

УДК 524.7+524.8+530.12+531.5  
PACS number(s): 97.60.Gb; 95.30.Sf; 95.35.+d

## СТАТИСТИКА КРИВИХ БЛИСКУ ВІДДАЛЕНОГО МІКРОЛІНЗОВАНОГО ДЖЕРЕЛА ПРИ РІЗНИХ МОДЕЛЯХ ЙОГО СТРУКТУРИ

**В. Слюсар<sup>1</sup>, В. Жданов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Національний технічний університет України “КПІ”, Фізико-технічний інститут  
пр. Перемоги 37, м. Київ  
e-mail: [vitaliy.err@gmail.com](mailto:vitaliy.err@gmail.com)

<sup>2</sup>Астрономічна обсерваторія  
Київського національного університету імені Тараса Шевченка  
вул. Обсерваторна, 3, м. Київ  
e-mail: [zhdanov@observ.univ.kiev.ua](mailto:zhdanov@observ.univ.kiev.ua)

Ми порівнюємо коефіцієнти підсилення для гаусового розподілу, степеневого розподілу і моделі акреційного диску мікролінзованого протяжного джерела. Криві блиску будуються при лінійному русі джерела для 1 000 реалізацій поля мікролінз з оптичною густиною  $\sigma_m = 0,4$  і зсувом  $\gamma = 0,4$ . Вибір параметрів поля мікролінз відповідає зображенню А та В гравітаційно-лінзової системи Q2237+0305 “Хрест Ейнштейна”. Середня різниця між моделями обчислюється для радіусів напівяскравості джерела, що дорівнюють 0,05, 0,1, 0,15. Використовувалося поле з рівномірно розподіленими мікролінзами. Маса мікролінз були однаковими.

*Ключові слова:* гравітація, гравітаційна лінза, квазар, гравітаційне мікролінзування.

У позагалактичних гравітаційно-лінзових системах (ГЛС) простежується декілька зображень одного лінзованого об’єкта, зазвичай квазара, світло від якого проходить через галактику, кожна зірка якої створює свій мікровнесок в результуюче підсилення яскравості такого джерела, тому такі лінзуючі центри називають мікролінзами. Прикладом такої ГЛС є Q2237+0305 “Хрест Ейнштейна”, що складається з чотирьох зображень, які утворюють хрест, звідси і походить назва цього об’єкта. Одною з основних спостережуваних величин в таких системах є залежність яскравості мікролінзованого джерела від часу, такі криві ще називають кривими блиску, або кривими коефіцієнтів підсилення ГЛС. Порівнюючи такі криві для різних зображень, можна виділити варіації інтенсивності, що виникають завдяки мікролінзуванню незалежно від власних коливань блиску квазара [1–4]. Це дає принципову змогу аналізувати структуру джерела в подіях мікролінзування з великим підсиленням (ПВП)[5], що пов’язані з перетином каустики в площині джерела. Але відновлення розподілу інтенсивності за диском джерела є математично некоректною задачею, тому основні зусилля в цьому напрямку спрямовані

на оцінку розмірів квазара в рамках конкретних моделей джерела. Для подібних досліджень Q2237+0305 є одним з найзручніших об'єктів, тому параметри поля мікролінз вибрано саме цієї системи. Спостереженнями цієї ГЛС в оптичному діапазоні займалися групи OGLE [6] і GLTP [7], існують також оцінки розмірів джерела [8–14] в цьому діапазоні довжин хвиль. Обговорюються можливості відрізнити у процесах мікролінзування різні моделі розподілу яскравості (РЯ) за диском джерела [15–22]. Зокрема, автори праці [15] зазначають, що з простежуваними даними GLTP сумісні лише моделі акреційного диску. Цілком зрозуміло, що наявність потужного акреційного диску в центрі квазара не викликає сумнівів, втім, як і те, що вигляд реального акреційного диску може суттєво відрізнитися від його спрощених моделей [23, 24]. Але тут йдеться про те, що певну модель можна визначити зі спостережних даних; а це твердження є неочевидним з огляду на точність спостережень. Так, за результатами роботи [18], вплив структури на мікролінзові варіації значно менший, ніж вплив розмірів.

Для загального лінзового відображення підсилення протяжного джерела визначається формулою:

$$K = \frac{\iint_{\Omega} P(\mathbf{r}(\zeta)) d^2\zeta}{\iint_{\Omega} P(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r}}, \quad (1)$$

де інтегрування проводиться по всій площині зображень  $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2)$ ,  $P(r)$  – розподіл яскравості за диском джерела. Для центрально-симетричного джерела покладемо  $P(x, y) = F_R(r)$ , де  $R$  характеризує розмір джерела,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Далі ми розглядаємо центрально-симетричне джерело та використовуємо радіус половинної яскравості

$$R_{1/2} = R_* / \sqrt{\ln 2}, \quad \text{де } R_* \text{ визначається умовою } \int_0^{R_*} F_R(r) r dr = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} F_R(r) r dr;$$

множник у виразі для  $R_{1/2}$  визначений так, щоби для гаусівського джерела  $R_{1/2}$  збігався із середньоквадратичним радіусом. Радіус половинної яскравості не залежить від вибору невідомого центрально-симетричного розподілу яскравості (РЯ) і може застосовуватися в разі довільної моделі.

Далі розглядаємо степеневий РЯ, для якого

$$F_R(r) = \frac{(p-1)}{\pi R^2 [1 + (r/R)^2]^p}, \quad p > 1 \quad (2)$$

і гаусівський розподіл яскравості

$$F(r) = \frac{1}{\pi R^2} \exp\left[-(r/R)^2\right]. \quad (3)$$

Інтегральна яскравість нормована на одиницю. У випадку степеневого РЯ радіус половинної яскравості дорівнює:

$$R_{1/2} = R \sqrt{\frac{2^{1/(p-1)} - 1}{\ln(2)}},$$

а середньоквадратичний радіус  $R_{rms} = R/(p-2)^{1/2}$  ( $p > 2$ ). Гаусівський РЯ, для якого  $R = R_{rms} = R_{1/2}$ , є граничним для степеневих РЯ (2) при фіксованому  $R_{rms}$  і  $p \rightarrow \infty$ .

Ми розглядаємо також модель акреційного диска [24] з розподілом

$$F_R(r) = \frac{3R\theta(r-R)}{2\pi r^3} \left(1 - \sqrt{\frac{R}{r}}\right). \quad (4)$$

Тут  $\theta(x)$  – функція Хевісайда. Для цього РЯ середньоквадратичний радіус розбігається, а  $R_{1/2} = 4R/\sqrt{\ln 2}$ . За  $r \gg R$  розподіл (4) переходить у степеневий з  $p = 3/2$ .

Розподіли, що тут розглянені, відповідають положенню диска перпендикулярно до променя зору; на даному етапі їх важко відрізнити з спостережень від моделі еліптичного джерела. Ми не розглядаємо моделі, що більш точно враховують структуру акреційного диску в околі чорної діри Керра, оскільки центральна область, де релятивістські ефекти є суттєвими, вносить невеликий вклад у загальне випромінювання диска в оптиці [14]. З іншого боку, усі розглянуті типи РЯ задовільно апроксимують наявні дані спостережень [19].

Рівняння мікролінзування без неперервної матерії на промені зору ( $\sigma_c = 0$ ) має стандартний вигляд у нормованих змінних [2]

$$r = \left\| \begin{array}{cc} 1 - \gamma - \sigma_c & 0 \\ 0 & 1 - \gamma - \sigma_c \end{array} \right\| \zeta - \sum_{i=1}^N \frac{R_E^2 (\zeta - \zeta_i)}{|\zeta - \zeta_i|^2}, \quad (5)$$

де  $\zeta_i$  – положення мікролінз, маси яких вважаються однаковими,  $\gamma$  – зовнішній зсув,

$R_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_s - D_L}{D_s D_L}}$  – радіус кільця Ейнштейна однієї мікролінзи,  $D_s, D_L$  – відстанні

до джерела і лінзуючої площини відповідно; в розрахунках покладено  $R_E = 1$ . Для розрахунку коефіцієнтів підсилення було складено програму, що обчислює інтеграл (1) для довільних положень  $N$  точкових мас-мікролінз; координати мікролінз генерувалися випадково із заданою оптичною глибиною мікролінзування  $\sigma_m = 0,4$  та з однорідним розподілом усередині колової області. Для обчислення інтегралу (1) будували розподіл коефіцієнтів підсилення малого джерела, еквівалентно відомому методу “стрільби променями” (ray shooting); згортка з цим розподілом дозволяє обчислити (1) для різних РЯ та різних положень джерела. У цій статті ми обмежилися розрахунками без неперервної густини матерії за відносно невеликого зовнішнього зсуву  $\gamma = 0,4$ ; вибір параметрів  $\sigma_m, \gamma$  відповідає роботі [18]. Параметри розрахунків подано у табл.1. Для вибраної траєкторії джерела в центрі області інтегрування збільшення розміру області мікролінз чи області інтегрування практично не зумовило зміну результатів; це ж саме стосується зменшення кроку інтегрування.

Далі подано приклад чисельного моделювання кривих блиску для вибраної реалізації поля мікролінз у разі лінійних траєкторій руху центра джерела.

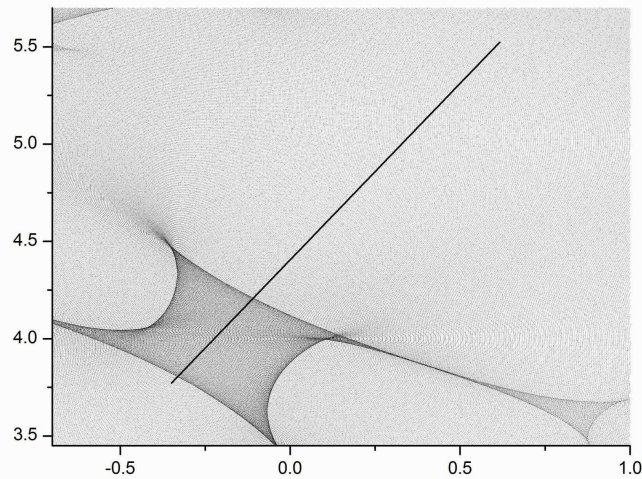


Рис. 1. Карта розподілу коефіцієнтів підсилення малого джерела у площині зображень і траєкторія джерела, для якої побудовані криві на рис. 2

Відповідні криві коефіцієнтів підсилення протяжних джерел показано на рис. 2 для трьох моделей джерела (2), (3), (4) при  $R_{1/2} = 0,05; 0,1$ .

Для статистичної оцінки розглянуто 1 000 реалізацій розподілу мікролінз, для яких побудовано криві коефіцієнтів підсилення (аналог кривих блиску) для усіх моделей джерела. Параметри розрахунків подано в табл. 1. За характеристику відхилення коефіцієнтів підсилення між моделями  $i, j$  вибрано відносну величину

$$\eta = 2 \max \left( \frac{|K_i(t) - K_j(t)|}{K_i(t) - K_j(t)} \right), \quad (6)$$

де максимум обчислюється на усьому шляху джерела. У табл. 2 наведені значення цієї величини  $\langle \eta \rangle$ , отримані після усереднення по усіх реалізаціях рівномірного розподілу поля мікролінз для розмірів джерела  $R_{1/2} = 0,05; 0,1; 0,15$ .

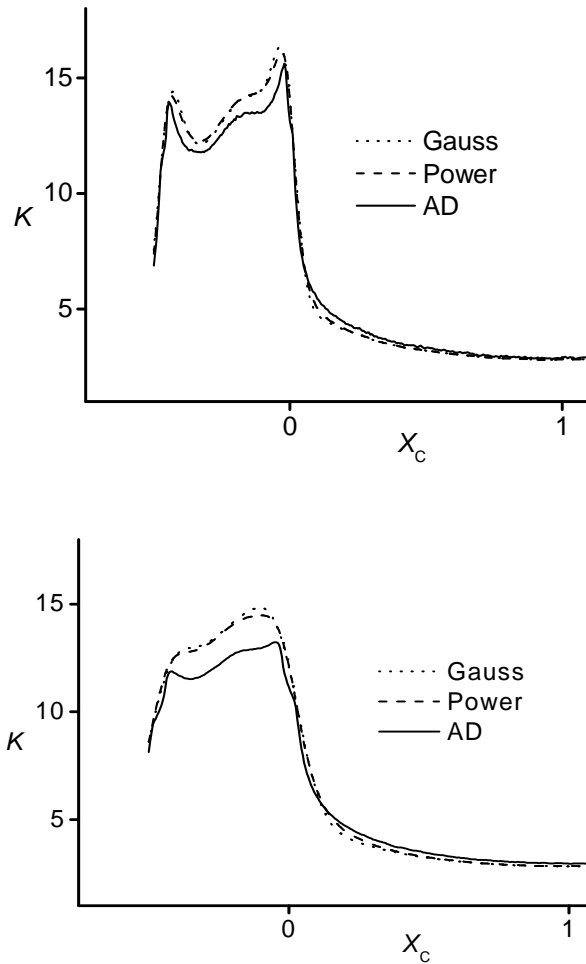


Рис. 2. Криві коефіцієнтів підсилення гаусівського джерела (точкова лінія), степеневого джерела ( $p = 3$ , пунктир) та в моделі акреційного диску (3). Перші дві криві на графіках практично зливаються. Верхній рисунок відповідає  $R_{1/2} = 0,05$ , нижній –  $R_{1/2} = 0,1$

Як видно з рис. 2 у разі збільшення радіуса джерела криві блиску стають гладкішими і зникають чіткі піки, які утворюються під час проходження джерела через границю каустики.

Вхідні параметри для моделювання

Число мікролінз	1 440
Радіус поля мікролінз	60
Зовнішній зсув	0,4
Оптична густина мікролінз	0,4
Повний шлях джерела	5
Радіус області інтегрування в формулі (1)	70
Крок інтегрування по ОХ та ОУ (розмір пікселя)	0,01
Параметр $p$ в степеневому розподілі	3/2

Таблиця 2

Відносна різниця коефіцієнтів підсилення  $\langle \eta \rangle$  для різних моделей

Розмір джерела	0,05	0,1	0,15
Гаус – степеневий ( $p=3$ )	0,18±0,05	0,17±0,04	0,18±0,03
Гаус – АД	0,18±0,04	0,18±0,03	0,19±0,04
Степеневий ( $p=3/2$ ) – АД	0,09±0,03	0,09±0,03	0,09±0,03

Отримані дані (табл. 2) свідчать, що розмір джерела несуттєво впливає на ефекти мікролінзування, натомість ці процеси сильно залежать від моделі джерела.

Розглянемо розподіл параметра  $\eta$  при  $R_{1/2} = 0,1$ , оскільки при інших радіусах маємо таку ж картину.

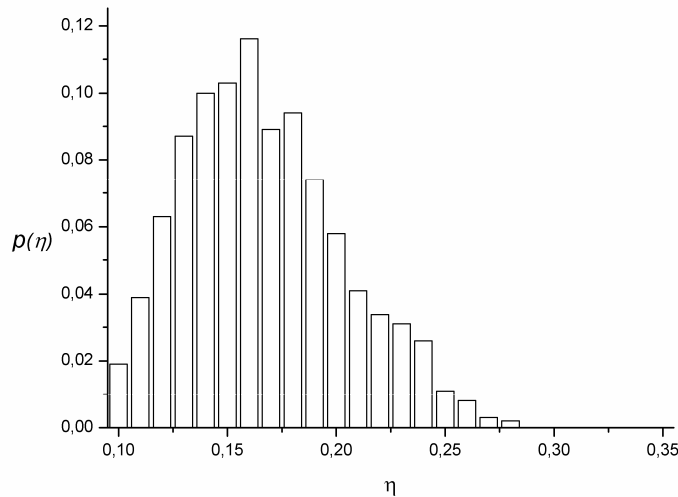


Рис. 3, а. Розподіл відносних різниць  $\eta$  для гаусового розподілу і моделі акреційного диску при  $R_{1/2} = 0,1$ .

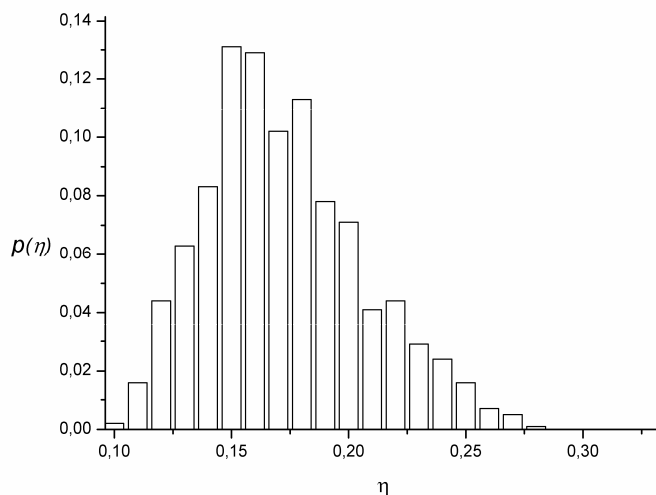


Рис. 3, б. Розподіл відносних різниць  $\eta$  для гаусового і степеневого розподілу при  $R_{1/2} = 0,1$

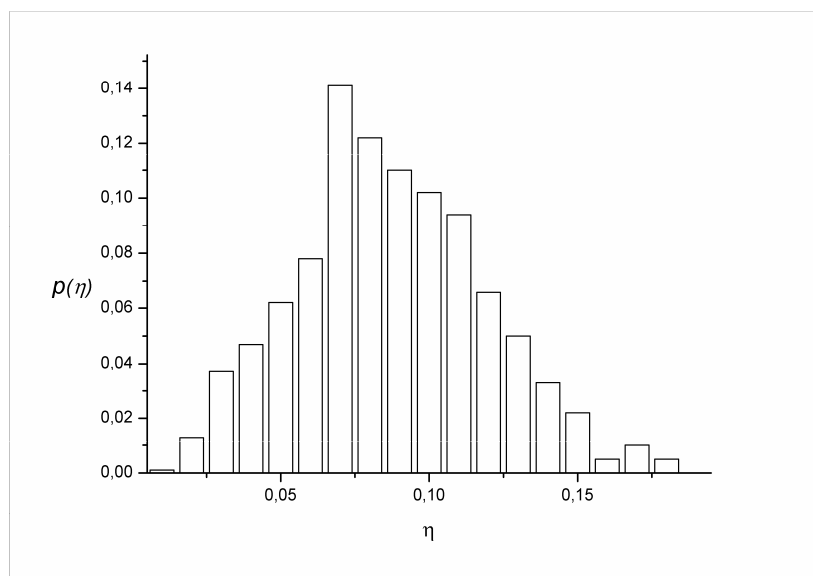


Рис. 3, в. Розподіл відносних різниць  $\eta$  для степеневого розподілу і моделі акреційного диску при  $R_{1/2} = 0,1$

Розрахунки кривих підсилення засвідчують, що підсилення акреційного диску (4) з дірою усередині достатньо (приблизно на 18%) відрізняється від гаусового типу джерела, тоді як різниця між моделями зі степневим розподілом ( $p=1,5$ ) та акреційним диском удвічі–утричі менша. Якщо керуватися точністю фотометричних вимірювань 0,02–0,03 m , то відмінності моделі (4) від моделей (2), (3), в принципі, можуть бути

помічені у спостереженнях кривих блиску в ГЛС. Висновки обмежені конкретними моделями джерела (2), (3), (4), що використовувалися.

Коли протяжне джерело знаходиться далеко від каустик, його підсилення майже збігається з підсиленням точкового джерела. Тому зрозуміло, що оцінки стосуються передусім подій з великим підсиленням, що відповідають або перетинам каустик, або проходженням джерела поблизу каустик гравітаційно-лінзової системи, зокрема, біля каспових точок. Варто мати на увазі, що отримана оцінка може бути дещо завищеною порівняно зі спостережною ситуацією, оскільки вона пов'язана з усіма можливими реалізаціями поля мікролінз. Події з великим підсиленням, що спостерігалися в ГЛС "Хрест Ейнштейна", відповідають конкретній реалізації мікролінз, для якої відмінність різних моделей може бути не настільки значуща. Швидше за все в цій ГЛС події з великим підсиленням відповідають проходженню джерела поблизу регулярної точки каустики [12–16], тоді як у статистичному моделюванні розглянено усі можливі траєкторії, у тому числі з проходженням через каспи, де коефіцієнт підсилення має бути максимальним. Крім того, оптимальне припасування спостережних даних на практиці дає дещо різні значення радіуса половинної яскравості, тобто відмінності різних моделей за однакових значень радіуса не завжди є мінімальними; незалежна підгонка ці відмінності навпаки зменшує.

1. *Блиох П. В.* Гравитационные линзы / П. В. Блиох, А. А. Минаков. – К. : Наукова думка, 1989. – 64 с.
2. *Schneider P.* Gravitational Lenses / P. Schneider, J. Ehlers, E.E. Falco. – New York : Springer, 1992. – 560 p.
3. *Захаров А. Ф.* Гравитационные линзы и микролинзы / А.Ф. Захаров. – К. : Янус, 1997. – 328 с.
4. Загальна теорія відносності: випробування часом / Я.С. Яцків, О. М. Александров, І. Б. Вавилова, В. І. Жданов, Ю. М. Кудря та ін. – К. : ГАО НАН України (Академічний періодика), 2005. – 288 с.
5. *Grieger B.* Gravitational micro-lensing as a clue to quasar structure / B. Grieger, R. Kayser, S. Refsdal // *Astron. Astrophys.* – 1988. – Vol. 194. – P.54–64.
6. The optical gravitational lensing experiment monitoring of QSO 2237+0305. A Hunt for Caustic Crossings / Wozniak P., Alard C., Udalski A. et al. // *Astron. J.* – 2000. – Vol. 529. – P. 88–92.
7. *Федорова Е.В.* Модели источника в гравитационно-линзовой системе Q2237+0305 и события с высоким усилением / Е.В. Федорова, А.Н. Александров, В.И. Жданов // *Вісн. астрономічної школи.* – 2004. – Т. 5, № 1–2. – С. 229–235.
8. *Kochanek C.S.* Qualitative interpretation of quasar microlensing light curves / Kochanek C. S. // *Astrophys. J.* – 2004. – Vol. 605. – P. 58–77.
9. *Жданов В.І.* Аналітичні співвідношення для гравітаційно-лінзового відображення в околі критичної кривої / В.І. Жданов, О.М. Александров, О.В. Федорова // *Вісн. Київ. ун-ту. Астрономія.* – 2003. – Т. 58. – С. 39–40.



**STATISTICS OF AMPLIFICATION CURVES OF AN EXTENDED MICROLENSSED SOURCE WITH DIFFERENT MODELS OF ITS STRUCTURE**

**V. Slyusar<sup>1</sup>, V. Zhdanov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*National technical university of Ukraine “KPI”, Institute of physics and technology  
pr. Peremogu, 37, Kyiv  
e-mail: [vitaliy.err@gmail.com](mailto:vitaliy.err@gmail.com)*

<sup>2</sup>*Astronomical observatory, Kyiv Shevchenko National University  
Observatorna Str., 3, Kyiv  
e-mail: [zhdanov@observ.univ.kiev.ua](mailto:zhdanov@observ.univ.kiev.ua)*

We compare amplifications in Gaussian, power-like and accretion disk models of a microlensed extended source. The amplification curves are obtained for the linear motion of the sources for about 100 realizations of the microlens field corresponding to optical depth  $\sigma_m = 0,3$  and shear  $\gamma = 0,3$ . The parameters correspond to parameters of image A and B of gravitational lensing system Q2237+0305 “Einstein Cross”. Average difference between models is estimated for half-brightness source radii 0,05; 0,1; 0,15. We used the field of randomly scattered microlenses with uniform distribution. The masses of microlenses were the same.

*Key words:* gravitation, gravitational lens, gravitational microlensing, quasar.

**СТАТИСТИКА КРИВЫХ БЛЕСКА ОТДАЛЕННОГО МИКРОЛИНЗИРОВАННОГО ИСТОЧНИКА ПРИ РАЗНЫХ МОДЕЛЯХ ЕГО СТРУКТУРЫ**

**В. Слюсар<sup>1</sup>, В. Жданов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Національний технічний університет України “КПІ”  
Фізико-технічний інститут  
пр. Перемоги, 37, м. Київ  
e-mail: [vitaliy.err@gmail.com](mailto:vitaliy.err@gmail.com)*

<sup>2</sup>*Астрономічна обсерваторія  
Київського національного університету імені Тараса Шевченка  
ул. Обсерваторна, 3, м. Київ  
e-mail: [zhdanov@observ.univ.kiev.ua](mailto:zhdanov@observ.univ.kiev.ua)*

Мы сравниваем коэффициенты усиления для распределения Гаусса, степенного распределения и модели аккреционного диска микролинзированного протяженного источника. Кривые блеска строятся при линейном движении источника для 1000 реализаций поля микролинз с оптической плотностью  $\sigma_m = 0,4$  и смещением  $\gamma = 0,4$ . Выбор параметров поля микролинз соответствует изображениям А и В гравитационно-линзовой системы Q2237+0305 “Крест Эйнштейна”. Средняя разница между моделями рассчитывается для радиусов половинной яркости источника равных 0,05; 0,1; 0,15. Используется поле с равномерно распределенными микролинзами. Массы микролинз были равные.

*Ключевые слова:* гравитация, гравитационная линза, гравитационное микролинзирование, квазар.

Стаття надійшла до редколегії 29.05.2009

Прийнята до друку 07.06.2010