

УДК 523.4
PACS 95-35.-J

ЕКЗОПЛАНЕТНІ СИСТЕМИ І ЗАКОН ТІЦІУСА-БОДЕ

М. Ваврух, Н. Тишко, І. Прунчак

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Кирила і Мефодія, 8, 79005 Львів, Україна*

Проаналізовано характеристики зір, навколо яких існують планети, в околицях Сонця. Досліджено їхній розподіл за ефективними температурами фотосфер (спектральними класами) та металічністю. Висока металічність більшості з них свідчить про ранні фази еволюції зір і належних до них планетних систем. Проаналізовано особливості будови екзопланетних систем. На прикладі систем з трьома чи більше планетами встановлено подібність структури планетних орбіт у цих системах і універсальність закону Тіціуса-Бодє.

Ключові слова: екзопланети, металічність зір, закон Тіціуса-Бодє, еволюція зір і планетних систем.

1 Вступ

Відкриття позасонячних планет і планетних систем цілком узгоджується із так званим загальним принципом Гелл-Манна, який стверджує, що у фізиці „те, що не заборонено, обов'язково існує“. Про існування екзопланет астрономи здогадувались ще з початку ХХ століття, коли було встановлено, що Сонце нічим особливим не виділяється серед інших зір Галактики. Наявність масивних темних супутників біля деяких зір була встановлена за допомогою астрономічних спостережень на початку другої половини минулого століття [1]. У результаті удосконалення астрономічних інструментів та методів спостережень надійно встановлено існування масивних планет і планетних систем навколо зір в околицях Сонця. Як відомо, першу позасонячну планету біля зорі 51 Peg відкрили співробітники Женевської обсерваторії М.Майор і Д.Квелоц у жовтні 1995 р. Інтенсивними пошуками астрономів за сімнадцять років виявлено близько дев'ясот планет та сто тридцять планетних систем, до складу

яких входять дві чи більше планети. Орбітальні параметри та маси багатьох планет підтверджено за допомогою різних методів. У зв'язку з пошуком нових планет значна увага приділяється дослідженню характеристик зір методами спектроскопії та фотометрії [2–5]. В околицях Сонця виявлено велику кількість молодих зір з високою металічністю, що підтверджує загальноприйнятту теорію формування і еволюції зір. Каталоги позасонячних планет, у яких наводяться елементи їхніх орбіт та оцінка маси, а також деякі характеристики зір, регулярно поповнюються новими даними [6–8]. Переважна більшість планет має масу порядку маси Юпітера, що, очевидно, пов'язано з використанням непрямих методів спостережень, коли визначається вплив планети на рух зорі, або ж на зміну її блиску.

За допомогою сучасних телескопів виявлено планети в околицях Сонця навколо зір, розташованих у сфері з радіусом, близьким до 8.5 кілопарсек. Оскільки частина Галактики, у якій знаходиться Сонце, нічим особливим не відзначається, то очевидно, що планети є також навколо зір, розташованих в інших точках Галактики. Щоб оцінити число зір у Галактиці, навколо яких можуть існувати планети, врахуємо, що загальне число зір є не меншим від 150 мільярдів, а більшість відкритих планет знайдено біля зір із спектральних підкласів F5 – K5. Припускаючи, що планети зустрічаються лише біля кожної десятої зорі згаданих класів, одержимо число порядку 1 мільярд. Було б абсурдно заперечувати, що навколо такої колосальної кількості зір не можуть зреалізуватися фізико-хімічні умови, близькі до умов, які є навколо Сонця. У зв'язку з цим проблема існування життя у Всесвіті набуває цілком реалістичного змісту.

2 Характеристики зір, що мають планети

Характеристики відомих на даний час зір з двома та більше планетами наведено у таблиці 1. При її складанні ми використали каталоги екзопланет [7, 8], у яких наведено значення елементів планетних орбіт (велика піввісь орбіти a , ексцентриситет e , період орбітального руху P), масу планети m (в одиницях маси Юпітера m_j), а також віддалі до зір r (в парсеках), видимі зоряні величини v , спектральний тип зорі (Sp). Ми доповнили ці дані розрахованими значеннями відносної світності L/L_\odot , абсолютної зоряної величини M , де L_\odot - світність Сонця. У таблиці подано також металічність зір, які мають планети $[Fe/H]$, з каталогів [7, 8]. З наведених даних випливає, що більшість планет належать зорям головної послідовності, а субгігантам та гігантам належить невелике число планет. Планети, знайдені біля пульсарів, у таблицю не включені.

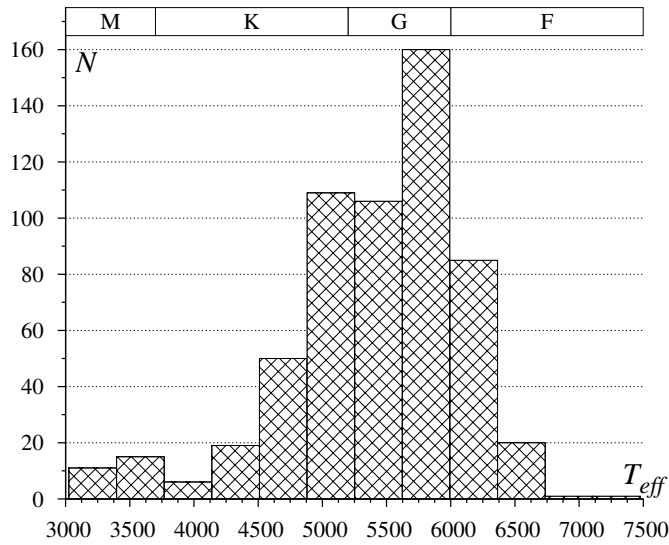


Рис. 1: Розподіл зір, біля яких знайдено планети, за ефективними температурами фотосфер і спектральними класами

Табл. 1: Характеристики зір з двома та більше планетами

№	Зоря	r	Sp	M	L/L_{\odot}	\mathcal{M}	v	[Fe/H]	T_{eff}
1	24 Sex	74.8	G5	3.01	5.06	1.54	7.38	-0.03	5098.0
2	47 Uma	13.97	G0V	4.37	1.44	1.03	5.1	0.0	5892.0
3	55 Cnc	12.34	K0IV-V	5.49	0.51	0.905	5.95	0.31	5196.0
4	61 Vir	8.52	G5V	5.09	0.75	0.95	4.74	-0.01	5531.0
5	BD-061339	20.0	K7V/M0V	5.18	0.68	0.7	6.69	-0.14	4324.0
6	BD-082823	42.2	K3V	6.73	0.16	0.74	9.86	-0.07	4746.0
7	BD20 2457	200.0	K2II	3.24	4.07	2.8	9.75	-1.0	4127.0
8	CoRoT-7	150.0	K0V	5.82	0.38	0.93	11.7	0.03	5313.0
9	GJ 317	15.1	M3.5	11.11	0.00	0.42	12.0	0.36	3510.0
10	GJ 433	9.04	M1.5	10.01	0.01	0.48	9.79	-0.22	3600.0
11	GJ 667C	6.84	M1.5V	11.04	0.00	0.33	10.22	-0.55	3600.0
12	G1 163	15.0	M3.5	10.92	0.00	0.4	11.8		
13	G1 581	6.21	M2.5V	11.58	0.00	0.31	10.55	-0.135	3498.0
14	Gliese 876	4.7	M4 V	11.81	0.00	0.334	10.17	0.05	3350.0
15	HAT-P-13	214.0	G4	3.97	2.09	1.22	10.62	0.43	5638.0
16	HAT-P-17	90.0	K	5.77	0.40	0.857	10.54	0.0	5246.0
17	HD 10180	39.4	G1V	4.35	1.47	1.06	7.33	0.08	5911.0
18	HD 102272	360.0	K0	0.93	34.40	1.9	8.71	0.26	4908.0
19	HD 108874	68.5	G5	4.58	1.19	1.0	8.76	0.14	5407.0
20	HD 109271	62.0	G5V	4.09	1.87	1.047	8.05	0.1	5783.0
21	HD 113538	15.8	K9V	8.03	0.05	0.7	9.02	-0.17	4685.0
22	HD 114386	28.0	K3 V	6.49	0.20	0.75	8.73	0.0	4819.0
23	HD 11506	53.82	G0V	3.86	2.32	1.19	7.51	0.31	6058.0
24	HD 11964	33.98	G5	3.76	2.53	1.125	6.42	0.17	5248.0
25	HD 125612	52.82	G3V	4.70	1.07	1.1	8.31	0.24	5897.0
26	HD 12661	37.16	G6 V	4.59	1.18	1.07	7.44	0.29	5742.0

№	Зоря	r	Sp	M	L/L_{\odot}	M	v	[Fe/H]	T_{eff}
27	HD 128311	16.6	K0V	6.41	0.22	0.84	7.51	0.08	4965.0
28	HD 134060	24.2	G0V	4.37	1.44		6.29		
29	HD 134606	26.5	G6IV	4.73	1.03		6.85		
30	HD 134987	22.2	G5 V	4.72	1.05	1.07	6.45	0.25	5740.0
31	HD 136352	14.8	G4V	4.80	0.97		5.65		
32	HD 13808	28.6	K2V	6.10	0.29		8.38		
33	HD 142	20.6	G1 IV	4.13	1.80	1.1	5.7	0.04	6180.0
34	HD 1461	23.4	G0V	4.79	0.98	1.08	6.64	0.19	5765.0
35	HD 147018	42.96	G9V	5.13	0.71	0.927	8.3	0.1	5441.0
36	HD 155358	43.0	G0	4.10	1.85	0.92	7.27	-0.51	5900.0
37	HD 159868	52.7	G5V	3.63	2.86	1.09	7.24	0.0	5395.0
38	HD 163607	69.0	G5IV	3.96	2.12	1.09	8.15	0.21	5543.0
39	HD 168443	37.38	G5	4.06	1.93	0.995	6.92	0.04	5591.0
40	HD 169830	36.32	F8 V	3.10	4.66	1.4	5.9	0.21	6266.0
41	HD 177830	59.0	K0IV	3.33	3.78	1.47	7.18	0.55	4948.0
42	HD 181433	26.15	K3IV	6.29	0.25	0.78	8.38	0.33	4962.0
43	HD 183263	53.0	G2IV	4.24	1.63	1.17	7.86	0.3	5888.0
44	HD 187123	50.0	G5	4.37	1.45	1.06	7.86	0.16	5714.0
45	HD 190360	15.89	G6 IV	4.70	1.06	1.04	5.71	0.24	5588.0
46	HD 20003	43.8	G8V	5.16	0.70		8.37		
47	HD 200964	68.4	K0	2.46	8.36	1.44	6.64	-0.15	5164.0
48	HD 202206	46.34	G6 V	4.75	1.02	1.13	8.08	0.37	5750.0
49	HD 204313	47.37	G5V	4.61	1.16	1.045	7.99	0.18	5767.0
50	HD 20781	35.4	G9.5V	5.69	0.43		8.44		
51	HD 207832	54.4	G5V	5.11	0.73	0.94	8.79	0.06	5710.0
52	HD 20794	6.06	G8V	5.35	0.59	0.85	4.26	-0.38	5490.0
53	HD 215152	21.5	K0	6.47	0.21		8.13		
54	HD 215456	38.0	G0.5V	3.73	2.60		6.63		
55	HD 215497	44.0	K3V	5.75	0.40	0.87	8.97	0.23	5113.0
56	HD 21693	32.4	G9IV	5.39	0.57		7.94		
57	HD 217107	19.72	G8 IV	4.69	1.08	1.02	6.16	0.37	5666.0
58	HD 31527	38.6	G0V	4.55	1.23		7.48		
59	HD 37124	33.0	G4 V	5.09	0.75	0.83	7.68	-0.442	5610.0
60	HD 37605	44.0	K0V	5.44	0.54	1.0	8.66	0.34	5448.0
61	HD 38529	39.28	G4 IV	2.97	5.25	1.48	5.94	0.27	5697.0
62	HD 39194	25.9	K0V	6.01	0.32		8.08		
63	HD 40307	12.8	K2.5V	6.63	0.18	0.77	7.17	-0.31	4977.0
64	HD 45364	32.6	K0V	5.51	0.50	0.82	8.08	-0.17	5434.0
65	HD 47186	37.84	G5V	4.91	0.88	0.99	7.8	0.23	5675.0
66	HD 47536	121.36	K1 III	-0.17	94.66	0.94	5.25	-0.68	4380.0
67	HD 51608	34.8	K0IV	5.46	0.53		8.17		
68	HD 60532	25.7	F6IV-V	2.40	8.87	1.44	4.45	-0.26	6095.0
69	HD 65216	34.3	G5 V	5.30	0.61	0.92	7.98	-0.12	5666.0
70	HD 69830	12.6	K0V	5.45	0.54	0.86	5.95	-0.05	5385.0
71	HD 73526	99.0	G6 V	4.02	1.99	1.08	9.0	0.25	5590.0
72	HD 74156	64.56	G1V	3.57	3.02	1.24	7.62	0.13	5960.0
73	HD 7449	39.0	F8V	4.54	1.23	1.05	7.5	-0.11	6024.0
74	HD 82943	27.46	G0	4.35	1.48	1.18	6.54	0.32	5874.0
75	HD 93385	42.2	G2V	4.36	1.45		7.49		
76	HD 9446	53.0	G5V	4.73	1.04	1.0	8.35	0.09	5793.0
77	HD 96700	25.6	G0V	4.46	1.33		6.5		
78	HD 99492	18.0	K2V	6.10	0.29	0.83	7.38	0.36	4740.0
79	HIP 11952	111.0	F2V	4.55	1.22	0.83	9.78	-1.9	6040.0
80	HIP 14810	52.9	G5	4.90	0.88	0.99	8.52	0.26	5485.0
81	HIP 5158	45.0	K5V	6.94	0.14	0.78	10.21	0.1	4962.0
82	HIP 57274	25.92	K5V	6.89	0.14	0.73	8.96	0.09	4640.0

№	Зоря	r	Sp	M	L/L_{\odot}	M	v	[Fe/H]	T_{eff}
83	HR 8799	39.4	A5V	2.98	5.19	1.56	5.96	-0.47	
84	KOI-500						15.0	-0.56	4250.0
85	KOI-55	1180.0	sdB	4.51	1.27	0.496	14.87		27730.0
86	KOI-730					1.07	15.0		5590.0
87	KOI-872	857.0		5.64	0.45	0.902	15.3	0.41	5155.0
88	KOI-94					1.25	12.4	-0.01	6116.0
89	Kepler-10	173.0	G	4.77	1.00	0.895	10.96	-0.15	5627.0
90	Kepler-11		G			0.95	13.7	0.0	5680.0
91	Kepler-18					0.972	14.0	0.2	5383.0
92	Kepler-20	290.0	G8	5.19	0.68	0.912	12.5	0.02	5466.0
93	Kepler-23					1.11	14.0		5760.0
94	Kepler-24					1.03	15.5		5800.0
95	Kepler-25					1.22	11.0	0.01	6190.0
96	Kepler-26					0.65	16.0	-0.21	4500.0
97	Kepler-27					0.65		0.41	5400.0
98	Kepler-28					0.75	15.5	0.34	4590.0
99	Kepler-29					1.0	15.5	0.0	5750.0
100	Kepler-30					0.99	15.5	0.18	5498.0
101	Kepler-31					1.21	15.5	-0.08	6340.0
102	Kepler-32					0.58	16.0	0.0	3900.0
103	Kepler-33					1.291	14.0		5904.0
104	Kepler-36					1.071	12.0		5911.0
105	Kepler-42	38.7		13.18	0.00	0.13	16.12	-0.48	3068.0
106	Kepler-47A				0.00	1.043			5636.0
107	Kepler-48					0.89	13.5		5190.0
108	Kepler-49					0.55	15.5		3974.0
109	Kepler-50					1.23	11.0		6058.0
110	Kepler-51					1.0	15.0		5803.0
111	Kepler-52					0.54	15.5		4075.0
112	Kepler-53					0.98	16.0		5858.0
113	Kepler-54					0.51	16.3		3705.0
114	Kepler-55					0.62	16.3		4362.0
115	Kepler-56					1.37	13.0		4931.0
116	Kepler-57					0.83	15.5		5145.0
117	Kepler-58					0.95	15.3		5843.0
118	Kepler-59					1.04	14.8		6074.0
119	Kepler-60					1.1	14.5		5915.0
120	Kepler-9					1.0	13.9	0.17	5722.0
121	NN Ser(ab)	500.0	WD+M	8.11	0.05	0.646	16.6		
122	NSVS1425(AB)		sdOB+dM			0.528	13.2		42000.0
123	μ Ara	15.3	G3 IV-V	4.23	1.65	1.08	5.15	0.28	5700.0
124	ν Oph	46.8	K0III	-0.02	82.51	3.04	3.33	0.13	4928.0
125	ν And	13.47	F8 V	3.44	3.39	1.27	4.09	0.09	6212.0

Характеристики зір є ключем до пояснення особливостей планет і планетних систем. Розподіл зір, біля яких знайдено планети, за ефективними температурами фотосфер і спектральними класами подано на рис. 1. Як бачимо, більшість з них належить до спектральних класів F5 - K5, хоча планети є і біля зір пізніших спектральних класів, аж до M9. Значна частина планет знаходиться біля субгігантів та гігантів, що належать до спектральних класів K3 – M2. Наявність планет біля зір пізніх спектральних класів є причиною їх повільного осьового обертання і пояснює добре відому залежність кутової швидкості обертання зір від спектрального

класу [10]. Порівняння цього розподілу з відповідним розподілом з роботи [9], на час публікації якої було відомо лише близько ста зір з планетами, свідчить про те, що розподіл став симетричнішим і набув рис гаусового розподілу з центром біля спектрального класу G5.

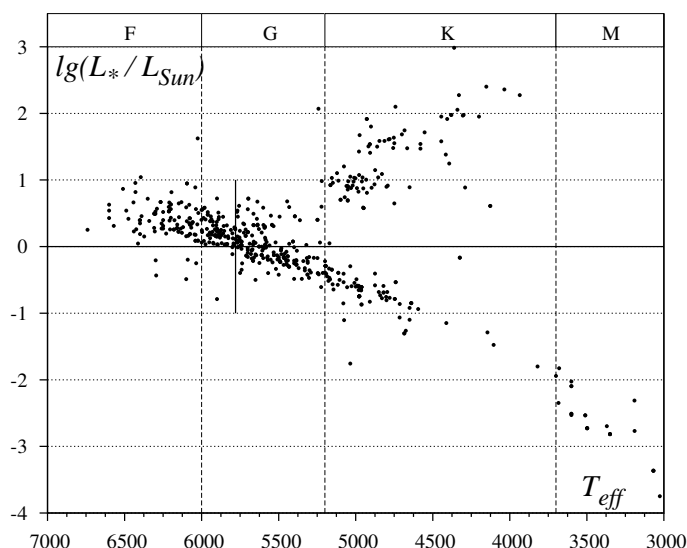


Рис. 2: Фрагмент діаграми Герцшпрунга – Рессела для зір, біля яких знайдено планети

На рис. 2 подано фрагмент стандартної діаграми Герцшпрунга – Рессела у змінних „ефективна температура фотосфери – логарифм відносної світності“. Структура цього фрагмента, а також значення світності зір свідчать про те, що багато зір є молодими, вони ще не зайняли належного їм місця на головній послідовності відповідно до своїх мас (можливо, що деякі з них знаходяться в області субгігантів).

Розподіл зір за металічністю (рис. 3) підтверджує цей висновок. Більшість зір має додатну металічність, а середнє значення металічності зір, що мають планети, складає 0.04 dex. Для порівняння зауважимо, що переважна більшість зір в околицях Сонця (у сфері радіуса 2 кілопарсеки) має від’ємну металічність, а її середнє значення складає -0.54 dex. [6]. Висока металічність зір, що мають планети, підтверджує їх молодий вік.

Як видно з діаграми „металічність зорі – велика піввісь планетної орбіти“ (рис. 4), біля зір з низькою металічністю (старих зір) більшість планет знаходяться на високих орбітах. У той же час зорі з додатною металічністю мають планети як на низьких, так і на високих орбітах. Отже, зорі з планетами, що мають низькі орбіти, слід вважати, в основному, зорями молодого віку, які разом зі своїми планетами чи

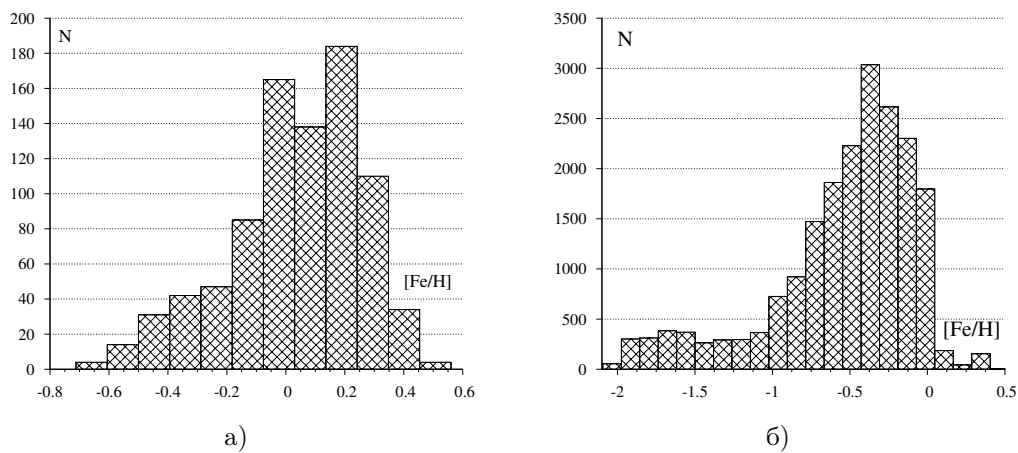


Рис. 3: Розподіл зір за металічністю: а) зорі біля яких відкрито планети; б) всі зорі в околицях Сонця у сфері радіуса 2 кпс

планетними системами знаходяться на ранніх етапах еволюції. Наявність в околицях Сонця (напевно і в Галактиці взагалі) великої кількості молодих зір не є випадковістю. Це пов'язано з другим етапом інтенсивного зореутворення [11, 12], який закінчився приблизно 0.5 млрд. років тому. Розподіл зір за металічністю дозволяє виконати грубу оцінку моменту часу, коли темп зореутворення був максимальним. За початок відліку часу виберімо час формування Сонця (4.5 млрд. років тому). Припустімо, що металічність зорі пропорційна часу, оскільки металічність Сонця прийнято за нуль. Вважаючи, що зорі з максимальною металічністю (0.5 dex) утворилися у сучасну епоху (мають нульовий вік), із положення максимуму розподілу молодих зір за металічністю (0.2 dex) знаходимо, що максимальний темп зореутворення у прийнятій шкалі відповідає часу, рівному 2 млрд. років. Отже, більшість зір, біля яких виявлено планети, в середньому удвічі молодші за Сонце.

3 Екзопланетні системи і закон Тіціуса-Бодє

У таблиці 2 подано характеристики 31 планетної системи, до складу яких входить не менше, як 3 планети, наведено маси планет і характеристики їхніх орбіт (значення великої півосі та ексцентриситет). Індекс J означає, що маса планети вимірюється в одиницях маси Юпітера, індекс E – в одиницях маси Землі.

Як видно з таблиці і рисунка 5, маси великої кількості планет знаходяться в області $0,5 \div 1,0$ маси Юпітера, але є також досить масивні, з масою порядку 10 і більше мас Юпітера, тому вони є скоріше субзірками, ніж планетами. Як вже вище

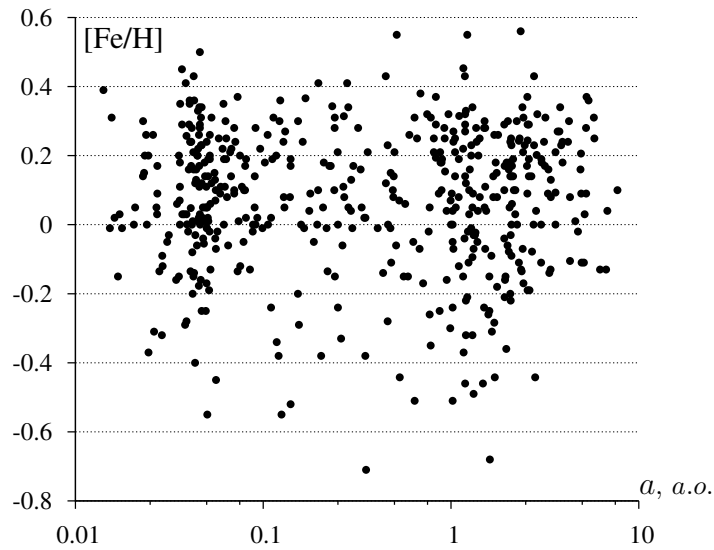


Рис. 4: Діаграма „металічність зорі – велика піввісь планетної орбіти“

відзначалося, відсутність планет малих мас не є особливістю будови екзопланетних систем, а пов'язана з обмеженістю методів спостереження.

Табл. 2: Характеристики планет

№	Назва	a_i	m/m_J	T	e	i	α	$S_i(\alpha)$
1	47 Uma b	2.1	2.53	1078.0	0.032	3	0.563	$6.5 \cdot 10^{-4}$
	47 Uma c	3.6	0.54	2391.0	0.098			
	47 Uma d	11.6	1.64	14002.0	0.16			
2	55 Cnc b	0.1134	0.8	14.651	0.0159	4	0.611	0.034
	55 Cnc c	0.2403	0.169	44.3446	0.053			
	55 Cnc d	5.76	3.835	5218.0	0.025			
	55 Cnc e	0.0156	0.0263	0.736546	0.06			
	55 Cnc f	0.781	0.144	260.7	0.0002			
3	61 Vir b	0.050201	0.016	4.215	0.12	1	0.630	0.010
	61 Vir c	0.2175	0.0573	38.021	0.14			
	61 Vir d	0.476	0.072	123.01	0.35			
4	Gl 581 b	0.041	0.05	5.36865	0.031	4	0.587	0.013
	Gl 581 c	0.073	0.017	12.9182	0.07			
	Gl 581 d	0.22	0.019	66.64	0.25			
	Gl 581 e	0.028	0.0061	3.14945	0.32			
5	Gliese 876 b	0.208317	2.2756	61.1166	0.0324	3	0.630	$3.2 \cdot 10^{-4}$
	Gliese 876 c	0.12959	0.7142	30.0881	0.25591			
	Gliese 876 d	0.02080665	0.021	1.93778	0.207			
	Gliese 876 e	0.3343	0.046	124.26	0.055			

№	Назва	a_i	m/m_J	T	e	i	α	$S_i(\alpha)$
6	HD 10180 c	0.0641	0.041217	5.75979	0.045	4	0.613	0.043
	HD 10180 d	0.1286	0.03696945	16.3579	0.088			
	HD 10180 e	0.2699	0.07897304	49.745	0.026			
	HD 10180 f	0.4929	0.07519743	122.76	0.135			
	HD 10180 g	1.422	0.06733159	601.2	0.19			
	HD 10180 h	3.4	0.202624	2222.0	0.08			
7	HD 125612 b	1.37	3.0	502.0	0.46	1	0.615	0.011
	HD 125612 c	0.05	0.058	4.1547	0.27			
	HD 125612 d	4.2	7.2	3008.0	0.28			
8	HD 134606 b	0.1023	0.0292	12.083	0.15	3	0.621	0.0065
	HD 134606 c	0.2962	0.0382	59.519	0.29			
	HD 134606 d	1.1567	0.121	459.26	0.46			
9	HD 136352 b	0.0933	0.0166	11.577	0.18	3	0.618	0.0051
	HD 136352 c	0.1665	0.0358	27.582	0.16			
	HD 136352 d	0.411	0.03	106.72	0.43			
10	HD 181433 b	0.08	0.0238	9.3743	0.396	1	0.596	$1.3 \cdot 10^{-4}$
	HD 181433 c	1.76	0.64	962.0	0.28			
	HD 181433 d	3.0	0.54	2172.0	0.48			
11	HD 204313 b	3.04	3.55	1920.1	0.23	1	0.649	0.015
	HD 204313 c	0.2103	0.054	34.873	0.17			
	HD 204313 d	3.93	1.68	2831.6	0.28			
12	HD 20794 b	0.1207	0.0085	18.315	0.0	1	0.588	$6.91 \cdot 10^{-5}$
	HD 20794 c	0.2036	0.0076	40.114	0.0			
	HD 20794 d	0.3499	0.015	90.309	0.0			
13	HD 31527 b	0.1253	0.0363	16.546	0.13	2	0.687	$3.304 \cdot 10^{-5}$
	HD 31527 c	0.2665	0.0498	51.284	0.11			
	HD 31527 d	0.8181	0.0519	274.49	0.38			
14	HD 37124 b	0.53364	0.675	154.378	0.054	1	0.569	$2.3 \cdot 10^{-3}$
	HD 37124 c	1.71	0.652	885.5	0.125			
	HD 37124 d	2.807	0.696	1862.0	0.16			
15	HD 39194 b	0.0519	0.0117	5.6363	0.2	1	0.548	$7.52 \cdot 10^{-5}$
	HD 39194 c	0.0954	0.0187	14.025	0.11			
	HD 39194 d	0.172	0.0162	33.941	0.2			
16	HD 40307 b	0.0468	0.0126	4.3123	0.2	2	0.666	$3.4 \cdot 10^{-2}$
	HD 40307 c	0.0799	0.0208	9.6184	0.06			
	HD 40307 d	0.1321	0.0299	20.432	0.07			
	HD 40307 e	0.1886	0.011	34.62	0.15			
	HD 40307 f	0.247	0.0164	51.76	0.02			
	HD 40307 g	0.6	0.0223	197.8	0.29			
17	HD 69830 b	0.0785	0.033	8.667	0.1	3	0.661	$6.5 \cdot 10^{-4}$
	HD 69830 c	0.186	0.038	31.56	0.13			
	HD 69830 d	0.63	0.058	197.0	0.07			
18	HIP 14810 b	0.0692	3.88	6.673855	0.1427	2	0.661	$2.05 \cdot 10^{-5}$
	HIP 14810 c	0.545	1.28	147.73	0.164			
	HIP 14810 d	1.89	0.57	962.0	0.173			
19	HIP 57274 b	0.07	0.036	8.1352	0.187	3	0.643	$1.33 \cdot 10^{-3}$
	HIP 57274 c	0.178	0.41	32.03	0.05			
	HIP 57274 d	1.01	0.527	431.7	0.27			
20	HR 8799 b	68.0	7.0	164250.0	0.0	3	0.598	$8.4 \cdot 10^{-3}$
	HR 8799 c	42.9	10.0	82145.0	0.0			
	HR 8799 d	27.0	10.0	41054.0	0.1			
	HR 8799 e	14.5	9.0	18000.0				
21	KOI-730 b	0.12		14.7903		3	0.736	$3.3 \cdot 10^{-2}$
	KOI-730 c	0.092		9.8499				
	KOI-730 d	0.145		19.7216				
	KOI-730 e	0.076		7.3831				

№	Назва	a_i	m/m_J	T	e	i	α	$S_i(\alpha)$
22	KOI-94 b	0.05		3.7432451				$6.3 \cdot 10^{-3}$
	KOI-94 c	0.099		10.423707		3	0.559	
	KOI-94 d	0.165		22.3430004				
	KOI-94 e	0.298		54.319931				
23	Kepler-11 b	0.091	0.01353	10.30375	0.0			6
	Kepler-11 c	0.106	0.0425	13.02502	0.0			
	Kepler-11 d	0.159	0.01919	22.68719	0.0			
	Kepler-11 e	0.194	0.02643	31.9959	0.0			
	Kepler-11 f	0.25	0.007237	46.68876	0.0			
	Kepler-11 g	0.462	0.95	118.37774	0.0			
24	Kepler-18 b	0.0447	0.0217	3.504725		1	0.612	$1.1 \cdot 10^{-3}$
	Kepler-18 c	0.0752	0.054	7.64159				
	Kepler-18 d	0.1172	0.052	14.85888				
25	Kepler-20 b	0.04537	0.027	3.6961219	0.32	1	0.666	$2.7 \cdot 10^{-2}$
	Kepler-20 c	0.093	0.051	10.854092	0.4			
	Kepler-20 d	0.3453	0.06	77.61185	0.6			
	Kepler-20 e	0.0507	0.0097	6.098493				
	Kepler-20 f	0.11	0.045	19.57706				
26	Kepler-30 b	0.18	0.036	29.334		1	0.599	$6.17 \cdot 10^{-12}$
	Kepler-30 c	0.3	2.01	60.3231				
	Kepler-30 d	0.5	0.073	143.343				
27	Kepler-33 b	0.0677		5.66793		3	0.670	$3.2 \cdot 10^{-2}$
	Kepler-33 c	0.1189		13.17562				
	Kepler-33 d	0.1662		21.77596				
	Kepler-33 e	0.2138		31.7844				
	Kepler-33 f	0.2535		41.02902				
28	Kepler-42 b	0.0116	0.009	1.2137672		1	0.594	$3.1 \cdot 10^{-2}$
	Kepler-42 c	0.006	0.006	0.45328509				
	Kepler-42 d	0.0154	0.003	1.856169				
29	Kepler-9 b	0.14	0.252	19.243158		1	0.659	$1.7 \cdot 10^{-3}$
	Kepler-9 c	0.225	0.171	38.90861				
	Kepler-9 d	0.0273	0.022	1.592851				
30	μ Ara b	1.5	1.676	643.25	0.128	1	0.632	$8.3 \cdot 10^{-3}$
	μ Ara c	0.09094	0.03321	9.6386	0.172			
	μ Ara d	0.921	0.5219	310.55	0.0666			
	μ Ara e	5.235	1.814	4205.8	0.0985			
31	v And b	0.059	0.62	4.617136	0.013	1	0.633	$2.3 \cdot 10^{-2}$
	v And c	0.861	1.8	237.7	0.24			
	v And d	2.55	10.19	1302.61	0.274			
	v And e	5.2456	1.059	3848.86	0.00536			

Суттєвою особливістю будови екзопланетних систем є наявність великої кількості планет на низьких орбітах. Для значної кількості планет велика піввісь орбіти досягає значення порядку 0,05 а.о., приблизно для 60% всіх відомих планет велика піввісь не перевищує однієї астрономічної одиниці, а для 94% – 5 а.о.. Навіть враховуючи, що планети на високих орбітах мало впливають на рух зорі і можливість їх детектування є обмеженою, слід відзначити суттєву відмінність структури орбіт в екзопланетних системах від аналогічної структури у Сонячній системі.

Як відомо, структура планетних орбіт Сонячної системи, як і структура орбіт супутникових систем навколо планет-гігантів, підлягає закону Тіціуса-Боде [13]. Тому відкриття планетних систем біля зір Галактики зразу ж поставило питання про

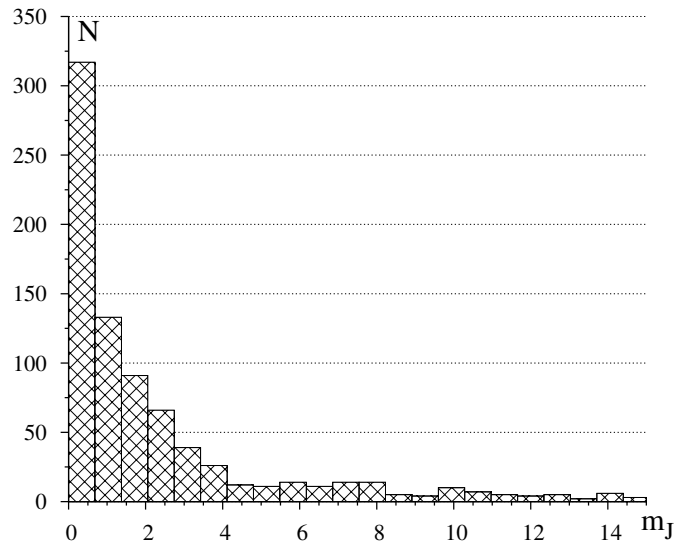


Рис. 5: Розподіл планет за масами

закономірності у структурі їхніх планетних орбіт. Цей закон пов'язують з іменем Йоганна Данієля Тіціуса фон Віттенберга, який у 1766 році, при перекладі книжки Шарля Бонне „Споглядання природи“, зробив своє знамените зауваження про відстані відомих на той час планет від Сонця. Боде, як професійний астроном, активно сприяв популяризації цього закону. Однак першим, хто звернув увагу на закономірність у розташуванні планетних орбіт, був Христіан Вольф (1679-1764). Відому формулу, яку люблять наводити автори підручників та популярних книг з астрономії,

$$r_n = \frac{1}{10}(4 + 3 \cdot 2^n) a.o. \tag{1}$$

записав Йоганн Фрідріх Вурм у 1787 році ($n = -\infty$ для Меркурія, $n = 0$ для Венери, $n = 1$ для Землі і т.д.). Закон Тіціуса-Боде вже близько 250 років є предметом дискусій, його то визнавали, то заперечували, як випадкову числову послідовність. Об'єктивно ж він відіграв дуже важливу роль у дослідженні Сонячної системи, сприяючи відкриттю ще невідомих планет та об'єктів астероїдного поясу.

Для підвищення точності опису середніх відстаней планет від Сонця було запропоновано чимало модифікацій закону Тіціуса-Боде. У 1787 році Вурм запропонував формули для планетної системи

$$r_n = (a + b \cdot 2^n) a.o., \quad a = 0.387, b = 0.293 \tag{2}$$

і для супутникових систем

$$r_n = 3.0(1 + 2^n)R_j \quad (\text{Юпітер}), \quad (3)$$

$$r_n = (4.5 + 1.6 \cdot 2^n)R_s \quad (\text{Сатурн}),$$

де $R_j(R_s)$ – радіус планети, $n = -\infty, 0, 1, 2, \dots$. Аналогічні формули були запропоновані Гільбертом, Чаллісом, Шарльє, Чемберсом та іншими. У 1913 році Мері Блеґг запропонувала комбінацію геометричної прогресії і періодичної функції, а саме

$$r_n = A(1.7275)^n[B + f(\alpha + n\beta)], \quad (4)$$

де A і B – сталі числові величини, α і β – сталі кути, а $f(\theta)$ – функція з періодом 2π , що приймає значення в інтервалі $0 \leq f(\theta) \leq 1$ [13]. Ця формула дуже добре описувала спостережувані дані для планетної системи. Блеґг запропонувала аналогічні формули також для супутникових систем. Подібна модифікація була запропонована у 40-х роках 20-го ст. Річардсоном, і вона також добре описувала середні орбіти планетної і супутникових систем. На основі цих робіт була сформульована концепція, згідно з якою орбіти наближено описуються геометричною прогресією, що зумовлено механізмом утворення цих систем, а відхилення від неї є результатом дії еволюційних факторів. Хоча теоретичному обґрунтуванню закону Тіціуса-Боде було присвячено чимало робіт (Вайцеккер, Шмідт, Хіллз, Вульфсон, Біркеланд, Берлаге, Альвен, Доул, Койпер, тер Хаар, Чандрасекхар та ін., див. [13]), задача до цього часу залишається актуальною.

У зв'язку з відкриттям багатьох екзопланетних систем задача про точний опис відстаней планет від зорі у кожній з них стає менш актуальною. На наш погляд, важливішою є задача про визначення загальної структури орбіт у планетних системах та їх можливу подібність, що є наслідком спільних механізмів формування цих систем. Для цього ми проаналізуємо структуру екзопланетних систем у наближенні геометричної прогресії, припускаючи, що відношення великих півосей двох сусідніх орбіт в даній системі $\alpha = a_n/a_{n+1}$ є сталою величиною, що не залежить від порядкового номера планети $n = 1, 2, 3, \dots$. Безрозмірний параметр α може бути критерієм подібності структури орбіт у різних планетних систем.

У даній планетній системі спостережувані планети не обов'язково знаходяться на сусідніх орбітах (між ними можуть знаходитися орбіти планет з малими масами, які до цього часу ще не зафіксовані). Нехай для цієї системи в результаті спостережень відкрито N планет, а великі півосі їхніх орбіт рівні відповідно a_1, \dots, a_N . Згідно з нашим наближенням великі півосі планетних орбіт повинні підпорядковуватися геометричній прогресії зі знаменником $1/\alpha$. У якості першого елемента прогресії можна вибрати орбіту 1-ї планети. Тоді для n -ї планетної орбіти матимемо

$$\tilde{a}_n = \alpha^{1-n} a_1. \quad (5)$$

Вважаючи, що „теоретична“ орбіта збігається зі спостережуваною, покладемо $a_n = \tilde{a}_n$. Логарифмуємо співвідношення (5), визначимо порядковий номер орбіти n для планети з великою піввіссю a_n :

$$n = \left[\frac{\ln a_1 - \ln a_n}{\ln \alpha} + 1 \right]. \quad (6)$$

Оскільки „теоретична“ орбіта не обов’язково збігається зі спостережуваною, то знайдене n може бути нецілим числом, а тому ми використали заокруглення до найближчого цілого числа, що відзначено квадратними дужками $[]$. Таким чином, орбіті спостережуваної планети ми співставляємо значення великої півосі

$$\tilde{a}_n = a_1 \alpha^{-\left[\frac{\ln a_1 - \ln a_n}{\ln \alpha} \right]}. \quad (7)$$

Параметр α для заданої планетної системи підберемо з умови мінімізації сумарного квадрату нормованих відхилень,

$$S_1(\alpha) = \sum_{n=2}^N \left(\frac{\tilde{a}_n - a_n}{\tilde{a}_n} \right)^2 = \sum_{n=2}^N \left(1 - \frac{a_n}{a_1} \alpha^{\left[\frac{\ln a_1 - \ln a_n}{\ln \alpha} \right]} \right)^2 \rightarrow \min. \quad (8)$$

У формулі (8) „теоретичні“ орбіти інших планет розраховуються відносно першої планети. У загальному випадку за таку „планету відліку“ можна вибрати будь-яку іншу планету, наприклад з номером i . У цьому випадку порядкові номери планетних орбіт можуть ставати від’ємними, якщо вони будуть знаходитися ближче до центральної зорі відносно вибраної орбіти. Критерієм вибору „планети відліку“ виберемо умову найменшого значення мінімуму $S(\alpha)$. Отже, у загальному випадку умова мінімізації набуває такого вигляду

$$S_i(\alpha) = \sum_{n=1, n \neq i}^N \left(1 - \frac{a_n}{a_i} \alpha^{\left[\frac{\ln a_i - \ln a_n}{\ln \alpha} \right]} \right)^2 \rightarrow \min_{\alpha, i}. \quad (9)$$

У випадку планетних систем, до складу яких входить тільки дві планети, розв’язок рівняння (9) знаходиться в аналітичному вигляді $\alpha = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{1/n}$, де n -довільне додатне ціле число. У цьому випадку ми вибираємо такий корінь рівняння (9), який близький до значень α , що одержуються для планетних систем з $N \geq 3$.

Для прикладу на рисунку 6 зображено залежність функціонала $S_i(\alpha)$ від параметра α , причому різним кривим відповідають різні планети відліку у планетних системах *55Cnc*, *Gl581*, *HD10180*, *μ Ara*. Як видно з рисунку 6, найменше значення мінімуму функціоналу для системи *55Cnc* досягається при $i = 4$, $\alpha = 0.611$, для *Gl581* — $i = 4$, $\alpha = 0.587$, для *HD10180* — $i = 4$, $\alpha = 0.613$, а для системи *μ Ara* — $i = 1$, $\alpha = 0.632$.

Результати розрахунку α для планетних систем з $N \geq 3$, для яких відомі орбіти планет, наведено у таблиці 2. Там же подано також найменше мінімальне значення

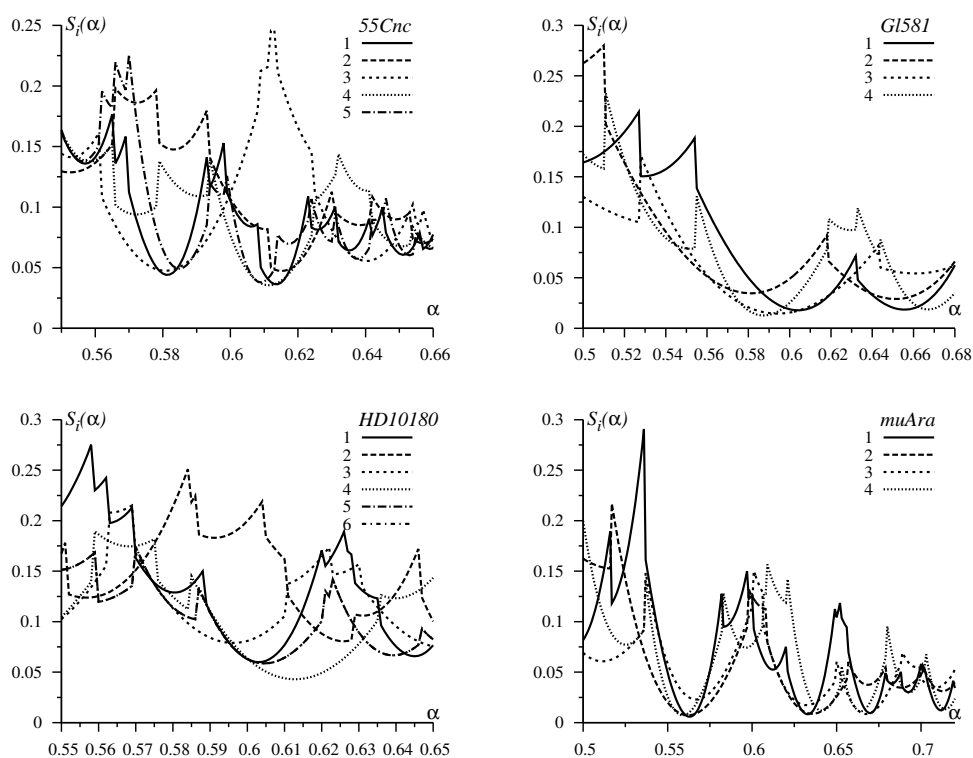
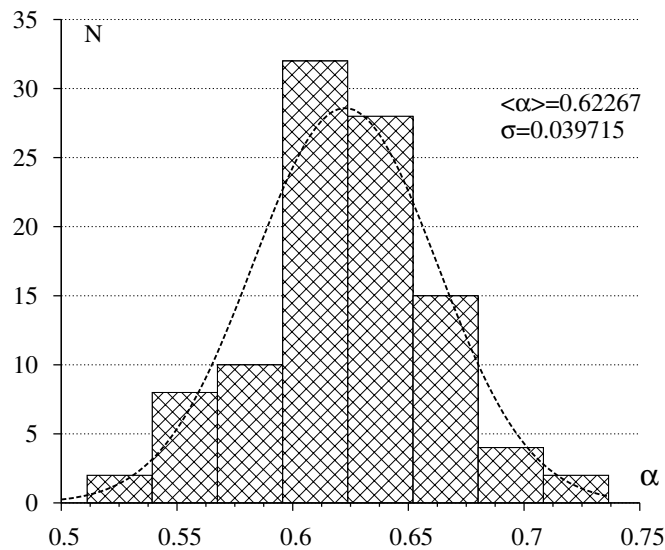


Рис. 6: Залежність функціонала $S_i(\alpha)$ від параметра α для різних систем

функціонала $S_i(\alpha)$ і номер орбіти відліку (колонка i , у якій нумерація відповідає зростанню великої півосі орбіти). Як видно з таблиці, більшості планетних систем відповідає α в інтервалі $[0.55\dots;0.67\dots]$. Для Сонячної планетної системи $\alpha = 0.5928\dots$. На рисунку 7 подано розподіл проаналізованих нами планетних систем за параметром α (сюди включено також планетні системи з двома планетами). Як бачимо, побудована діаграма добре апроксимується нормальним розподілом, центр якого знаходиться в околі точки $\alpha_0 = 0.62267$.

Усвідомлюючи, що розподіл планетних орбіт за законом геометричної прогресії є наближеним, на рис. 8 ми наводимо відносне відхилення півосей орбіт спостережуваних планет від закону геометричної прогресії $\varphi = (a_n - \tilde{a}_n)/a_n^{-1}$ для планетних систем, що мають більше 4-х планет. Як видно з рисунків, відхилення від закону геометричної прогресії є індивідуальною характеристикою планетних систем. Це зрозуміло, оскільки еволюційні фактори, що діють у різних системах, напевно не є цілком ідентичними. З іншого боку, відхилення від закону геометричної прогресії теж можна розглядати як ознаку подібності планетних систем.

Рис. 7: Розподіл планетних систем за параметром α

4 Висновки

Спостережувані дані, одержані за останні роки, підтверджують висновки, зроблені у роботі [9] як щодо молодого віку більшості зір з планетами, так і щодо подібності структури орбіт в екзопланетних системах. Об'єм спостережуваних даних накопичується у наростаючому темпі: якщо за час з 1995 р. до 2002 р. було виявлено близько 100 зір з планетами, до 2007 р. відкрито вже біля 200 зір, а зараз їх відомо у чотири рази більше.

Хоча характеристики зір і планет змінюються у досить широких межах, наявних даних достатньо для інтерпретації особливостей розподілу зір за спектральними класами і металічністю, а також структури екзопланетних систем. Подібність структури орбіт в екзопланетних системах і застосовність закону Тіціуса-Боде теж є достатньо переконливими, про що свідчить рис. 7. Розподіл планетних орбіт за параметром α добре описується нормальним законом, а за критерієм χ^2 отримуємо достовірність, що перевищує 50%. Це означає, що структура орбіт у відомих екзопланетних системах, як і в Сонячній системі, підлягає закону Тіціуса-Боде. При тому параметр α змінюється в невеликих межах, його середнє значення близьке до золотого перерізу $\frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$. Отже, за своєю структурою всі відомі планетні системи у Галактиці є подібними, а закон Тіціуса-Боде є універсальним законом природи. Тому нам хотілося б закінчити цю статтю дещо перефразованим зауваженням Тіціуса

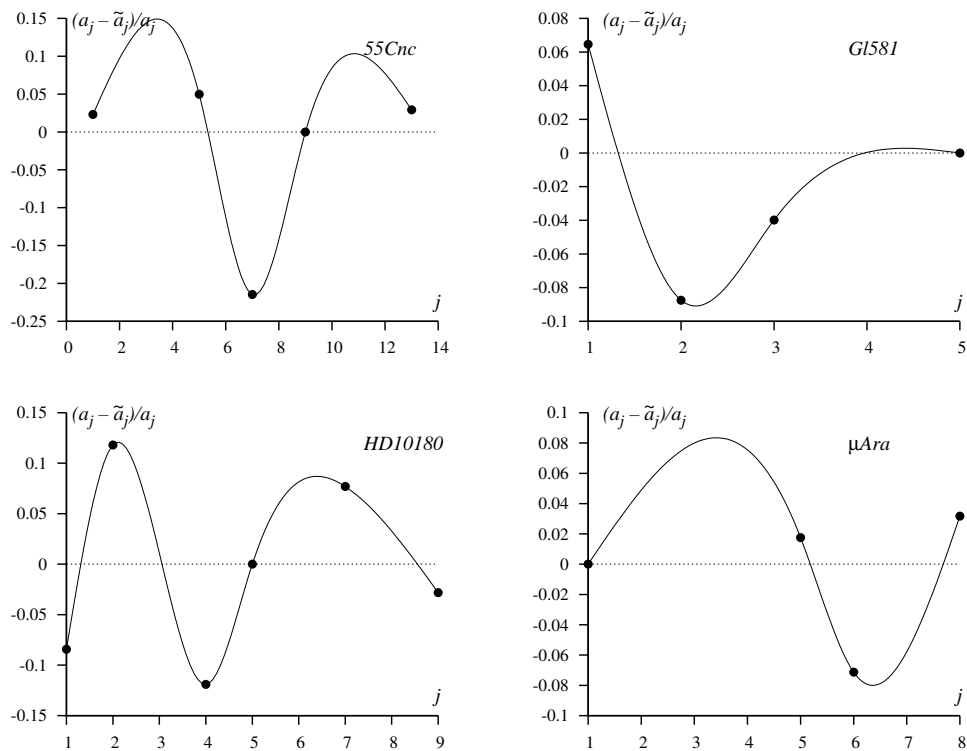


Рис. 8: Відносне відхилення півосей орбіт спостережуваних планет від закону геометричної прогресії для систем 55Cnc, Gl581, HD10180 та μ Ara

фон Віттенберга: „Welches bewundernswürdige Phänomen ist es!“

Список використаної літератури

1. Шкловский И.С. Вселенная, жизнь, разум./ Шкловский И.С.–Наука, Москва, 1987.
2. Butler R.P. Planetary Companions to the Metal-rich Stars BD -10°3166 and HD 52265 / Butler R.P., Vogt S.S., Marcy G.W., Fischer D.A., Henry G.W.// K.App.Astroph. J. – 2000. – V. 545. – P. 504.
3. Marcy G. Observed Properties of Exoplanets: Masses, Orbits, and Metallicities /G. Marcy, P. Butler, D. Fischer, S. Vogt, T. Wright, G. Tinney and A. Jones // Prog. Theor. Phys. Supplement. – 2005 – №158. – PP. 24-42

4. *Gimenez A.* uvby Photometry of stars with planets / Gimenez A. // A&A. – 2000. – V. 356. – P. 213.
5. *Laughlin G.* Mining the Metal-rich Stars for Planets./ Laughlin G.// Astroph. J. – 2000. – V. 545.–P. 1064-1073.
6. SIMBAD Astronomical Database / [електронний ресурс] // <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>
7. The Extrasolar Planets Encyclopaedia / [електронний ресурс] // <http://exoplanet.eu/>
8. The Exoplanet Data Explorer / [електронний ресурс] // <http://exoplanets.org/>
9. *Ваврух М.В.* Планетні системи навколо зір – сусідів Сонця. /Ваврух М.В., Тишко Н.Л. // Журн. фіз. досл.–2002. – Т.6, №4.– С.414-420.
10. *Мартынов Д.* Курс общей астрофизики / Мартынов Д. – М. Наука, 1979.
11. *Коротина Л.В.* Коротина Л.В., Драгунова А.В., Комаров Н.С. Астрофизика (Ереван).–1989.–Т.31, вип. 3, С.539.
12. *Воронцов–Вельяминов Б.А.* Внегалактическая астрономия / Воронцов–Вельяминов Б.А. – М. Наука, 1978.
13. *Ньето М.М.* Закон Тициуса-Боде / Ньето М.М.– М. Мир, 1976.

Стаття надійшла до редакції 11.07.2012

прийнята до друку 17.10.2012

EXOPLANET SYSTEMS AND TITIUS–BODE LAW

M. Vavrukh, N. Tyshko, I. Prunchak

*Ivan Franko National University of Lviv
Kyrylo and Mefodiy St., 8, 79005 Lviv, Ukraine*

It was analyzed the characteristics of the stars hosting planets near the Sun. The distribution of effective temperatures photosphere (spectral class) and metallicity was investigated. High metallicity Most of them indicates early phases of the evolution of stars and appropriate to them planetary system. The structural features ekzoplanetnyh systems was considered. Usining systems with three or more planets as an example were found similarities of its planetary orbits structure and thus the universality of Titius-Bode law was confirmed.

Key words: exoplanets, metallicity of star, the Titius-Bode law, evolution of stars and planetary systems.

ЕКЗОПЛАНЕТНЫЕ СИСТЕМЫ И ЗАКОН ТИЦИУСА-БОДЕ**М. Ваврух, Н. Тышко, И. Прунчак***Львовский национальный университет имени Ивана Франко
ул. Кирилла и Мефодия 8, 79005 Львов, Украина*

Проанализированы характеристики звезд, возле которых существуют планеты, в окрестностях Солнца. Исследовано их распределение по эффективным температурам фотосфер (спектральным классам) и металличности. Высокая металличность большинства из них свидетельствует о ранних фазах эволюции звезд и принадлежащих им планетных систем. Проанализированы особенности строения экзопланетных систем. На примере систем с тремя или более планетами установлено подобие структуры планетных орбит в этих системах и универсальность закона Тициуса-Бодэ.

Ключевые слова: экзопланеты, металличность звезд, закон Тициуса-Бодэ, эволюция звезд и планетных систем.