

УДК 621.391
PACS number(s): 02.30.+f, 02.90.+p.

ВИДІЛЕННЯ СИГНАЛУ З СУМІШІ СИГНАЛ-ШУМ ЗА ДОПОМОГОЮ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Б. Благітко, В. Бригілевич, І. Яромолівський

*Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Драгоманова, 19, 79005 Львів, Україна
e-mail: blagitko@rd.wups.lviv.ua, brygil@rd.wups.lviv.ua,
yarmolovskij@rd.wups.lviv.ua*

У статті розглянуті основи вейвлет-перетворення і його застосування для фільтрації сигналів із шумом. Для аналізу і обробки вибрано нестационарний сигнал з високим рівнем шумів. Зроблено порівняння двох методів порогової обробки сигналу: жорсткого і м'якого трешолдингу. Здійснено спробу оцінки якості фільтрування сигналу залежно від типу вибраного вейвлета, рівня його розкладу.

Ключові слова: вейвлет-перетворення, сигнал, шум, функція трешолдингу, жорсткий трешолдинг, м'який трешолдинг.

Вейвлет-перетворення широко застосовують для аналізу сигналів та стиску інформації. Вейвлети необхідні у багатьох дослідженнях. Їх використовують у тих випадках, коли результат аналізу деякого сигналу повинен містити не лише просте перелічення його характерних частот (масштабів), але і відомості про визначені локальні координати, при яких ці частоти себе виявляють. Отже, аналіз і обробка нестационарних (в часі) або неоднорідних (в просторі) сигналів різних типів є основним полем застосування вейвлет-аналізу. Область використання вейвлетів не обмежується аналізом властивостей сигналів і полів різноманітної природи, отриманих чисельно, в експерименті або при спостереженні. Вейвлети починають застосовуватися і для прямого чисельного моделювання як ієрархічний базис [1], який добре пристосований для опису динаміки складних нелінійних процесів, що характеризуються взаємодією збурень у широких діапазонах просторових і часових частот.

Відомі труднощі, які трапляються під час обробки високочастотних сигналів або сигналів із локалізованими частотами. Недостатня можливість аналізу Фур'є щодо локалізації сингулярності сигналів, а також необхідність введення в часовій області вікна зумовлює пошук методів обробки сигналів, які забезпечують кращу частотно-часову деталізацію. Вейвлет-перетворення виявляється дуже зручним інструментом для адекватного розшифрування таких даних, тому що елементи його базису добре локалізовані і володіють рухомим частотно-часовим вікном.

В умовах нестационарності сигналів і наявності в них вимушеного шумового фону (промислового, транспортного, тощо) вейвлет-функції є найбільш придатним базисом для розв'язання поставленого завдання [2].

Вейвлет-перетворення. Загальний принцип побудови базису вейвлет-перетворення полягає у використанні масштабного перетворення й зміщення [3]. Знаходження масштабного коефіцієнта є трудомістким і прямого вирішення цього завдання поки що немає.

Згідно з теорією вейвлет-перетворення будь-яку функцію $f(t)$ з $L^2(R)$ можна розкласти на деякому заданому рівні деталізації j_0 в ряд вигляду

$$f(t) = \sum_{l=1}^{L_0} \lambda_{j_0,l} \varphi_{j_0,l}(t) + \sum_{j=j_0}^n \sum_{l=1}^{L_l} \gamma_{j,l} \psi_{j,l}(t), \quad (1)$$

де $\varphi_{j_0,l}(t)$ $\varphi_{j_0,l}(t)$ – скейлінг-функція, $\psi_{j,l}(t)$ – вейвлет-функція.

На найдетальнішому рівні $j_0=j_{\max}$ залишаються лише λ – коефіцієнти і отримується так зване представлення сигналу скейлінг-функцією

$$f(t) = \sum_{l=1}^{L_0} \lambda_{j_{\max},l} \varphi_{j_{\max},l}(t). \quad (2)$$

Вейвлет-коефіцієнти $\lambda_{j,l}$ і $\gamma_{j,l}$ можна обчислювати за формулами

$$\lambda_{j,l}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi_{j,l}(t) dt, \quad (3)$$

$$\gamma_{j,l}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{j,k}(t) dt. \quad (4)$$

З посиланням на конкретний частковий випадок вейвлетів Хаара ці коефіцієнти часто називають сумами (λ) і різницями (γ), пов'язуючи їх із середніми значеннями і флуктуаціями. В літературі досить часто також можна зустріти назву коефіцієнти апроксимації і коефіцієнти деталізації, відповідно.

Коефіцієнти апроксимації λ функції $f(t)$ несуть в собі інформацію про низькочастотну складову сигналу, або, інакше кажучи, інформацію про тренд сигналу.

Коефіцієнти деталізації, які є спектральними коефіцієнтами функції $f(t)$, мають високочастотну природу: вони локалізують осциляції і сингулярності функції як у часовій, так і в частотній областях.

Серед існуючих парадигм виділення шуму з суміші сигнал-шум найбільше поширення отримала парадигма Донохо-Джонстона [4]. Вона містить лише три кроки, які, будучи послідовно застосовані до вихідного сигналу, створюють ефект зниження рівня шуму.

На першому кроці цієї парадигми утримується одно-, дворівневий або глибший розклад сигналу. На другому кроці до кожного з коефіцієнтів деталізації рівня j , а іноді до коефіцієнтів апроксимації того ж рівня, застосовують процедуру трешолдинга – процедуру порогової обробки. На завершення відновлюється сигнал, який характеризується вищим співвідношенням сигнал/шум.

Найпростішим прикладом порогової обробки є жорсткий трешолдинг, що зберігає незмінними всі коефіцієнти $\gamma_{j,l}$ рівня j , більших або рівних порогу τ , і онулює всі інші коефіцієнти, які не задовольняють умову:

$$T_h = \gamma_l I(|\gamma_l| > \tau). \quad (5)$$

Як видно, жорсткий трешолдинг є справді безкомпромісною процедурою і тому з успіхом може застосовуватися, наприклад, для стиску сигналів. Жорсткому трешолдингу притаманні два недоліки, які знижують його цінність для завдання приглушення шуму. Перший з них полягає в збереженні тільки тих коефіцієнтів деталізації, які перевищують деяке наперед задане значення порогу. Це сприяє збереженню шуму, що присутній у них. Другий недолік пов'язаний з виникненням у результуючому сигналі паразитних гармонік за рахунок штучного введення в послідовність областей, які утворені з прирівняних до нуля коефіцієнтів.

При м'якій пороговій обробці поряд з перетворенням у нуль коефіцієнтів $\gamma_{j,l}$, які містять на практиці лише шумову компоненту, відбувається зменшення коефіцієнтів деталізації на величину τ , що відповідає приглушенню шуму в інформативних коефіцієнтах:

$$T_s = \text{sign}(\gamma)(|\gamma_l| - \tau) I(|\gamma_l| \geq \tau). \quad (6)$$

Якість виділення шуму, відповідно степінь збільшення співвідношення сигнал/шум залежить не лише від виду функції трешолдинга, але й від способу її застосування. Найбільш загальним з існуючих способів порогової обробки є глобальний трешолдинг. Суть цього способу полягає в послідовному застосуванні функції трешолдинга $T(\gamma_j)$ до рівнів $j_0, j_0 + 1, \dots, n$ розкладу сигналу, а також прийнятті рішення про збереження коефіцієнтів розглянутого рівня.

Подаючи досліджуваний сигнал $f(t)$ у вигляді розкладу (1), легко показати, що глобальний трешолдинг може бути записаний у такому вигляді:

$$f(t) = \sum_{l=1}^{L_0} \lambda_{j_0,l} \Phi_{j_0,l}(t) + \sum_{j=j_0}^n T_j \left(\sum_{l=1}^{L_j} \gamma_{j,l} \Psi_{j,l}(t) \right). \quad (7)$$

З виразу (7) видно, що глобальний трешолдинг не є повною мірою адаптивною процедурою, адже виділення сигналу із суміші сигнал-шум здійснюється лише на підставі статистичних характеристик кожного рівня розкладу сигналу.

На відміну від способу глобальної порогової обробки локальний трешолдинг застосовує функцію $T(\gamma)$ до кожного з коефіцієнтів деталізації $\{\gamma_{j,l} \mid j = \overline{j_0, n}, l = \overline{1, L_j}\}$ сигналу.

Загальний вираз, який характеризує локальний трешолдинг, може бути записаний так:

$$f(t) = \sum_{l=1}^{L_0} \lambda_{j_0,l} \Phi_{j_0,l}(t) + \sum_{j=j_0}^n \sum_{l=1}^{L_j} T_{j,l}(\gamma_{j,l}) \Psi_{j,l}(t). \quad (8)$$

Локальний трешолдинг володіє більшою адаптивністю до вхідних даних порівняно з глобальною пороговою обробкою. На користь цього твердження свідчить факт персоніфікації коефіцієнтів розкладу в процедурі обробки, а саме факт застосування функцій трешолдинга до кожного з коефіцієнтів деталізації.

Блочний трешолдинг (трешолдинг Холла-Керкячаряна-Пікара) [5] містить у собі основні властивості глобального й локального способів обробки. Він пропонує застосування тої чи іншої функції $T(\gamma)$ до блоків сусідніх коефіцієнтів деталізації. Цей спосіб, як і спосіб глобального трешолдинга не є повною мірою адаптивним до даних. Покращення властивості адаптивності, отримання більш суттєвого співвідношення сигнал/шум можна досягнути за допомогою зменшення розмірів блоків. Загальний вираз, який відповідає способу блочної порогової обробки, має вигляд:

$$f(t) = \sum_{l=1}^{L_0} \lambda_{j_0,l} \Phi_{j_0,l}(t) + \sum_{j=J_0}^n \sum_{l=1}^{L_j} T_{j,l} \left\{ \sum_{i \in m_k} \gamma_{j,l} \Psi_{j,l}(t) \right\}. \quad (9)$$

Експериментальні результати. Моделлю дослідження вибрано сигнал $I_a(t)$, зображений на рис. 1. Припустимо, що необхідно визначити тривалість інтервалів T1, T2, T3 із зашумленого сигналу. На рис. 2 показано зашумлений сигнал із співвідношенням сигнал/шум=6.

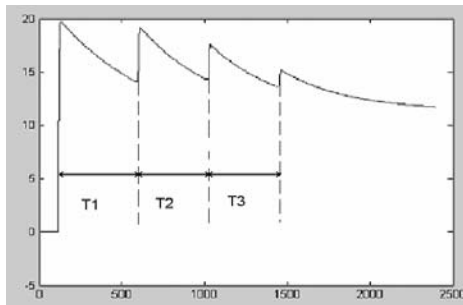


Рис. 1. Модельний сигнал

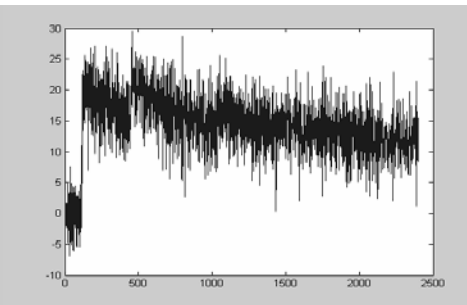


Рис. 2. Зашумлений сигнал при співвідношенні сигнал/шум=6

Для моделювання зашумленості сигналів системи використано два джерела. Перше джерело шуму містить лише високочастотні коливання, а в другому поряд із високочастотними коливаннями присутні низькочастотні складові шуму.

Співвідношення сигнал/шум обчислюють за допомогою формули

$$C/u = (\max(I_a))^2 / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2), \quad (10)$$

де I_a струм в електричному колі, σ_1^2 і σ_2^2 – дисперсія першого і другого джерела шуму.

Вейвлет-перетворення використовують як інструмент для виділення вхідного сигналу із суміші сигнал-шум. Усі обчислення здійснюють за допомогою середовища програмування MATLAB 6 і пакета Simulink.

Основним завданням є дослідити наскільки вейвлет-перетворення зможе підвищити співвідношення сигнал-шум порівняно з початковим значенням.

В завданні фільтрування зашумленого сигналу з використанням вейвлет-перетворення важливими є вибір “материнського” вейвлету, функції трешолдингу, області її застосування та встановлення оптимального порога.

Перше питання, яке було вирішене, це вибір “материнського” вейвлету – адже невдалий вибір аналізуючого вейвлету може призводити до суттєвого погіршення вихідного результату. Проведене дослідження з декількома сімействами вейвлетів:

вейвлети Добеші, симлети, койфлети, біортогональні вейвлети. Спостереження досить яскраво свідчить про необхідність збільшення рівня розкладу j із збільшенням рівня шуму і наскільки впливає правильний вибір рівня розкладу в завданні. Потрібно також зазначити, що при низькому рівні шуму застосування глибокого рівня розкладу призводить до значного згладжування сигналу і втрати інформативних частин. Тому доводиться залежно від рівня шуму застосовувати певний рівень розкладу вейвлет-перетворення, а поряд із збільшенням глибини розкладу використовувати інший “материнський” вейвлет.

На рис. 3 і рис. 4 показано відфільтрований сигнал при використанні вейвлету coif5 з рівнем розкладу 5. На рис. 3 сигнал оброблений з допомогою м'якого трешолдингу, співвідношення сигнал/шум = 39. На рис. 4 сигнал оброблений з допомогою жорсткого трешолдингу, співвідношення сигнал/шум = 37.

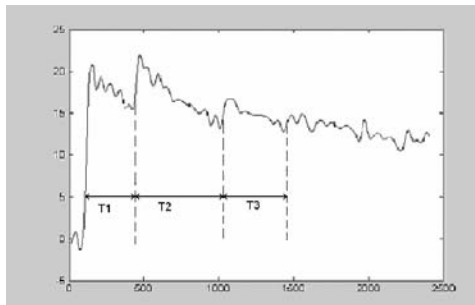


Рис. 3. Відфільтрований сигнал з допомогою м'якого трешолдингу із співвідношенням сигнал/шум = 39

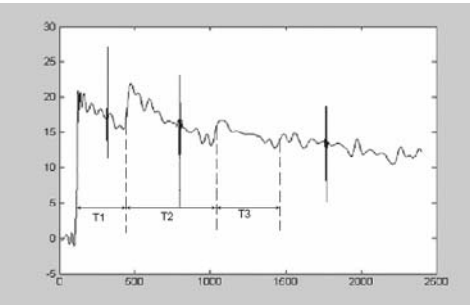


Рис. 4. Відфільтрований сигнал з допомогою жорсткого трешолдингу із співвідношенням сигнал/шум = 37

Виконано порівняння ефективності двох методів трешолдингу: жорсткого і м'якого. Проводилася фільтрація, а тоді обраховувалася різниця відфільтрованого сигналу і модельного. Для неї обчислювалося середнє квадратичне відхилення. Після цього обчислювали співвідношення сигнал/шум для відфільтрованого сигналу.

Найхарактерніші результати обчислення наведені у таблиці 1. Навіть звичайне візуальне порівняння інформаційних параметрів $T1$, $T2$, $T3$ свідчить, що при м'якому трешолдингу отримуємо кращий результат, ніж при жорсткому. Основна причина погіршення визначення інформаційних параметрів є поява паразитних сплесків при жорсткому трешолдингу.

Таблиця 1

Результати оцінки методів трешолдингу

Назва вейвлету	J , рівень розкладу	Трешолдинг	С/ш
Вейвлет Хаара (haar)	2	м'який	12
Вейвлет Хаара (haar)	2	жорсткий	12
Симлет (sym2)	2	м'який	19
Симлет (sym2)	2	жорсткий	19
Вейвлет Добеші (db4)	5	м'який	40
Вейвлет Добеші (db4)	5	жорсткий	38
Біортог. вейвлет (bior2.8)	5	м'який	40
Біортог. вейвлет (bior2.8)	5	жорсткий	24
Біортог. вейвлет (bior2.8)	6	м'який	43
Біортог. вейвлет (bior2.8)	6	жорсткий	21
Койфлет (coif5)	4	м'який	37
Койфлет (coif5)	4	жорсткий	33
Койфлет (coif5)	5	м'який	39
Койфлет (coif5)	5	жорсткий	37
Койфлет (coif5)	6	м'який	39
Койфлет (coif5)	6	жорсткий	39

Дослідження свідчить наскільки важливо правильно вибрати “материнський” вейвлет, рівень розкладу і спосіб застосування порогової обробки. Зміна одного з цих параметрів приводить до нового результату, який не завжди є кращим від попереднього. Найприйнятнішим для вибраної модельної задачі видається м'який спосіб трешолдингу (coif5), тому що при його використанні відсутні різкі сплески у відфільтрованому сигналі. При м'якому трешолдингу отримати інформаційні параметри T_1 , T_2 , T_3 можна точніше, ніж при жорсткому трешолдингу.

1. Дремін І. М., Іванов О. В., Нечитайло В. А. Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 5. С. 465–561.
2. Алексеев К.А. Модели и алгоритмы вейвлет-обработки сигналов датчиков с применением лифтинга. Ч.1. Теоретические основы лифтинга, Ч.2. Численное моделирование // Датчики и системы, 2002, № 1. С. 3–9. №2. С. 2–5.
3. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1998. Т. 166. № 11. С. 1145–1170.
4. Donoho D.L., Johnstone I.M. Neo-classical minimax problems, thresholding, and adaptation // Bernoulli, 1996. №1. P. 39-62.
5. Donoho D.L. De-noising by soft-thresholding // IEEE Trans. on Inform. Theory, 1995. №3. P. 613–627.

**SEPARATION SIGNAL FROM MEDLEY SIGNAL-NOISE WITH USING
WAVELET TRASNSFORM****B. Blagitko, V. Brigilevich , I. Jarmolovski**

*Ivan Franko Lviv National University,
Tarnavskogo Str., 107, UA-79005 Lviv, Ukraine
e-mail: blagitko@rd.wups.lviv.ua, brygil@rd.wups.lviv.ua,
yarmolovskyj@rd.wups.lviv.ua*

The paper presents the application fundamentals wavelet-transform and it's using for de-noising. The nonstationary signal with high level noise was selected for analysis and processing. The comparison was held between two methods of threshold of processing signal: hard and soft threshold. The try was made to evaluate the the quality of filtration of signal depending on the type of the wavelet chosen the level of its composition.

Key words: wavelet transform, signal, noise, threshold function, hard threshold, soft threshold .

Стаття надійшла до редколегії 08.09.2005

Прийнята до друку 21.11.2005