

УДК 523.9-47, 524.3-6
PACS 95.30.-k, 95.30.Cq, 96.60.-j, 97.10.Ex

ПОПЕРЕЧНІ ПЕРЕРІЗИ ФОТОЙОНІЗАЦІЇ АТОМІВ ВОДНЮ У ФОТОСФЕРІ СОНЦЯ

О. Стельмах

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Кирила і Мефодія, 8, 79005 Львів, Україна*

Проаналізовано особливості процесу фотойонізації атомів водню у частково йонізованій плазмі зоряних фотосфер. Запропоновано інтерпретацію спостережуваної спектральної залежності коефіцієнта неперервного поглинання Сонця в області $(7 - 9)10^3 \text{Å}$.

Ключові слова: фотойонізація атомів водню, рекомбінація, поперечний переріз, ефективний поперечний переріз фотойонізації H^- .

1 Вступ

Коефіцієнт неперервного поглинання, що є однією з основних характеристик зоряних фотосфер, досліджений у значно меншій мірі, ніж коефіцієнт поглинання в лініях. Спектральна залежність коефіцієнта неперервного поглинання для Сонця відома зі спостережень Е.Мілна (1922 р.) та Сміта і Барча (1959 р.) (див. [1,2]). Як встановлено Е.Мілном, коефіцієнт неперервного поглинання є повільно змінною функцією довжини хвилі, яка у видимій області спектру є монотонно зростаючою, досягає максимуму в околі $9 \cdot 10^3 \text{Å}$, при подальшому збільшенні довжини хвилі монотонно спадає, досягаючи мінімуму в околі $16,4 \cdot 10^3 \text{Å}$, а далі знову зростає. За допомогою прецизійних спостережень С.Сміт і Д.Барч встановили, що максимум кривої коефіцієнта неперервного поглинання має двогорбий характер: в околі 8200Å спостерігається неглибокий мінімум. Оскільки в той час загальновизнаною була ідея Р.Вільдта [3,4] про те, що основним механізмом формування коефіцієнта неперервного поглинання у видимій та ближній інфрачервоній областях ($4 \cdot 10^3 \text{Å} \lesssim \lambda \lesssim 16,4 \cdot 10^3 \text{Å}$) є процес фотойонізації негативних йонів водню, то автори роботи [2] визначили спектральну залежність відносного поперечного перерізу фотойонізації йонів H^- зі співвідношення

$$\frac{\alpha(\lambda)}{\alpha(\lambda_1)} = \frac{\sigma(\lambda)}{\sigma(\lambda_1)} \frac{1 - \exp\left[-\frac{2\pi c \hbar}{k_B T \lambda}\right]}{1 - \exp\left[-\frac{2\pi c \hbar}{k_B T \lambda_1}\right]}, \quad (1)$$

де $\lambda_1 = 5280 \text{Å}$. Знайдену величину $\sigma(\lambda)/\sigma(\lambda_1)$ вони вважали відносним поперечним перерізом процесу фотойонізації негативних йонів водню. Спектральна залежність

$\sigma(\lambda)/\sigma(\lambda_1)$ відповідає кривій Е.Мілна, але в околі максимуму спостерігається немонотонний хід кривої, яка має мінімум в околі 8200\AA . Цю особливість поведінки $\sigma(\lambda)/\sigma(\lambda_1)$ ігнорували всі автори, що розраховували коефіцієнт неперервного поглинання у різних наближеннях [-].

Однак фізична причина немонотонної поведінки $\sigma(\lambda)/\sigma(\lambda_1)$ очевидна. Як відомо, Р.Вільдт прийшов до ідеї про основний механізм формування коефіцієнта неперервного поглинання у фотосфері Сонця, звернувши увагу на мінімум в околі $16,4 \cdot 10^3\text{\AA}$. Так само очевидно, що мінімум в околі 8200\AA пов'язаний з іншим низькоенергетичним процесом, у якому беруть участь фотони з енергією $\frac{1}{9} Ry$. Це процес фотойонізації нейтральних атомів водню, збуджених на рівень з головним квантовим числом $n = 3$. Невелика глибина цього мінімуму зумовлена тим, що у відносно холодній фотосфері Сонця концентрація збуджених атомів водню є малою.

Для підтвердження цього слід розрахувати спектральну залежність коефіцієнта неперервного поглинання у видимій та ближній інфрачервоній областях, враховуючи найбільш суттєві низькоенергетичні процеси: фотойонізацію йонів H^- , фотойонізацію нейтральних атомів водню, збуджених на рівні $n = 3$ та 4 , поглинання фотонів „вільними“ електронами. Зі співвідношення (1) можна визначити ефективний поперечний переріз, який можна назвати ефективним поперечним перерізом фотойонізації йонів H^- , оскільки саме цей процес є визначальним у формуванні коефіцієнта неперервного поглинання. Знайдений таким чином ефективний поперечний переріз можна співставити зі спостережуваним, виміряним у роботі [2].

2 Ефективний поперечний переріз

Для зір типу Сонця, що мають невисоку ефективну температуру фотосфери, коефіцієнт неперервного поглинання наближено можна зобразити виразом

$$\kappa(\lambda) = (1 - \exp[-(\lambda_* T_*)^{-1}]) \left\{ \frac{N_{H^-}}{V} \sigma_{H^-}(\lambda) + \sum_{n \geq 1} \frac{N_H^{(n)}}{V} \sigma_n(\lambda) + \frac{N_e}{V} \sigma_{ff}(\lambda) + \dots \right\}, \quad (2)$$

де N_{H^-}/V – концентрація йонів H^- , $N_H^{(n)}/V$ – концентрація нейтральних атомів водню у стані з головним квантовим числом n , N_e/V – концентрація „вільних“ електронів; $\sigma_{H^-}(\lambda)$ – поперечний переріз процесу фотойонізації йона H^- , $\sigma_n(\lambda)$ – аналогічна величина для нейтрального атома водню, який знаходиться у стані з головним квантовим числом n , а $\sigma_{ff}(\lambda)$ – поперечний переріз поглинання фотона „вільним“ електроном. Співвідношення (2) відповідає термодинамічній рівновазі і враховує як власне процеси знищення фотонів при зіткненнях із мікрооб'єктами, так і породження їх в результаті вимушеного випромінювання, що відображається множителем $\{1 - \exp[-(\lambda_* T_*)^{-1}]\}$, близьким до одиниці. Тут $\lambda_* \equiv \lambda/\lambda_0$, де $\lambda_0 = 4\pi a_0 \hbar c e^{-2}$, a_0 – радіус Бора, e – заряд електрона ($\lambda_0 \approx 911, 27\text{\AA}$), $T_* = k_B T (e^2/2a_0)^{-1}$ – температура в рідбергах.

Оскільки основним механізмом формування неперервного поглинання у видимій та ближній інфрачервоній ділянках спектру є фотойонізація негативних йонів

водню, то можна ввести ефективний поперечний переріз співвідношенням

$$\sigma_{eff}(\lambda) = \sigma_{H^-}(\lambda) + \left\{ \frac{N_{H^-}}{V} \right\}^{-1} \left\{ \sum_{n \geq 1} \frac{N_H^{(n)}}{V} \sigma_n(\lambda) + \frac{N_e}{V} \sigma_{ff}(\lambda, T) + \dots \right\}. \quad (3)$$

Через те, що фотойонізація нейтральних атомів водню, поглинання „вільними“ електронами та інші низькоенергетичні процеси дають невеликі внески до $\sigma_{eff}(\lambda)$, то вираз (3) можна вважати ефективним поперечним перерізом процесу фотойонізації негативного йона водню, тому

$$\alpha(\lambda) = \{1 - \exp[-(\lambda_* T_*)^{-1}]\} \frac{N_{H^-}}{V} \sigma_{eff}(\lambda), \quad (4)$$

а спектральну залежність $\sigma_{eff}(\lambda) \sigma_{eff}^{-1}(\lambda_1)$ можна порівнювати зі спостережуваними даними.

Враховуючи, що у наближенні термодинамічної рівноваги безрозмірні концентрації нейтральних атомів, “вільних” електронів та негативних йонів водню пов’язані співвідношенням

$$\frac{n_H^*}{n_{H^-}^*} = \frac{4}{n_e^*} \left(\frac{T_*}{4\pi} \right)^{3/2} U(\xi, T_*) \exp[-T_*^{-1} I(\xi)], \quad (5)$$

яке узагальнює відоме співвідношення Саха, де $n_H^* = \frac{N_H}{V} a_0^3$, $n_e^* = \frac{N_e}{V} a_0^3$, $n_{H^-}^* = \frac{N_{H^-}}{V} a_0^3$, $I_1(\xi)$ – потенціал йонізації йона H^- у рідбергах при заданому значенні безрозмірного параметра екранування ξ , а також приймаючи до уваги формулу (5), виразу (3) можна надати такого вигляду:

$$\begin{aligned} \sigma_{eff}(\lambda) = & \sigma_{H^-}(\lambda) + \frac{1}{2} \left(\frac{T_*}{\pi} \right)^{3/2} U(\xi, T_*) \exp(-T_*^{-1} I(\xi)) \times \\ & \times \left\{ \sigma_e(\lambda) + (n_e^*)^{-1} \sum_{n \geq 2} \sigma_H^{(n)}(\lambda) \exp[-T_*^{-1} (1 - n^{-2})] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $I(\xi) \cong 0,0555$, n_e^* – безрозмірна концентрація електронів,

$$U(\xi, T_*) = Z_H(\xi, T_*) \exp[-T_*^{-1}], \quad (7)$$

а $Z_H(\xi, T_*)$ – статистична сума атома водню при врахуванні ефекту екранування взаємодій. При невисоких ефективних температурах фотосфер $U(\xi, T_*)$ близька до одиниці.

Розрахунок спектральної залежності поперечного перерізу фотойонізації негативного йона водню $\sigma_{H^-}(\lambda)$ був предметом досліджень багатьох авторів (див. [1, 3–9]). Як правило, розрахунки базувались на використанні варіаційних двоелектронних функцій. Перші коректні розрахунки були виконані у серії робіт С. Чандрасекара. У роботі [7] виконано точніші розрахунки на основі багатопараметричних функцій з робіт [10, 11]. У нашій роботі [9] використано варіаційно-базисний

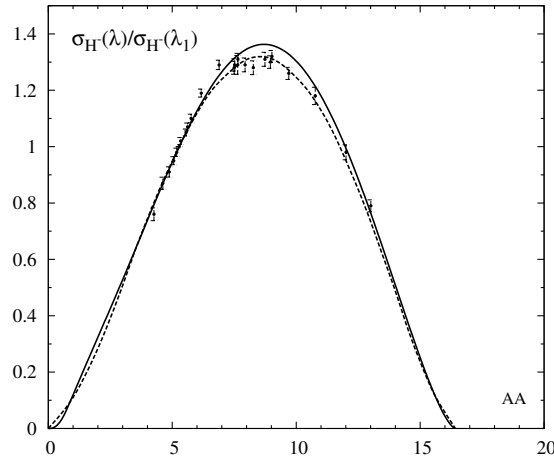


Рис. 1: Залежність відносного поперечного перерізу $\sigma_{H^-}(\lambda)/\sigma_{H^-}(\lambda_1)$ при $\lambda_1 = 5280\text{\AA}$ від довжини хвилі $\lambda' = \lambda \cdot 10^{-3}$, де λ виражено в ангстремах.

підхід, що ґрунтується на використанні розкладів хвильових функцій двоелектронної задачі за ортогональними функціями. Результати цієї роботи близькі до результатів роботи [7], що видно з рисунка 1, на якому зображено відносний поперечний переріз $\sigma_{H^-}(\lambda)/\sigma_{H^-}(\lambda_1)$. Пунктирна крива відповідає найкращому варіанту розрахунку з роботи [7], суцільна крива – роботі [9]. Мітками зображено спостережувані дані з роботи [2]. З рисунка видно, що спостережувані дані не можуть бути описані врахуванням лише одного процесу фотойонізації йонів H^- , хоча в цілому є добра відповідність між результатами розрахунків двома незалежними методами і спостережуваними даними.

3 Поперечний переріз поглинання фотонів "вільними" електронами.

Хвильова функція незв'язаного електрона у стані із заданими значеннями хвильового вектора \mathbf{k} і енергії $\varepsilon_k = \hbar^2 k^2 / 2m_0$ визначається його взаємодією з нейтральними атомами, протонами, додатними і від'ємними йонами і т.д. Врахуємо, що у фотосферах зір з невисокими ефективними температурами концентрація нейтральних незбуджених атомів водню на декілька порядків перевищує концентрацію всіх інших частинок. У зв'язку з цим обмежимося взаємодією електрона з атомами водню, що перебувають в 1s-стані,

$$V_e(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N_H} v_{1s}(|\mathbf{r} - \mathbf{R}_j|), \quad (8)$$

$$v_{1s}(\mathbf{r}) = -\frac{e^2}{r} \left(1 + \frac{r}{a_0} \right) \exp(-2r/a_0),$$

де \mathbf{R}_j – радіус-вектор протона j -го атома. Враховуючи, що хартрівський потенціал атома є слабким, обмежимося борнівським наближенням, записуючи хвильову функцію електрона у вигляді

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varphi_{\mathbf{k}}^{(0)} - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}} (\varepsilon_{\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}})^{-1} \varphi_{\mathbf{q}}^{(0)}(\mathbf{r}) \nu_{1s}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) S_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}, \quad (9)$$

де $\nu_{1s}(\mathbf{k})$ – зображення Фур'є функції $v_{1s}(\mathbf{r})$, а

$$S_{\mathbf{q}} \equiv \sum_{j=1}^{N_H} \exp[i(\mathbf{q}, \mathbf{R}_j)] - \quad (10)$$

структурний фактор атомної підсистеми.

Поперечний переріз процесу поглинання фотона з енергією $\hbar\omega$, що супроводжується переходом електрона між станами неперервного спектру, визначається виразом [14]

$$\sigma_{ff}(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar V}{mc N_e} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} \rho_{\mathbf{k}_1} f_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} \delta(\hbar\omega_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} - \hbar\omega), \quad (11)$$

де

$$\rho_{\mathbf{k}} = V^{-1} (2\pi\hbar^2 / m_0 k_B T)^{3/2} \exp[-\varepsilon_{\mathbf{k}} / k_B T] - \quad (12)$$

ймовірність початкового стану електрона, $f_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}$ – сила осцилятора для цього переходу,

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} &= \frac{2}{3} [m\hbar\omega_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}]^{-1} |\mathbf{P}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}|^2, \quad \hbar\omega_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} = \varepsilon_{\mathbf{k}_2} - \varepsilon_{\mathbf{k}_1}, \\ \mathbf{P}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} &= \int \psi_{\mathbf{k}_2}^*(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{P}} \psi_{\mathbf{k}_1}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (13)$$

У наближенні хаотичного просторового розподілу атомів, коли $S_{\mathbf{q}} S_{-\mathbf{q}} \simeq N_H$,

$$\sigma_{ff}(\lambda, T) = \frac{N_H}{V} a_0^3 \sigma_e(\lambda, T), \quad (14)$$

де $\sigma_e(\lambda, T)$ – поперечний переріз у розрахунку на один атом водню,

$$\begin{aligned} \sigma_e(\lambda, T) &= \alpha_0 \pi a_0^2 \frac{256}{3} I_e(\omega_*, T_*), \\ I_e(\lambda_*, T_*) &= \pi^{1/2} T_*^{-3/2} \lambda_*^3 \int_0^\infty dx x^2 x_0 \exp(-x^2 / T_*) N(x, x_0), \\ N(x, x_0) &= \frac{1}{2xx_0} \left\{ \ln \frac{4+z_+}{4+z_-} - \frac{4}{(4+z_+)^3} \left(\frac{8}{3} + 6z_+ + z_+^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{(4+z_-)^3} \left(\frac{8}{3} + 6z_- + z_-^2 \right) \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

де $z_+ = (x + x_0)^2$, $z_- = (x - x_0)^2$; $x_0 \equiv (x^2 + \omega_*)^{1/2}$, $T_* \equiv k_B T (\frac{e^2}{2a_0})^{-1}$.

Поперечний переріз $\sigma_{ff}(\lambda, T)$ є плавною монотонно зростаючою функцією довжини хвилі ($\sigma_{ff}(\lambda, T) \simeq \lambda_*^3$), він приймає малі значення у видимій та ближній інфрачервоній областях спектру, а тому його вплив на поведінку $\sigma_{eff}(\lambda)$ є слабким.

4 Поперечні перерізи фотойонізації атомів водню

Розрахунок поперечних перерізів йотойонізації атомів водню чи воднеподібних атомів у частково йонізованій плазмі також є складною задачею, яка допускає розв'язки лише у рамках певних моделей. Добре відомі результати квазікласичного наближення перерізів з роботи [12]. У роботі [13], присвяченій обчисленню так званих факторів Гаунта, які використовуються для корекції формули Крамерса, виконано розрахунки поперечних перерізів фотойонізації атома водню на основі точних хвильових функцій електрона в дискретному та неперервному спектрі. Зауважимо, що розглядається процес взаємодії з фотоном одного ізольованого атома у стандартному дипольному наближенні. Поперечні перерізи представлено як функції енергії фотоелектрона. Трансформували їх до шкали довжин хвиль, одержуємо вирази для сумарного поперечного перерізу процесу взаємодії фотона з атомом, який до зіткнення знаходився у стані з квантовими числами n, l :

$$\sigma_{n,l}(\lambda) \equiv \sum_{m=-l}^l \sigma_{n,l,m}(\lambda) = \pi \alpha_0 a_0^2 \left\{ \tilde{\sigma}_{n,l}^+(\lambda) + \tilde{\sigma}_{n,l}^-(\lambda) \right\}. \quad (16)$$

Нижче наведено явні вирази для функції $\tilde{\sigma}_{n,l}(\lambda)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{3,0}^+(\lambda) &= 3f_3(\lambda_*) (x_n)^4 \frac{2^8 3^4}{3} (1+8x_n)^{-1} \left\{ 1 + \frac{28}{3}x_n + \frac{32}{3}(x_n)^2 \right\}^2; \\ \tilde{\sigma}_{3,1}^+(\lambda) &= 3f_3(\lambda_*) (x_n)^4 2^{14} \{1+8x_n\} (x_n)^5 \left\{ 1 + \frac{5}{4}x_n \right\}; \\ \tilde{\sigma}_{3,1}^-(\lambda) &= 3f_3(\lambda_*) (x_n)^5 2^{11} \{1+2x_n\}^2; \\ \tilde{\sigma}_{3,2}^+(\lambda) &= 3f_3(\lambda_*) (x_n)^6 \frac{2^{15} 3^2}{25} \{1+8x_n\} \left(1 + \frac{5}{4}x_n \right); \\ \tilde{\sigma}_{3,2}^-(\lambda) &= 3f_3(\lambda_*) (x_n)^6 \frac{2^{12} 3}{25} (1+8x_n); \\ \tilde{\sigma}_{4,0}^+(\lambda) &= 4f_4(\lambda_*) (x_n)^4 \frac{2^8 4^4}{3} (1+15x_n)^{-1} \left\{ 1 + \frac{114}{6}x_n + \frac{376}{6}(x_n)^2 + 40(x_n)^3 \right\}^2; \\ \tilde{\sigma}_{4,1}^+(\lambda) &= 4f_4(\lambda_*) (x_n)^5 \frac{2^{19}}{3^3} 5(1+15x_n)(1+3x_n)^{-1} \left\{ 1 + \frac{19}{5}x_n + \frac{12}{5}(x_n)^2 \right\}^2; \\ \tilde{\sigma}_{4,1}^-(\lambda) &= 4f_4(\lambda_*) (x_n)^5 \frac{2^{16} 5}{3^3} \left(1 + \frac{28}{5}x_n + \frac{24}{5}(x_n)^2 \right)^2; \\ \tilde{\sigma}_{4,2}^+(\lambda) &= 4f_4(\lambda_*) (x_n)^6 \frac{2^{18} 3^2}{25} \{1+3x_n\} (1+15x_n) \left(1 + \frac{7}{9}x_n \right)^2; \\ \tilde{\sigma}_{4,2}^-(\lambda) &= 4f_4(\lambda_*) (x_n)^6 \frac{2^{19}}{3 \cdot 25} (1+15x_n) \left(1 + \frac{4}{3}x_n \right)^2; \\ \tilde{\sigma}_{4,3}^+(\lambda) &= 4f_4(\lambda_*) (x_n)^7 \frac{2^{25}}{3 \cdot 5 \cdot 49} \{1+3x_n\} (1+15x_n) \left(1 + \frac{7}{9}x_n \right) \left(1 + \frac{2}{3}x_n \right)^2; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\tilde{\sigma}_{4,3}^-(\lambda) = 4f_4\lambda_* (x_n)^7 \frac{2^{22}}{3^2 \cdot 5 \cdot 49} (1 + 3x_n)(1 + 15x_n),$$

де $x_n = \lambda_*/n^2$, а функції $f_n(\lambda_*)$ визначені наступними співвідношеннями:

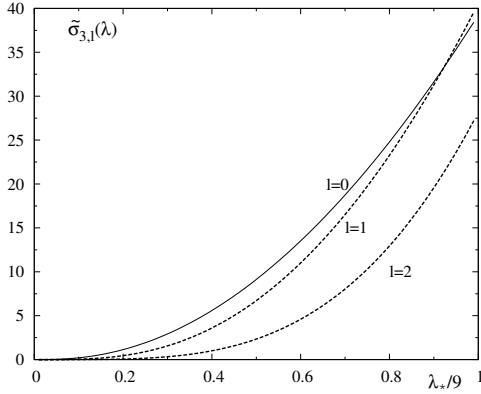


Рис. 2: Залежність поперечних перерізів фотойонізації атомів водню для станів з $n = 3$ від довжини хвилі ($l = 0, 1, 2$).

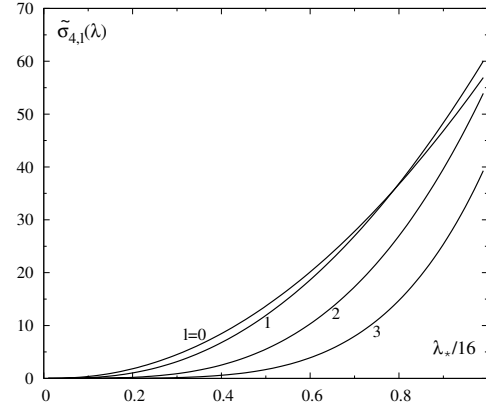


Рис. 3: Залежність поперечних перерізів фотойонізації атомів водню для станів з $n = 4$ від довжини хвилі ($l = 0, 1, 2, 3$).

$$\begin{aligned} f_n(\lambda_*) &= \frac{2\pi}{1 - e^{-r_n(\lambda_*)}} \exp[-s_n(\lambda_*)], \\ s_n(\lambda_*) &= \frac{2}{\pi} r_n(\lambda_*) \arctan\left(\frac{2\pi n}{r_n(\lambda_*)}\right), \\ r_n(\lambda_*) &= \frac{2\pi n(\lambda_*/n^2)^{1/2}}{(1 - \lambda_*/n^2)^{1/2}}. \end{aligned} \tag{18}$$

При цьому для заданого n довжина хвилі змінюється від 0 до n^2 .

Спектральну залежність необхідних нам для наступних розрахунків $\tilde{\sigma}_{3,l}(\lambda)$ і $\tilde{\sigma}_{4,l}(\lambda)$ ілюструють рисунки 2, 3. Ці функції мають стрибкоподібну поведінку в околі червоних границь ($\sigma_{n,l} \sim \lambda^3$ при $0 \leq \lambda_* \leq \lambda_*^{max} = n^2$; $\sigma_{n,l}(\lambda) = 0$ при $\lambda > \lambda_{max} = n^2\lambda_0$, де n – головне квантове число).

На рис. 4 наведено спектральну залежність відносного ефективного поперечного перерізу $\sigma_{eff}(\lambda)\sigma_{eff}^{-1}(\lambda_1)$ у видимій та інфрачервоній області при врахуванні поглинання „вільними“ електронами та процесів фотойонізації атомів водню, збуджених на рівні з $n = 3$ і 4 (пунктирна крива). Тонка крива відповідає парціальному внеску фотойонізації йонів H^- . Пунктирна крива відповідає значенням ефективної температури $T = 6000K$, а також безрозмірній концентрації баріонів $n_* = \rho a_0^3/m_H = 10^{-10}$, що є характерними параметрами для сонячної фотосфери. Мітками позначено дані роботи [2]. Концентрація атомів водню, збуджених на рівень n , визначалась співвідношенням

$$\frac{N_H^{(n)}}{V} \simeq \frac{N_H}{V} \exp\{-(1 - n^{-2})T_*^{-1}\}, \tag{19}$$

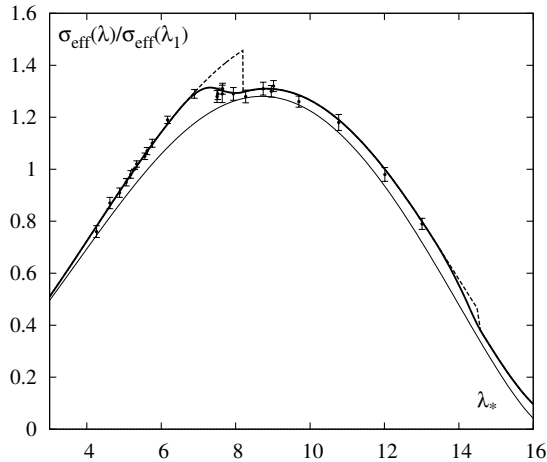


Рис. 4: Спектральна залежність відносного ефективного поперечного перерізу для моделі з термодинамічними параметрами Сонця ($T = 6000\text{K}$, $n_* = \frac{\rho}{m_H} a_0^3 = 10^{-10}$) у різних наближеннях. Мітки – спостережувані дані для Сонця з роботи [5].

що відповідає локальній термодинамічній рівновазі ($\frac{N_H}{V}$ – загальна концентрація нейтральних атомів водню). Як видно з рисунка, пунктирна крива добре описує дані роботи [2] в області $(4000 - 14000)\text{\AA}$, крім інтервалу $(7000 - 8200)\text{\AA}$. Відхилення пунктирної кривої від спостережуваних даних можна пояснити незадовільною пороговою поведінкою поперечних перерізів $\tilde{\sigma}_{z,l}(\lambda)$.

Із загальних фізичних міркувань очевидно, що процес зіткнення фотона з атомом водню, який знаходиться в середовищі частково йонізованої плазми фотосфери, проходить не так, як у випадку єдиного атома у вакуумі. В останньому випадку маємо одноелектронну задачу і розрахунок поперечного перерізу фотойонізації на кулонівських функціях є єдино правильним при будь-яких енергіях фотоелектрона, чи довжинах хвиль.

У частково йонізованій плазмі, де наявні „вільні“ електрони, процес фотойонізації коректніше розглядати як такий, що складається з двох стадій. На першій стадії в результаті зіткнення утворюється фотоелектрон, що знаходиться у полі протона. Час, протягом якого фотоелектрон покидає сферу дії протона, залежить від енергії електрона, або його швидкості v_1 :

$$\tau_1 \approx \frac{R_p}{v_1}, \quad v_1 \approx \left(\frac{4\pi\hbar c}{m} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{max}} \right)^{1/2}, \quad (20)$$

де R_p – радіус дії протона (середня відстань між протонами, або дебаївський радіус екранування). Для фотоелектрона з малою енергією λ близьке до $\lambda_{max} = n^2\lambda_0$ і такий електрон проводить багато часу у кулонівському полі протона. На другій стадії процесу може відбутися рекомбінація – захоплення „вільного“ електрона, що має теплову швидкість $v_e \approx \left(\frac{3k_B T}{m} \right)^{1/2}$, протоном, в результаті чого утворюється нейтральний атом, найімовірніше у збудженому стані, з випромінюванням фотона

деякої частоти. Рекомбінація – швидкий процес, а час, протягом якого вона відбувається, можна оцінити за формулою $\tau_2 \approx R_p/v_e$. Відношення

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} \approx \left\{ \frac{3k_B T}{4\pi c \hbar} \cdot \frac{\lambda \lambda_{max}}{\lambda_{max} - \lambda} \right\}^{1/2} = n \left(\frac{3}{2} T_* \right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{max} - \lambda} \right)^{1/2} \quad (21)$$

є малою величиною в околі $\lambda \rightarrow 0$, а в околі порогу ($\lambda \rightarrow \lambda_{max}$) – великою. Це означає, що фотоелектрон з малою енергією основну частину часу проведе не в кулонівському полі протона, а в слабкому полі нейтрального атома. Якщо ж енергія фотоелектрона велика, то він практично весь час перебуватиме у полі протона. Це означає, що поперечний переріз фотойонізації при малих λ слід розраховувати на кулонівських функціях, а біля порогу – на функціях, близьких до плоскої хвилі. Для $T_* \approx 6/161$ (безрозмірна ефективна температура фотосфери Сонця) $\tau_1 = \tau_2$ при $\lambda \approx \lambda_{max} \left(1 + \frac{1}{18} n^2\right)^{-1}$.

Із цих оцінок випливає, що коректний опис процесу фотойонізації атомів у фотосфері повинен проводитись у двоелектронному наближенні. Але у даній роботі ми сконструювали модельні поперечні перерізи фотойонізації збуджених атомів водню, зшиваючи поперечні перерізи (17) із перерізами, розрахованими на плоских хвилях. У цьому наближенні розрахунок сил осциляторів зв'язано-вільних переходів

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{k}|nlm} &= 2 \{3m_0 \hbar \omega_{\mathbf{k}|n}\}^{-1} |\mathbf{P}_{\mathbf{k}|nlm}|^2, \\ \mathbf{P}_{\mathbf{k}|nlm} &= \int d\mathbf{r} \psi_{nlm}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{p}} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \\ \hbar \omega_{\mathbf{k}|n} &= \frac{e^2}{2a_0} [n^{-2} + (ka_0)^2] \end{aligned} \quad (22)$$

зводиться до розрахунку фур'є-зображення функції $\psi_{nlm}(\mathbf{r})$, адже

$$\mathbf{P}_{\mathbf{k}|nlm} = V^{-1/2} \hbar \mathbf{k} \psi_{nlm}(\mathbf{k}). \quad (23)$$

Поперечний переріз процесу фотойонізації збудженого атома, що знаходився у стані з квантовими числами n, l , дорівнює

$$\begin{aligned} \sigma_n(\omega) &= \sum_{0 \leq l \leq n-1} \sigma_{n,l}(\omega), \\ \sigma_{n,l}(\omega) &= 2\pi^2 e^2 (m_0 c)^{-1} \sum_m \sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}|nlm} \delta(\omega_{\mathbf{k}|n} - \omega). \end{aligned} \quad (24)$$

Всі парціальні поперечні перерізи при $l \geq 0$ у шкалі частот чи довжин хвиль зображаються простими аналітичними формулами. Зокрема для s-станів ($n \geq 1$)

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{n,0}(\lambda) &= \frac{2^8}{3} n^4 (x_n)^{7/2} (1-x_n)^{3/2} M_{n,0}(x_n); \\ M_{n,0}(x_n) &= \left\{ \sum_{s=0}^{n-1} (-1)^s \frac{(2n-1)!}{(2s+1)!(2n-2s-1)!} x_n^{n-s-1} (1-x_n)^s \right\}^2; \quad x_n = \lambda_*/n^2; \end{aligned} \quad (25)$$

для р-станів ($n \geq 2$)

$$\sigma_{n,1}^{PW}(\lambda) = \alpha_0 \pi a_0^2 \frac{2^{10}}{3^2} n^4 (n^2 - 1) \left(\frac{\lambda_*}{n^2}\right)^{9/2} \left(1 - \frac{\lambda_*}{n^2}\right)^{5/2} M_{n,1}\left(\frac{\lambda_*}{n^2}\right); \quad (26)$$

$$M_{2,1}(x) = 1; \quad M_{3,1}(x) = [1 - 2x]^2; \quad M_{4,1}(x) = \left\{1 - \frac{24}{5}x + \frac{24}{5}x^2\right\}^2; \dots;$$

для d-станів ($n \geq 3$)

$$\sigma_{n,2}^{PW}(\lambda) = \alpha_0 \pi a_0^2 \frac{2^{12}}{3 \cdot 5} n^2 (n^2 - 1)(n^2 - 4) \left(\frac{\lambda_*}{n^2}\right)^{11/2} \left(1 - \frac{\lambda_*}{n^2}\right)^{7/2} M_{n,2}\left(\frac{\lambda_*}{n^2}\right) \quad (27)$$

$$M_{3,2}(x) = 1; \quad M_{4,2}(x) = [1 - 2x]^2; \dots;$$

для f-станів ($n \geq 4$)

$$\sigma_{n,3}^{PW}(\lambda) = \alpha_0 \pi a_0^2 \frac{2^{14}}{3 \cdot 7 \cdot (3 \cdot 5)^2} n^2 (n^2 - 1)(n^2 - 4)(n^2 - 9) \left(\frac{\lambda_*}{n^2}\right)^{13/2}$$

$$\times \left(1 - \frac{\lambda_*}{n^2}\right)^{9/2} M_{n,3}\left(\frac{\lambda_*}{n^2}\right); \quad (28)$$

$$M_{4,3}(x) = 1; \quad M_{5,3}(x) = [1 - 2x]^2; \dots \text{ і т.д.}$$

При цьому виконуються рівності $M_{n,l}(0) = M_{n,l}(1) = 1$.

Ми співставили розраховані за формулами (24)–(28) парціальні поперечні перерізи фотойонізації атома водню для станів n, l , де n змінюється від 1 до 5 (при всіх допустимих значеннях l), з відповідними перерізами, розрахованими за формулами роботи [13]. У границі малих довжин хвиль ($\lambda_* \ll n^2$) результати обох наближень збігаються. Розраховані за формулами (24)–(28), поперечні перерізи є неперервними функціями довжини хвилі, які занулюються в околах відповідних червоних границь ($\lambda_* \rightarrow n^2$).

Відзначимо, що функції $\tilde{\sigma}_{n,l}^{PW}(\lambda)$ при $0 \leq l \leq n - 2$ є осцилюючими функціями довжини хвилі, але $\sum_{l=0}^{n-1} \tilde{\sigma}_{n,l}(\lambda)$ осциляцій не має. Це добре видно з рисунка 5, на якому наведено функції $\tilde{\sigma}_{3,l}^{PW}(\lambda)$ (пунктирні криві) та їх суму (суцільна крива з одним максимумом, розташованим поблизу $\lambda = 6000 \text{ \AA}$). Таку ж властивість мають функції $\sigma_{n,l}^{PW}(\lambda)$ при довільних значеннях n .

Поперечні перерізи, розраховані на кулонівських функціях неперервного спектру, коректні в області довжин хвиль, далеких від порогових значень, а $\sigma_{n,l}^{PW}(\lambda)$ – в областях поблизу порогів.

Щоб отримати наближені вирази, придатні для всіх допустимих довжин хвиль, ми скористалися методом зшивання, що ілюструє рис. 6. Тут пунктирними кривими зображено функції $\sum_{l=0}^2 \tilde{\sigma}_{3,l}(\lambda)$ та $\sum_{l=0}^2 \tilde{\sigma}_{3,l}^{PW}(\lambda)$, а суцільною кривою – функцію $\tilde{\sigma}_3^{mod}(\lambda)$

$$\tilde{\sigma}_3^{mod}(\lambda) = \begin{cases} \sum_{l=0}^2 \tilde{\sigma}_{3,l}(x) & \text{при } 0 \leq x \leq x_1; \\ y_3(x) & \text{при } x_1 < x \leq x_2; \\ \sum_{l=0}^2 \tilde{\sigma}_{3,l}^{PW}(x) & \text{при } x_2 < x \leq 1. \end{cases} \quad (29)$$

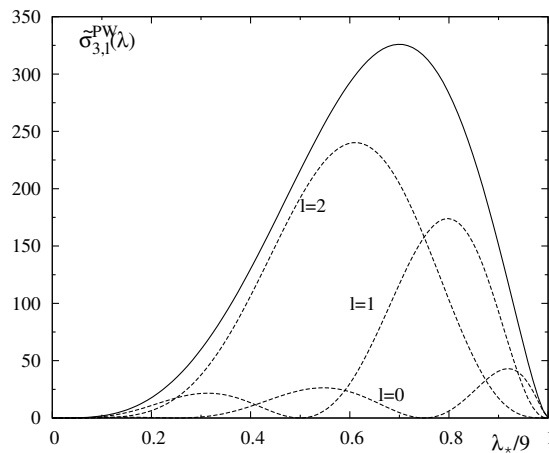


Рис. 5: Спектральна залежність поперечних перерізів фотойонізації атомів водню, розрахованих у плоскохвильовому наближенні, для стану з головним квантовим числом $n = 3$. Суцільна крива зображає суму $\sum_{l=0}^2 \sigma_{n,l}^{PW}(\lambda)$.

При цьому $x = \lambda_*/9$, а зшивання проводиться у точках $x_1 = 0.75$, $x_2 = 0.91$;

$$y_3(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3, \tag{30}$$

де $b_0 = 7428,7$, $b_1 = -29061,4$, $b_2 = 37917,9$, $b_3 = -16378,4$.

Аналогічним способом сконструйовано модельний поперечний переріз фотойонізації атомів водню, збуджених на рівень $n = 4$.

Оскільки заселеність рівнів зменшується при збільшенні головного квантового числа, а ефекти екранування приводять до того, що стани з великими значеннями n не можуть реалізуватися, то при наближеному розрахунку ми враховували лише квантові стани атомів водню з $n = 3$ і 4 . Сконструйовані нами модельні поперечні перерізи з нульовою пороговою асимптотикою дозволяють якісно описати немонотонну поведінку коефіцієнта неперервного поглинання в околі його максимуму, відому зі спостережуваних даних [4], що ілюструє жирна крива рисунка 4.

Спектральна залежність нормованого ефективного поперечного перерізу, розрахованого за формулою (3) з використанням модельних поперечних перерізів $\tilde{\sigma}_3^{mod}(x_3)$ і $\tilde{\sigma}_4^{mod}(x_4)$, представлена жирною кривою рисунка 4. Відзначимо, що всі криві рисунка 4 нормовані одним і тим же значенням $\sigma_{eff}(\lambda_1)$ при $\lambda_1 = 5280\text{\AA}$. Як бачимо, відповідність між розрахованими і спостережуваними даними можна досягти тільки при використанні поперечних перерізів фотойонізації збуджених атомів з нульовою пороговою поведінкою.

Для того, щоб „автоматизувати“ розрахунок модельних поперечних перерізів, змодельємо потенціал, який формує стани фотоелектрона, у вигляді

$$V_{ef}(r) = -\frac{e^2}{r}Q(\varepsilon), \tag{31}$$

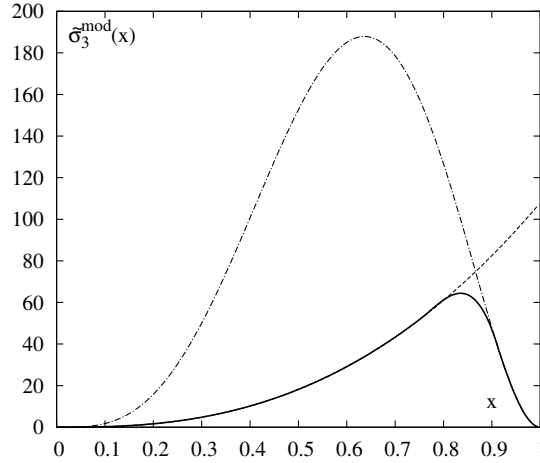


Рис. 6: Зшивання кулонівського і плоскохвильового поперечних перерізів фотойонізації атомів водню у випадку $n = 3$. Суцільна крива - $\tilde{\sigma}_3^{mod}(x)$.

де безрозмірна функція $Q(\varepsilon)$, що визначається безрозмірною енергією ε , має таку асимптотику:

$$Q(\varepsilon) = \begin{cases} b\varepsilon^x + \dots & \text{при } \varepsilon \ll 1, \\ 1 + \dots & \text{при } \varepsilon \gg 1. \end{cases} \quad (32)$$

Розглянемо рівняння Шредингера для фотоелектрона у полі (31),

$$\left\{ -\frac{\hbar^2 \Delta_r}{2m} - \frac{e^2}{r} Q(\varepsilon) \right\} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \quad (33)$$

Якщо „параметр включення“ взаємодії $Q(\varepsilon)$ прямує до нуля, то розв'язки рівняння (33) описують рух вільного електрона. Для зручності наступних розрахунків виконаємо масштабне перетворення $\mathbf{r} = \mathbf{r}' Q^{-1}(\varepsilon)$, що дозволяє звести рівняння (33) до рівняння Шредингера з чисто кулонівським потенціалом, але ефективною енергією частинки,

$$\left\{ -\frac{\hbar^2 \Delta_{r'}}{2m} - \frac{e^2}{r'} \right\} \psi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}') = \frac{\hbar^2 \tilde{k}^2}{2m} \psi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}'), \quad (34)$$

де $\tilde{k} = kQ^{-1}(\varepsilon)$. В околі порогових значень частоти фотона, коли енергія фотоелектрона є малою, рівняння (33) описує рух частинки малої енергії у слабкому полі, а рівняння (34) описує стани електрона у чисто кулонівському полі, але з великою кінетичною енергією. У границі великих енергій фотоелектрона (коли $Q(\varepsilon) \rightarrow 1$), ці два зображення збігаються.

Розв'язки рівняння (34) добре відомі [15]: у сферичній системі координат $\psi_{\tilde{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}') = Y_{l,m}(\theta, \varphi) R_{\tilde{k},l}(\tilde{\rho})$,

$$R_{\tilde{k},l}(\tilde{\rho}) = C_{\tilde{k}}^{(l)} \frac{1}{(2l+1)!} (2\tilde{k}\tilde{\rho})^l e^{-i\tilde{k}\tilde{\rho}} F \left\{ \frac{i}{\tilde{k}} + l + 1, 2l + 2, 2i\tilde{k}\tilde{\rho} \right\}, \quad (35)$$

де $\tilde{\rho} = |\mathbf{r}'| a_0^{-1}$, $\tilde{k}_* = k a_0 (Q(\varepsilon))^{-1}$, $F(\alpha, \gamma, x)$ – вироджена гіпергеометрична функція,

$$C_{\tilde{k}_*}^{(l)} = 2(\tilde{k}_*)^{1/2} (1 - e^{-2\pi/\tilde{k}_*})^{-1/2} \prod_{s=1}^l \left(s^2 + \frac{1}{\tilde{k}_*^2} \right)^{1/2}. \quad (36)$$

Функції $R_{\tilde{k}_*,l}(\tilde{\rho})$ нормовані „за шкалою“ \tilde{k}_* :

$$\int_0^\infty R_{\tilde{k}_*,l}^*(\tilde{\rho}) R_{\tilde{k}_*,l}(\tilde{\rho}) \tilde{\rho}^2 d\tilde{\rho} = \delta(\tilde{k}_*^{(1)} - \tilde{k}_*^{(2)}). \quad (37)$$

Для зручності розрахунків введемо функції

$$\tilde{R}_{\tilde{k}_*,l}(\tilde{\rho}) = (Q(\varepsilon))^{-1/2} (2k_*)^{-1/2} R_{\tilde{k}_*,l}(\tilde{\rho}), \quad (38)$$

які нормовані „за шкалою“ безрозмірної енергії електрона $\varepsilon_k = (k a_0)^2 = k_*^2$:

$$\int_0^\infty \tilde{R}_{\tilde{k}_*,l}^*(\tilde{\rho}) \tilde{R}_{\tilde{k}_*,l}(\tilde{\rho}) \tilde{\rho}^2 d\tilde{\rho} = \delta((k_*^{(1)})^2 - (k_*^{(2)})^2). \quad (39)$$

У дипольному наближенні поперечний переріз переходу зі зв’язаного стану (n, l) у стан неперервного спектру (E, l) визначається матричним елементом модуля радіус-вектора електрона

$$\tau_{n,l \rightarrow E, l \pm 1} = \frac{a_0}{Q} \int_0^\infty d\tilde{\rho} \tilde{\rho}^3 R_{n,l}(\tilde{\rho}) \tilde{R}_{\tilde{k}_*,l}(\tilde{\rho}), \quad (40)$$

де

$$R_{n,l}(\tilde{\rho}) = Q^{-3/2} 2n^{-2-l} [(2l+1)!]^{-1} \left\{ \frac{(n+l)!}{(n-l-1)!} \right\}^{1/2} \times \quad (41)$$

$$\times (2\tilde{\rho}/Q)^l \exp\{-\tilde{\rho}[nQ]^{-1}\} F(-n+l+1, 2l+2, 2\tilde{\rho}[nQ]^{-1})$$

– нормована радіальна функція зв’язаного стану електрона у чисто кулонівському полі з квантовими числами (n, l) , записана у змінних $\tilde{\rho}$. Матричний елемент $\tau_{n,l \rightarrow E, l \pm 1}$ зводиться до лінійної комбінації інтегралів типу

$$J_{\alpha\gamma}^\nu = \int_0^\infty dx x^\nu e^{-\lambda x} F(\alpha, \gamma, sx) = \quad (42)$$

$$= \Gamma(\nu+1) \lambda^{-1-\nu} \left(1 - \frac{s}{\lambda}\right)^{-\alpha} F\left(\alpha, \gamma - \nu - 1, \gamma, \frac{s}{s-\lambda}\right),$$

де

$$\alpha \equiv i/\tilde{k}_* + 2 \quad \text{при } l = 0, \quad (43)$$

$$\alpha \equiv i/\tilde{k}_* + l + 1 \pm 1 \quad \text{при } l \neq 0,$$

$F(\alpha, \beta, \gamma, z)$ – гіпергеометрична функція [15].

Як приклад наведемо матричний елемент для переходу $(1, 0) \rightarrow (E, 1)$, розрахований за формулою (40):

$$\begin{aligned} \tau_{1,0}^{E,1}(k_*) &= a_0 \cdot 2^4 \left(1 - \frac{Q}{2}\right) (1 + k_*^2)^{-3} \left(1 + \frac{Q^2}{k_*^2}\right)^{1/2} \times \\ &\times k_* Q^{1/2} (1 - e^{-2\pi Q/k_*})^{-1/2} \exp\left(-\frac{2Q}{k_*} \operatorname{arctg}(k_*)\right). \end{aligned} \quad (44)$$

В околі порогу, коли $k_* \rightarrow 0$, асимптотика $\tau_{1,0}^{E,1}$ визначається відношенням $Q(\varepsilon)/k_*$:

$$\tau_{1,0}^{E,1}(k_*) \rightarrow \begin{cases} 2^3 e^{-2} a_0 & \text{при } Q(\varepsilon) = 1, \\ 2^{7/2} (\pi)^{-1/2} (k_*)^{3/2} a_0 & \text{при } Q(\varepsilon) \ll k_*. \end{cases} \quad (45)$$

Випадок $Q(\varepsilon) = 1$ відповідає чисто кулонівському потенціалу, а $Q(\varepsilon) \sim k_*^{2x}$ при $x \geq 1$ – вільному рухові електрона. Зауважимо, що у формулі (45) при $Q(\varepsilon) \ll k_*$ у матричному елементі немає залежності від $Q(\varepsilon)$. Використовуючи радіальну хвильову функцію вільного руху електрона, нормовану „за шкалою енергії“ [15]

$$\tilde{R}_{k_*,1}(\rho) = \sqrt{\frac{k_*}{\pi}} \left\{ \frac{\sin(k_* \rho)}{(k_* \rho)^2} - \frac{\cos(k_* \rho)}{k_* \rho} \right\}, \quad (46)$$

знаходимо, що

$$\tau_{1,0}^{E,1} = \frac{2^{7/2}}{\sqrt{\pi}} k_*^{3/2} \frac{a_0}{(1 + k_*^2)^3}, \quad (47)$$

що відповідає виразу (44) при $Q(\varepsilon) \ll k_*$. Отже, функції $R_{k_*,l}(\tilde{\rho})$ чи $\tilde{R}_{k_*,l}(\tilde{\rho})$ є такими, які при великих значеннях енергії фотоелектрона збігаються з кулонівськими функціями неперервного спектру, а при малих значеннях енергії вони близькі до хвильових функцій вільного електрона. Відповідно і поперечний переріз

$$\sigma_{1,0}(\lambda_*) = \frac{4\pi^2}{3} \omega_* \alpha_0 \tau_{1,0}^2(k_*) \quad \text{при} \quad k_*^2 = \lambda_*^{-1} - 1, \quad (48)$$

або

$$\sigma_{1,0}(\lambda_*) = \pi \alpha_0 a_0^2 f_1(\lambda_*) \frac{2^9}{3} \left(1 - \frac{1}{2} Q(\lambda_*)\right)^2 Q(\lambda_*) \lambda_*^4 [1 + \lambda_* (Q^2(\lambda_*) - 1)], \quad (49)$$

де

$$\begin{aligned} f_1(\lambda_*) &= 2\pi \left\{ 1 - \exp\left[-2\pi Q(\lambda_*) \left(\frac{1 - \lambda_*}{\lambda_*}\right)^{-1/2}\right] \right\}^{-1} \times \\ &\times \exp\left\{-4 \left(\frac{1 - \lambda_*}{\lambda_*}\right)^{-1/2} Q(x) \arctan\left(\frac{1 - \lambda_*}{\lambda_*}\right)^{1/2}\right\}, \end{aligned} \quad (50)$$

має кулонівську асимптотику при $\lambda_* \ll 1$ і плоскохвильову при $\lambda_* \rightarrow 1$, якщо $Q(\lambda_*) \rightarrow 1$ при $\lambda_* \ll 1$ і $Q(\lambda_*) \rightarrow 0$ при $\lambda_* \rightarrow 1$. Нижче наведено вирази для поперечних перерізів фотойонізації атома водню, збудженого на рівень $n = 3$:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{3,0}^m(\lambda_*) &= (\pi\alpha_0 a_0^2)^{-1} \sigma_{3,0}^m(\lambda_*) = f_3(\lambda_*) \left(\frac{\lambda_*}{9}\right)^4 Q(\lambda_*) 2^{10} 3^4 \times \\ &\times \left[1 + \lambda_* \left(Q^2(\lambda_*) - \frac{1}{9}\right)\right] \Phi_{3,0}^2(\lambda_*); \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{3,0}(\lambda_*) &= \left(1 - \frac{Q}{2}\right) - \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda_*}{9}\right) [12 - 22Q + 9Q^2] + \\ &+ \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda_*}{9}\right)^2 [16 - 52Q + 54Q^2 - 18Q^3]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{3,1}^m(\lambda_*) &= \tilde{\sigma}_{3,1}^+(\lambda_*) + \tilde{\sigma}_{3,1}^-(\lambda_*); \\ \tilde{\sigma}_{3,1}^+(\lambda_*) &= f_3(\lambda_*) \left(\frac{\lambda_*}{9}\right)^5 Q(\lambda_*) 2^{14} 3 \left[1 + \lambda \left(\frac{Q^2}{4} - \frac{1}{9}\right)\right] \times \\ &\times \left[1 + \lambda \left(Q^2 - \frac{1}{9}\right)\right] \left\{2 - Q - \frac{\lambda}{9} [8 - 14Q + 6Q^2]\right\}^2; \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{3,1}^-(\lambda_*) &= f_3(\lambda_*) \left(\frac{\lambda_*}{9}\right)^5 Q(\lambda_*) 2^{11} 3^2 (\Phi_{3,1}^-(\lambda_*))^2; \\ \Phi_{3,1}^-(\lambda_*) &= [-3 + 4Q] + 2\frac{\lambda}{9} [-31Q + 8 + 33Q^2 - 9Q^3] \\ &+ 2 \left(\frac{\lambda}{9}\right)^2 [50Q - 8 - 105Q + 90Q^3 - 27Q^4]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{3,2}^m(\lambda_*) &= \tilde{\sigma}_{3,2}^+(\lambda_*) + \tilde{\sigma}_{3,2}^-(\lambda_*); \\ \tilde{\sigma}_{3,2}^+(\lambda_*) &= f_3(\lambda_*) \left(\frac{\lambda_*}{9}\right)^6 Q(\lambda_*) \frac{2^{17} 3^2}{5} \left(1 - \frac{3}{4}Q\right)^2 \times \\ &\times \left[1 + \frac{\lambda}{9} (Q^2 - 1)\right] \left[1 - \frac{\lambda}{9} \left(1 - \frac{9}{4}Q^2\right)\right]; \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{3,2}^-(\lambda_*) &= f_3(\lambda_*) \left(\frac{\lambda_*}{9}\right)^6 Q(\lambda_*) \frac{2^{11} 3^2}{5} \left[1 + \frac{\lambda}{9} (9Q^2 - 1)\right] (\Phi_{3,2}^-(\lambda_*))^2; \\ \Phi_{3,2}^-(\lambda_*) &= [7Q - 6] - \frac{\lambda_*}{9} [16 - 52Q + 54Q^2 - 18Q^3], \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} f_3(\lambda_*) &= 2\pi \left\{1 - \exp \left[-6\pi Q(\lambda_*) \left(\frac{9 - \lambda_*}{\lambda_*}\right)^{-1/2}\right]\right\}^{-1} \times \\ &\times \exp \left\{-12Q(\lambda_*) \left(\frac{9 - \lambda_*}{\lambda_*}\right)^{-1/2} \arctan \left(\frac{9 - \lambda_*}{\lambda_*}\right)^{1/2}\right\}. \end{aligned} \quad (54)$$

У формальній границі $Q(\lambda_*) \rightarrow 0$ вирази (49), (51)–(53) не залежать від $Q(\lambda_*)$ і збігаються з перерізами, одержаними у плоскохвильовому наближенні. Ці перерізи занадто великі в околі відповідних порогів фотойонізації ($\lambda_* \rightarrow n^2$). Покладаючи $Q(\lambda_*) = 1$, одержуємо поперечні перерізи з роботи [12] (див. ф. (17)), що відповідають йонізації атома водню у вакуумі. Відповідним вибором функції $Q(\lambda_*)$ з формул (49), (51)–(53) можна одержати поперечні перерізи, подібні до модельних перерізів, зображених на рисунку 6. Очевидно, що у границі малих довжин хвиль $Q(\lambda_*) \rightarrow 1$, що відповідає потенціалу Кулона. В околі порогів йонізації $Q(\lambda_*)$ може мати нульову асимптотику, або ж прямувати до деякого значення, відмінного від нуля ($Q(\lambda_* = n^2) < 1$).

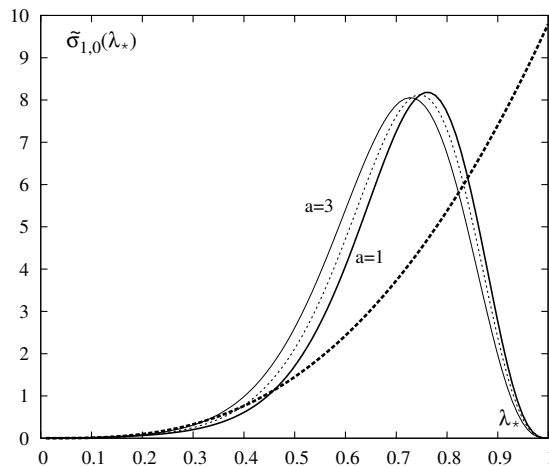


Рис. 7: Залежність поперечного перерізу фотойонізації атомів водню від довжини хвилі. Жирна пунктирна крива зображає переріз при $Q(\lambda_*) = 1$, що відповідає потенціалу Кулона.

На рисунку 7 зображено поперечний переріз $\tilde{\sigma}_{1,0}(\lambda_*)$, розрахований з використанням функції з нульовою асимптотикою при $\lambda_* = 1$, а саме

$$Q_1(\lambda_*) = (6 - a)(1 - \lambda_*)^2 - 2(4 - a)(1 - \lambda_*)^3 + (3 - a)(1 - \lambda_*)^4, \quad (55)$$

у якій є один вільний параметр a . Як видно з рисунка, результат слабо чутливий до значення цього параметра (кривим цього рисунка відповідають $a = 1; 2; 3$). Для порівняння наведено переріз при $Q(\lambda_*) = 1$, що відповідає потенціалу Кулона.

На рисунках 8 та 9 наведено результати розрахунку поперечних перерізів $\tilde{\sigma}_{3,0}^+(\lambda_*)$ та $\tilde{\sigma}_{3,1}^+(\lambda_*)$ з використанням функції

$$Q(\lambda_*) = 1 - \alpha \left(\frac{\lambda_*}{9} \right)^6, \quad (56)$$

яка має ненульову границю при $\lambda_* = 9$, що відповідає „ослабленому“ потенціалу Кулона (звичайно $\alpha < 1$). Кривим рисунка 8, 9 відповідає $\alpha = 0.30$.

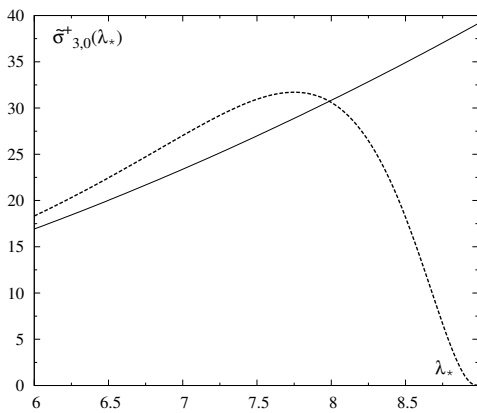


Рис. 8: Спектральна залежність поперечного перерізу фотойонізації атома водню зі збудженого стану $n = 3$ за формулами (52), (57) при $\alpha = 0.30$.

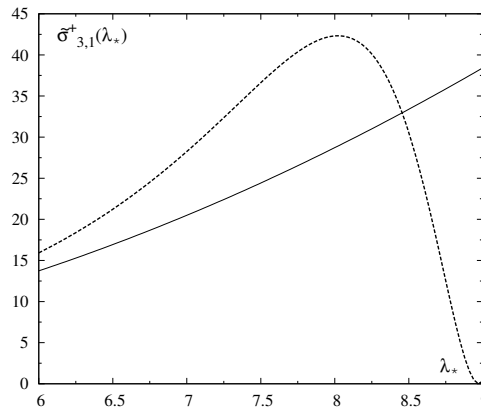


Рис. 9: Спектральна залежність поперечного перерізу фотойонізації атомів водню, що відповідає „ослабленому“ потенціалу Кулона (пунктирна крива) і потенціалу Кулона (суцільна крива) при $\alpha = 0.30$.

Зауважимо, що модельні поперечні перерізи, зображені на рисунках 8 і 9, в області невеликих довжин хвиль більші за кулонівські перерізи і прямують до останніх при $\lambda_* \rightarrow 0$. Така поведінка цілком зрозуміла, адже поперечний переріз тим більший, чим слабший ефективний притягуючий потенціал.

Висновки

Виконані нами розрахунки свідчать про те, що особливості коефіцієнта неперервного поглинання у фотосфері Сонця в околі $(7 - 8)10^3 \text{ \AA}$ зумовлені фотойонізацією атомів водню, збуджених на рівень $n = 3$.

Збіжності розрахованого ефективного поперечного перерізу і спостережуваного можна досягти при умові, що поперечні перерізи фотойонізації збуджених атомів водню мають нульову порогову асимптотику, що вимагає врахування процесів рекомбінації при розрахунку вказаних поперечних перерізів.

Список використаної літератури

1. С. Чандрасекхар *Перенос лучистой энергии* (Москва:ИЛ, 1953).
2. S.J. Smith, D.S. Burch, *Phys. Rev.* **116**, 5 (1959).
3. R. Wildt, *Astrophys. J.* **89**, 295 (1939); **90**, 611 (1939).
4. R. Wildt, *Astrophys. J.* **93**, 47 (1941).
5. S. Chandrasekhar, *Astrophys. J.* **100**, 176 (1944).
6. S. Chandrasekhar, F.H. Breen, *Astrophys. J.* **104**, 430 (1946).

7. S. Geltman, Phys. Rev. **136**, 935 (1962).
8. T.L. John, Astron. Astrophys. **193**, 189 (1988).
9. М.В. Ваврух, О.М. Стельмах, Вісн. Львів. універ. Сер. фіз. **47**, 3 (2012).
10. A. Hart, G. Herzberg, Phys. Rev. **106**, 79 (1957).
11. C. Schwartz, Phys. Rev. **123**, 1700 (1961).
12. W.J. Karzas, R. Latter, Ap JS. **6**, 167 (1961).
13. H.A. Kramers, Phil. Mag. **46**, 836 (1923).
14. І.О.Вакарчук *Теорія зоряних спектрів* (Львів, 2002).
15. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц *Квантовая механика* (Москва, 1963).

Стаття надійшла до редакції 15.10.2013

прийнята до друку 12.11.2013

PHOTOIONIZATION CROSS SECTION OF THE ATOMS HYDROGEN IN THE SUN PHOTOSPHERE

O. Stelmakh

*Ivan Franko National University of Lviv
Kyrylo and Mefodiy St., 8, 79005 Lviv, Ukraine*

The features of the photoionization processes of the hydrogen ions in partially ionized plasma in stars photospheres are analysed. The interpretation of an observed spectral dependence of the continuum absorption coefficient into the solar photosphere in wavelength region $(7 - 9)10^3 \text{ \AA}$ is proposed.

Key words: photoionization atoms hydrogen, recombination, cross section, effectively cross section photoionization H^- .

ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ ФОТОИОНИЗАЦИИ АТОМОВ ВОДОРОДА В ФОТОСФЕРЕ СОЛНЦА

О. Стельмах

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко
ул. Кирилла и Мефодия 8, 79005 Львов, Украина*

Проанализированы особенности процесса фотоионизации возбужденных атомов водорода в частично ионизированной плазме звездных фотосфер. Предложена интерпретация наблюдаемой спектральной зависимости коэффициента непрерывного поглощения Солнца в области $(7 - 9)10^3 \text{ \AA}$.

Ключевые слова: фотоионизация атомов водорода, рекомбинация, поперечное сечение, эффективное поперечное сечение фотоионизации H^- .