

Для Γ_0, ε_0, менших за $\lambda^2\hbar\omega_0$, критичний струм $J_{cr} \propto (e\Gamma_0/\hbar)(\Gamma_0/\lambda^2\hbar\omega_0)$. Тобто електрон-вібронна взаємодія зменшує струм (можна, також, говорити про перенормування Γ_0) за степеневим законом від константи взаємодії, а не за експоненційним законом, як у нормальному транспорті, коли в режимі послідовного тунелювання при низьких температурах малі тягнучі напруги ($eV \to 0$) виділяють із всіх можливих каналів розсіювання (каналів, у яких електрон може випромінити n вібронів ($n \in [0, \infty]$)) тільки пружний пік, $n = 0$. Цей пік експоненційно зменшений нульовими коливаннями (експоненційний фактор у рівнянні (8)). Механізм транспорту в S-QD-S контакті інший – когерентний. Електрон (куперівська пара), тунелюючи з одного електрода, може віртуально випромінити віброн та поглинути його при тунелюванні в інший електрод (неможливо випромінити реальний віброн внаслідок

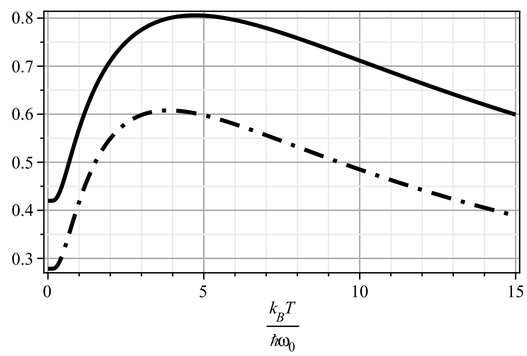

Рис. 1: Температурна залежність Джозефсонівського струму для $\lambda = 1.5$ (solid), $\lambda = 2$ (dash-dot) нормованого на критичний струм при відсутності взаємодії ($\lambda = 0$); $\varepsilon_0/\hbar\omega_0 = 1.4$.

електрон-діркової симетрії та закону збереження енергії). Кількість випромінених вібронів електроном та діркою – незалежне (дві незалежні суми для кожної функції Гріна у рівнянні (4)). Таким чином нескінчений набір віртуальних каналів розсіяння електрона (дірки) при когерентному тунелюванні знімає поляронну блокаду (скоротить експоненційний фактор у (8)). Це аналогічно до модифікованної поляронної блокади у режимі "cotunneling" для нормального транспорту [6]. Тепер повернемося до результатів робіт [2, 3], бо їх результати свідчать про експоненційне зменшення критичного струму. У роботі [2] тут виділяється канал розсіювання $n = 0$ за допомогою параметра порядку надпровідника. Внесок від інших каналів малий за параметром $\Delta_0/\hbar\omega_0$ (внесок від каналів розсіювання у неперервному спектрі малий у порівнянні з внеском від дискретного спектру у короткому контакті). Результат роботи [3] – некоректний. Критичний струм у роботі [3] був обчислений без урахування процесів віртуального випромінювання та поглинання.

Тепер дослідимо температурну поведінку критичного струму. У теорії збурення за Γ_0 вираз (4) можна спростити (усунути Γ_0^2 у знаменнику). Тоді джозефсонівський критичний струм має вигляд

$$J_{cr}(T) = \frac{e\Gamma_0^2}{\hbar}\exp(-2\lambda^2\operatorname{cth}(x))\sum_{n,l=-\infty}^{\infty}\frac{e^{-(n+l)x}I_n(\lambda^2/\operatorname{sh}(x))I_l(\lambda^2/\operatorname{sh}(x))}{2\varepsilon_0-\hbar\omega_0(n+l)}(f_l^- - f_n^+), \tag{11}$$

де $x = \hbar\omega_0/2k_BT$, $f^{\pm}_{n(l)} = f[\pm(\varepsilon_0 - n(l)\hbar\omega_0)]$. Як видно з рис. 1, температурна залежність джозефсонівського струму для контакту із електрон-вібронною взаємодією відрізняється від стандартної (без взаємодії, $\lambda = 0$). По-перше, критичний струм зменшується на всьому температурному інтервалі, тобто взаємодія перенормовує ширину рівня на квантовій точці (див. ф. (10)). По-друге, функціональна залежність критичного струму відрізняється від стандартної (5), при зростанні температури термічно активовані віброни частково знімають поляронне зменшення (поляронну блокаду із степеневим законом) струму. У подальшому зростанні температури важливішим механізмом стає зменшення парціальних струмів від андрієвських рівнів, яке призводить до результуючого зменшення критичного струму із температурою. Саме ця друга особливість і дає можливість експериментального виявлення електрон-вібронної взаємодії у S-QD-S контактах, коли температурна залежність критичного струму буде відрізнятися від $\tanh(E/2k_BT)/E$.

Висновки

У роботі було досліджено вплив електрон-вібронної взаємодії на критичний струм у контакті надпровідник - квантова точка - надпровідник. Виявлено, що нульові коливання квантової точки перенормують ширину рівня на квантовій точці (тунельні бар'єри). Встановлено, що існує можливість еспериментального підтвердження існування електрон-вібронної взаємодії в S-QD-S контакті за аномальною температурною залежністю критичного струму, яка виникає внаслідок появи нового енергетичного масштабу ($\hbar\omega_0$).

Список використаної літератури

1. *Krive I. V.* Resonant tunneling of electrons in quantum wires / I. V. Krive, A. Palevski, R. I. Shekhter, M. Jonson // Fiz. Nizk. Temp. – 2010. – Vol. 36, № 2. – P. 155–180.
2. *Novotny T.* Josephson current through a molecular transistor in a dissipative environment / T. Novotny, A. Rossini, K. Flensberg // Phys. Rev. B – 2006. – Vol. 72. – P. 224502–224513.
3. *Zazunov A.* Phonon squeezing in a superconducting molecular transistor / A. Zazunov, D. Feinberg, T. Martin// Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – P. 196801-1–196801-4.
4. *Sun Q.-f.* Electron transport through a mesoscopic hybrid multiterminal resonant-tunneling system / Q.-f. Sun, B.-g. Wang, J. Wang, T.-h. Lin // Phys. Rev. B – 2000. – Vol. 61, № 7. – P. 4754–4761.
5. *Maier S.* Charge transfer statistics of molecular quantum dot with strong electron-phonon interaction / S. Maier, T. L. Smidt, A. Komnik // Phys. Rev. B – 2011. – Vol. 83. – P. 085401–085407.
6. *Koch J.* Theory of the Franck-Condon blockade regime / J. Koch, F. von Oppen, A. V. Andreev // Phys. Rev. B – 2006. – Vol. 74. – P. 205438–205458.

Стаття надійшла до редакції 25.09.2012
прийнята до друку 17.10.2012

SPECIAL FEATURES OF TEMPERATURE DEPENDENCE OF CRITICAL CURRENT THROUGH S-QD-S JUNCTION

A. Parafilo

B. I. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Eingineering of NAS of Ukraine
47 Lenin Ave., 61103 Kharkiv, Ukraine
e-mail: parafilo_sand@mail.ru

Polaronic effects in Josephson current through a vibrating quantum dot are considered. The strong electron-vibron interaction leads to a polaronic blockade of the critical current. The polaronic effects can be detected from the anomalous temperature dependence of Josephson current.

Key words: Josephson current, vibrating quantum dot, polaronic blockade

ОСОБЕННОСТИ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КРИТИЧЕСКОГО ТОКА В S-QD-S КОНТАКТЕ

А. Парафило

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, 61103 Харьков, Украина
e-mail: parafilo_sand@mail.ru

Исследуется влияние поляронных эффектов на джозефсоновский ток через вибрирующую квантовую точку. Сильное электрон-вибронное взаимодействие приводит к поляронной блокаде критического тока, которая зависит степенным образом от константы взаимодействия. Обнаружено, что поляронные эффекты могут быть выявлены по аномальной температурной зависимости критического тока.

Ключевые слова: джозефсоновский ток, вибрирующая квантовая точка, поляронная блокада