ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія фізична. 2006. Вип. 39. С. 261-267 *Ser. Physic. 2006. N 39. P.261-267*

УДК 539.17
PACS number(s): 28.41.Ak

УРАХУВАННЯ ЗАПІЗНІЛИХ НЕЙТРОНІВ В НЕСТАЦІОНАРНИХ НЕЙТРОННИХ МУЛЬТИПЛІКУВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ТА КІНЕТИЧНІ РІВНЯННЯ РЕАКТОРА Л.П. ФЕОКТИСТОВА

В. Русов, В. Тарасов, С. Косенко, В. Большаков

Одеський національний політехнічний університет,
пр. Шевченка, 1, 65044 Одеса, Україна
e-mail: siiis@te.net.ua

Розглянуто принципи врахування запізнілих нейтронів для нестаціонарних нейтронних мультиплікувальних систем на підставі моделей, майже одночасно запропонованих представниками двох різних наукових шкіл (школою Е. Фермі і школою А.І. Ахиєзера та І. Померанчука). Показано, що отримані ними вирази для врахування запізнілих нейтронів є еквівалентними.

При врахуванні запізнілих нейтронів сформульована система інтегро-диференціальних кінетичних рівнянь, що описують поширення подільної хвилі в безпечному реакторі Л.П. Феоктистова.

За допомогою чисельного рішення системи інтегро-диференціальних кінетичних рівнянь досліджено можливі режими поширення подільної хвилі в саморегулюючому режимі.

Ключові слова: запізнілі нейтрони, реактор Феоктистова, подільна хвиля.

Про важливість коректного урахування запізнілих нейтронів у нестаціонарних нейтронних мультиплікувальних системах (реакторах) йшлося у працях [1, 2]. Будь-який реактор кінцевих розмірів – це нестаціонарна система, а керування потужністю реактора передбачає виведення його з квазістаціонарного стану. Традиційно урахування запізнілих нейтронів проводиться в наближенні стаціонарності реактора [3, 4]. Треба зазначити також важливість коректного урахування запізнілих нейтронів у нестаціонарних реакторах для стійкості режимів поширення подільної хвилі в саморегулюючому режимі [5, 6].

В усіх відомих авторам працях урахування запізнілих нейтронів здійснювалося в наближенні, правильному для стаціонарних реакторів, тобто як малий, постійний адитивний додаток у виразі для миттєвих нейтронів:

$$n(\vec{r}) = \underbrace{(1-p)\, n(\vec{r})}_{\text{мгн. нейтр.}} + \underbrace{p\, n(\vec{r})}_{\text{зап. нейтр.}} \quad ,$$

де p – частка запізнілих нейтронів від загальної кількості нейтронів. Очевидно цей факт можна пояснити тим, що через брак достатньо потужних обчислювальних можливостей усі класичні роботи в галузі фізики реактора опираються на припущення про стаціонарність реактора. Лише з 90-х років почали з'являтися роботи по нестаціонарних реакторах, зокрема, ідея Л. Феоктистова, згідно з якою реактор постійно перебував в нестаціонарному режимі [1, 6]. Однак, в існуючих на сьогодні працях автори взагалі не враховують запізнілі нейтрони, хоча зазначають про їхню важливість (наприклад, [1, 2]), або враховують їхній вплив у рамках моделі стаціонарного реактора (наприклад, [5]). З'ясовано, що ідеї по врахуванню запізнілих нейтронів, висловлені майже одночасно Е. Фермі [7] і А. Ахиєзером та І. Померанчуком [8], не увійшли до традиційної фізики реакторів. Окрім того, А. Ахиєзер у дослідженні [8] зазначав, що невідомо як враховувати запізнілі нейтрони в нестаціонарному реакторі.

На нашу думку, для нестаціонарного реактора урахування запізнілих нейтронів може бути здійснене за допомогою такого виразу [7]:

$$n(x,t) = n(x,t)(1-p) + \int_0^\infty n(x,t-t') \sum_{i=1}^{6} \frac{p_i}{T^i_{1/2}} e^{-t'/T^i_{1/2}} dt', \qquad (1)$$

де $p = \sum_{i=1}^{6} p_i$ – параметри, що характеризують групи запізнілих нейтронів і які є відомими для основних подільних паливних нуклідів.

А. Ахиєзер та І. Померанчук у праці [8] запропонували схему урахування запізнілих нейтронів. Нехай $\tilde{N}_i(x,t)$ – число нейтронно-надлишкових (випромінюючих запізнілі нейтрони) продуктів розподілу ядер $N(x,t)$ у 1 см^3, що мають період напіврозпаду $T^i_{1/2}$. Тоді кількість запізнілих нейтронів, що випромінюються за 1 секунду в 1 см^3, дорівнює (вважаємо, що кожне ядро $\tilde{N}_i(x,t)$ випускає один запізнілий нейтрон) $\sum_i \frac{\tilde{N}_i(x,t)}{T^i_{1/2}}$.

Запишемо рівняння для зміни з часом величин $\tilde{N}_i(x,t)$, припускаючи, що коефіцієнт дифузії нейтронно-збиткових продуктів розподілу ядер дорівнює нулеві. Нехай при кожному акті розпаду ядер створюється p_i нейтронно-збиткових ядер з періодом напіврозпаду $T^i_{1/2}$. Тоді $\tilde{N}_i(x,t)$ задовольнятиме таке балансове рівняння:

$$\frac{\partial \tilde{N}_i(x,t)}{\partial t} = \frac{p_i N(x,t)}{T} - \frac{\tilde{N}_i(x,t)}{T^i_{1/2}},$$

де T – середній час життя нейтрона; $\frac{1}{T} = v_n \hat{N} \overline{\sigma}_a$; $\hat{N}$ – кількість ядер у 1 см^3; $\overline{\sigma}_a$ – середній переріз захоплення; v_n – швидкість нейтронів (одногрупове наближення).

Розв'язуючи останнє рівняння, отримуємо:

$$\widetilde{N}_i(x,t)=\frac{p_i}{T}\int_{-\infty}^{t}N(x,s)e^{-\frac{t-s}{T_{1/2}^i}}ds\,.$$

Тоді повне число запізнілих нейтронів

$$n_{\text{зап. нейтр.}}(x,t)=\sum_{ш}\frac{p_i}{T_{1/2}^i\,T}\int_{-\infty}^{t}N(x,s)e^{-\frac{t-s}{T_{1/2}^i}}ds\,,$$

причому, якщо зробити наступну заміну змінних $s=t-t'$ та $ds=-dt'$, при t фіксованому, то одержимо вираз для запізнілих нейтронів, що цілком збігається з виразом (1).

Аналогічно з методикою робіт [1, 5, 10], розглянемо півпростір за координатою x, заповнений ураном 238, що опромінюється з відкритої поверхні нейтронним джерелом. Для спрощення розглядається дифузійне одногрупове наближення (енергія нейтронів становить 1 МеВ). Уран 238, якщо він поглинає нейтрон, перетворюється в уран 239, що потім унаслідок двох β-розпадів з характерним часом напіврозпаду у 2,5 дні переходить у розподільно-активний ізотоп плутонію 239. Як видно з праць [1, 5, 10], у такому середовищі виникає повільна нейтронно-подільна хвиля.

З урахуванням запізнілих нейтронів кінетику такої хвилі описують системою інтегро-диференціальних рівнянь, що може бути отримана наступним чином.

Рівняння балансу для нейтронів у дифузійному наближенні записують як

$$\int_V\frac{\partial n(x,t)}{\partial t}dV=-\oint_S\vec{j}_n(x,t)dS+\int_V q(x,t)dV\,,$$

де $q(x, t)$ – об'ємна щільність джерела нейтронів; $\vec{j}_n(x,t)$ – щільність потоку нейтронів.

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t}=-div\,\vec{j}_n(x,t)+q(x,t).$$

Нехай D = const, тобто розглядаємо ізотропне середовище. Тоді

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t}=D\,\Delta\,n(x,t)+q(x,t).$$

Об'ємна щільність джерела $q(x, t)$:

$$q(x,t)=n(x,t)V_n\left[(\nu-1)\sigma_f^{Pu}N_{Pu}(x,t)-\sum_{i=8,9,Pu}\sigma_a^iN_i(x,t)\right]=$$

$$=\left\{\frac{\Phi(x,t)}{V_n}+\widetilde{n}(x,t)\right\}V_n\left[(\nu-1)\sigma_f^{Pu}N_{Pu}(x,t)-\sum_{i=8,9,Pu}\sigma_a^iN_i(x,t)\right]=$$

$$=\left\{\Phi(x,t)\left[\frac{1}{V_n}\right]+\widetilde{n}(x,t)\right\}F(x,t),\quad F(x,t)=V_n\left[(\nu-1)\sigma_f^{Pu}N_{Pu}(x,t)-\sum_{i=8,9,Pu}\sigma_a^iN_i(x,t)\right],$$

де $\Phi(x,t)=\dfrac{\Phi_0}{\chi(x,t)D}e^{-\chi(x,t)x}$ – щільність потоку нейтронів, створювана зовнішнім джерелом [9], причому $\Phi(x)\big|_{x=0}=\Phi_0$, $\chi(x,t)=\left[\dfrac{\Sigma_a(x,t)}{D}\right]^{\frac{1}{2}}$, а повний макропереріз захоплення середовища $\Sigma_a(x,t)=\sum\limits_{i=8,9,Pu}\sigma_a^i N_i(x,t)$; V_n – швидкість нейтронів (E = 1 МеВ – одногрупове наближення); $\tilde{n}(x,t)$ – густина нейтронів, що утворяться при розпаді ядер і для якої правильним є вираз (1):

$$\tilde{n}(x,t)=\tilde{n}(x,t)(1-p)+\int\limits_0^\infty \tilde{n}(x,t-t')\sum_{i=1}^{6}\frac{p_i}{T^i_{1/2}}e^{-t'/T^i_{1/2}}dt' \text{ , де } p=\sum_{i=1}^{6}p_i\ .$$

Можна також записати, що

$$\tilde{n}(x,t)=n(x,t)-\Phi(x,t)\frac{1}{V_n}\,.$$

Оцінимо густину потоку нейтронів зовнішнього джерела на границі Φ_0. Оскільки джерело повинно "розпочати" реакцію, тобто довести концентрацію плутонію до критичної (приблизно 10% від урану 238 [1]), то зовнішній потік має задовольняти рівняння $4\tau_\beta\,\Phi_0\sigma_a^8\,N_8(x,t)\big|_{t=0}=0{,}1\,N_8(x,t)\big|_{t=0}$, а отже

$$\Phi_0\approx\frac{0{,}1}{4\tau_\beta\sigma_a^8}\,.$$

Через труднощі, пов'язані з розв'язком системи інтегро-диференційних рівнянь, було здійснено перехід до такої системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t}=D\,\Delta\,n(x,t)+\left[\frac{p\Phi_0e^{-\chi(x,t)x}}{\chi(x,t)D\,V_n}+(1-p)n(x,t)+\sum_{i=1}^{6}\frac{\tilde{N}_i}{T^i_{1/2}}\right]F(x,t)\ , \qquad (2)$$

де

$$F(x,t)=V_n\left[(\nu-1)\sigma_f^{Pu}N_{Pu}(x,t)-\sum_{i=8,9,Pu}\sigma_a^iN_i(x,t)\right];$$

$$\frac{\partial N_8(x,t)}{\partial t}=-V_n n(x,t)\sigma_a^8\,N_8(x,t)\,; \qquad (3)$$

$$\frac{\partial N_9(x,t)}{\partial t}=V_n n(x,t)\sigma_a^8\,N_8(x,t)-\frac{1}{\tau_\beta}N_9(x,t)\,; \qquad (4)$$

$$\frac{\partial N_{Pu}(x,t)}{\partial t}=\frac{1}{\tau_\beta}N_9(x,t)-V_n n(x,t)\left(\sigma_a^{Pu}+\sigma_f^{Pu}\right)N_{Pu}(x,t)\,; \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \widetilde{N}_i}{\partial t} = p_i \cdot V_n \cdot n\left(x,t\right) \cdot \sigma_f^{Pu} \cdot N_{Pu}\left(x,t\right) - \frac{\widetilde{N}_i}{T^i_{1/2}}, \quad i = 1,\ 6\ , \qquad (6\text{–}11)$$

де $\widetilde{N}_i$ – концентрації нейтронно-збиткових залишків розпаду ядер плутонію 239;

$$\chi\left(x,t\right) = \left[\frac{\Sigma_a\left(x,t\right)}{D}\right]^{\frac{1}{2}}\ , \text{ де } \Sigma_a\left(x,t\right) = \sum_{i=8,9,Pu} \sigma_a^i N_i\left(x,t\right). \qquad (12)$$

Граничні умови:

$$n\left(x,t\right)\Big|_{x=0} = \frac{\Phi_0}{V_n};$$

$$-D\frac{\partial n\left(x,t\right)}{\partial x}\Bigg|_{x=0} = -D\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{V_n D\chi\left(x,t\right)}\Phi_0 e^{-\chi(x,t)x} + \tilde{n}\left(x,t\right)\right\}\Big|_{x=0}.$$

Початкові умови:

$$n\left(x,t\right)\Big|_{t=0} = \frac{\Phi_0 e^{-\chi(x,0)x}}{V_n D\chi\left(x,0\right)} + \tilde{n}\left(x,t\right)\Big|_{t=0};$$

$$N_8\left(x,t\right)\Big|_{t=0} = \frac{\rho_8}{\mu_8} N_A \approx \frac{19}{238} N_A,$$

де ρ_8 – густина (г/см^3), μ_8 – г/моль (г·моль$^{-1}$), N_A – число Авогадро;

$$N_9\left(x,t\right)\big|_{t=0} = 0; \qquad N_{Pu}\left(x,t\right)\big|_{t=0} = 0; \qquad \Sigma_a\left(x,t\right)\big|_{t=0} \approx \sigma_a^8 N_8\left(x,t\right)\big|_{t=0},$$

$$\chi\left(x,0\right) = \left[\frac{\Sigma_a\left(x,t\right)\big|_{t=0}}{D}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Була розроблена комп’ютерна програма для розв’язку системи рівнянь (2)–(12). Програма реалізована в середовищі Fortran PowerStation 4.0 та використовує підпрограму MOLCH з математичної бібліотеки IMSL, яка є частиною програмного пакета. Підпрограма розв’язує диференційні рівняння в часткових похідних типу $u_t = f(x,t,u,u_x,u_{xx})$, використовуючи метод прямих. Рішення отримували у вигляді кубічного багаточлена (сплайну) Ерміта. Отримані результати зображені на рис. 1.

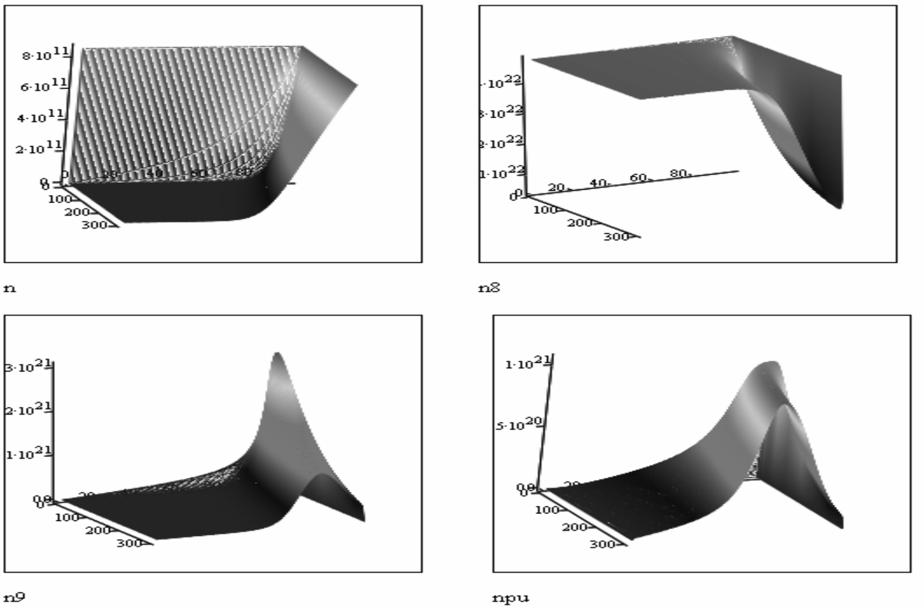

Рис. 1. Графічне зображення кубічних багаточленів (сплайнів) Ерміта, що є розв'язком системи диференціальних рівнянь: *n* – нейтрони, *n*8 – уран 238, *n*9 – уран 239, *npu* – плутоній 239. Реактор довжиною 100 см (дальня вісь). Кінетика, обчислена за час $6*10^6$ с. Часовий інтервал розділений на 300 точок (вісь абсцис); по осі ординат відкладена концентрація

Аналізуючи наведені графіки, можна побачити, що з часом концентрація плутонію змінюється хвилеподібно. Окрім того, виявлено, що максимуми концентрацій ^{239}U та ^{239}Pu зміщуються ліворуч (від значення 100 с).

---

1. *Ахиезер А. И., Померанчук И.* Введение в теорию нейтронных мультиплицирующих систем (реакторов) // М.: ИздАТ, 2002. 367 с.
2. *Ахиезер А. И.* и др. К теории распространения цепной ядерной реакции в диффузионном приближении // Ядерная физика, 1999. Т. 62. № 9. С. 1567–1575.
3. *Галанин А. Д.* Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах // М.: Энергоатомиздат, 1984. 415 с.
4. *Гольдин В. Я., Анистратов Д. Ю.* Реактор на быстрых нейтронах в саморегулируемом нейтронно-ядерном режиме // Мат. моделирование, 1995. Т. 7. № 10. С. 12–31.
5. *Ершов Ю. И., Шихов С. Б.* Математические основы теории переноса // М.: Энергоатомиздат, 1985. Т. 1. 317 с.
6. *Постников Н. С.* Динамический хаос в реакторе с нелинейными обратными связями // Атомная энергия, 1993. Т. 74. Вып. 4. С. 329–334.
7. *Смелов В. В.* Лекции по теории переноса нейтронов // М.: Атомиздат, 1978. 215 с.

8. *Феоктистов Л. П.* Нейтронно-делительная волна // Доклады Академии наук СССР. 1989. Т. 309. № 4. С. 864–867.
9. *Ферми Э.* Научные труды // М.: Наука, Т. 2. 1972. 712 с.
10. *Akhiezer A.I., Khizhnyak N.A., Shulga N.F., Pilipenko V.V., Davyov I.N.* Slow nuclear burning // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Проблемы атомной науки и технологии. 2001. № 6. С. 272–275.

ACCOUNT OF LAG NEUTRONS IN NONSTATIONARY NEUTRON MULTIPLICATIVITY SYSTEMS AND KINETIC EQUATIONS OF REACTOR OF L. FEOKTISTOV

V. Rusov, V. Tarasov, S. Kosenko, V. Bolshakov

Odessa National Polytechnic University,
sq. Shevchenko, 1, 65044 Odessa, Ukraine
e-mail: siiis@te.net.ua

In considered work an account of lag neutrons for nonstationary neutron multiplicativity systems is conduct on the base of development of models, offered practically simultaneously two different scientific school representatives (school Fermi and school A.I. Akhiezer and Pomeranchuk).

Shown that expressions, take lag neutrons into account, received by them are equivalent.

With provision for lag neutrons is worded system integro-differential kinetic equations of safe reactor of L. Feoktistov. Made suggestion that these equations describe a spreading an fission wave.

By means of numerically by deciding a system integro-differential kinetic equations is conduct study of possible modes of spreading an fission wave in selfadjusting mode

Key words: lag neutrons, reactor of L. Feoktistov, fission wave.

Стаття надійшла до редколегії 19.05.2004
Прийнята до друку 21.11.2005