ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія фіз. 2010. Вип. 45. С. 157–164 *Ser. Physics. 2010. Is. 45. P. 157–164*

УДК 539.2
PACS number(s): 75.60.Ch

НАПРАВЛЕНИЙ РУХ ДОМЕННИХ СТІНОК У ФЕРОМАГНЕТИКАХ ПІД ВПЛИВОМ ЗМІННИХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ

М. Османов[1], Я. Золотарюк[2]

[1]*Національний технічний університет України "КПІ"*
пр. Перемоги, 37, 03056 Київ, Україна
e-mail: max.osmanov@gmail.com
[2]*Інститут теоретичної фізики ім.М. М. Боголюбова НАН України*
вул. Метрологічна, 14-б, 03680 Київ, Україна
e-mail: yzolo@bitp.kiev.ua

Досліджено динаміку доменних стінок в одновимірному двоосному феромагнетику під впливом дисипації та змінних магнітних полів з нульовим середнім значенням. За допомогою симетрійного підходу визначено необхідні умови, які слід накласти на зовнішнє магнітне поле для того, щоб отримати направлений в певний бік рух доменної стінки. З використанням солітонної теорії збурень було отримано аналітичну формулу середньої швидкості доменної стінки.

Ключові слова: феромагнетик, рівняння Ландау–Ліфшиця, двоосьова анізотропія, солітон.

На сьогодні феромагнітні матеріали знайшли широке застосування у сучасних технологіях. Зокрема вони застосовуються для передачі і запису інформації в обчислювальній техніці. У матеріалах з доменною структурою основним процесом перемагнічення є рух доменної границі (доменної стінки). Саме швидкість руху доменної границі відповідає за час запису інформації в елементах пам'яті, що зберігають інформацію за допомогою магнітних моментів (для прикладу MRAM – магніторезистивна операційна пам'ять). Важливим питанням є можливість керування рухом доменної стінки за допомогою зовнішнього змінного магнітного поля без сталої компоненти. Відомо, що доменну стінку одновимірного двоосного феромагнетика описують рівнянням Ландау–Ліфшиця (ЛЛ) і у випадку двоосної анізотропії є точним солітонним розв'язком цього рівняння [1–5]. Направлений рух солітонів у джозефсонівських контактах (які описують збуреним рівнянням синус-Гордон) вже досліджували у літературі [6–7], де основним інструментом описання ефекту направленого руху є так званий симетрійний підхід. Цей підхід полягає у тому, що необхідною умовою направленого руху солітон є порушення усіх симетрій, що пов'язують солітонні розв'язки з протилежними за знаком та однаковими за модулем швидкостями. Аналогічний підхід цікаво розвинути для магнітних солітонів.

Метою статті є визначення необхідних умов, які потрібно накласти на зовнішнє магнітне поле для того, щоб в середньому рух доменної стінки відбувався в одному напрямі та одержати залежність середньої швидкості доменної стінки від параметрів системи.

Динаміку вектора намагніченості двоосного феромагнетика у безрозмірній формі описують рівнянням Ландау–Ліфшиця:

$$-\mathbf{S}_t = [\mathbf{S}\times\mathbf{S}_{xx}] + [\mathbf{S}\times\mathbf{IS}] + \varepsilon\,\mathbf{f}(\mathbf{S},t) \tag{1}$$

де $\mathbf{S}=\mathbf{M}/M_0$ – одиничний вектор намагніченості (M_0 – номінальна намагніченість). Матриця $\mathbf{I}=\operatorname{diag}(J_1,J_2,J_3)$ визначається константами анізотропії феромагнетика β_1 і β_3: $\beta_1=J_1-J_2<0$, $\beta_3=J_3-J_2$. Збурення $\varepsilon\mathbf{f}(\mathbf{S},t)$, $\varepsilon \ll 1$, містить інформацію про зовнішнє магнітне поле та дисипативні ефекти і записується так [1]:

$$\varepsilon\,\mathbf{f}(\mathbf{S},t) = [\mathbf{S}\times\mathbf{H}(t)] - \lambda[\mathbf{S}\times\mathbf{S}_t] \quad . \tag{1}$$

Тут перший доданок відповідає за взаємодію із зовнішнім магнітним полем, яке є періодичною з періодом $T=2\pi/\omega$ функцією і середнє значення якої дорівнює нулю; другий доданок відповідає за дисипативні ефекти, а λ – коефіцієнт дисипації. Зазначимо, що випадок періодичного, одногармонічного магнітного поля, спрямованого вздовж осі Z та рівного $H\sin(\omega t)$ було розглянуто у роботі [3], де показано, при $t\to\infty$ середня швидкість доменної стінки дорівнює нулю, тобто стінка осцилює біля положення рівноваги.

Для формулювання необхідних умов розглянемо спочатку незбурене рівняння ЛЛ ($\varepsilon=0$). Воно є точно інтегрованою за допомогою методу оберненої задачі розсіяння системою [2–4] і його односолітонний розв'язок типу доменна стінка записують:

$$\begin{gathered} S_x^{(0)} = \cos\phi\,\mathrm{sech}\,z, \qquad S_y^{(0)} = \sin\phi\,\mathrm{sech}\,z, \qquad S_z^{(0)} = \kappa\tanh z, \\ z = \xi x - \kappa\tau t - \xi x_0, \\ \tau = -\beta_1\sin\phi\cos\phi, \quad \xi = \left[\beta_3 + |\beta_1|\cos^2\phi\right]^{1/2}. \end{gathered} \tag{2}$$

Параметр κ характеризує полярність доменної стінки ($\kappa=+1$ і -1 відповідає солітону та антисолітону, відповідно); кут ϕ свідчить про орієнтацію вектора $\mathbf{S^0}$ у площині XY; товщина доменної стінки пропорційна ξ^{-1}. За відсутності збурення азимутальний кут ϕ не залежить від координати та часу і пов'язаний зі швидкістю доменної стінки так [1]:

$$v = -\kappa\frac{\varepsilon\cos\phi\sin\phi}{\sqrt{1+\varepsilon\cos^2\phi}} = \kappa\frac{\tau(\phi)}{\xi(\phi)}. \tag{3}$$

де $\varepsilon=-\beta_1/\beta_3>0$ – відношення сталих анізотропії. Залежність $\phi(v)$ – двозначна, існує два нерухомі розв'язки ($v=0$), що відповідають значенням $\phi=\pi/2$ і $\phi=0$. Не складно помітити, що доменні стінки утворюють однопараметричне сімейство розв'язків з параметром v (або ϕ), причому домен допустимих швидкостей є симетричним відносно значення $v=0$.

Основним постулатом симетрійного підходу до проблеми направленого руху солітонів є таке твердження. Необхідною умовою того, щоб відбувався направлений рух, є порушення всіх симетрій рівняння (1), які пов'язують між собою два солітонні розв'язки і протилежними за знаком та однаковими за амплітудою значеннями швидкості. Варто пам'ятати, що ці симетрії не повинні переводити солітон в антисолітон (та навпаки). Якщо припустити, що збурення достатньо мале і не змінює форми солітона, то беручи до уваги явний вигляд солітона незбуреної задачі (3), центр мас солітона та його швидкість можна визначити як

$$v(t)=\frac{dX(t)}{dt}=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{+\infty}x\frac{\partial}{\partial t}\left(S_x^2+S_y^2\right)dx, \tag{4}$$

де C – стала нормування. Тоді у незбуреному випадку (ε=0) є дві вищезазначені симетрії рівняння ЛЛ, одна з яких пов'язана з відображенням у просторі, а інша – з оберненням часу:

$$\begin{aligned}&\Sigma_1:\ x\to -x,\ t\to t+\tau,\ S_z\to -S_z,\ S_x\to -S_x\textit{або}\ S_y\to -S_y,\\ &\Sigma_2:\ t\to -t+t',\ S_x\to -S_x\textit{або}\ S_y\to -S_y,\end{aligned} \tag{5}$$

тут τ може набувати лише значень 0 та $T/2$.

Тепер поглянемо, як на існування цих симетрій вплине присутність збурення (2). Надалі вважатимемо, що магнітне поле спрямоване вздовж осі Z: $\boldsymbol{H}(t)=(0,0,H(t))^T$. Зразу стає очевидним, що симетрія Σ_2 порушується завжди, якщо має місце дисипація. Наявність симетрії Σ_1 визначається формою функції $H(t)$; вона виконується, якщо справджується рівність

$$H(t+T/2)=-H(t). \tag{6}$$

При λ=0 може мати місце симетрія Σ_2, але лише за умови, що є таке t', коли справджується рівність

$$H(-t+t')=H(t). \tag{7}$$

Отож, порушення обидвох рівностей (7)–(8) є необхідною умовою направленого руху доменної стінки. Для досягнення цієї мети зручно обрати змінне магнітне поле у вигляді суперпозиції синусоїдального сигналу та його вищої гармоніки:

$$\mathbf{H}(t)=\mathbf{e}_zH(t)=\mathbf{e}_z\left[H_1\cos(\omega t)+H_2\cos(m\omega t+\theta)\right], \tag{8}$$

де m – ціле число. На рис. 1 зображено його вигляд для різних значеннь параметра m. При $H_2\neq 0$ для будь-якого парного $m\neq 0$ завжди порушено симетрію Σ_1, оскільки не виконується рівність (7), якщо ж m непарне, то ця рівність виконується незалежно від H_2 та θ. Також ця симетрія матиме місце при H_1=0 для довільних m та θ. При m=2 симетрія Σ_2 наявна коли $H(t)=H(-t)$, що має місце для $\theta=0,\pm\pi$.

Оскільки при ненульовому збуренні рівняння ЛЛ втрачає свою інтегрованість, то для аналізу динаміки його розв'язків буде використано теорію збурень [2–3], що ґрунтується на методі оберненої задачі розсіяння [4–5]. Як показано у праці [2], у випадку малого збурення $\varepsilon\mathbf{f}(\mathbf{S},t)$ припускається, що воно залишає форму солітона незмінною, а динаміка азимутального кута і швидкість доменної стінки описуються такими рівняннями:

$$\begin{aligned}&\frac{d\phi}{dt}=-\frac{\varepsilon}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f_-(z)}{\cosh z}dz,\quad f_-(z)=f_x\sin\phi-f_y\cos\phi,\\ &\frac{dX}{dt}=\kappa\frac{\tau(\phi)}{\xi(\phi)}-\frac{\varepsilon}{2\xi(\phi)}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\tau}{\xi^2}\frac{zf_-(z)}{\cosh z}+\kappa f_z\right]dz.\end{aligned} \tag{9}$$

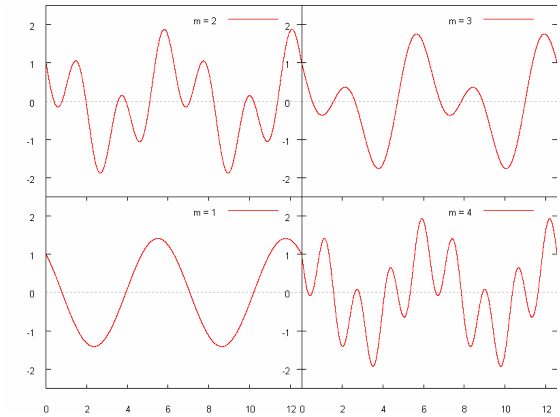

Рис. 1. Вигляд магнітного поля для різних значень параметра m при $\theta=\pi/2$, $H_1=H_2=1$

Підставивши незбурене значення $\mathbf{S^0}$ (2) і значення магнітного поля (9) у рівняння (1), та знаючи, що $\kappa^2=1$, отримуємо рівняння, що описують еволюцію параметрів солітона:

$$\frac{d\phi}{dt}=H(t)-\frac{\lambda\beta_1}{2}\sin 2\phi, \tag{10}$$

$$\frac{dX}{dt}=-\kappa\frac{\beta_1\sin 2\phi}{2\sqrt{\beta_3-\beta_1\cos^2\phi}}. \tag{11}$$

Фазові траєкторії, що описують систему рівнянь (10)–(11) для поля (9) зображено на рис. 2, 3 зі значеннями параметра m = 2, 3, відповідно. Для розрахунків було взято такі значення параметрів: $\lambda=0.01$, $H_1=H_2=0.03$, $\omega=0.1$, $\beta_1=-0.3$, $\beta_3=0.5$, $\theta=\pi/2$.

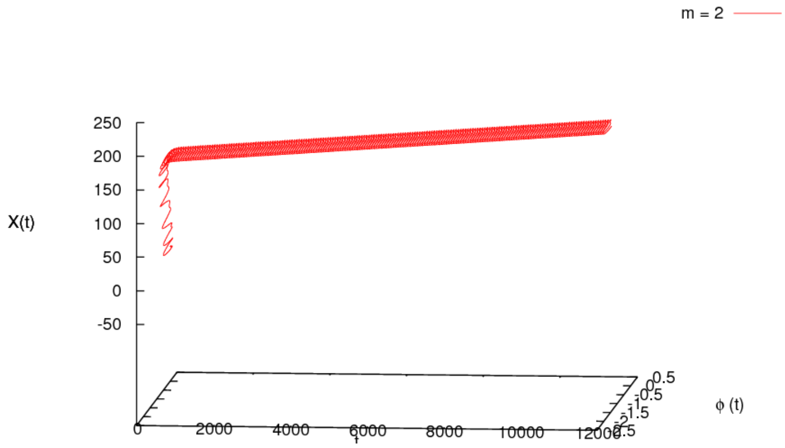

Рис. 2. Фазова траєкторія для системи рівнянь (10), (11) при m = 2

При m=2 динаміка виходить на атрактор, який відповідає сталому зростанню чи спаданню (залежно від параметрів) координати центра мас солітона X. При m=3 атрактор системи рівнянь (10)–(11) відповідає коливанню центру мас солітона деякого положення рівноваги (див. рис. 3). Те саме було отримано для інших значень m: для парних m атрактор відповідає направленому руху, а для непарних – коливанню центра солітона навколо деякої точки, як на рис. 3.

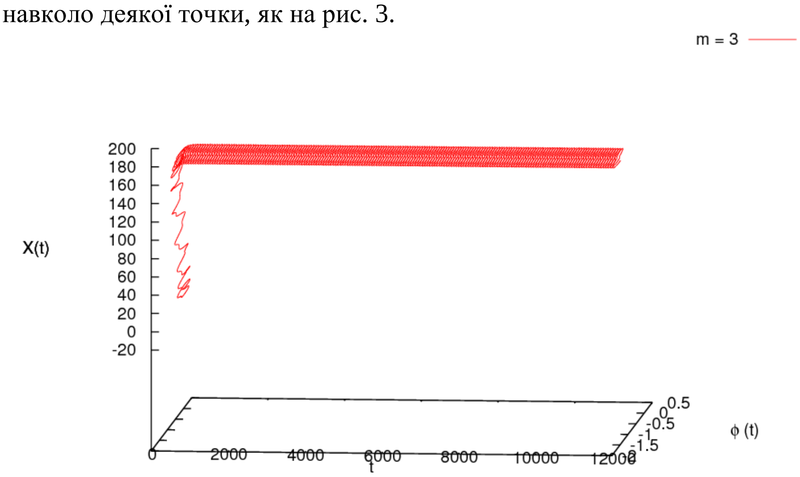

Рис. 3. Фазова траєкторія для системи рівнянь (10), (11) при m = 3

Щоб отримати середню величину швидкості з якою рухається центр мас доменної границі, потрібно розв'язати рівняння (10), визначити динаміку кута $\phi(t)$, підставити його в рівняння (11) та усереднити dX/dt за часом. Скористаємось методом теорії збурень. Початкові рівняння (10)–(11) були отримані за допомогою теорії збурень, припущенням якої була незмінність форми солітона під дією збурення, звідки одержуємо те, що коливання кута $\phi(t)$ повинні бути малими. Будемо вважати амплітуди H_1, H_2 незалежними від λ малими величинами і шукатимемо розв'язок рівняння (10) у вигляді такого ряду:

$$\phi = \phi_0 + H_1\phi_1 + H_1^2\phi_2 + H_1^3\phi_3 + O\left(H_1^4\right). \tag{12}$$

Підставивши цей ряд у рівняння (10), позначивши $\Gamma = \lambda\left|\beta_1\right|/2,$ та зібравши члени різного порядку по H_1 отримуємо таку систему рівнянь:

$$\frac{d\phi_0}{dt} = \Gamma\sin\left(2\phi_0\right) \tag{13}$$

$$\frac{d\phi_1}{dt} = 2\Gamma\phi_1\cos\left(2\phi_0\right) + H\left(t\right) \tag{14}$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} = 2\Gamma\left(\phi_2\cos\left(2\phi_0\right) - 2\phi_1^2\sin\left(2\phi_0\right)\right) \tag{15}$$

$$\frac{d\phi_3}{dt} = \Gamma\left(-4\phi_1\phi_2\sin\left(2\phi_0\right) + \left(\phi_3 - \frac{4}{3}\phi_1^3\right)\cos\left(2\phi_0\right)\right) \tag{16}$$

Для нульового наближення одержуємо $\phi_0\left(t\right) = \arctan e^{2\Gamma t}.$ Як видно з фазових траєкторій (рис. 2, 3) для визначення середньої швидкості нам потрібно розглядати динаміку при $t\to\infty$, оскільки саме тоді відбуватиметься усталений рух доменної стінки. У цій границі $\phi_0(t) \to \pi/2$, $\phi_2(t) \to 0$, а для $\phi_{1,3}(t)$, використовуючи [8], отримуємо періодичні з періодом $2\pi/\omega$ функції, які через їхню громіздкість не наводяться.

Оскільки ми розглядаємо рівняння за випадку $t\to\infty$ найбільш вагома величина азимутального кута $\phi_0(t) \to \pi/2$, а ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 – поправки меншого порядку порівняно з ϕ_0. Тому у (11) всі вирази, до яких входить ϕ, розкладаємо в ряд Тейлора в околі $\phi=\pi/2$. Після відповідних перетворень рівняння набуває вигляду:

$$\frac{dX}{dt} = \kappa\frac{\beta_1}{\sqrt{\beta_3}}\left(H_1\phi_1 + H_1^3\left(\phi_3 - \frac{2}{3}\phi_1^3 + \frac{1}{2}\frac{\beta_1}{\beta_3}\phi_1^3\right)\right). \qquad (17)$$

Для того, щоб знайти середню швидкість руху соліона, проінтегруємо (17) за один період коливання магнітного поля $2\pi/\omega$:

$$\langle v\rangle = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\frac{dX}{dt}dt = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}}\kappa\frac{\beta_1}{\sqrt{\beta_3}}\left(H_1\phi_1 + H_1^3\left(\phi_3 - \frac{2}{3}\phi_1^3 + \frac{1}{2}\frac{\beta_1}{\beta_3}\phi_1^3\right)\right)dt. \qquad (18)$$

Проінтегруємо кожний доданок, враховуючи, що періодичні функції при інтегруванні за періодом усереднюються. Видно, що відмінний від нуля внесок дадуть інтеграли, що містять ϕ_3 та ϕ_1^3. Кінцевий вираз для швидкості солітона має такий вигляд:

$$\langle v\rangle = -\kappa\frac{|\beta_1|}{\sqrt{\beta_3}}\frac{3H_2H_1^2}{4\left(4\Gamma^2+\omega^2\right)\sqrt{\Gamma^2+\omega^2}}\left(\frac{1}{4}\frac{|\beta_1|}{\beta_3}+\frac{1}{6}\right)\sin\left(\theta-\theta_0\right), \qquad (19)$$

де $\theta_0 = 2\tan^{-1}\left(2\Gamma/\omega\right) - \tan^{-1}\left(\Gamma/\omega\right), \Gamma = \lambda|\beta_1|/2.$

Якщо значення параметра $m = 3$, то провівши аналогічні обчислення отримуємо суму, до складу якої входять лише періодичні доданки, які в разі усереднення обертаються в нуль.

З формули (23) можна зробити такі висновки. Ефект направленого руху є нелінійним за амплітудою магнітного поля, оскільки залежність $\langle v\rangle$ від $H_{1,2}$ має кубічний характер. Також ефект направленого руху є адіабатичним, оскільки $\langle v\rangle$ набуває свого максимального значення при малих частотах, а при $\omega\to\infty$ швидкість солітона прямує до нуля, оскільки солітон не встигає реагувати на високочастотні коливання магнітного поля. В бездисипативній границі ($\lambda\to 0$) $\theta_0\to 0$, отож $\langle v\rangle\propto \sin\theta$. Отже в цій границі швидкість солітона повинна занулюватися при $\theta=0,\pm\pi$. Це не складно зрозуміти, якщо згадати, що в цій границі за умови виконання рівності $H(t)=H(-t)$ відновлюється симетрія Σ_2, а з виразу (9) очевидно, що ця рівність виконається саме у разі вищевказаних значень θ. Направлений рух антисолітона завжди відбуватиметься у напрямі, протилежному до напряму руху солітона.

Підсумовуючи, зазначимо, що чисельно та аналітично було продемонстровано явище направленого руху доменних стінок у двоосному фероманетику, що знаходиться під впливом зовнішнього періодичного магнітного поля та дисипації. Це явище спричинило порушенням певних симетрій за допомогою відповідного вибору функціональної залежності магнітного поля. Для випадку поля, направленого вздовж осі Z необхідними умовами направленого руху є порушення рівностей (7) та (8) у випадку відсутності дисипації та порушення лише рівності (7) за наявності дисипації.

1. *Косевич А. М.* Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны / А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев. – К. : Наукова думка, 1983. – 192 с.
2. *Yuri S. Kivshar.* Perturbation theory based on the Riemann problem for the LandauLifshitz equation /Y. Kivshar // Physica D. – 1989. – N 40. – P. 11–32.
3. *Potemina L. G.* Spin wave excitation by an ac magnetic field in a biaxial ferromagnet with a moving domain wall / L. G. Potemina // JETP. – 1986. – N 90. – P. 964–979.
4. *Borovik A. E.* N-soliton solutions of nonlinear Landau-Lifshitz equation / A. E. Borovik // JETP Letters. –1978. – Vol. 28, N. 10. – P. 629–632.
5. *Островская Н. В.* О моноазимутальных решениях уравнения Ландау-Лифшица для ферромагнетика с одноосной анизотропией / Н.В. Островская // Нелинейная динамика. – 2007. – Т. 3, № 2. – С. 203–209.
6. Broken Symmetries and Directed Collective Energy Transport in Spatially Extended Systems / S. Flach, Y. Zolotaryuk, A.E. Miroshnichenko, M.V. Fistul // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 88, N 18. – 184101 p.
7. *Salerno M.* Soliton ratchetlike dynamics by ac forces with harmonic mixing / M. Salerno, Y. Zolotaryuk. // Phys. Rev. E. – 2002. – Vol. 65, N 5. – 056603 p.
8. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М. : Наука, 1965. – 704 с.

DIRECTED MOTION OF DOMAIN WALLS IN FERROMAGNETICS UNDER THE INFLUENCE OF MAGNETIC FIELDS

M. Osmanov[1], Y. Zolotaryuk[2]

[1]*National Technical University of Ukraine "KPI"*
Peremogy Ave., 37, UA-03056 Kyiv, Ukraine
e-mail: max.osmanov@gmail.com
[2]*Bogolyubov Institute for Theoretical Physics*
Metrolohichna Str., 14-b, UA-03680 Kyiv, Ukraine
e-mail: yzolo@bitp.kiev.ua

Dynamics of domain walls in one-dimensional ferromagnet with a biaxial anisotropy under the influence of variable magnetic fields with zero average has been investigated. Necessary conditions for the external magnetic field have been obtained with the help of the symmetry approach. Analytic formula for the average domain wall velocity has been obtained using the soliton perturbation theory.

Key words: ferromagnet, Landau–Lifshitz equation, biaxial anisotropy, soliton.

НАПРАВЛЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ДОМЕННЫХ СТЕНОК В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ ПОД ВЛИЯНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

М. Османов[1], Я. Золотарюк[2]

[1]*Национальный технический университет Украины “КПИ”*
пр. Победы, 37, 03056 Киев, Украина
e-mail: max.osmanov@gmail.com
[2]*Институт теоретической физики им.М. М. Боголюбова НАН Украины*
ул. Метрологическая, 14-б, 03680 Киев, Украина
e-mail: yzolo@bitp.kiev.ua

Исследована динамика доменных стенок в одномерном двуосном ферромегнетике под влиянием диссипации и переменных магнитных полей с нулевым средним значением. При помощи симметрийного подхода были определены необходимые условия, которым должно удовлетворять внешнее магнитное поле, чтоб получить направленное в определенную сторону, движение доменной стенки. С использованием солитонной теории возмущений была получена аналитическая формула средней скорости доменной стенки.

Ключевые слова: ферромагнетик, уравнения Ландау–Лифшица, двуосная анизотропия, солитон.

Стаття надійшла до редколегії 21.05.2009
Прийнята до друку 07.06.2010