

УДК 539.142: 539.144.3

PACS number(s): 21.60.-n; 21.10.-k

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРНИХ КОРЕЛЯЦІЙ НУКЛОНІВ В АДІАБАТИЧНІЙ ТРИЧАСТИНКОВІЙ МОДЕЛІ ЯДРА

Р. Плекан, В. Пойда, І. Хіміч

*Ужгородський національний університет
кафедра фізики ядра і елементарних частинок
вул. Капітульна 9а, 88000 Ужгород, Україна
e-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua*

У рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра враховано рух парно-парного ядерного остова, середнє самоузгоджене поле якого моделюється потенціалом Вудса–Саксона. Відокремлення руху центра мас системи відбувається за допомогою введення координат Якобі. Енергетичний спектр парно-парного ядра, змодельованого як відповідний остов і два валентні нуклони, знайдено двома різними способами у форматі гіперсферичного адіабатичного підходу, з одного боку, та методом K -гармонік, з іншого. Ефективність адіабатичної тричастинкової моделі ядра показано на прикладі чисельного розрахунку енергетичного спектра нижче розміщених збуджених станів парно-парних атомних ядер ^{118}Sn і ^{176}Hf , зовнішні оболонки яких містять два валентні нуклони.

Ключові слова: остов ядра, гіперсферичний адіабатичний підхід, сепарабельність руху, адіабатична тричастинкова модель ядра.

Численні експериментальні результати, одержані останнім часом через дослідження різних властивостей ядер і ядерних реакцій, потребують подальшої розробки і застосування нових як безмодельних, так і модельних методів в теорії ядра, до яких належить, зокрема, метод рівнянь Фадєєва в координатному [1] та імпульсному [2] представленнях, метод розкладу за базисом гіперсферичних функцій у координатному [3] та імпульсному [4] просторах, метод Сартрі–Фока–Боголюбова [5, 6], трансляційно-інваріантну модель оболонок [7] та низка інших.

Значний вплив на розвиток теорії ядра спричинили роботи з теорії надплинності [8], надпровідності [9,10] і фермі-рідини [11]. Математичні методи, розвинуті при побудові теорій надплинності і надпровідності, дають змогу розв'язати задачу врахування залишкових взаємодій ферміонів, що призводять до парних кореляцій, у досить загальному вигляді. М.М. Боголюбов [12] першим вказав на можливість надплинності ядерної матерії, згодом О. Бор, Б. Моттelson і Д. Пайнс [13] порушили питання про наявність надплинних станів в атомних ядрах. Теорію парних кореляцій надплинного типу в атомних ядрах запропонували незалежно С.Т. Беляєв [14] і В.Г. Соловйов [15] на основі формалізму вторинного квантування.

У цій статті запропоновано парні кореляції між нуклонами враховувати в потенціальному підході в рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра [16–21], в якій парно-парне ядро розглянено систему, що складається з відповідного остова і двох валентних нуклонів, які рухаються в статичному полі остова. В основу даної моделі покладено припущення про сепарабельність руху валентних нуклонів ядра на швидкий рух по кутових змінних і адіабатичний (повільний) вздовж гіперрадіусу R .

У рамках запропонованої моделі задача на відшукування енергетичного спектра збуджених станів деформованого парно-парного атомного ядра поділяється на два етапи: 1) обчислення енергетичного спектра у припущенні сферично-симетричного поля ядра; 2) визначення спектра деформованого ядра у першому наближенні методу збурень за параметром деформації $\beta \ll 1$, де за нульове наближення приймають розв'язки сферично-симетричної задачі.

У працях [16–21] відокремлення руху центра інерції ядра від внутрішнього руху нуклонів відбулося за допомогою припущення, що маса остова ядра є нескінченно великою, тобто остов ядра вважався нерухомим.

Однак, варто було б врахувати в адіабатичній тричастинковій моделі ядра внесок в енергетичний спектр ядра, що зумовлений рухом остова, вважаючи масу остова скінченною величиною.

Для розв'язання цієї задачі введемо так звані відносні координати Якобі (\vec{x}_i, \vec{y}_i) та радіус-вектор центра мас \vec{R}_y системи з трьома частинками-масами m_1, m_2, m_3 і, відповідно, їх радіус-векторами $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$

$$\begin{aligned}\vec{x}_i &= \left(\frac{m_j m_k}{m_j + m_k} \right)^{1/2} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_k), \\ \vec{y}_i &= \left(\frac{m_i (m_j + m_k)}{m_1 + m_2 + m_3} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{m_j \vec{r}_j + m_k \vec{r}_k}{m_j + m_k} - \vec{r}_i \right), \\ \vec{R}_y &= \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{(m_1 + m_2 + m_3)^{1/2}}.\end{aligned}\quad (1)$$

Індекси i, j, k дозволяють циклічну перестановку чисел $(1, 2, 3)$ і, якщо керуватися формулою (1), існують три еквівалентні сукупності незалежних координат Якобі. Зазначимо, що за допомогою відповідних ортогональних перетворень можна перейти від однієї сукупності координат Якобі до іншого. Зокрема, у нашому випадку перехід від сукупності (\vec{x}_i, \vec{y}_i) координат Якобі до (\vec{x}_k, \vec{y}_k) відбувається за допомогою кінематичного повороту

$$\begin{aligned}\vec{x}_k &= -\vec{x}_i \cos \varphi_{ki} - \vec{y}_i \sin \varphi_{ki}, \\ \vec{y}_k &= \vec{x}_i \sin \varphi_{ki} - \vec{y}_i \cos \varphi_{ki},\end{aligned}\quad (2)$$

де

$$\varphi_{ki} = \arctg \left[(-1)^p \cdot \left(\frac{m_j (m_1 + m_2 + m_3)}{m_i m_k} \right)^{1/2} \right],\quad (3)$$

а p – парне або непарне число перестановок чисел $(1, 2, 3)$, що задають послідовність (k, i, j) .

Рівняння Шредінгера для тричастинкової системи (парно-парний остов і два валентні нуклони) в координатах (1) після відокремлення стандартним способом руху центра мас має такий вигляд:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}(\Delta_{\vec{x}_i} + \Delta_{\vec{y}_i}) + V_{jk}(\vec{x}_i) + V_{kj}(\vec{x}_i, \vec{y}_i) + V_{ij}(\vec{x}_i, \vec{y}_i) - E \right] \Psi(\vec{x}_i, \vec{y}_i) = 0, \quad (4)$$

де $\Delta_{\vec{x}_i}$ та $\Delta_{\vec{y}_i}$ – оператори Лапласа по змінних (1), V_{jk}, V_{kj}, V_{ij} – відповідні потенціали двочастинкових взаємодій, а μ – приведена маса, яка дорівнює

$$\mu = \left(\frac{m_i m_j m_k}{m_i + m_j + m_k} \right)^{1/2}.$$

У шестивимірному просторі векторів \vec{x}_i і \vec{y}_i поряд з чотирма сферичними кутами $\theta_{x_i}, \varphi_{x_i}, \theta_{y_i}, \varphi_{y_i}$, що задають напрям векторів \vec{x}_i та \vec{y}_i , зручно ввести глобальні змінні – гіперрадіус R , що має зміст довжини шестивимірного радіус-вектора \vec{R} , та гіперкут α за формулами

$$\begin{aligned} \vec{R}^2 &= \vec{x}_1^2 + \vec{y}_1^2 = \vec{x}_2^2 + \vec{y}_2^2 = \vec{x}_3^2 + \vec{y}_3^2, \\ x_i &= R \cos \alpha_i, \\ y_i &= R \sin \alpha_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Множину шести гіперсферичних координат будемо коротко позначати як (R, Ω_i) , де $\Omega_i \equiv (\alpha_i, \theta_{x_i}, \varphi_{x_i}, \theta_{y_i}, \varphi_{y_i})$.

Зручно, надалі, записати рівняння Шредінгера (4) в гіперсферичних координатах (R, Ω_i)

$$\hat{H}\Psi(R, \Omega_i) = E\Psi(R, \Omega_i), \quad (6)$$

де гамільтоніан \hat{H} розгляненої системи такий:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{R^5} \frac{\partial}{\partial R} R^5 \frac{\partial}{\partial R} - \frac{\hat{K}^2(\Omega_i)}{R^2} \right) + V(R, \Omega_i). \quad (7)$$

У виразі (7) $\hat{K}^2(\Omega_i)$ – кутова частина оператора кінетичної енергії системи і має зміст квадрата оператора узагальненого кутового моменту системи

$$\hat{K}^2(\Omega_i) = -\frac{1}{\sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i} \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i \frac{\partial}{\partial \alpha_i} + \frac{\vec{l}^2(\vec{x}_i)}{\sin^2 \alpha_i} + \frac{\vec{l}^2(\vec{y}_i)}{\cos^2 \alpha_i}, \quad (8)$$

а $V(R, \Omega_i)$ – повна потенціальна енергія цієї системи, що дорівнює сумі відповідних потенціалів двочастинкових взаємодій

$$V(R, \Omega_i) = V_{jk} + V_{ki} + V_{ij}. \quad (9)$$

Спробуємо конкретизувати явний вигляд двочастинкових взаємодій.

Розглянемо довільне парно-парне ядро ${}^A_Z X$, яке будемо моделювати сферично-симетричним парно-парним остовом і два валентні нуклони у зовнішній оболонці. У рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра середнє поле остова ядра моделюється статичним сферично-симетричним потенціалом Вудса–Саксона [22]

$$U_i(r_i) = -V_0 \cdot \left(1 \pm 0.63 \cdot \frac{N-Z}{A}\right) \cdot \left(1 + \exp\left(\frac{r_i - R_0}{a_0}\right)\right)^{-1} + V_{кул} \quad i = 1, 2, \quad (10)$$

де знак “плюс” у формулі (10) відповідає протону, а знак “мінус” – нейтрону; $R_0 = r_0 A^{1/3}$. У випадку, коли на зовнішній оболонці містяться два валентні протони, необхідно у правій частині виразу (10) брати до уваги також потенціал кулонівської взаємодії $V_{кул}$ валентних протонів між собою та з кулонівським полем остова.

З метою спрощення розрахунків залишкову сильну взаємодію валентних нуклонів між собою моделюємо потенціалом з нульовим радіусом дії з урахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях [19]

$$V_{зал}(\vec{r}_j, \vec{r}_k) = -V_{12} \left[1 - \exp\left(-\frac{|\vec{r}_j + \vec{r}_k|}{2}\right)\right] \cdot \delta(\vec{r}_j - \vec{r}_k). \quad (11)$$

Такий вибір залишкової взаємодії спрощує алгоритм розрахунку енергетичного спектра, бо дозволяє в явному аналітичному вигляді обчислити матричні елементи і в одночас, мабуть, не спотворює реальної ситуації, хоча в майбутньому можна буде розглянути і більш реалістичні моделі взаємодії.

Спін-орбітальна взаємодія i -ого валентного нуклона має стандартний вигляд

$$V_{l_i s_i}(r_i) = W_i(r_i)(\vec{l}_i \cdot \vec{s}_i), \quad W_i(r_i) = -\frac{\chi}{r_i} \frac{\partial U_i(r_i)}{\partial r_i}, \quad i = 1, 2. \quad (12)$$

Потрібно зазначити, що потенціали (10)–(12) записані в одностинкових змінних \vec{r}_i , а не в координатах Якобі (1), вибір яких, як було зазначено, можна отримати трьома різними способами. Зрозуміло, що у разі переставлення нуклонів в процесі антисиметризації хвильової функції системи одну сукупність координат Якобі переходить в іншу, еквівалентну для опису, проте який не співпадає з початковою сукупністю координат Якобі. У розрахунках зручно мати справу з однією фіксованою сукупністю координат Якобі. У змінних Якобі (1) повна потенціальна енергія $V(\vec{x}, \vec{y})$ розгляненої системи в рамках адиабатичної тричастинкової моделі ядра має вигляд

$$V(\vec{x}, \vec{y}) = U_{23}(\vec{x}_1) + W_1(x_1)(\vec{l}_1 \cdot \vec{s}_1) + U_{13}(\vec{x}_2) + W_2(x_2)(\vec{l}_2 \cdot \vec{s}_2) + U_{12}(\vec{x}_3) + V_{кул}, \quad (13)$$

де $U_{ij}(\vec{x}_k)$ – відповідні потенціали взаємодії (10).

Розв'язки рівняння (6) для стаціонарних станів цієї системи (остов і два нуклони) в адиабатичній моделі ядра представлені [16] у вигляді суперпозиції базисних функцій $\Phi_\mu(R, \Omega)$:

$$\Psi(R, \Omega) = R^{-5/2} \cdot F_\mu(R) \Phi_\mu(R, \Omega). \quad (14)$$

Повну множину базисних функцій $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$ можна отримати за допомогою двох різних способів. За множину базисних функцій $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$ доцільно обрати розв'язки спектральної задачі

$$\left(\frac{\widehat{K}^2}{R^2} + V(R, \Omega)\right) \Phi_\mu(R, \Omega) = U_\mu(R) \Phi_\mu(R, \Omega). \quad (15)$$

Власні значення $U_\mu(R)$ називатимемо адіабатичними потенціальними термами нуклонів. Якщо припустити наявність адіабатичного руху валентних нуклонів вздовж R , то адіабатичні терми $U_\mu(R)$ будуть залежати від R як від параметра.

В адіабатичній моделі ядра відокремлення чотирьох кутових змінних (θ_i, φ_i) відбувається шляхом розкладу $\Phi_\mu(R, \Omega)$ за повною ортонормованою білінійною суперпозицією спін-кутових сферичних функцій $\Phi_{j_1 l_1}^{m_1}(\theta_i, \varphi_i)$

$$\Phi_\mu(R, \Omega) = \sum_{j_1 j_2 l_1 l_2} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2), \quad (16)$$

де

$$\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = \sum_{m_1 m_2} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{jm} \Phi_{j_1 l_1}^{m_1}(\theta_1, \varphi_1) \Phi_{j_2 l_2}^{m_2}(\theta_2, \varphi_2), \quad (17)$$

$$\Phi_{j_1 l_1}^{m_1}(\theta_i, \varphi_i) = \sum_{m_i m_{s_i}} C_{l_1 m_i s_i m_{s_i}}^{j_1 m_1} Y_{l_1}^{m_i}(\theta_i, \varphi_i) \chi_{m_{s_i}}^{s_i=1/2}. \quad (18)$$

Адіабатичні потенціальні терми $U_\mu(R)$ та відповідні їм власні функції відшуковують шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь для коефіцієнтів $\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)$ розкладу (16)

$$\left[\frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1' j_2' l_1' l_2'} V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1' j_2' l_1' l_2'}(R, \alpha) \varphi_{j_1' j_2' l_1' l_2'}^{(\mu)}(R, \alpha) = 0, \quad (19)$$

де $\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)$.

Систему (19) доповнюють [18] відповідними граничними умовами, які забезпечують обмеженість функції $\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)$ в нулі і виконання принципу Паулі.

Підставивши розклад (14) в рівняння (6) та усереднивши за базисними функціями $\Phi_\mu(R, \Omega)$, одержуємо систему диференціальних рівнянь для радіальних функцій $F_\mu(R)$:

$$\left\{ -\frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) + H_{\mu\mu}(R) - 2E_U \right\} F_\mu(R) + \sum_{\mu'} \left\{ H_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R) + Q_{\mu\mu'}(R) \frac{d}{dR} F_{\mu'}(R) + \frac{d}{dR} [Q_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R)] \right\} = 0. \quad (20)$$

Вигляд матричних елементів $H_{\mu\mu'}(R)$ та $Q_{\mu\mu'}(R)$ наведений в [16].

Радіальні функції $F_\mu(R)$ задовольняють граничні умови

$$F_\mu(0) = F_\mu(\infty) = 0. \quad (21)$$

Зазначимо, що найпростішим є так зване наближення Борна–Оппенгеймера, яке полягає в тому, що нехтуючи всіма матричними елементами $H_{\mu\mu'}(R)$ та $Q_{\mu\mu'}(R)$, система рівнянь (20) розщеплюється і зводиться до одного рівняння. Вона зводиться до одного рівняння також і у випадку, якщо знехтувати лише

недіагональними матричними елементами $H_{\mu\mu'}(R)$ і $Q_{\mu\mu'}(R)$. Це наближення називають адіабатичним. Оскільки $H_{\mu\mu'}(R) > 0$, це зумовлює до зменшення глибини потенціальної ями $U_{\mu}(R) + H_{\mu\mu'}(R)$, а тому в адіабатичному наближенні відбуватиметься зсув енергетичного спектра вгору порівняно із значеннями енергії, отриманими у наближенні Борна–Оппенгеймера. Це означає, що наближення Борна–Оппенгеймера та адіабатичне наближення беруть у “вилку” значення енергій нижчих станів розгляненого ядра.

У випадку знаходження матричних елементів, які фігурують в (19), від потенціальної енергії системи (13) за функціями $\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$ слід мати на увазі, що тоді як матричні елементи типу $\langle \varphi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{jk}(\vec{x}_i) | \varphi_{q'}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$ відшукати для центральних потенціалів відносно легко [18], натомість у разі знаходження матричних елементів потенціалів взаємодії інших пар частинок, наприклад, матричного елемента типу $\langle \varphi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{ki}(\vec{x}_k) | \varphi_{q'}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$, виникають труднощі навіть для центральних потенціалів, оскільки у цьому випадку змінні \vec{x}_k чи \vec{x}_j у потенціалах залежать від сферичних кутів $\hat{x}_i = (\theta_{x_i}, \varphi_{x_i})$ та $\hat{y}_i = (\theta_{y_i}, \varphi_{y_i})$. Зрозуміло, що обчислення усіх матричних елементів потенціалів парної взаємодії можна суттєво спростити, знаючи зв'язок між функціями φ_q^{jm} , визначеними на різних сукупностях координат Якобі. Зокрема для знаходження матричного елемента $\langle \varphi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{ki}(\vec{x}_k) | \varphi_{q'}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$ потрібно замінити змінні інтегрування, що відповідає переходу від сукупності (\vec{x}_i, \vec{y}_i) координат Якобі до відповідно (\vec{x}_k, \vec{y}_k) , тобто виконати кінематичний поворот (2). Під час кінематичного повороту (2) на кут φ_{ki} функції $\varphi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$ і $\varphi_{q'}^{jm}(\hat{x}_k, \hat{y}_k)$ зв'язані між собою через відповідну функцію Вігнера $D_{mm'}^j(\alpha, \beta, \gamma)$ так:

$$\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) = \sum_{m'} D_{mm'}^j(\alpha, \beta, \gamma) \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm'}(\hat{x}_k, \hat{y}_k). \quad (22)$$

У формулі (22) сферичні кути $(\hat{x}_k, \hat{y}_k) \equiv (\theta_{x_k}, \varphi_{x_k}, \theta_{y_k}, \varphi_{y_k})$ задають напрям відносних координат (\vec{x}_k, \vec{y}_k) . Спрямовуючи відповідно Z і Z' одержуємо

$$\varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) = \sum_{m'} d_{mm'}^j(\beta) \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm'}(\hat{x}_k, \hat{y}_k), \quad (23)$$

де $\beta = \varphi_{ki}$. Підставляючи (23) у матричний елемент $\langle \varphi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{ki}(\vec{x}_k) | \varphi_{q'}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$, неважко обчислити його стандартним способом, як і у випадку матричного елемента потенціалу $V_{jk}(\vec{x}_i)$. Подібним способом можна знайти і матричний елемент $\langle \varphi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{ij}(\vec{x}_j) | \varphi_{q'}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$. Отже, всі матричні елементи, що фігурують у системі рівнянь (19), можна обчислити у вище зазначений спосіб. Зазначимо, що якобіан перетворення при переході від однієї сукупності координат Якобі до іншої дорівнює одиниці.

Існує інший спосіб відокремлення змінних у базисних функціях $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$. Для цього розкладемо довільну базисну функцію $\Phi_\mu(R, \Omega)$ за повною системою власних функцій $Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i)$ квадрата шестивимірною кутового моменту $\widehat{K}^2(\Omega_i)$

$$\Phi_\mu(R, \Omega) = \sum_{Kn_i} g_{Kn_i}^{(\mu)}(R) Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i), \quad (24)$$

де

$$\widehat{K}^2(\Omega_i) Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) = K(K+4) Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i), \quad n_i = (l_{x_i}, l_{y_i}). \quad (25)$$

Кутові функції $Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i)$ називають гіперсферичними гармоніками або коротко K – гармоніками [3]. Вони задовольняють умову нормування

$$\int d\Omega_i Y_{Kn_i}^{*LM}(\Omega_i) Y_{K'n_i'}^{LM}(\Omega_i) = \delta_{KK'} \delta_{n_i n_i'}. \quad (26)$$

Тричастинкові K – гармоніки $Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i)$ з фіксованим значенням повного орбітального моменту $\vec{L} = \vec{l}_x + \vec{l}_y$ і його проєкції M утворюють повну сукупність ортонормованих функцій і мають вигляд [3]

$$Y_{Kl_x l_y}^{LM}(\Omega_i) = \sum_{m_x m_y} C_{m_x m_y}^{LM} Y_{Kl_x m_x l_y m_y}(\Omega_i), \quad (27)$$

де

$$Y_{Kl_x m_x l_y m_y}(\Omega_i) = N_K^{l_x l_y} (\cos \alpha_i)^{l_x} (\sin \alpha_i)^{l_y} P_n^{l_y + 1/2, l_x + 1/2}(\cos 2\alpha_i) Y_{l_x m_x}(\hat{x}_i) Y_{l_y m_y}(\hat{y}_i). \quad (28)$$

Тут $P_q^{l_1 l_2}$ – поліном Якобі, а

$$N_K^{l_x l_y} = \left[\frac{2n!(K+2)(n+l_x+l_y+1)!}{\Gamma(n+l_x+3/2)\Gamma(n+l_y+3/2)} \right]^{1/2}, \quad (29)$$

$$n = \frac{K - l_x - l_y}{2}.$$

Для коефіцієнтів $g^{(\mu)}(R)$ розкладу (24) одержуємо з (15) нескінченну систему однорідних алгебричних рівнянь

$$\sum_{l_x' l_y'} \left\{ \left(\frac{(l_x + l_y)(l_x + l_y + 4)}{R^2} - U_\mu(R) \right) \delta_{l_x l_x'} \delta_{l_y l_y'} + \sum_K \langle K l_x' l_y' | V(R, \Omega_i) | K l_x l_y \rangle \right\} g_{K l_x l_y}^{(\mu)}(R) = 0. \quad (30)$$

Система однорідних алгебричних рівнянь (30) має відмінні від нуля розв'язки лише за умови рівності нулеві детермінанта, складеного з коефіцієнтів при невідомих $g_{K l_x l_y}^{(\mu)}(R)$. Розв'язуючи одержане секулярне рівняння, можна знайти адіабатичні потенціальні терми $U_\mu(R)$ та відповідні їм функції $g_{K l_x l_y}^{(\mu)}(R)$. З метою конструктивного відшукування розв'язків системи рівнянь (30) необхідно мати матричні елементи відповідних потенціалів взаємодії.

Обчислення матричних елементів типу $\langle Y_{K'n_i'}^{LM}(\Omega_i) | V_{jk}(\vec{x}_i) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle$, де $V_{jk}(\vec{x}_i)$ є центральним потенціалом, відбувається відносно легко, а обчислення

матричних елементів $\langle Y_{K'n'_i}^{LM}(\Omega_i) | V_{ij}(\vec{x}_k) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle$ чи $\langle Y_{K'n'_i}^{LM}(\Omega_i) | V_{ki}(\vec{x}_j) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle$ є складним [23] через те, що \vec{x}_k і \vec{x}_j залежать від сферичних кутів \hat{x}_i та \hat{y}_i . У такому випадку потрібно скористатись зв'язками між K – гармоніками, визначеними на різних сукупностях координат Якобі. Зокрема,

$$Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) = \sum_{l_{x_j} l_{y_j}} \langle l_{x_j} l_{y_j} | l_{x_i} l_{y_i} \rangle_{KL} Y_{Kn_j}^{LM}(\Omega_j), \quad (31)$$

де $\langle l_{x_j} l_{y_j} | l_{x_i} l_{y_i} \rangle_{KL}$ – так звані коефіцієнти Рейнала-Реваї [24], табличні значення яких наведені в [4].

Користуючись сьогодні розкладом (31), неважко знайти матричний елемент, наприклад, потенціалу $V_{ki}(\vec{x}_j)$ [23]:

$$\langle Y_{K'n'_i}^{LM}(\Omega_i) | V_{ki}(\vec{x}_j) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle = \sum_{l_{x_j} l_{y_j} l'_{x_j} l'_{y_j}} \langle l'_{x_j} l'_{y_j} | l'_{x_i} l'_{y_i} \rangle_{KL}^* \langle l_{x_j} l_{y_j} | l_{x_i} l_{y_i} \rangle_{KL} \langle Y_{K'n'_j}^{LM}(\Omega_j) | V_{ki}(\vec{x}_j) | Y_{Kn_j}^{LM}(\Omega_j) \rangle. \quad (32)$$

Аналогічно відшукують матричний елемент потенціалу $V_{ij}(\vec{x}_k)$.

Доцільно надалі відокремити кутові змінні та гіперрадіус в потенціалах $V_{jk}(\vec{x}_i)$, $V_{ij}(\vec{x}_k)$ та $V_{ki}(\vec{x}_j)$. Зокрема, кожний з них можна представити так:

$$V_{ki}(\vec{x}_j) = \sum_{K'n'_j} V_{K'n'_j}(R) Y_{K'n'_j}^{LM}(\Omega_j). \quad (33)$$

Коефіцієнти розкладу $V_{K'n'_j}(R)$ знаходять, використавши умову ортогональності K – гармонік. Тоді розглянений матричний елемент можна записати у вигляді

$$\langle Y_{K'n'_i}^{LM}(\Omega_i) | V_{ki}(\vec{x}_j) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle = \sum_{K'n'_j} V_{K'n'_j}(R) \langle K'n'_j | K'n'_j | Kn_j \rangle, \quad (34)$$

де

$$\langle K'n'_j | K'n'_j | Kn_j \rangle = \int d\Omega_j Y_{K'n'_j}^{*LM}(\Omega_j) Y_{K'n'_j}^{LM}(\Omega_j) Y_{Kn_j}^{LM}(\Omega_j). \quad (35)$$

Матричні елементи (35) розраховані в [25]. Отже, визначені в наведений вище спосіб матричні елементи всіх потенціалів дають змогу розв'язуючи систему алгебричних рівнянь (30), відшукати адіабатичні потенціальні терми $U_\mu(R)$ та відповідні їм базисні функції $\Phi_\mu(R, \Omega)$. Підставляючи знайдені значення $U_\mu(R)$ у рівняння (20) і чисельно розв'язуючи в наближенні Борна–Оппенгеймера [16] або в адіабатичному наближенні [17], можна одержати енергетичний спектр нижчих збуджених станів парно-парних ядер з двома валентними нуклонами із урахуванням їх залишкової взаємодії, яка, своєю чергою, призводить до кутових та радіальних кореляцій валентних нуклонів.

Покажемо, як чисельно розрахувати енергетичний спектр парно-парних ядер на прикладі ядер ^{118}Sn і ^{176}Hf , у яких на зовнішній оболонці містяться по два валентні нуклони, а саме: у ^{118}Sn – два нейтрони, у ^{176}Hf – два протони. З метою спрощення розрахунків сильну взаємодію валентних нуклонів з остовом ядра моделюємо сферично-симетричним потенціалом Вудса–Саксона, а сильну

залишкову взаємодію між валентними нуклонами – дельта-потенціалом з нульовим радіусом дії з урахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях. У випадку валентних протонів окрім сильної взаємодії враховуватимемо і кулонівську взаємодію.

Відповідно до асимптотичної поведінки адіабатичних потенціальних термів нуклонів $U_{\mu}(R)/R^2$, яка детально розглянута у [18], розрахунки енергетичного спектра ядер ^{118}Sn і ^{176}Hf у припущенні сферично-симетричного поля остова ядра проводимо у певній послідовності. Параметри потенціалу Вудса–Саксона підбираємо, щоб потенціальні терми $U_{\mu}(R)/R^2$ ядер ^{118}Sn і ^{176}Hf на асимптотиці при $R \rightarrow \infty$ виходили на відповідні рівні ізотопів з масовим числом, меншим на одиницю, тобто на відповідні рівні ізотопів ^{117}Sn і ^{175}Lu , відповідно. Визначені у такий спосіб значення параметрів потенціалу Вудса–Саксона для ядер ^{118}Sn і ^{176}Hf наведено в табл. 1. З визначеними параметрами потенціалів за схемою праць [16–21] у наближенні Борна–Оппенгеймера знаходили спектри рівнів і відповідні їм хвильові функції стаціонарних станів у припущенні сферично-симетричного поля ядра. За нуль було взято енергію, коли обидва валентні нуклони були в основному стані: тобто для ядра ^{118}Sn – два нейтрони на рівні $2d_{3/2}$, а для ядра ^{176}Hf – два протони на рівні $1h_{11/2}$.

Результати розрахунків енергетичного спектра ε_{nJ} нижчих збуджених станів ядер ^{118}Sn і ^{176}Hf у припущенні сферично-симетричного поля наведено в табл. 2, а їхнє розміщення на адіабатичних потенціальних термах $U_{\mu}(R)/R^2$ ядер зображено відповідно на рис. 1 і 2 прямими лініями. У цьому форматі за нуль було взято енергії відриву двох нуклонів від ядер ^{118}Sn і ^{176}Hf , відповідно: $E_{2n}(^{118}\text{Sn})=16,269$ MeB, $E_{2p}(^{176}\text{Hf})=12,205$ MeB [26].

Таблиця 1

Сукупності параметрів потенціалу Вудса–Саксона і потенціалу з нульовим радіусом дії для ядер ^{118}Sn , ^{176}Hf

Ядро	V_0 , MeB	V_{12} , MeB	r_0 , фм	a_0 , фм	χ , фм ²
^{118}Sn	55,13	33,0	1,30	0,60	0,34324
^{176}Hf	37,90	33,0	1,24	0,63	0,35864

Таблиця 2

Результати розрахунків енергії станів ядер ^{118}Sn , ^{176}Hf у припущенні сферично-симетричного потенціалу Вудса–Саксона

Ядро ^AX	Конфігурація нуклонів	J^π	ϵ_{nJ} , MeB	$\epsilon_{\text{експ}}$ [27], MeB	$U_\mu(R)/R^2$ при $R=12$ фм, MeB	$\epsilon_{\text{експ}}$ для ^{A-1}X , MeB
^{118}Sn	$2d_{3/2} 2d_{3/2}$	0^+	0	0	-13,7938	-6,7834
	$2d_{3/2} 2d_{3/2}$	2^+	0,46884	1,22967	-13,7938	-6,7834
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	0^+	1,78008	1,75831	-5,7963	-6,6274
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	2^+	1,78448	2,04288	-5,7963	-6,6274
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	4^+	1,78684	2,28034	-5,7963	-6,6274
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	6^+	1,79019	2,99950	-5,7963	-6,6274
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	8^+	1,79310	3,05216	-5,7963	-6,6274
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	10^+	1,79479	3,10806	-5,7963	-6,6274
^{176}Hf	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	0^+	0	0	-4,6018	-5,2545
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	2^+	0,03914	0,08835	-4,6004	-5,2545
	$1h_{11/2} 1h_{11/2}$	4^+	0,05657	0,02902	-4,5998	-5,2545
	$1h_{9/2} 1h_{9/2}$	0^+	2,57303	1,14994	-1,9240	-5,3922
	$1h_{9/2} 1h_{9/2}$	2^+	2,58134	1,22663	-1,9236	-5,3922
	$1h_{9/2} 1h_{9/2}$	4^+	2,60229	-	-1,9232	-5,3922

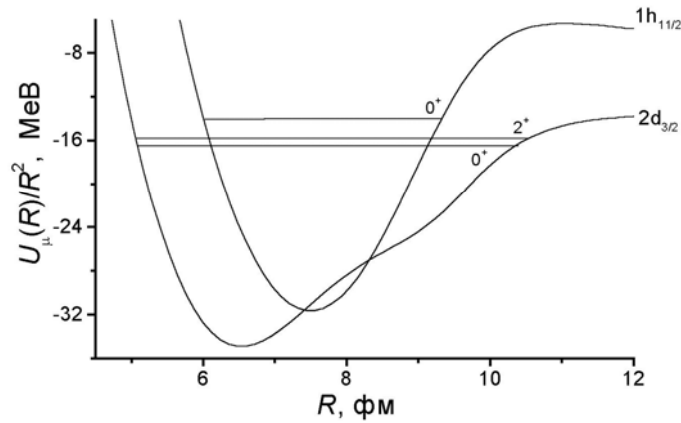


Рис. 1. Хід потенціальних кривих (термів) $U_{\mu}(R)/R^2$ та енергетичні рівні ядра ^{118}Sn у припущенні сферично-симетричного потенціалу Вудса–Саксона

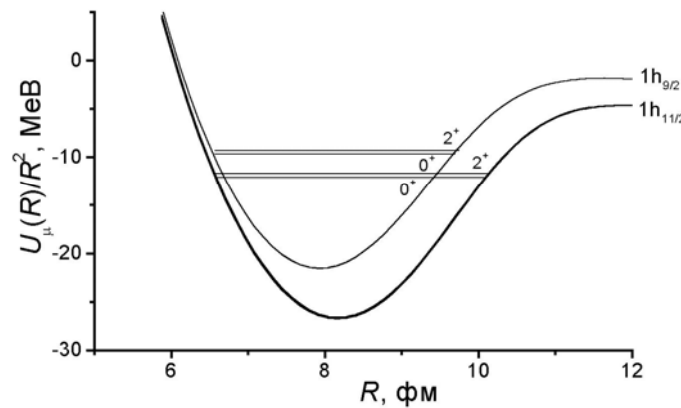


Рис. 2. Хід потенціальних кривих (термів) $U_{\mu}(R)/R^2$ та енергетичні рівні ядра ^{176}Hf у припущенні сферично-симетричного потенціалу Вудса–Саксона

Отже, сформульована нами адиабатична тричастинкова модель ядра дає змогу в потенціальному підході проводити теоретично описати ефекти спарювання нуклонів, їх кутових і радіальних кореляцій, які зумовлюють, зокрема, утворення надплинних ядерних станів.

Надалі, для чисельного знаходження енергетичного спектра стаціонарних станів деформованих ядер доцільно розробити пакет прикладних комп'ютерних програм, а отже, обираючи більш реалістичні моделі потенціалів залишкової взаємодії та враховуючи деформації поля остова ядра і спин-орбітальної взаємодії валентних нуклонів, можна сподіватись на поліпшення точності отримуваних чисельних розрахунків енергетичного спектра парно-парних атомних ядер.

Видається також вельми актуальним пошук парно-парних ядер, у яких конфігураційні ізомерні стани заселені незначною кількістю квадрупольних пар, взаємодія між якими є незначною, або однією квадрупольною парою. Дослідження таких станів тісно пов'язане зі створенням нових джерел енергії і, зокрема, лазерів у діапазоні гамма-випромінювання.

1. *Фаддеев Л. Д.* // Письма в ЖЭТФ. 1960. Т. 39. 1459 с.
2. *Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д.* Квантовая теория рассеяния для нескольких частиц. М.: Наука, 1985.
3. *Симонов Ю. А.* // Ядерная физика. 1966. Вып. 3. 630 с.
4. *Джибути Р. И., Крупеникова Н. Б.* Метод гиперсферических функций в квантовой механике нескольких частиц. Тбилиси: Мецниереба, 1984.
5. *Барц Б. И., Болотин Ю. Л., Инопин Е. В., Гончар В. Ю.* Метод Хартри–Фока в теории ядра. К.: Наукова думка, 1982.
6. *Боголюбов Н. Н.* // Докл. АН СССР. 1958. Вып. 119. №2. 224 с.
7. *Смирнов Ю. Ф., Шитикова К. В.* // Физ. элемент. частиц и атом. ядра. 1977. Вып. 8. №4. 847 с.
8. *Боголюбов М. М.* Лекції з квантової статистики. К.: Радянська школа, 1949.
9. *Bardeen J., Cooper L., Schrieffer J.* // Phys. Rev. 1957. Vol. 108. 1175 p.
10. *Боголюбов Н. Н.* // Письма в ЖЭТФ. 1958. Вып. 34. 73 с.
11. *Ландау Л. Д.* // Письма в ЖЭТФ. 1958. Вып. 35. 97 с.
12. *Боголюбов Н. Н.* // ДАН СССР. 1958. Вып. 119. 52 с.
13. *Bohr A., Mottelson B., Pines D.* // Phys. Rev. 1958. Vol. 110. 936 с.
14. *Соловьев В. Г.* // Письма в ЖЭТФ. 1959. Вып. 36. №6. 1869.
15. *Belyaev S. T.* // Dan. Math. Fys. Medd. 1959. Vol. 31. №11. 1 с.
16. *Капустей М. М., Пойда В. Ю., Хімич І. В.* // Укр. фіз. журнал. 1995. Вып. 40. №11. 1166 с.
17. *Капустей М. М., Пойда В. Ю., Хімич І. В.* // Доп. НАН України. Сер. матем. 1995. №10. Вып.71.
18. *Капустей М. М., Пойда В. Ю., Хімич І. В.* // Укр. фіз. журнал. 1999. Вып. 44. №11. 1330 с.
19. *Капустей М. М., Плекан Р. М., Пойда В. Ю., Хімич І. В.* // Укр. фіз. журнал. 2001. Вып. 46. №5-6. 524 с.
20. *Khimich I. V., Plekan R. M., Pojda V. Yu.* // Radiat. Phys. and Chem. 2003. Vol. 68. 159 p.
21. *Плекан Р. М., Пойда В. Ю., Хімич І. В.* // Укр. фіз. журнал. 2004. Вып. 49. №8. 743с.
22. *Соловьев В. Г.* Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
23. *Khan M. A., Dutta S. K., Das T. K. and Pal M. K.* // Journal Phys. G. 1998. Vol. 24. 1519 p.
24. *Raynal J. and Revai J.* // Nuovo Cimento A. 1968. Vol. 68. 612 p.
25. *Ghosh A. K. and Das T. K.* // Phys. Rev. C. 1990. Vol. 42. 1249 p.
26. *Немец О. Ф., Гофман Ю. В.* Справочник по ядерной физике. К.: Наукова думка, 1975.
27. *Evaluated Nuclear Structure Data File* (National Nuclear Data Centre, Braukhaven National Laboratory, New York, USA).

**INVESTIGATION OF PAIRING NUCLEON CORELLATIONS IN THE
ADIABATIC THREE-PARTICLE MODEL OF NUCLEUS****R. Plekan, V. Pojda, I. Khimich**

*Uzhgorod National University
Department of Nuclear Physics and Elementary Particles
Kapitulna Str., 9a, UA-88000 Uzhgorod, Ukraine
e-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua*

A motion of an even-even nucleus core, whose mean self-consistent field being simulated by Woods-Saxon potential, is taken into account in the framework of the adiabatic three-particle model of nucleus. The separability of motion of the centre of masses of system is conducted by means of the Jacobi coordinates. The energy spectrum of an even-even nucleus, modelled as corresponding core plus two valence nucleons, is founded two different ways, as follows in the framework of the hyperspherical adiabatic approach on the one hand and method K-harmonics with another. The efficiency of the adiabatic three-particle model of nucleus is illustrated for the example of the numerical calculation of the energy spectrum of low-lying excited states of even-even atomic nuclei ^{118}Sn and ^{176}Hf , which possesses two valence nucleons in the external shell.

Key words: the nucleus core, the hyperspherical adiabatic approach, the separability of motion, the adiabatic three-particle model of nucleus.

Стаття надійшла до редколегії 17.05.2006
Прийнята до друку 09.06.2008