ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ VISNYK LVIV UNIV.
Серія фізична. 2006. Вип. 39. С. 160-162 Ser. Physic. 2006. N 39. P. 160-162

УДК 533.951
PACS number(s): 52.35.Fp

ОБЧИСЛЕННЯ ДИСПЕРСІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНОГО ГОФРОВАНОГО ПЛАЗМОВОГО ХВИЛЕВОДУ

В. Лапшин, О. Стоянов, В. Ткаченко, І. Ткаченко

Національний науковий центр
"Харківський фізико-технічний інститут",
вул. Академічна, 1, 61108 Харків, Україна
e-mail: tkachenko@kipt.kharkov.ua

Досліджено елементи визначника типу Хіла, що його використовують у разі обчислення дисперсійних харктеристик плазмових хвилеводів. Отримано дисперсійне рівняння для плазмових хвиль плоскопаралель-ного плазмового хвилеводу. Обчислена ширина смуг непрозорості. Показано, що ширина смуги непрозорості пропорційна до параметра α, до глибини гофра.

Ключові слова: визначник Хіла, "щільний" спектр, смуги непрозорості.

Було розглянуто синусоїдально гофрований плоскопаралельний плазмовий хвилевод. Залежність відстані між стінками хвилеводу від поздовжньої координати $X(z)$ була обрана у вигляді $X(z) = R_0\left(1-\alpha \sin k_0 z\right)$, де $k_0 = 2\pi/D$, $\alpha \prec 1$ – глибина гофра, R_0, D – середній радіус і просторовий період хвилеводу відповідно. Важливим при побудові дисперсійних кривих синусоїдально гофрованих плазмозаповнених хвилеводів є визначник типу Хіла [1]. Вимога рівності нулеві цього визначника дає змогу побудувати дисперсійні криві (у випадку, коли $\alpha = 0$), а також одержати вираження для малих домішок до частоти $\Delta\omega$ з урахуванням кінцевої глибини гофра. У цьому випадку виникають зони непрозорості, оскільки малі домішки до частоти у точці перетину двох та більше мод стають уявними. Метод, запропонований у [1], дозволяє побудувати дисперсійні криві й одержати ширину смуг непрозорості, утримуючи (відповідним розкладанням по параметра α) у визначнику типу Хіла потрібну кількість діагональних елементів. Урахування більшої кількості елементів призводить до появи так званого "щільного спектра" [2].

Сьогодні запропоновано декілька способів опису "щільного спектра". У працях [3, 4] розраховуються розмірності Хаусдорфа для множини точок перетину мод хвилеводу. Показано, що розмірність Хаусдорфа більша ніж топологічна розмірність множини, тому множина має фрактальні властивості. У дослідженнях [5, 6] запропоновано перехід від подання полів у вигляді просторових гармонік до інтегрального подання. Тому замість нескінченного визначника дисперсійним рівнянням слугує однорідне інтегральне рівняння для електричного поля на осі структури.

У статті було отримано такий вигляд елементів визначника типу Хіла:

$$C_{mn}=\begin{cases}\left(1+\varepsilon_{II}k_0(n-m)h_n/\kappa_n^2\right)\times\\ \times J_{n-m}\left(\alpha\kappa_nR(z)\right)\sin\kappa_nR(z), \text{ якщо } n-m=2p \text{ (парні)}\\ i\left(1+\varepsilon_{II}k_0(n-m)h_n/\kappa_n^2\right)\times\\ \times J_{n-m}\left(\alpha\kappa_nR(z)\right)\cos\kappa_nR(z), \text{ якщо } n-m=2p+1 \text{ (непарні)},\end{cases} \quad (1)$$

де $\varepsilon_{II}=1-\omega_p^2/\omega^2$, ω_p – електронна плазмова частота, $h_n=h+nk_o$, $\kappa_n=\sqrt{\varepsilon_{II}\left(\omega^2/c^2-k_n^2\right)}$, h_n і κ_n – поздовжне та поперечне хвильові числа відповідно. Зазначимо, що формула (1) є точною і була отримана без розкладання по параметрові α, тобто глибину гофра вважають кінцевою. Також одержано дисперсійне співвідношення $\omega(h)$ в околицях точки, у якій перетинаються дисперсійні криві всіх мод нульового ($\alpha=0$) наближення.

$$\prod_{n=-\infty}^{\infty}\sin\left(\kappa_nR_0\right)\cdot\prod_{n=-\infty}^{\infty}\left(1+\left|iG_1(\omega,h)\cdot ctg\left(\kappa_nR_0\right)+G_2(\omega,h)\right|\right)=P, \quad (2)$$

де $G_1(\omega,h)=\dfrac{\varepsilon_{II}k_0h_n}{\kappa_n^2}\alpha\kappa_nR_0$ та $G_2(\omega,h)=J_0\left(\kappa_nR_0\right)$. Аналітично було отримано вираження для ширини p-ої зони непрозорості $\Delta\omega\sim\alpha^p$, що погодиться із результатами робіт інших авторів.

---

1. *Балакірєв В.А., Карбушев Н.І., Островський О.О., Ткач Ю.В.* Теорія черенковських підсилювачів і генераторів на релятивістських пучках. К.: Наук. думка, 1993. С. 208.
2. *Загинайлов Г.І., Лапшин В.І., Ткаченко В.І., Ткаченко І.В.* Фрактальні властивості періодичних плазмових хвилеводів // 17 Міжнародний семінар з лінійних прискорювачів, 2001. С. 115.
3. *Загинайлов Г.И.* Спектральные свойства плазменных волн в периодических структурах с плазменным заполнением // Физика плазмы, 2001. Т. 27. № 5. С. 415–422.
4. *Ignatov A.M.* Oscillations of a magnetized plasma in a waveguide of complicated shape // Plasma Physics Reports, 2002. Vol. 28. № 7. P. 572–579.
5. *Lapshyn V.I., Zaginaylov G.I., Tkachenko I.V.* To the Periodical Waveguides Plasma Waves Spectra Theory // Proc. of VII Ukrainian Conference and School on Plasma Physics and Astrophysics, 2000. P. 84.
6. *Lou W.R., Carmel Y., Antonsen T.M.* et. al. New modes in a Plasma with Periodic Boundaries: The Origin of the Dense Spectrum // Phys. Rev. Lett., 1991. Vol. 67. № 18. P. 2481–2484.

CALCULATION OF DISPERSION CHARACTERISTICS OF PLANAR RIPPLED PLASMAFILLED WAVEGUIDE

V. Lapshyn, A. Stoyanov, V. Tkachenko, I. Tkachenko

National Science Center
Kharkov Institute of Physics and Technology,
Academicheskaya Str., 1, UA-61108 Kharkov, Ukraine
e-mail: tkachenko@kipt.kharkov.ua

Elements of Hill's determinant are presented in this work. Dispersion equation for plasma waves of sinusoidally rippled plasma wavegiude was obtained. Forbidden band width was calculated. It was shown that width of the forbidden band is proportional α (ripple depth).

Key words: hill's determinant, dense spectrum, forbidden bands.

Стаття надійшла до редколегії 19.05.2004
Прийнята до друку 21.11.2005