ВІСНИК ЛЬВІВ. УН-ТУ *VISNYK LVIV UNIV.*
Серія фіз. 2009. Вип. 44. С. 162–171 *Ser. Physics. 2009. Is. 44. P. 162–171*

УДК 539.12:539.145
PACS number(s): 11.15.Tk, 12.20. – in, 11.10.Wx

ФАЗОВИЙ ПЕРЕХІД У КВАНТОВІЙ ЕЛЕКТРОДИНАМІЦІ ПРИ $T \neq 0$ У КАЛІБРУВАННІ, ЩО УЗАГАЛЬНЮЄ КАЛІБРУВАННЯ ЛАНДАУ

М. Певзнер, Д. Холод

Національний гірничий університет, кафедра фізики
просп. Карла Маркса, 19, 49027 Дніпропетровськ, Україна
e-mail: holod_d@i.ua

Розглянемо проблему динамічного порушення кіральної симетрії в КЕД$_3$ і КЕД$_4$. Вирішується завдання узагальнення калібрування Ландау для фотонного пропагатора у випадку $T \neq 0$ так, щоб у рівнянні Швінгера–Дайсона залишилася тільки одна інваріантна функція. При цьому розглянемо інстантонне наближення для фотонної матцубарівської функції Гріна. Отримані результати використовують для вивчення температурної динаміки маси ферміона у КЕД$_4$. Зокрема, тут визначено наявність фазового переходу, який відбувається з підвищенням температури і супроводжується зникненням динамічної маси ферміона.

Ключові слова: кіральна симетрія, фазовий перехід, калібрування Ландау.

Під час вивчення проблеми динамічного порушення кіральної симетрії в КЕД$_3$ і КЕД$_4$ у найпростіших непертуративних наближеннях при $T = 0$ використовується калібрування Ландау для фотонного пропагатора [1–3]. Під час узагальнення зазначених моделей на випадок $T \neq 0$ при використанні цього калібрування доводиться робити певні припущення щодо скалярних функцій, які визначають матцубарівську функцію Гріна. Тому виникає проблема узагальнення калібрування Ландау у випадку $T \neq 0$ у такий спосіб, щоб у рівнянні Швінгера–Дайсона залишилася лише одна інваріантна функція. Таке калібрування ми і відшукуємо у статті. Отриманий результат застосовуємо до розгляду питання про динамічну генерацію маси ферміона у КЕД$_4$ при $T \neq 0$.

Питання щодо відшукування подібного калібрування при $T = 0$ розглядалося у [4–6]. У цій роботі методи, що були використані у цих працях, узагальнюються на випадок $T \neq 0$.

Розглянемо рівняння Швінгера–Дайсона для матцубарівської ферміонної функції Гріна [7, 8]:

$$G(\mathbf{p},\, p_{4n}) = \frac{1}{i\not{p} + \Sigma(\mathbf{p},\, p_{4n})}\,. \tag{1}$$

Тут $G(p)$ – матцубарівська ферміонна функція Гріна, $\Sigma(p)$ – інтеграл власної енергії ферміона, $\not{p} = \gamma_\mu p_\mu$. Цей інтеграл має вигляд [7]:

$$\Sigma(\mathbf{p}, p_{4n}) = \frac{e_0^2}{(2\pi)^n} T \sum_s \int (d^n\mathbf{k}) \gamma_\mu G(\mathbf{k}, k_{4s}) \Gamma_\nu(\mathbf{p}, \mathbf{k}, p_{4n}, k_{4s}) D_{\mu\nu}(\mathbf{l}, l_4)\,, \tag{2}$$

де n – кількість просторових змінних, Γ_ν – повний вертекс, $D_{\mu\nu}$ – повна фотонна матцубарівська функція Гріна, $p_{4n}=(2n+1)\pi T$, $k_{4s}=(2s+1)\pi T$, $l=p-k$ ($\mathbf{l}=\mathbf{p}-\mathbf{k}$, $l_4=p_{4n}-k_{4s}$).

Матцубарівський інтеграл власної енергії має таку структуру [8]:

$$\Sigma(p)=i\not{p}(F_1^{-1}-1)+i(pu)\not{u}F_1^{-1}F_2+\frac{i}{2}(\not{u}\not{p}-\not{p}\not{u})F_3+F_1^{-1}M\ . \tag{3}$$

У цьому виразі u_μ – 4-вектор швидкості середовища; у системі спокою термостату $u_\mu=(0,0,0,i)$; F_1, F_2, F_3 та M – скалярні функції, що можуть залежати від p^2 та up. Зі збереження просторової парності одержуємо рівність $F_3=0$.

Наше завдання полягає у відшукуванні такого калібрування для функції $D_{\mu\nu}(l)$, в якому є співвідношення:

$$F_1=1,\quad F_2=0\,. \tag{4}$$

Підставляючи вираз (3) до рівняння (1) та вводячи нову змінну

$$K_\mu=k_\mu+(ku)u_\mu F_2\,,$$

для G отримаємо:

$$G(k)=G_F(M-i\not{K})\,, \tag{5}$$

де

$$G_F=\frac{F_1}{M^2+K^2}\,.$$

Прирівнюючи вирази (2) та (3) та використовуючи (5), маємо:

$$\begin{aligned}&i\not{p}(F_1^{-1}-1)+i(pu)\not{u}F_1^{-1}F_2+F_1^{-1}M=\\&=\frac{e_0^2}{(2\pi)^n}T\sum_s\int(d^n\mathrm{k})\gamma_\mu G_F(M-i\not{K})\gamma_\nu D_{\mu\nu}(\,l).\end{aligned} \tag{6}$$

Якщо для вертекса $\Gamma_\nu(p,k)$ використати наближення

$$\Gamma_\nu(p,k)=\gamma_\nu$$

та ввести позначення $\not{P}=\gamma_\mu P_\mu$, $P_\mu=p_\mu+(pu)u_\mu$, $\not{U}=\gamma_\mu U_\mu$, $U_\mu=u_\mu-\frac{(pu)}{p^2}p_\mu$, то для функцій F_1, F_2, та M одержимо рівняння

$$F_1=1-\frac{e_0^2T}{(2\pi)^n}\frac{1}{P^2}\sum\int(d^n\mathbf{k})G_F(2P_\mu K_\nu D_{\mu\nu}(l)-(PK)D_{\mu\mu}(l))\,, \tag{7}$$

$$F_1^{-1}F_2=-\frac{e_0^2}{(2\pi)^n}\frac{1}{U^2(pu)}\sum\int(d^n\mathbf{k})G_F(2U_\mu K_\nu D_{\mu\nu}(l)-(KU)D_{\mu\mu}(l)\,, \tag{8}$$

$$F_1^{-1}M=\frac{e_0^2T}{(2\pi)^n}\sum\int(d^n\mathbf{k})G_F M(k)D_{\mu\mu}(l)\,. \tag{9}$$

Для того, щоб одержати співвідношення (4), повинна виконуватися система рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{e_0^2 T}{(2\pi)^n}\dfrac{1}{P^2}\sum\int(d^n\mathbf{k})G_F(2P_\mu K_\nu D_{\mu\nu}(l)-(PK)D_{\mu\mu}(l))=0, \\ \\ \dfrac{e_0^2 T}{(2\pi)^n}\dfrac{1}{(pu)U^2}\sum\int(d^n\mathbf{k})G_F(2U_\mu K_\nu D_{\mu\nu}(l)-(KU)D_{\mu\mu}(l))=0. \end{cases} \tag{10}$$

Розглянемо спочатку перше з рівнянь (10). Підставляючи вирази для P_μ, K_ν, отримаємо:

$$\frac{e_0^2 T}{(2\pi)^n}\frac{1}{P^2}\sum_s\int(d^n\mathbf{k})G_F[(2p_i k_k-(\mathbf{pk})\delta_{ik})D_{ik}(l)+ \\ +2p_i k_{4s}(1-F_2)D_{i4}(l)-(\mathbf{pk})D_{44}(l)]=0, \tag{11}$$

де фотонна функція Гріна $D_{\mu\nu}(l)$ вибрана у вигляді

$$D_{\mu\nu}(l)=\left(\delta_{\mu\nu}-\frac{l_\mu l_\nu}{l^2}\right)D_1^{(T)}+\left(\frac{l_\mu l_\nu}{l^2}-\frac{u_\mu l_\nu+l_\mu u_\nu}{(ul)}+\frac{u_\mu u_\nu l^2}{(ul)^2}\right)D_2^{(T)}+ \\ +\frac{(l_\mu-(ul)u_\mu)(l_\nu-(ul)u_\nu)}{l^2}D_1^{(L)}+ \\ +\frac{(l_\mu-(ul)u_\mu)(ul)u_\nu+(l_\nu-(ul)u_\nu)(ul)u_\mu}{l^2}D_2^{(L)}+\frac{u_\mu u_\nu(ul)^2}{l^2}D_3^{(L)}. \tag{12}$$

Функції $D_1^{(T)}$ та $D_2^{(T)}$ тут вважаються відомими; вони визначають поперечну до вектора l_μ частину функції $D_{\mu\nu}$. Щодо функцій $D_1^{(L)}$, $D_2^{(L)}$ та $D_3^{(L)}$, то вони є довільними і визначають калібрування. Наше завдання полягає у відшукуванні таких функцій $D_1^{(L)}$, $D_2^{(L)}$ та $D_3^{(L)}$, за яких виконується співвідношення (4).

Загалом розв'язання такої задачі виявляється надто складним, тому для одержання результату тут доводиться застосовувати певні наближення. У цій статті розглянемо інстантонне наближення, в якому

$$l_4=p_{4n}-k_{4s}=0\,. \tag{13}$$

Замість функцій $D_1^{(T)}$ та $D_2^{(T)}$ використаємо функції $D_{44}^{(T)}$ та $D_{ii}^{(T)}$ (за просторовими індексами i тут здійснюється підсумовування). Тоді, використовуючи рівність (13), можна записати:

$$D_{ik}(l)=\frac{1}{n-1}\left(\delta_{ik}-\frac{l_i l_k}{\mathbf{l}^2}\right)D_{ii}^{(T)}+\frac{l_i l_k}{\mathbf{l}^2}D_1^{(L)}, \\ D_{i4}(l)=0, \\ D_{44}(l)=D_{44}^{(T)}. \tag{14}$$

З урахуванням (14) зі співвідношення (11) маємо

$$\frac{e_0^2 T}{(2\pi)^n}\frac{1}{P^2}\int(d^n\mathbf{k})\left(\sum_s G_F(\mathbf{k},k_{4s})\right)\left((2p_i k_k-(\mathbf{pk})\delta_{ik})D_{ik}(l)-(\mathbf{pk})D_{44}^{(T)}\right)=0\,, \tag{15}$$

де $G_F=\dfrac{F_1}{M^2+\mathbf{k}^2+k_{4s}^2(1-F_2)^2}$.

Уважатимемо надалі, що всі структурні функції під знаком суми залежать лише від $\mathbf{k}^2$ та не залежать від k_{4s}^2. Тоді одержимо [9]:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} G_F(\mathbf{k},k_{4s}) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{F_1(\mathbf{k}^2)}{M^2(\mathbf{k}^2)+\mathbf{k}^2+k_{4s}^2(1-F_2(\mathbf{k}^2))^2} = \\ = \frac{F_1}{2T(1-F_2)\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}} th\left(\frac{\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}}{2T(1-F_2)}\right) = \Phi(\mathbf{k}^2). \tag{16}$$

Уведемо допоміжну функцію $C(\mathbf{k}^2)$

$$\frac{dC(\mathbf{k}^2)}{d\mathbf{k}^2} = \Phi(\mathbf{k}^2)\,, \tag{17}$$

тоді з (15) матимемо:

$$\frac{e_0^2 T}{(2\pi)^n}\frac{1}{P^2}\frac{p_j}{2}\int (d^n\mathbf{k})\left(D_{ik}(l)\left(2\delta_{ij}\frac{\partial}{\partial k_k}-\delta_{ik}\frac{\partial}{\partial k_j}\right)C-\frac{\partial C}{\partial k_j}D_{44}^{(T)}\right)=0\,. \tag{18}$$

Далі, інтегруючи за частинами та вважаючи, що коли $\mathbf{k}^2\to\infty$, то $C(\mathbf{k}^2)D_{ik}(l)\to 0$, отримуємо:

$$-\frac{e_0^2 T}{(2\pi)^4}\frac{p_j}{2P^2}\int (d^n\mathbf{k})C(\mathbf{k}^2)\left(\left(2\delta_{ij}\frac{\partial}{\partial k_k}-\delta_{ik}\frac{\partial}{\partial k_j}\right)D_{ik}(l)-\frac{\partial}{\partial k_j}D_{44}^{(T)}\right)=0\,. \tag{19}$$

Для того, щоб мало місце (19) достатньо, щоб виконувалося співвідношення:

$$\left(2l_i\frac{\partial}{\partial l_k}-\delta_{ik}l_j\frac{\partial}{\partial l_j}\right)D_{ik}(l)-l_j\frac{\partial}{\partial l_j}D_{44}^{(T)}=0\,. \tag{20}$$

Підставляючи у (20) вираз (14) для $D_{ik}(l)$, та переходячи до змінної $x=\mathbf{l}^2$, маємо:

$$x\frac{dD_1^{(L)}}{dx}+(n-1)D_1^{(L)}(x)=\left(x\frac{dD_{ii}^{(T)}(x)}{dx}+D_{ii}^{(T)}(x)\right)+x\frac{dD_{44}^{(T)}(x)}{dx}\,. \tag{21}$$

Розглянемо тепер друге з рівнянь (10). Підставляючи до цього рівняння вирази для U_μ та K_ν, надамо йому вигляду:

$$\frac{e_0^2 T}{(2\pi)^n}\frac{1}{(pu)U^2}\frac{p_{4n}}{p}\sum_s\int (d^n\mathbf{k})G_F[(2p_ik_k-(\mathbf{pk})\delta_{ik})D_{ik}(l)+ \\ +2p_ik_{4s}(1-F_2)D_{i4}(l)-(\mathbf{pk})D_{44}(l)]+ \\ +\frac{e_0^2 T}{(2\pi)^n}\frac{1}{(pu)U^2}\left(1-\frac{p_{4n}^2}{p^2}\right)\sum_s\int (d^n\mathbf{k})G_F[k_{4s}(1-F_2)\delta_{ik}D_{ik}(l)- \\ -2k_iD_{i4}(l)+k_{4s}(1-F_2)D_{44}(l)]=0. \tag{22}$$

Зі співвідношення (11) бачимо, що перша сума у (22) дорівнює нулеві. Тоді інстантонне наближення дозволяє записати:

$$\sum_{s=-\infty}^{+\infty}\int (d^n\mathbf{k})G_Fk_{4s}(1-F_2)\left(\delta_{ik}D_{ik}(l)+D_{44}(l)\right)=0\,. \tag{23}$$

Можна довести, що після підсумовування рівність (23) виконується тотожно.

Отож, ми отримали, що в інстантонному наближенні система (10) зводиться лише до рівняння (21), яке й є шуканим співвідношенням для знаходження $D_1^{(L)}$ за відомими функціями $D_{ii}^{(T)}$ та $D_{44}^{(T)}$.

Розв'язок рівняння (21) має вигляд:

$$D_1^{(L)}(x) = D_{ii}^{(T)}(x) + D_{44}^{(T)}(x) - x^{1-n}\int\limits_{x_0}^{x} y^{n-2}\Big((n-2)D_{ii}^{(T)}(y) + (n-1)D_{44}^{(T)}(y)\Big)dy\,. \quad (24)$$

У драбинчастому наближенні маємо:

$$D_{ii}^{(T)}(x) = \frac{n-1}{x},$$

$$D_{44}^{(T)}(x) = \frac{1}{x}.$$

Тоді з (24):

$$D_1^{(L)}(x) = -\frac{1}{x}, \text{ якщо } n = 3, \quad (25)$$

$$D_1^{(L)}(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x}\ln\frac{x}{x_0}, \text{ якщо } n = 2. \quad (26)$$

Застосуємо отриманий результат до розгляду питання про фазовий перехід у КЕД$_4$ при $T \neq 0$, який супроводжується зникненням динамічної маси ферміона, генерованої при $T = 0$. При цьому ми використаємо підхід, запропонований у роботах [10, 11].

Рівняння (9) у калібруванні, що визначається співвідношенням (25), в інстантонному наближенні набуде вигляду:

$$M(p) = \frac{2e_0^2 T}{(2\pi)^3}\sum_s \int (d^3\mathbf{k}) \frac{M(k)}{M^2(\mathbf{k}^2) + \mathbf{k}^2 + k_{4s}^2}\frac{1}{(\mathbf{p}-\mathbf{k})^2}. \quad (27)$$

Обчислюючи суму [9] та використовуючи позначення $\alpha_0 = \frac{e_0^2}{4\pi}$, маємо:

$$M(p) = \frac{\alpha_0}{2\pi^2}\int (d^3\mathbf{k}) \frac{M(\mathbf{k}^2)}{(\mathbf{p}-\mathbf{k})^2} \frac{th\frac{\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}}{2T}}{\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}}. \quad (28)$$

Далі, здійснюючи інтегрування за кутами, одержимо:

$$M(p) = \frac{\alpha_0}{\pi p}\int\limits_0^{\infty} kdk \frac{M(\mathbf{k}^2)\, th\frac{\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}}{2T}}{\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}} \ln\left|\frac{p+k}{p-k}\right|, \quad (29)$$

тут $p = |\mathbf{p}|$ та $k = |\mathbf{k}|$. Для розгляду проблеми фазового переходу рівняння (29) має бути розв'язане непертурбативним методом. Зробити це, використовуючи аналітичні засоби, неможливо, бо наведене рівняння виявляється для цього надто складним і тому вимагає подальших спрощень. З цією метою розкладемо логарифм у (29) до степеневого ряду та обмежимося у цьому розкладанні лише першими членами. Тоді матимемо:

$$M(p) = \frac{8g^2}{3p}\int\limits_0^{k_{\max}} kdk\, M(\mathbf{k}^2) \frac{th\frac{\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}}{2T}}{\sqrt{M^2+\mathbf{k}^2}}\left(\theta(k-p)\frac{p}{k} + \theta(p-k)\frac{k}{p}\right), \quad (30)$$

де $g^2 = \frac{3\alpha_0}{4\pi}$; крім того, введено тривимірний обтинаючий імпульс $k_{\max}$.

Звернемося спочатку до випадку нульової температури та припустимо тут можливість фазового переходу за сталою зв'язку g^2, внаслідок якого у ферміона генерується маса, і розглядатимемо рівняння (30) в околі критичного значення g^2_{cr} (так зване біфуркаційне наближення). Тоді під коренем у цьому рівнянні можна знехтувати доданком M^2, після чого отримаємо

$$M(p) = \frac{8g^2}{3}\left(\int_p^{k_{\max}} \frac{M(\mathbf{k}^2)}{k} dk + \frac{1}{p^2} \int_{m(0)}^{p} M(\mathbf{k}^2) k dk \right) . \tag{31}$$

Як інфрачервоне обтинання ми застосували значення маси $m(0)$ при $T = 0$.

Рівняння (31) еквівалентне диференціальному рівнянню

$$p^2 M'' + 3pM' + \frac{16g^2}{3} M = 0 \tag{32}$$

з граничними умовами

$$\left. \left(p^2 M(p) \right)' \right|_{p=k_{\max}} = 0 , \tag{33}$$

$$\left. \left(p^3 M'(p) \right) \right|_{p=m(0)} = 0 . \tag{34}$$

Рівняння (32) – це рівняння Ейлера, рішення якого шукатимемо у вигляді:

$$M(p) = \frac{1}{p}\left(C_1 p^{\nu} + C_2 p^{-\nu} \right), \tag{35}$$

де $\nu = \sqrt{1 - \frac{16g^2}{3}}$. Підставивши (35) у вирази (33) та (34) для граничних умов, отримаємо систему для відшукування C_1 та C_2

$$\begin{cases} (1+\nu) k_{\max}^{\nu} \cdot C_1 + (1-\nu) k_{\max}^{-\nu} \cdot C_2 = 0, \\ (1-\nu) m(0)^{1+\nu} \cdot C_1 + (1+\nu) m(0)^{1-\nu} \cdot C_2 = 0. \end{cases} \tag{36}$$

Система (36) має ненульові розв'язки за умови

$$\begin{vmatrix} (1+\nu) k_{\max}^{\nu} & (1-\nu) k_{\max}^{-\nu} \\ (1-\nu) m(0)^{1+\nu} & (1+\nu) m(0)^{1-\nu} \end{vmatrix} = 0 , \tag{37}$$

звідки для випадку $m_n(0) << k_{\max}$ маємо

$$m_n(0) \approx 7{,}4 k_{\max} \cdot e^{-\frac{\pi n}{|\nu|}} , \tag{38}$$

де $|\nu| = \sqrt{\frac{16g^2}{3} - 1}$, $n \in N$. Отже, бачимо, що генерація маси можлива лише за умови

$$g^2 \geq g_{cr}^2 , \tag{39}$$

де критичне значення $g_{cr}^2 = \frac{3}{16} = 0{,}1875$. Щодо низки розв'язків для різних n, зазначимо, що це є артефакт наближення [3], і реальний фізичний зміст зберігається за найбільшою масою.

Припустімо, що згенерована маса може зникнути внаслідок фазового переходу з підвищенням температури, і розглянемо випадок, коли температура набуває значень поблизу критичної T_c. У цьому випадку в (30) також можна знехтувати M^2 під знаком кореня. Тоді запишемо:

$$M(p)=\frac{8g^2}{3}\left(\frac{1}{p^2}\int_0^p dk\;M(k)k\;th\frac{k}{2T_c}+\int_p^{k_{\max}}dk\;M(k)\frac{th\dfrac{k}{2T_c}}{k}\right). \quad (40)$$

У рівнянні (40) виділимо неоднорідний член та запишемо це рівняння у вигляді:

$$M(p)=M(0)+\frac{8g^2}{3}\int_0^p\frac{dk}{k}M(k)th\frac{k}{2T_c}\left(\frac{k^2}{p^2}-1\right), \quad (41)$$

де

$$M(0)=\frac{8g^2}{3}\int_0^{k_{\max}}\frac{dk}{k}M(k)th\frac{k}{2T_c}. \quad (42)$$

Переходячи до безрозмірних величин

$$x=p/T_c,\ y=k/T_c,\ \lambda=k_{\max}/T_c,\ \mu(x)=\frac{M(xT_c)}{M(0)}, \quad (43)$$

легко довести, що рівняння (40) еквівалентне диференціальному рівнянню

$$\mu''(x)+\frac{3}{x}\mu'(x)+\frac{16g^2}{3x^2}th\frac{x}{2}\mu(x)=0 \quad (44)$$

з початковими умовами

$$\mu(0)=1,\ \mu'(0)=-\frac{8}{9}g^2 \quad (45)$$

та додатковою умовою

$$\left(\mu(x)+\frac{1}{2}x\mu'(x)\right)_{x=\lambda}=0. \quad (46)$$

Рівняння (44) також не буде розв’язане точно. Тому для одержання з нього необхідної фізичної інформації застосуємо такий підхід. При $x<<1$ використаємо апроксимацію $\mathrm{th}(x/2)\approx x/2$. Тоді розв’язок (44) з початковими умовами (45) набуде вигляду:

$$\mu(x)=\frac{J_2\left(\left(\frac{32}{3}g^2x\right)^{1/2}\right)}{(\frac{4}{3}g^2x)^{1/2}}, \quad (47)$$

де J_2 – функція Бесселя.

При $x>>1$ загальним розв’язком (44) буде

$$\mu(x)=b_1x^{-(1+i|\nu|)}+b_2x^{-(1-i|\nu|)}. \quad (48)$$

Екстраполюючи знайдені розв’язки на область $x\sim 1$, зшиваємо ці розв’язки та їх перші похідні у точці $x = 1$. Отже знаходимо b_1 та b_2.

Підстановивши (48) у (46), одержимо

$$\mathrm{tg}\left(|\nu|\ln\frac{k_{\max}}{T_c}\right)=-|\nu|\eta\ , \quad (49)$$

де

$$\eta=\frac{2J_2\left(\left(\frac{32}{3}g^2\right)^{1/2}\right)-\left(\frac{8}{3}g^2\right)^{1/2}J_3\left(\left(\frac{32}{3}g^2\right)^{1/2}\right)}{\left(1-\varphi^2\right)J_2\left(\left(\frac{32}{3}g^2\right)^{1/2}\right)-\left(\frac{8}{3}g^2\right)^{1/2}J_3\left(\left(\frac{32}{3}g^2\right)^{1/2}\right)}.$$

Зберігаючи у правій частині (49) лише ті члени, які мають перший порядок за $|\nu|$, одержимо

$$T_c = 9{,}1k_{\max}e^{-\pi n/|\nu|}. \tag{50}$$

Використовуючи (38), маємо:

$$T_c = 1{,}2m_n(0). \tag{51}$$

Отож, так само, як і в калібруванні Ландау, тут маємо критичну температуру, яка за порядком величини збігається з динамічною масою.

Отже, з'ясовано, що у калібруванні, яке узагальнює калібрування Ландау, у КЕД$_4$ при $T \neq 0$ є фазовий перехід, який супроводжується зникненням динамічної маси ферміона. Критична температура пов'язана із масою $m(0)$ співвідношенням (51). За порядком величини цей результат добре узгоджується з результатами, отриманими із застосуванням калібрування Ландау [10, 11] з додатковими припущеннями (4).

Під час спроби здійснити у знайденому калібруванні граничний перехід до випадку $T = 0$ виникають певні ускладнення. Так, калібрування, яке узагальнює калібрування Ландау у драбинчастому наближенні, при $T = 0$ повинно перейти у звичайне калібрування Ландау. Проте такої відповідності тут не спостерігається. Так, калібрувальні функції, які узагальнюють калібрування Ландау, тут взагалі не залежать від температури (співвідношення (25), (26)), а критичне значення константи зв'язку ($g_{cr}^2 = 0{,}1875$), обчислене в нашому випадку, відрізняється від такого, що обчислене при $T = 0$ у калібруванні Ландау ($g_{cr}^2 = 0{,}25$). Є підстави вважати, що цей недолік – наслідок використання інстантонного наближення. З іншого боку, близькість наведених критичних значень констант зв'язку, а також критичних температур, отриманих у нашому випадку ($T_c = 1{,}2m_n(0)$) та в калібруванні Ландау з використанням співвідношень (4) ($T_c = 1{,}7m_n(0)$) засвідчує про законність співвідношень (4) при використанні калібрування Ландау під час розгляду питання про фазовий перехід у КЕД$_4$ при $T \neq 0$.

Надалі планується вийти за межі інстантонного наближення для фотонної матцубарівської функції Гріна і загалом – за межі драбинчастого наближення для розгляду зазначеного питання.

---

1. *Fukuda R., Kugo T.* Schwinger-Dyson equation for massless vector theory and the absence of a fermion pole // Nucl. Phys. B. 1976. Vol. 117. N 1. P. 250–264.
2. *Fomin P., Gusynin V., Miransky V.* Vacuum instability of massless electrodynamics and the Gell-Mann-Low eigenvalue condition for the bare coupling constant // Phys. Lett. B. 1978. Vol. 78. N 1. P. 136–139.
3. *Fomin P., Gusynin V., Miransky V., Sitenko Yu.* Dynamical Symmetry Breaking and Partikle Mass Generation in Gauge Field Theories // Riv. Nuovo Cim. 1983. Vol. 6. N 5. P. 1–90.

4. *Maris A., Hercovitz V., Jacob G.* Generalization of Landau gauge // Nuovo Cim. 1964. Vol. 33. N 5. P. 1633–1635.
5. *Simmons E.* Useful gauges for studying dynamical fermion mass generation in arbitrary space-time dimension // Phys. Rev. D. 1990. Vol. 42. N 8. P. 2933–2935.
6. *Певзнер М.Ш.* Обобщение калибровки Ландау в КЭД$_3$ и КЭД$_4$ // Известия вузов. Физика. 1999. № 9. С. 92–94.
7. *Фрадкин Е.С.* Метод функций Грина в теории квантованных полей и в квантовой статистике // Тр. ФИАН. 1965. Т. 29. С. 7–138.
8. *Ayala A., Bashir A.* Dynamical mass generation for fermions in quenched Quantum Electrodynamics at finite temperature // Phys. Rev. D. 2003. Vol. 67. N 7. 076005 (8 pages).
9. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 800 с.
10. *Певзнер М.Ш.* Фазовий перехід у непертурбативній квантовій електродинаміці при $T \neq 0$ // Укр. фіз. журн. 1995. Т. 40. № 10. С. 1036–1041.
11. *Певзнер М.Ш.* Динамічна маса електрона у непертурбативній КЕД$_4$ при $T \neq 0$ // Укр. фіз. журн. 1995. Т. 40. № 10. С. 1042–1049.

THE PHASE TRANSITION IN QUANTUM ELECTRODYNAMICS AT $T \neq 0$ IN GAUGE WHICH GENERALIZES LANDAU GAUGE

M. Pevzner, D. Kholod

National Mining University, Department of Physics
K. Marx avenue, 19, UA–49027 Dnipropetrovsk, Ukraine
e-mail: *holod_d@i.ua*

The problem of the dynamical chiral symmetry breaking in QED$_3$ and QED$_4$ is considered. The problem of Landau gauge generalization for photon propagator in case $T \neq 0$ is solved so that in Shwinger-Daison equation there was only one invariant function. Thus it is considered instantaneous approximation for photon Matzubaru Green function. The found results are used for studying temperature dynamics of fermion mass in QED$_4$. In particular, the phase transition availability which takes place with temperature increasing and accompanied by disappearance of dynamical mass of fermion is established.

Key words: chiral symmetry, phase transition, Landau gauge.

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ПРИ $T \neq 0$ ПРИ КАЛИБРОВАНИИ, КОТОРОЕ ОБОБЩАЕТ КАЛИБРОВАНИЕ ЛАНДАУ

М. Певзнер, Д. Холод

Национальный горный университет, кафедра физики
просп. Карла Маркса, 19, 49027 Днепропетровск, Украина
e-mail: holod_d@i.ua

Рассматривается проблема динамического нарушения киральной симметрии в Кед$_3$ и Кед$_4$. Решается задача обобщения калибрования Ландау для фотонного пропагатора в случае $T \neq 0$ таким способом, чтобы в уравнении Швингера-Дайсона осталась только одна инвариантная функция. При этом рассматривается инстантонное приближение для фотонной матцубаровской функции Грина. Полученные результаты используются для изучения температурной динамики массы фермиона в Кед$_4$. В частности, установлено наличие фазового перехода, который происходит с повышением температуры и сопровождается исчезновением динамической массы фермиона.

Ключевые слова: киральная симметрия, фазовый переход, калибрование Ландау.

Стаття надійшла до редколегії 25.07.2008
Прийнята до друку 20.07.2009