УДК 539.12.01
PACS 13.40.Gp, 13.75.Cs, 21.45.Bc

DOI: <https://doi.org/10.30970/vph.56.2019.43>

Розрахунки формфакторів дейтрона

В.І. Жаба

*Ужгородський національний університет
вул. Волошина, 54, 88000 Ужгород, Україна
e-mail: viktorzh@meta.ua*

За отриманим раніше аналітичним формам хвильової функції дейтрона в координатному представленні для сучасних реалістичних нуклон-нуклонних потенціалів NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93 і Argonne v18 розраховано зарядовий G_C , квадрупольний G_Q і магнітний G_M формфактори дейтрона. Порівнюються теоретичні розрахунки з експериментальними даними провідних колаборацій (Bates, BLAST, Bonn, JLab, Mainz, Naval Research Lab, NIKHEF, Orsay, Saclay, SLAC, Stanford, VEPP3, VEPP4) та оглядів (Abbott, Boden, Garcon, Karpus). Розраховану позицію нуля формфакторів порівняно із значеннями для інших потенціальних моделей. При великих значеннях імпульсу асимптотики формфакторів дейтрона G_i визначаються коефіцієнтами аналітичних форм хвильової функції дейтрона, нуклонними ізоскалярними формфакторами і степенню імпульсу.

Ключові слова: дейтрон, хвильова функція, формфактор, позиція нуля, асимптотика

1 Вступ

Дейтрон є найпростішим ядром. Простота і наочність будови дейтрона робить його зручною лабораторією для вивчення і моделювання нуклон-нуклонних сил. На даний час дейтрон добре вивчений експериментально і теоретично [1–6].

Теоретично визначені значення статичних характеристик дейтрона добре узгоджуються з наявними експериментальними даними. Однак незважаючи на це, існують певні теоретичні неузгодженості і проблеми. Наприклад, в деяких останніх роботах одна [7, 8] або обидві [9] компоненти радіальної хвильової функції дейтрона (ХФД) в координатному представленні мають вузли поблизу початку координат. Існування вузлів у хвильових функціях основного і єдиного стану дейтрона свідчить про неузгодженості і неточності в реалізації чисельних алгоритмів в розв'язанні подібних задач [5, 6, 10]. Або це пов'язано з особливостями потенціальних моделей для опису дейтрона.

Слід зазначити, що такі потенціали нуклон-нуклонної взаємодії, як Боннський, Московський, потенціали Неймегенської групи [11], Argonne v18 [12], Парижський,

NLO, NNLO, N³LO, Idaho N³LO чи Oxford мають досить непросту структуру і громіздку форму запису. Наприклад, оригінальний потенціал Reid68 був параметризований на основі фазового аналізу Неймегенською групою і отримав назву: оновлена регуляризована версія - Reid93.

Крім того, ХФД може бути представлена таблично: через відповідні масиви значень. При чисельних розрахунках оперувати такими масивами чисел іноді доволі складно і взагалі незручно. І сам текст програм для розрахунків є громіздкий, перевантажений і нечитабельним. Тому є доцільним отримання більш простих аналітичних форм представлення ХФД. У подальшому по них можна розрахувати формфактори і тензорну поляризацію, що характеризують структуру дейтрона.

ХФД у зручній формі необхідні для використання у розрахунках поляризаційних характеристик дейтрона, а також для оцінки теоретичних значень формфакторів дейтрона та порівняння їх з експериментальними даними.

2 Аналітичні форми хвильової функції дейтрона

В 2000-х рр. було застосовано аналітичні ХФД в координатному представленні. Серед них слід відмітити параметризації Дубовиченко [13], Бережний-Корда-Гах [14], а також параметризацію у такій простій формі [10]

$$\begin{cases} u(r) = r \sum_{i=1}^N A_i e^{-a_i r}, \\ w(r) = r^3 \sum_{i=1}^N B_i e^{-b_i r}. \end{cases} \quad (1)$$

Тут u і w - радіальні ХФД в координатному представленні для каналів з орбітальним моментом $L=0$ і 2 . Незважаючи на громіздкі і довготривалі розрахунки і мінімізації χ^2 (до величини менших за 10^{-4}), доводилося апроксимувати за допомогою (1) чисельні значення ХФД для потенціалів Неймегенської групи (NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93) і потенціалу Argonne v18, масиви чисел яких становили відповідно по 839×2 і 1500×2 значень в інтервалі $r=0-25$ Фм. Число доданків суми було вибрано $N=11$. Коефіцієнти A_i , a_i , B_i , b_i аналітичних форм (1) для потенціалів Неймегенської групи вказані в [10]. Розраховані ХФД не містять надлишкових вузлів поблизу початку координат. Розраховані по ХФД статичні параметри (радіус, електричний квадрупольний момент, магнітний момент, вклад D - стану та асимптотика D/S - стану) і тензорна поляризація t_{2i} узгоджуються з літературними теоретичними й експериментальними даними.

В [15] проведено детальний огляд аналітичних форм для хвильової функції дейтрона в координатному представленні. Описано як аналітичні форми, так і параметризації ХФД, необхідні для подальших розрахунків характеристик процесів з участю дейтрона.

3 Формфактори дейтрона

Для кількісного розуміння структури дейтрона, S - і D - станів та поляризаційних характеристик розглядаються різні моделі NN потенціалу. Розподіл заряду дейтро-

на добре не відомий з експерименту, оскільки він здійснюється тільки через використання як вимірювань поляризації, так і неполяризованих пружних розсіяних диференціальних перерізів. Однак його можна визначити [16]. Диференціальний переріз пружного розсіяння неполяризованих електронів неполяризованими дейтронами без вимірювання поляризації відбитих електронів і дейтронів задається формулою у рамках припущень першого Борнівського наближення і умов релятивістської інваріантності [1, 2, 17, 18]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e} \right)_{Mott} [A(p^2) + B(p^2)tg^2(\theta_e/2)], \quad (2)$$

де $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_e} \right)_{Mott}$ - переріз розсіяння на безспіновій безструктурній частинці, отриманий Моттом; θ_e - кут розсіяння електронів у лабораторній системі; p - переданий імпульс дейтрона в одиницях Фм^{-1} ; $A(p)$ і $B(p)$ - функції електричної та магнітної структури:

$$A = G_C^2 + \frac{8}{9}\eta^2 G_Q^2 + \frac{2}{3}\eta G_M^2; \quad B = \frac{4}{3}\eta(1 + \eta) G_M^2, \quad (3)$$

де $\eta = \frac{p^2}{4m_d^2}$; $m_d = 1875.63 \text{ MeV}$ - маса дейтрона. Тут зарядовий $G_C(p)$, квадрупольний $G_Q(p)$ і магнітний $G_M(p)$ формфактори містять інформацію про електромагнітні властивості дейтрона [2, 3]:

$$G_C = G_{EN} D_C; \quad G_Q = G_{EN} D_Q; \quad G_M = \frac{m_d}{2m_p} (G_{MN} D_M + G_{EN} D_E), \quad (4)$$

де ізоскалярний електричний і магнітний формфактори

$$G_{EN} = G_{Ep} + G_{En}; \quad G_{MN} = G_{Mp} + G_{Mn}.$$

Складові формфакторів D_i визначаються по формулам

$$D_C = S_0^{(1)} + S_0^{(2)}; \quad D_Q = \frac{3}{\sqrt{2}\eta} \left(S_2^{(1)} - \frac{1}{\sqrt{8}} S_2^{(2)} \right); \quad (5)$$

$$D_M = 2 \left(S_0^{(1)} - \frac{1}{2} S_0^{(2)} + \frac{1}{\sqrt{2}} S_2^{(1)} + \frac{1}{2} S_2^{(2)} \right); \quad D_E = \frac{3}{2} \left(S_0^{(2)} + S_2^{(2)} \right), \quad (6)$$

де елементарні сферичні $S_0^{(i)}$ та квадрупольні $S_2^{(i)}$ формфактори [19, 20]

$$S_0^{(1)} = \int_0^\infty u^2 j_0 dr; \quad S_0^{(2)} = \int_0^\infty w^2 j_0 dr; \quad S_2^{(1)} = \int_0^\infty uw j_2 dr; \quad S_2^{(2)} = \int_0^\infty w^2 j_2 dr. \quad (7)$$

Тут j_0, j_2 - сферичні функції Бесселя нульового і другого порядку від аргументу $pr/2$; G_{Ep}, G_{En} (G_{Mp}, G_{Mn}) - протонний і нейтронний ізоскалярний електричний (магнітний) формфактори, які виражені через оригінальне дипольне наближення [4]. Для формфакторів D_i виконуються умови при $p^2=0$ і $G_{EN}(0) = 1$; $G_{MN}(0) = \mu_p + \mu_n$

$$D_C(0) = 1; \quad D_Q(0) = m_d^2 Q_d; \quad D_M(0) = 2 - 3P_D; \quad D_E(0) = \frac{3}{2}P_D.$$

Причому тоді самі формфактори дейтрона рівні

$$G_C(0) = 1; \quad G_Q(0) = m_d^2 Q_d; \quad G_M(0) = \frac{m_d}{2m_p} \left((\mu_p + \mu_n)(2 - 3P_D) + \frac{3}{2}P_D \right),$$

де P_D , Q_d - вклад D - стану і електричний квадрупольний момент дейтрона:

Розраховані теоретичні значення $G_Q(0)$ і $G_M(0)$ для потенціалів Неймегенської групи потенціалів (NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93) та потенціалу Argonne v18 (Av18) вказано в Таблиці 1. Експериментальні значення $G_Q(0)$ і $G_M(0)$ розраховані по формулам $G_Q(0) = m_d^2 Q_d$; $G_M(0) = m_d \mu_d / m_p$.

Табл. 1: Значення $G_M(0)$ і $G_Q(0)$ для різних моделей

Потенціал	$G_M(0)$	$G_Q(0)$
NijmI, NijmII, Nijm93	1.6941; 1.6943; 1.6929	24.351; 24.214; 24.056
Reid93, Argonne v18	1.6936; 1.6929	23.947; 24.210
Bonn A, B, C, Q [1]	-	24.8; 25.1; 25.4; 24.7
Reid SC, Paris, Av18 [1]	-	25.2; 25.2; 24.1
NijmI, NijmII [21]	1.697/1.695; 1.700/1.695	24.8/24.6; 24.7/24.5
Paris, CD-Bonn [21]	1.696/1.694; 1.708/1.704	25.6/25.2; 24.8/24.4
Argonne18, JISP16 [21]	1.696/1.694; 1.720/1.714	24.7/24.4; 26.3/26.1
Moscow06, Moscow14 [21]	1.711/1.699; 1.716/1.700	24.5/24.2; 26.0/25.8
Idaho, eD [21]	1.714/1.700; 1.715/1.700	26.22/25.98; 25.83/25.54
Експеримент [1]	1.7135	25.833

Проведено порівняння з іншими теоретичними розрахунками. Причому дані з [21] вказані для релятивістських/нерелятивістських результатів обчислень.

На Рис. 1-3 вказано формфактори дейтрона $G_i(p)$, розраховані по ХФД (1) для потенціалів NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93, Argonne v18 (позначення відповідно - N1, N2, N93, R93 і Av18). Порівнюються теоретичні розрахунки з експериментальними даними: для зарядового формфактору $G_C(p)$ - колаборацій Orsay [22], Bates [26, 43], JLab [16], NIKHEF [45], VEPP3 [46-48], VEPP4 [49], BLAST [50, 51] та оглядів Boden [42], Garcon [26] і Abbott [44]; для квадрупольного формфактору $G_Q(p)$ - колаборацій Orsay [22], Bates [26, 43], JLab [16], VEPP3 [46-48], VEPP4 [49], BLAST [50, 51] та оглядів Garcon [26] і Abbott [44]; для магнітного формфактору $G_M(p)$ - колаборацій Stanford [?, 52, 53], Orsay [22, 23], Naval Research Lab [54] та огляду Karpus [55]. Також експериментальні значення магнітного формфактору отримані для Mainz [24], Bonn [25], Saclay [27], SLAC [28, 29], використовуючи співвідношення між $G_M(p)$ та структурною функцією B .

Слід звернути увагу на знакозмінність формфакторів при 4.7-4.9 Фм^{-1} для $G_C(p)$; при 12.8-14.7 Фм^{-1} для $G_Q(p)$; при 6.3-8.1 та 11.4-12.2 Фм^{-1} для $G_M(p)$.

Розрахована для потенціальних моделей позиція нуля зарядового формфактору $G_C(p_0)$ приведена в Таблиці 2. Отримані значення порівняно з даними для інших

Рис. 1: Зарядовий формфактор $G_C(p)$. Рис. 2: Квадрупольний формфактор $G_Q(p)$.

потенціальних моделей та з експериментальним значенням. Позначення в Таблицях вказано згідно цитованої літератури.

Позиції нуля для квадрупольного і магнітного формфакторів (Таблиці 3 і 4) знаходяться значно правіше, ніж для зарядового формфактору. На жаль, відсутні експериментальні значення для імпульсів більше 7 і 9 Фм^{-1} для формфакторів G_Q і G_M відповідно.

Як зазначено в [26], позиція нуля для формфактору G_C пов'язана із відштовхувальним характером NN- взаємодії на малих відстанях. Близькими до експериментального значення позиції нуля $p_0=4.11-4.39 \text{ Фм}^{-1}$ для G_C є дані, одержані для Reid93 і NijmII потенціалів, а в цитованих джерелах - для моделей Bonn-B, OBERF, Moscow, TCM, 5NC.

В інтервалі переданих імпульсів до 7 Фм^{-1} експериментальне значення нуля для формфактору G_Q не виявлене. Близькими до експериментального значення позиції

Рис. 3: Магнітний формфактор $G_M(p)$.Табл. 2: Позиція нуля зарядового формфактору G_C

Потенціал	$p_0, \Phi m^{-1}$
NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93, Argonne v18	4.80; 4.60; 4.81; 4.60; 4.71
Bonn-B, FULLF, OBEPF [56], 5RM [2]	4.28; 4.26; 4.10; 4.8-5.1
4RIA [26], Moscow, NijmI, NijmII [32]	4.3-4.6; 4.1; 4.6; 4.4
CD-Bonn, Paris [32], TP [50], NijmI, NijmII [30]	4.4; 4.9; 4.19; 4.9; 4.7
CIA, RIA [31]	4.24-4.53
CD-Bonn, Paris, PIH [30], NIA [3]	5.2; 4.6; 4.3; 4.6
9RIA [33], 9DWF [34]	4.5; 9.2-12.3; 4.5-6.0
5NC [45], IA AV14, IA+MEC AV14 [43]	3.8-4.7; 4.5; 4.0
Paris, Av14, Bonn-E [26], TCM [35]	4.5; 4.4; 5.3; 4.2
QCB82, QCB86 [36], MMQCM [37], Graz-II [4]	4.4; 4.5; 4.5-5.2; 5.67
RIA [38]	4.5-5.2; 11.4-13
QCM [39]; OBEPQ-A, B, C [40]	4.4; 4.1-4.5
Експеримент: [26]	4.39 ± 0.16
Par. III огляду [44]	4.21 ± 0.08
Par. III [51]	4.19 ± 0.05
Par. I для даних [46]	4.11 (+1.34;-1.00)
Par. I для даних [16, 26, 46]	4.17 ± 0.57

нуля $p_0 = 7.2 \Phi m^{-1}$ для G_M є результати, одержані для Nijm93, Reid93 і Argonne v18 потенціалів, а в цитованих джерелах - для моделей QCB82, QCB86, TCM.

4 Параметризація формфакторів дейтрона

У роботі [2] використовуються функції підгонки теоретичних розрахунків до експериментальних значень формфакторів дейтрона

Табл. 3: Позиція нуля квадрупольного формфактору G_Q

Потенціал	p_0, Φ_M^{-1}
NijmI, NijmII, Nijm93	12.4; 12.2; 13.8
Reid93, Argonne v18	12.8; 12.6
9RIA [33]; RIA [38]	8.7-10.9; 8.9-12.2

Табл. 4: Позиція нуля магнітного формфактору G_M

Потенціал	p_0, Φ_M^{-1}
NijmI	8.0; 14.7
NijmII	6.5; 14.3
Nijm93	7.4; 15.3
Reid93	6.9; 14.9
Argonne v18	6.8; 13.5
Moscow, NijmI, NijmII [32]	5.3; 6.9; 6.0
CD-Bonn, Paris [32], 9DWF [34], TCM [35]	6.7; 5.8; 5.5-7.5; 7.2
QCB82, QCB86 [36], QCM [39], NIA [3]	7.1; 7.2; 6.5; 6.6
5RM [2], MMQCM [37]	5.6-6.1; 6.8-7.5
RIA [38]	6.5; 11.1
Експеримент [29, 44]	7.2±0.3

$$G_C^{(fit)} = e^{-Q^2/3.5} F; \quad G_Q^{(fit)} = \frac{25.8298}{1.01} \left(e^{-Q^2} + 0.01e^{-Q^2/100} \right) F; \quad G_M^{(fit)} = 1.7487e^{-Q^2/2.5} F;$$

де $F = \left(1 + \frac{Q^2}{m\varepsilon}\right)^{-1} \left(1 + \frac{Q^2}{0.71}\right)^{-2}$; Q^2 - квадрат імпульсу в GeV^2 ; $m\varepsilon = 0.05365 \text{ GeV}^2$.

В [2] розрахунки формфакторів дейтрона по цим формулам дають задовільні значення відносно експериментальних даних тільки в області 0-0.5 GeV .

В огляді [44] наявні ще дві форми параметризації

$$G_i(p^2) = G_i(0) \left[1 - \left(\frac{p}{p_i^0} \right)^2 \right] \left[1 + \sum_{k=1}^5 a_{ik} p^{2k} \right]^{-1}; \quad \begin{pmatrix} G_C \\ G_Q \\ G_M \end{pmatrix} = G_D^2 \left(\frac{p^2}{4} \right) \cdot M(\eta) \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \end{pmatrix};$$

де амплітуди параметризовані у формі лоренціану $g_k = p^k \sum_{i=1}^4 \frac{a_{ki}}{\alpha_{ki} + p^2}$. Для 18 і 12 параметрів для кожного формфактора ці параметризації дали $\chi^2/N = 1.5$ і 1.8 відповідно, де N - кількість експериментальних даних. Крім цього, параметризація формфакторів дейтрона у якості добутку гаусіана на суму (SOG) [57] була застосована для експериментальних даних огляду [44]. Для 33 параметрів цієї параметризації $\chi^2/N = 1.5$.

В нерелятивістському імпульсному наближенні ведучі доданки формфакторів дейтрона визначаються коефіцієнтами розкладу (C_j, m_j) в координатному представленні та степінню імпульсу [41]

$$G_C^{NR} \sim -\frac{1}{p^3} (G_{Ep} + G_{En}) f(C_j, m_j); \quad G_Q^{NR} \sim -\frac{m_d^2}{p^7} (G_{Ep} + G_{En}) f(C_j, m_j); \quad (8)$$

$$G_M^{NR} \sim -\frac{1}{p^3} (G_{Mp} + G_{Mn}) f(C_j, m_j); \quad (9)$$

тобто головні члени розкладу зарядового і магнітного формфакторів дейтрона визначаються тільки S- станом хвильової функції дейтрона, а D- компонента дає додатковий вклад в головний доданок квадрупольного формфактору. Швидке спадання електричного нуклонного формфактору в порівнянні із магнітним призводить до швидшого спадання зарядового і квадрупольного формфакторів, ніж магнітного G_M . В релятивістському імпульсному наближенні формфактори дейтрона визначаються вищевказаним нерелятивістським набором формфакторів:

$$G_i^R \sim \sqrt{\frac{m_d}{p}} G_i^{NR}; i = \{C, Q, M\}.$$

Для ХФД (1) сферичні та квадрупольні формфактори (7) будуть записані у формі

$$S_0^{(1)} = 32 \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j a_{ij}}{(p^2 + 4a_{ij}^2)^2}; \quad S_0^{(2)} = 61440 \sum_{i,j=1}^N \frac{B_i B_j b_{ij} (3p^4 - 40b_{ij}^2 p^2 + 48b_{ij}^4)}{(p^2 + 4b_{ij}^2)^6}; \quad (10)$$

$$S_2^{(1)} = -3072 \sum_{i=1}^N \frac{A_i B_i (a_i + b_i) p^2}{(p^2 + 4(a_i + b_i)^2)^4}; \quad S_2^{(2)} = -98304 \sum_{i,j=1}^N \frac{B_i B_j b_{ij} p^2 (3p^2 - 28b_{ij}^2)}{(p^2 + 4b_{ij}^2)^6}; \quad (11)$$

де $a_{ij} = a_i + a_j$; $b_{ij} = b_i + b_j$. Тоді, враховуючи складові формфакторів D_i згідно (5) та (6), самі формфактори дейтрона G_i (4) матимуть наступні асимптотики при великих значеннях імпульсу

$$G_C \approx 32 G_{EN} \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j a_{ij}}{(p^2 + 4a_{ij}^2)^2}; \quad G_Q \approx -\frac{9216 G_{EN}}{\sqrt{2}\eta} \sum_{i=1}^N \frac{A_i B_i (a_i + b_i) p^2}{(p^2 + 4(a_i + b_i)^2)^4}; \quad (12)$$

$$G_M \approx \frac{m_d}{m_p} G_{MN} \left(32 \sum_{i,j=1}^N \frac{A_i A_j a_{ij}}{(p^2 + 4a_{ij}^2)^2} - \frac{3072}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N \frac{A_i B_i (a_i + b_i) p^2}{(p^2 + 4(a_i + b_i)^2)^4} \right). \quad (13)$$

І, підставивши величинами G_{EN} , G_{MN} і η , можна записати асимптотики формфакторів дейтрона G_i для великих значень імпульсу таким чином:

$$G_C \sim \frac{1}{p^8}; \quad G_Q \sim \frac{1}{p^{12}}; \quad G_M \sim \frac{1}{p^8}. \quad (14)$$

Отже, асимптотики формфакторів дейтрона визначаються коефіцієнтами аналітичних форм ХФД, нуклонними ізоскалярними електричним та магнітним формфакторами та степінню імпульсу. Крім цього, знаючи асимптотики формфакторів дейтрона, можна визначити їх вклад в структурні функції.

Висновки

Використовуючи відомі аналітичні форми ХФД в координатному представленні для потенціалів NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93, Argonne v18, розраховано зарядовий G_C , квадрупольний G_Q і магнітний G_M формфактори дейтрона. Порівнюються теоретичні розрахунки з експериментальними даними провідних колаборацій (Bates, BLAST, JLab, Naval Research Lab, NIKHEF, Orsay, Stanford, VEPP3) та оглядів (Abbott, Boden, Garcon). Розраховану позицію нуля формфакторів порівняно з даними для інших потенціальних моделей.

При великих значеннях імпульсу асимптотики формфакторів дейтрона G_i (12)-(14) визначаються коефіцієнтами аналітичних форм ХФД, нуклонними ізоскалярними формфакторами, а також степінню імпульсу.

Знаючи формфактори дейтрона, можна визначити такі величини як функції електричної та магнітної структури $A(p)$ і $B(p)$, тензорні t_{2j} і векторні t_{1i} поляризації [2], тензорну аналізуючу здатність A_{yy} і векторні (тензорні) коефіцієнти передачі поляризації $k_a^{a'}$ ($k_{aa'}^{a'}$) в рамках моделі обміну ω -мезоном [58], коефіцієнти спінові кореляції $C_{xz}^{(0)}$, $C_{zz}^{(0)}$ та тензорні асиметрії $A_{xx}^{(0)}$, $A_{xz}^{(0)}$, $A_{zz}^{(0)}$ для пружного лептон-дейтронного розсіяння в межах нульової лептонної маси [59] та інші поляризаційні спостережувані в процесах за участю дейтрона.

Отримані результати дозволяють в подальшому вивчити електромагнітну структуру дейтрона, диференціальний переріз подвійного розсіяння, а також обчислювати теоретичні значення зарядового і магнітного радіусів дейтрона [40] та спінових спостережуваних dp -розсіяння.

Список використаної літератури

1. Garcon M. The Deuteron: Structure and Form Factors / M. Garcon, J. W. Van. Orden. – 2001. doi:10.1007/0-306-47915-X_4
2. Gilman R. Electromagnetic structure of the deuteron / R. Gilman, F. Gross F//Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. – 2002. – Vol. 28. – P. R37–R116. doi:10.1088/0954-3899/28/4/201
3. Adamuscin C. Phenomenological insight into the space-like proton elastic form factor using the deuteron impulse approximation / C. Adamuscin, L. Bimbot, S. Dubnicka // Physical Review C. – 2008. – Vol. 78. – P. 025202. doi:10.1103/PhysRevC.78.025202
4. Bekzhanov A. Elastic electron-deuteron scattering with modified dipole fit / A. Bekzhanov, S. Bondarenko, V. Burov // Nuclear Physics B - Proceedings Supplements. – 2013. – Vol. 245. – P. 65–68. doi:10.1016/j.nuclphysbps.2013.10.013
5. Жаба В. Вузлі хвильової функції дейтрона / В. Жаба І. Гайсак // Вісник Львів. ун-ту. Серія Фізика. – 2009 – № 44. – С. 8-15.
6. Жаба В. І. Дейтрон:хвильва функція і параметри / В. І. Жаба, І. І. Гайсак // Науковий вісник Ужгород. ун-ту. Серія Фізика. – 2014 – Т. 36. – С. 100. doi:10.24144/2415-8038.2014.36.100-106
7. Machleidt, R. High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential// Physical Review C. – 2001. – Vol. 63. – P. 024001. doi:10.1103/PhysRevC.63.024001
8. Knyr V. A. Relativistic optical model on the basis of the Moscow potential and lower phase shifts for nucleon-nucleon scattering at laboratory energies of up to 3 GeV / V. A. Knyr, V. G. Neudatchin, N. A. Khokhlov, // Physics of Atomic Nuclei. – 2006. – Vol. 69. – P. 2034–2044. doi:10.1134/S1063778806120064
9. Arriola E. R., Valderrama M. P. Deuteron radial moments for renormalized chiral potentials: The IVth International Conference on Quarks and Nuclear Physics. Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-540-72516-9_40
10. Zhaba V. I., e-print arXiv:nucl-th/1603.05174.

11. Stoks V. G. J. Construction of high-quality NN potential models / V. G. J. Stoks, R. A. M. Klomp, C. P. F. Terheggen // *Physical Review C*. – 1994. – Vol. 49. – P. 2950–2962. doi:10.1103/PhysRevC.49.2950
12. Wiringa R. B. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking / R. B. Wiringa, V. G. J. Stoks, R. Schiavilla // *Physical Review C*. – 1995. – Vol. 51. – P. 38–51. doi:10.1103/PhysRevC.51.38
13. Dubovichenko S. B. Deuteron form factors for the Nijmegen potentials/ S. B. Dubovichenko // *Physics of Atomic Nuclei*. – 2000. – Vol. 63. – P. 734–738. doi:10.1134/1.855700
14. Berezhnuy Y. A. Matter-density distribution in deuteron and diffraction deuteron-nucleus interaction // Y. A. Berezhnuy, V. Yu. Korda, A. G. Gakh / *International Journal of Modern Physics E*. – 2005. – Vol. 14. – P. 1073–1085. doi:10.1142/S0218301305003697
15. Zhaba V.I., e-print arXiv:nucl-th/1706.08306.
16. Abbott D. Measurement of Tensor Polarization in Elastic Electron-Deuteron Scattering at Large Momentum Transfer / D. Abbott, A. Ahmidouch, H. Anklin // *Physical Review Letters*. – 2000. – Vol. 84. – P. 5053–5057. doi:10.1103/PhysRevLett.84.5053
17. Elias J. E. Measurements of Elastic Electron-Deuteron Scattering at High Momentum Transfers / J. E. Elias, J. I. Friedman, G. C. Hartmann // *Physical Review*. – 1969. – Vol. 177. – P. 2075–2092. doi:10.1103/PhysRev.177.2075
18. Galster S. Elastic electron-deuteron scattering and the electric neutron form factor at four-momentum transfers $5 \text{ fm}^2 < q^2 < 14 \text{ fm}^2$ / S. Galster, H. Klein, J. Moritz // *Nuclear Physics B*. – 1971. – Vol. 32. – P. 221–237. doi:10.1016/0550-3213(71)90068-X
19. Ladygin V. P. Measurement of the tensor-analyzing power A_{yy} in deuteron breakup at 4.5 GeV/c and 80 mr / V. P. Ladygin L. S. Azhgirey, S. V. Afanasiev // *Few-Body Systems*. – 2002. – Vol. 32. – P. 127–141. doi:10.1007/s00601-002-0115-3
20. Platonova M. N. Refined Glauber model versus Faddeev calculations and experimental data for pd spin observables / M. N. Platonova, V. I. Kukulin // *Physical Review C - Nuclear Physics*. – 2010. – Vol. 81. doi:10.1103/PhysRevC.81.014004
21. Khokhlov N.A., e-print arXiv:nucl-th/1612.08172.
22. Benaksas D. Deuteron electromagnetic form factors for $3 \text{ F-}2 < q^2 < 6 \text{ F-}2$ / D. Benaksas, D. Drickey, D. Frerejaque // *Physical Review*. – 1966. – Vol. 148. – P. 1327–1331. doi:10.1103/PhysRev.148.1327
23. Grossetete B. Elastic electron-deuteron scattering / B. Grossetete, D. Drickey, P. Lehmann // *Physical Review*. – 1966. – Vol. 141. – P. 1425–1434. doi:10.1103/PhysRev.141.1425
24. Simon G. G. Elastic electric and magnetic e-d scattering at low momentum transfer / C. Schmitt, V. H. Walther // *Nuclear Physics, Section A*. – 1981. – Vol. 364. – P. 285–296. doi:10.1016/0375-9474(81)90572-8
25. Cramer R. Measurement of the magnetic formfactor of the deuteron for $Q^2=0.5$ to 1.3 (GeV/c)^2 by a coincidence experiment / R. Cramer, M. Renkhoff, J. Drees // *Zeitschrift fur Physik C Particles and Fields*. – 1985. – Vol. 29. – P. 513–518. doi:10.1007/BF01560283
26. Garcon M. Tensor polarization in elastic electron-deuteron scattering in the momentum transfer range $3.8?Q^2 4.6 \text{ fm}^2$ / M. Garcon, J. Arvieux, D. H. Beck // *Physical Review C*. – 1994. – Vol. 49. – P. 2516–2537. doi:10.1103/PhysRevC.49.2516
27. Auffret S. Magnetic form factor of the deuteron / S. Auffret, J. M. Cavedon, J. C. Clemens // *Physical Review Letters*. – 1985. – Vol. 54. – P. 649–652. doi:10.1103/PhysRevLett.54.649
28. Arnold R. G. Measurements of deuteron magnetic form factor high momentum transfer / R. G. Arnold, D. Benton, P. Bosted // *Physical Review Letters*. – 1987. – Vol. 58. – P. 1723–1726. doi:10.1103/PhysRevLett.58.1723
29. Bosted P. E. Measurements of the deuteron and proton magnetic form factors at large momentum transfers / P. E. Bosted, A. T. Katramatou, R. G. Arnold // *Physical Review C*. – 1990. – Vol. 42. – P. 38–64. doi:10.1103/PhysRevC.42.38
30. Крутов А. Релятивистские эффекты в электромагнитной структуре дейтрона / А. Крутов // *Теор. физика*. – 2002. – № 3. – С. 5–31.
31. Van Orden J. Electron scattering from the deuteron using the Gross equation / J. Van Orden, F. Gross // *Few-Body Syst. Suppl.* – 1995. – P. 415–428. doi:10.1007/978-3-7091-9453-9_61.
32. Khokhlov N. Elastic electron-deuteron scattering within a relativistic potential model / N. Khokhlov, A. Vakulyuk // *Phys. Atom. Nucl.* – 2015. – Vol. 78. – P. 92. doi:10.1134/S1063778815010135.
33. Arnold R. Elastic electron-deuteron scattering at high energy / R. Arnold, C. Carlson, F. Gross // *Phys. Rev. C*. – 1980. – Vol. 21. – P. 1426. doi:10.1103/PhysRevC.21.1426.
34. Mathelitsch L. Relations between electromagnetic form factors and the wave functions of the deuteron. / L. Mathelitsch, H. Zingl // *Nuovo Cimento A*. – 1978. – Vol. 44.1. – P. 81–107. doi:10.1007/BF02812549.
35. Tomasi-Gustafsson E. Two-component model for the deuteron electromagnetic structure. / E. Tomasi-Gustafsson, G. Gakh, C. Adamuscin // *Phys. Rev. C*. – 2006. – Vol. 73.4. – P. 045204. doi:10.1103/PhysRevC.73.045204.
36. Dijk H. Multiquark effects in the $1S0$ and $3S1$ - $3D1$ neutron-proton scattering states and the deutero / H. Dijk, L. Bakker // *Nucl. Phys. A*. – 1989. – Vol. 494. – P. 438. doi:10.1016/0375-9474(89)90185-1.
37. Ito H. Elastic ed scattering in a microscopic meson quark cluster model / H. Ito, A. Faessler // *Nucl. Phys. A*. – 1987. – Vol. 470.3-4. – P. 626–652. doi:10.1016/0375-9474(87)90590-2.
38. Браун М. Релятивистское описание дейтрона и процессов с его участием в рамках ковариантного подхода в переменных светового конуса / М. Браун, М. Токарев // *ФЭЧАЯ*. – 1991. – Vol. 22. – P. 1237.
39. Faessler A. The quark model, deuteron form factors and nuclear magnetic moments / A. Faessler, A. Buchmann, Y. Yamauchi // *Intern. Jour. Mod. Phys. E*. – 1993. – Vol. 2. – P. 39. doi:10.1142/S0218301393000030.

40. Arenhovel H. Elastic electron deuteron scattering with consistent meson exchange and relativistic contributions of leading order. / A. Arenhovel, F. Ritz, T. Wilbois // *Phys. Rev. C*. – 2000. – Vol. 61.3. – P. 034002. doi:10.1103/PhysRevC.61.034002.
41. Крутов А. Математический анализ асимптотического поведения электромагнитных формфакторов дейтрона при больших переданных импульсах / А. Крутов, В. Троицкий, Н. Цирова // *Теор. физика*. – 2005. – № 6. – С. 71-85.
42. Boden B. Elastic electron deuteron scattering on a tensor polarized solid ND 3 target. / B. Boden, V. Burkert, G. Knop, G. Kroesen, M. Leenen, W. Mehnert, R. Sauerwein, H. Schablitzky, H. Schmitz, K. Althoff, R. Dostert, T. Hewel, O. Kaul, E. Kohlgarth, W. Meyer, E. Schilling, W. Thiel // *Z. Phys. C*. – 1991. – Vol. 49. – P. 175. doi:10.1007/BF01555492.
43. Arvieux J. Measurement of tensor polarization in elastic electron-deuteron scattering in the momentum-transfer range $3.8 \leq q^2 \leq 4.6 \text{ fm}^{-2}$ / J. Arvieux, D. Beck, E. Beise, A. Boudard, E. Cairns, J. Cameron // *Phys. Rev. Lett.* – 1991. – Vol. 67. – P. 173. doi:10.1103/PhysRevLett.67.173.
44. Abbott D. Phenomenology of the deuteron electromagnetic form factors. / D. Abbott, A. Ahmidouch, H. Anklin, J. Arvieux, J. Ball // *Eur. Phys. J. A*. – 2000. – Vol. 7. – P. 421. doi:10.1007/PL00013629.
45. Bouwuis M. Measurement of T 20 in elastic electron-deuteron scattering / M. Bouwuis, R. Alarcon, T. Botto, J. van den Brand, H. Bulten // *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – Vol. 82. – P. 3755. doi:10.1103/PhysRevLett.82.3755.
46. Nikolenko D. Measurement of the tensor analyzing powers T_{20} and T_{21} in elastic electron-deuteron scattering / D. Nikolenko, H. Arenhovel, L. Barkov, S. Belostotsky, V. Dmitriev // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – Vol. 90. – P. 072501. doi:10.1103/PhysRevLett.90.072501.
47. Nikolenko D. Experiments with internal targets at the VEPP-3 electron storage ring / D. Nikolenko, H. Arenhovel, J. Arrington, L. Barkov, S. Belostotski, S. de Vries // *Phys. Atom. Nucl.* – 2010. – Vol. 73. – P. 1322. doi:10.1134/S1063778810080065.
48. Зеваков С. Упругое и неупругое рассеяние электрона на тензорно-поляризованном дейтроне / С. Зеваков // *Препринт ИЯФ 2006-024*. – 2006. – № 24. – С. 28.
49. Toporkov D. Physics with Polarized Targets in Storage Ring / D. Toporkov // *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* – 2016. – Vol. 40. – P. 1660004. doi:10.1142/S2010194516600041.
50. Kohl M. Elastic form factors of the proton, neutron and deuteron / M. Kohl // *Nucl. Phys. A*. – 2008. – Vol. 805. – P. 361. doi:10.1016/j.nuclphysa.2008.02.276.
51. Zhang C. Precise measurement of deuteron tensor analyzing powers with BLAST / C. Zhang, M. Kohl, T. Akdogan, R. Alarcon, W. Bertozzi, E. Booth, A. DeGrush // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – Vol. 107. – P. 252501. doi:10.1103/PhysRevLett.107.252501.
52. Goldemberg J. Measurement of the Deuteron Magnetic Form Factor at Low Momentum Transfer / J. Goldemberg, C. Schaerf // *Phys. Rev. Lett.* – 1964. – Vol. 12. – P. 298. doi:10.1103/PhysRevLett.12.298.
53. Rand R. Comments on the Present Status of Elastic and Inelastic Magnetic Electron-Deuteron Scattering / R. Rand, M. Yearian, H. Bethe, C. Buchanan // *Phys. Rev. D*. – 1973. – Vol. 8. – P. 3229. doi:10.1103/PhysRevD.8.3229.
54. Jones E. Magnetic electron scattering from deuterium at low-momentum transfer / E. Jones, W. Bendel, L. Fagg, R. Lindgren // *Phys. Rev. C*. – 1980. – Vol. 21. – P. 1162. doi:10.1063/1.4892112.
55. Karpus P. Vector polarization observables of the deuteron and a new measurement of the magnetic dipole form factor $G(M)$. / P. Karpus // *Ph.D. thesis, University of New Hampshire, Durham*. – 2005.
56. Plessas W. Electron-Deuteron Scattering with the New Generation of Nucleon-Nucleon Potentials / W. Plessas, R. Wagenbrunn // *Few-Body Problems in Physics' 95*. – 1995. – Vol. 8. – P. 181-185. doi:10.1007/978-3-7091-9427-0_26
57. Sick I. Model-independent nuclear charge densities from elastic electron scattering / I. Sick // *Nucl. Phys. A*. – 1974. – Vol. 218. – P. 509. doi:10.1016/0375-9474(74)90039-6.
58. Rekalov P. Polarization observables in the process $d+p \rightarrow d+X$ and electromagnetic form factors of N^* transitions / M. Rekalov, E. Tomasi-Gustafsson // *Phys. Rev. C*. – 1996. – Vol. 54. – P. 3125. doi:10.1103/PhysRevC.54.3125.
59. Gakh G. Polarization observables in lepton-deuteron elastic scattering including the lepton mass / G. Gakh, A. Gakh, E. Tomasi-Gustafsson // *Phys. Rev. C*. – 2014. – Vol. 90. – P. 064901. doi:10.1103/PhysRevC.90.064901.

References

1. M. Garcon, J. W. van Orden, *Adv. Nucl. Phys.* **26**, 293 (2001).
2. R. Gilman, F. Gross, *J. Phys. G* **28**, R37 (2002).
3. A. Adamuscin et al., *Phys. Rev. C* **78**, 025202 (2008).
4. A. Bekzhanov et al., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **245**, 65 (2013).
5. I. Haisak, V. Zhaba, *Visnyk Lviv. un-tu: Ser. Fiz.* **44**, 8 (2009).
6. I. I. Haisak, V. I. Zhaba, *Naukovyi visnyk Uzhhorod. un-tu. Fiz. Ser.* **36**, 100 (2014).
7. R. Machleidt, *Phys. Rev. C* **63**, 024001 (2001).
8. V. A. Knyr et al., *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 2034 (2006).
9. E. R. Arriola, M. P. Valderrama, *Eur. Phys. J. A* **31**, 549 (2007).
10. V. I. Zhaba, e-print arXiv:nucl-th/1603.05174.

11. V. G. J. Stoks et al., Phys. Rev. C **49**, 2950 (1994).
12. R. B. Wiringa et al., Phys. Rev. C **51**, 38 (1995).
13. S. B. Dubovichenko, Phys. Atom. Nucl. **63**, 734 (2000).
14. Yu. A. Berezhtnoy et al., Intern. Jour. Mod. Phys. E **14**, 1073 (2005).
15. V. I. Zhaba, e-print arXiv:nucl-th/1706.08306.
16. D. Abbott et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 5053 (2000).
17. J. E. Elias et al., Phys. Rev. **177**, 2075 (1969).
18. S. Galster et al., Nucl. Phys. B **32**, 221 (1971).
19. V. P. Ladygin, N. B. Ladygina, Phys. Atom. Nucl. **65**, 182 (2002).
20. M. N. Platonova, V. I. Kukulin, Phys. Rev. C **81**, 014004 (2010).
21. N. A. Khokhlov, e-print arXiv:nucl-th/1612.08172.
22. D. Benaksas et al., Phys. Rev. **148**, 1327 (1966).
23. B. Grossetete et al., Phys. Rev. **141**, 1425 (1966).
24. G. G. Simon et al., Nucl. Phys. A **364**, 285 (1981).
25. R. Cramer et al., Z. Phys. C **29**, 513 (1985).
26. M. Garcon et al., Phys. Rev. C **49**, 2516 (1994).
27. S. Auffret et al., Phys. Rev. Lett. **54**, 649 (1985).
28. R. G. Arnold et al., Phys. Rev. Lett. **58**, 1723 (1987).
29. P. E. Bosted et al., Phys. Rev. C **42**, 38 (1990).
30. A. Krutov, Theor. Phys. **3**, 5-31 (2002).
31. J. Van Orden and F. Gross, Few-Body Syst. Suppl., 415-428 (1995).
32. N. Khokhlov and A. Vakulyuk, Phys. Atom. Nucl. **78**, 92 (2015).
33. R. Arnold, C. Carlson and F. Gross, Phys. Rev. C. **21**, 1426 (1980).
34. L. Mathelitsch and H. Zingl, Nuovo Cimento A. **44.1**, 81-107 (1978).
35. E. Tomasi-Gustafsson, G. Gakh and C. Adamušcin, Phys. Rev. C. **73.4**, 045204 (2006).
36. H. Dijk and L. Bakker, Nucl. Phys. A. **494**, 438 (1989).
37. H. Ito and A. Faessler, Nucl. Phys. A. **470.3-4**, 626-652 (1987).
38. M. Braun and M. Tokarev, PEPAN. **22**, 1237 (1991).
39. A. Faessler, A. Buchmann and Y. Yamauchi, Intern. Jour. Mod. Phys. E. **2**, 39 (1993).
40. A. Arenhovel, F. Ritz and T. Wilbois, Phys. Rev. C. **61.3**, 034002 (2000).
41. A. Krutov, B. Troytskyi and N. Tsyrova, Theor. Phys. **6**, 71-85 (2005).
42. B. Boden, V. Burkert, G. Knop, G. Kroesen, M. Leenen, W. Mehnert, R. Sauerwein, H. Schablitzky, H. Schmitz, K. Althoff, R. Dostert, T. Hewel, O. Kaul, E. Kohlgarth, W. Meyer, E. Schilling and W. Thiel, Z. Phys. C. **49**, 175 (1991).
43. J. Arvieux, D. Beck, E. Beise, A. Boudard, E. Cairns and J. Cameron, Phys. Rev. Lett. **67**, 173 (1991).
44. D. Abbott, A. Ahmidouch, H. Anklin, J. Arvieux and J. Ball, Eur. Phys. J. A. **7**, 421 (2000).
45. M. Bouwuis, R. Alarcon, T. Botto, J. van den Brand and H. Bulten, Phys. Rev. Lett. **82**, 3755 (1999).
46. D. Nikolenko, H. Arenhovel, L. Barkov, S. Belostotsky and V. Dmitriev, Phys. Rev. Lett. **90**, 072501 (2003).
47. D. Nikolenko, H. Arenhovel, J. Arrington, L. Barkov, S. Belostotski and S. de Vries, Phys. Atom. Nucl. **73**, 1322 (2010).
48. S. Zevazov, Institute of Nuclear Physics 2006-024. **24**, 28 (2006).
49. D. Toporkov, Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. **40**, 1660004 (2016).
50. M. Kohl, Nucl. Phys. A. **805**, 361 (2008).
51. C. Zhang, M. Kohl, T. Akdogan, R. Alarcon, W. Bertozzi, E. Booth and A. DeGrush, Phys. Rev. Lett. **107**, 252501 (2011).
52. J. Goldemberg and C. Schaerf, Phys. Rev. Lett. **12**, 298 (1964).
53. R. Rand, M. Yearian, H. Bethe and C. Buchanan, Phys. Rev. D. **8**, 3229 (1973).
54. E. Jones, W. Bendel, L. Fagg and R. Lindgren, Phys. Rev. C. **21**, 1162 (1980).
55. P. Karpus, Ph.D. thesis, University of New Hampshire, 2005.
56. W. Plessas and R. Wagenbrunn, Few-Body Problems in Physics' 95. **8**, 181-185 (1995).
57. I. Sick, Nucl. Phys. A. **218**, 509 (1974).
58. M. Rekaló and E. Tomasi-Gustafsson, Phys. Rev. C. **54**, 3125 (1996).
59. G. Gakh, A. Gakh and E. Tomasi-Gustafsson, Phys. Rev. C. **90**, 064901 (2014).

Calculations of the deuteron form factors

V.I. Zhaba

*Uzhgorod National University
Voloshyna St., 54, 88000 Uzhgorod, Ukraine
e-mail: viktorzh@meta.ua*

On the received coefficients of the analytical forms for deuteron wave function in coordinate representation in form $r^{l+1} \exp(-A \cdot r)$ for the modern realistic nucleon-nucleon potentials NijmI, NijmII, Nijm93, Reid93 and Argonne v18 are calculated charge $G_C(p)$, quadrupole $G_Q(p)$ and magnetic $G_M(p)$ deuteron form factors. An original dipole fit for proton and neutron isoscalar electric and magnetic form factors is used for calculations. Theoretical calculations of values of the deuteron form factor are compared with their experimental data of world collaborations (Bates, BLAST, Bonn, JLab, Mainz, Naval Research Lab, NIKHEF, Orsay, Saclay, SLAC, Stanford, VEPP3 and VEPP4) and reviews (Abbott, Boden, Garcon and Karpus). The change of the sign of form factors is in the pulse regions at 4.7-4.9 fm⁻¹ for G_C ; at 12.8-14.7 fm⁻¹ for G_Q ; at 6.3-8.1 and 11.4-12.2 fm⁻¹ for G_M . The theoretical values for the form factors $G_Q(0)$ and $G_M(0)$ were calculated at the boundary condition for the momentum at $p^2=0$. Calculated positions of the zero for deuteron form factors are compared with values for other potential models. The peculiarities of parametrizations of deuteron form factors for theoretical approaches and fits of theoretical calculations to experimental values, which are described in the cited literature, are analyzed. Formulas for spherical and quadrupole form factors are written, which are expressed in terms of the coefficients for the indicated deuteron wave function. At large values of momentum the asymptotics of the deuteron form factors are determined by the coefficients of the analytical forms for deuteron wave function, nucleon isoscalar form factors and the order of momentum. The further use of deuteron form factors for obtaining polarization observables in processes involving deuteron as a projectile is discussed.

Key words: deuteron, wave function, form factor, position of the zero, asymptotic

Статтю отримано: 04.06.2019
Прийнято до друку: 25.06.2019