

УДК 523.9-47, 524.3-6
PACS 95.30.-k, 95.30.Cq, 96.60.-j, 97.10.Ex

ПОПЕРЕЧНІ ПЕРЕРІЗИ ФОТОІОНІЗАЦІЇ ЗБУДЖЕНИХ АТОМІВ ВОДНЮ

О. Стельмах

*Львівський національний університет імені Івана Франка
вул. Кирила і Мефодія, 8, 79005 Львів, Україна*

Запропоновано спосіб розрахунку поперечних перерізів фотоіонізації збуджених атомів водню на основі явного врахування нестационарності їхніх квантових станів у рамках напівфеноменологічної моделі із заданою функцією густини станів в околі дискретних енергетичних рівнів. З метою ілюстрації наведено результати розрахунку поперечних перерізів при використанні функції густини у вигляді розподілів Лоренца та Гауса. Одержані поперечні перерізи є малими в околі границь відповідних спектральних серій, а для малих та середніх довжин хвиль вони близькі до результатів розрахунку у моделі стаціонарних станів.

Ключові слова: зоряні фотосфери, збуджені атоми водню, поперечні перерізи фотоіонізації, квазістаціонарні стани.

1 Вступ

Пошук механізмів, що формують коефіцієнт неперервного поглинання у фотосферах зір у видимій та інфрачервоній ділянках спектру, був однією з головних проблем астрофізики минулого століття. Наприкінці 40-их років Р.Вільдт [1], [2] обґрунтував гіпотезу про те, що основним механізмом неперервного поглинання в атмосфері Сонця є процес фотоіонізації негативних іонів водню. Енергія фотоіонізації іона H^- складає $0,0555...Ry \approx 0,75...eV$, тому фотоіонізація цих іонів дає внесок у неперервне поглинання в області $\lambda \leq 16,4 \cdot 10^3 \text{Å}$. Максимум поперечного перерізу цього процесу досягається поблизу $9 \cdot 10^3 \text{Å}$. Оскільки водню у фотосферах зір є набагато більше від інших хімічних елементів, то насамперед слід враховувати ще й процеси фотоіонізації атомів водню з основного та збуджених станів. Хоча концентрація збуджених атомів водню у фотосфері Сонця є невеликою, без врахування фотоіонізації атомів водню, що знаходяться у квантових станах $(2, l, m)$ та $(3, l, m)$, неможливо пояснити особливості спостережуваної спектральної інтенсивності випромінювання Сонця та інших зір у неперервному спектрі в області $3 \cdot 10^3 \text{Å} \leq \lambda \leq 10 \cdot 10^3 \text{Å}$ [3]. Загальновідомо, що різкий спад інтенсивності випромінювання в околі 3650Å (так званий бальмерівський стрибок) пов'язаний з фотоіонізацією атомів водню зі станів з квантовими числами $(2, l, m)$. У роботі [4] встановлено, що фотоіонізація зі станів $(3, l, m)$ зумовлює явище депресії на кривій спектральної інтенсивності в області

(6500 – 8200) Å. Процеси фотоіонізації атомів водню зі станів (n, l, m) при $n \geq 4$ відіграють важливу роль у формуванні коефіцієнта неперервного поглинання в області $\lambda \geq 14 \cdot 10^3 \text{ Å}$.

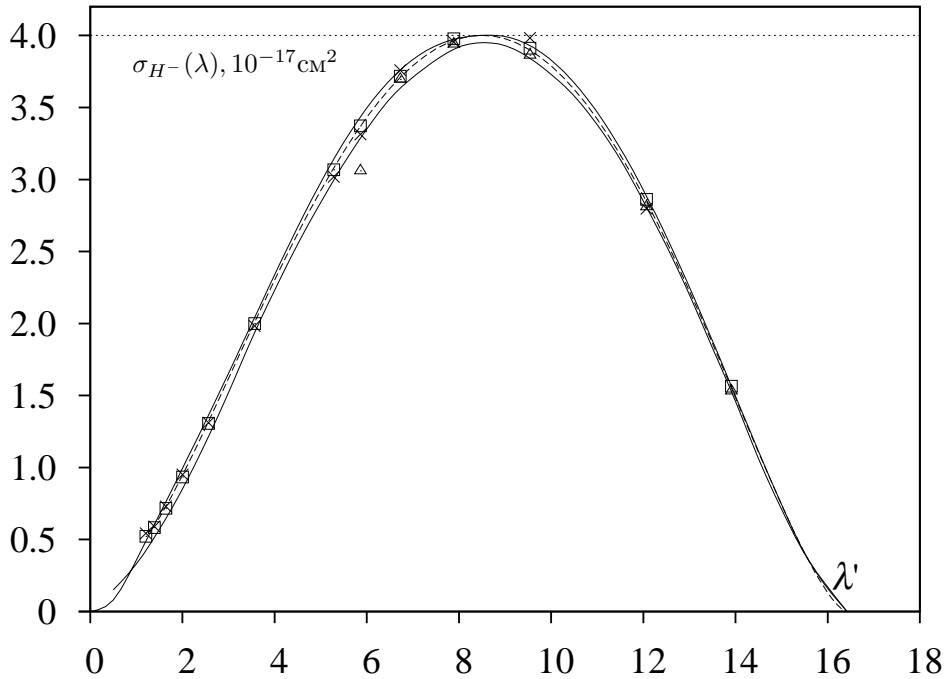


Рис. 1: Залежність поперечного перерізу процесу фотоіонізації іона H^- в одиницях 10^{-17} cm^2 від довжини хвилі $\lambda' = \lambda \cdot 10^{-3}$, де λ вимірюється в ангстремах. Опис кривих подано у тексті.

Задачі розрахунку поперечного перерізу процесу фотоіонізації іона H^- присвячено велику кількість робіт, а розбіжності між результатами різних авторів ([7] – [10]) порядку 1%. На рис. 1 наведено спектральну залежність поперечного перерізу цього процесу, розраховану різними авторами. Верхня крива відповідає результатам роботи [5], нижня суцільна крива побудована за результатами роботи [6], які протягом довгого часу вважались еталонними. Пунктирна крива відповідає результатам роботи [7]. Крім того, наведено також значення перерізів, одержаних при певних довжинах хвиль у роботах [8] (трикутники), [9] (хрестики), [10] (квадрати). З рисунка видно, що в області великих довжин хвиль результати всіх робіт є дуже близькими. Відхилення спостерігаються в області максимуму і при менших довжинах хвиль: відхилення між результатами робіт [6] і [7] має порядок 1,25%, а між результатами робіт [7], [8], [9] порядку 1,25%.

Розрахунку поперечних перерізів фотоіонізації атомів водню у середовищі частково іонізованої плазми зоряних фотосфер присвячено відносно мало робіт. Це не-

тривіальна задача, яка вимагає врахування багатьох чинників – впливу електричних і магнітних полів, ефектів екранування, руху атомів, процесів рекомбінації і квазі-стаціонарності збуджених станів. Тому ця задача допускає прості розв’язки лише у рамках певних моделей.

2 Модель атома зі стаціонарними станами

У моделі нерухомого ізольованого атома, що знаходиться у вакуумі, та без врахування загасання збуджених станів поперечні перерізи фотоіонізації атома водню розраховано у роботі [12] як функції енергії фотоелектрона $\varepsilon_k = \frac{e^2}{2a_0}(ka_0)^2$. Згідно з законом збереження енергії в процесі фотоіонізації

$$(ka_0)^2 + \frac{1}{n^2} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad (1)$$

(де n – головне квантове число стану, з якого відбувається іонізація, $\lambda_0 = 4\pi sa_0 \hbar e^{-2} = 911,27 \text{ \AA}$, a_0 – радіус Бора), можна представити поперечні перерізи як функції довжини хвилі. Переходу електрона зі стану із заданими квантовими числами (n, l) і всіма можливими квантовими числами m у стани неперервного спектру з енергією $E = (ka_0)^2 Ry$ і значенням орбітального числа $l' = l + 1$ співставимо переріз $\sigma_{n,l}^+(\lambda)$, а переходу у стан з $l' = l - 1$ – переріз $\sigma_{n,l}^-(\lambda)$. Сумарний поперечний переріз

$$\sigma_{n,l \rightarrow E}(\lambda) = \pi \alpha_0 a_0^2 \{ \tilde{\sigma}_{n,l}^+(\lambda) + \tilde{\sigma}_{n,l}^-(\lambda) \}, \quad (2)$$

де $\alpha_0 = e^2/\hbar c$ – стала тонкої структури. Для переходів із нижчих енергетичних рівнів у дипольному наближенні одержуємо такі явні вирази для $\tilde{\sigma}_{n,l}^\pm(\lambda)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{1,0}^+(\lambda) &= \frac{2^8}{3} \varphi_1(x_1) x_1^4; & \tilde{\sigma}_{1,0}^-(\lambda) &= 0; \\ \tilde{\sigma}_{2,0}^+(\lambda) &= \frac{2^{13}}{3} \varphi_2(x_2) x_2^4; & \tilde{\sigma}_{2,0}^-(\lambda) &= 0; \\ \tilde{\sigma}_{2,1}^+(\lambda) &= \frac{2^{16}}{3^3} \varphi_2(x_2) x_2^5 (1 + 3x_2); \\ \tilde{\sigma}_{2,1}^-(\lambda) &= \frac{2^{13}}{3^3} \varphi_2(x_2) x_2^5; \\ \tilde{\sigma}_{3,0}^+(\lambda) &= 2^8 3^4 \varphi_3(x_3) x_3^4 (1 + 8x_3) \left[1 + \frac{4}{3} x_3 \right]^2; & \tilde{\sigma}_{3,0}^-(\lambda) &= 0; \\ \tilde{\sigma}_{3,1}^+(\lambda) &= 2^{14} 3 \varphi_3(x_3) x_3^5 \{ 1 + 8x_3 \} \left\{ 1 + \frac{5}{4} x_3 \right\}; \\ \tilde{\sigma}_{3,1}^-(\lambda) &= 2^{11} 3 \varphi_3(x_3) x_3^5 \{ 1 + 8x_3 \}; \\ \tilde{\sigma}_{3,2}^+(\lambda) &= \frac{2^{15} 3^3}{25} \varphi_3(x_3) x_3^6 \{ 1 + 8x_3 \} \left(1 + \frac{5}{4} x_3 \right); \\ \tilde{\sigma}_{3,2}^-(\lambda) &= \frac{2^{12} 3^2}{25} \varphi_3(x_3) x_3^6 (1 + 8x_3); \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Тут використано такі позначення: $x_n = \lambda_*/n^2$, $\lambda_* = \lambda/\lambda_0$;

$$\begin{aligned} \varphi_n(x) &= \frac{2}{1 - e^{r_n(x)}} \exp[-s_n(x)], \\ s_n(x) &= 4n \left(\frac{x}{1-x}\right)^{1/2} \arctan\left(\frac{1-x}{x}\right)^{1/2}, \\ r_n(x) &= 2\pi n \left(\frac{x}{1-x}\right)^{1/2}. \end{aligned} \tag{4}$$

При заданому значенні головного квантового числа n безрозмірна довжина хвилі λ_* змінюється від нуля до n^2 , а $0 \leq x_n \leq 1$. Функції $\tilde{\sigma}_{n,l}^\pm(\lambda)$ є монотонно зростаючими функціями x_n і мають таку асимптотику:

$$\tilde{\sigma}_{n,l}^\pm(\lambda) \sim \begin{cases} x_n^{l+7/2} & \text{при } x_n \rightarrow 0; \\ const & \text{при } x_n \rightarrow 1 - \delta; \delta \rightarrow +0; \\ 0 & \text{при } x_n > 1. \end{cases} \tag{5}$$

Характерна особливість перерізів $\tilde{\sigma}_{n,l}(\lambda)$ у цьому наближенні – стрибок в околі червоної границі $\lambda_* = n^2$, чому відповідає нульове значення енергії фотоелектрона.

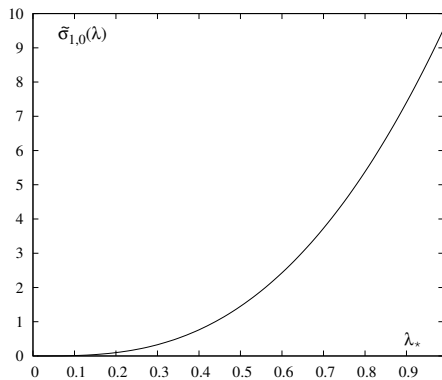


Рис. 2: Залежність поперечних перерізів фотоіонізації атомів водню для стану з $n = 1$ від довжини хвилі ($l = 0$).

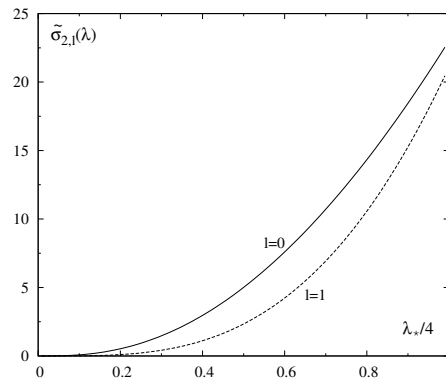


Рис. 3: Залежність поперечних перерізів фотоіонізації атомів водню для станів з $n = 2$ від довжини хвилі ($l = 0, 1$).

На рис. 2–4 наведено спектральну залежність безрозмірних перерізів $\tilde{\sigma}_{n,l}(\lambda) = \tilde{\sigma}_{n,l}^+(\lambda) + \tilde{\sigma}_{n,l}^-(\lambda)$ для випадків $n = 1; 2; 3$. Як видно з рисунків, в основній області зміни λ_* більшим значенням орбітального квантового числа відповідають менші значення перерізів. В околі червоної границі поперечні перерізи (3), розраховані на точних кулонівських функціях, за порядком величини близькі до квазікласичних виразів Крамерса

$$\sigma_{n,l \rightarrow E}^K = \frac{2^6 \pi n}{3\sqrt{3}} \alpha_0 a_0^2 x_n^3. \tag{6}$$

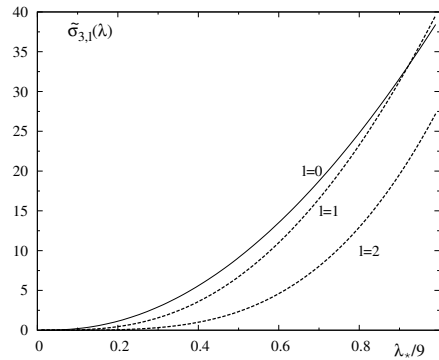


Рис. 4: Залежність поперечних перерізів фотоіонізації атомів водню для станів з $n = 3$ від довжини хвилі ($l = 0, 1, 2$).

3 Врахування квазістаціонарності квантових станів збуджених станів

Врахування ефекту загасання збуджених атомів водню є необхідною умовою при розрахунку контурів спектральних ліній [11]. Згідно із загальними співвідношеннями мікроскопічної теорії транспорту випромінювання [11], у моделі стаціонарних квантових станів атома поперечний переріз фотоіонізації визначається виразом

$$\sigma_{n,l}(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2}{m_0 c} \sum_k f_{n,l|k} \delta(\omega - \omega_{k,n}), \quad (7)$$

де множник $f_{n,l|k}$ позначає сумарну силу осциляторів для переходів зі всіх станів дискретного спектру з фіксованими значеннями головного та орбітального квантових чисел у всі можливі стани неперервного спектру із заданою енергією електрона $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m_0$

$$f_{n,l|k} = \sum_{l'} \sum_{m,m'} f_{n,l,m|k,l',m'}. \quad (8)$$

Тут

$$f_{n,l,m|k,l',m'} = \frac{2}{3\hbar\omega_{k,n}m_0} |\mathbf{P}_{k,l',m'|n,l,m}|^2 = \frac{2\omega_{k,n}m_0}{3\hbar} |\mathbf{r}_{k,l',m'|n,l,m}|^2 \quad (9)$$

є парціальною силою осцилятора для переходу $(n, l, m) \rightarrow (k, l', m')$, а $\mathbf{P}_{k,l',m'|n,l,m}$ та $\mathbf{r}_{k,l',m'|n,l,m}$ – матричні елементи оператора імпульсу електрона та його радіус-вектора, розраховані на хвильових функціях початкового і кінцевого станів електрона; $\hbar\omega_{k,n} = E_k - E_n = \frac{e^2}{2a_0}(n^{-2} + k_*^2)$, де $k_* \equiv |\mathbf{k}|a_0$. Згідно з правилами відбору у дипольному наближенні $l' = 1$ при $l = 0$, $l' = l \pm 1$ при $l \geq 1$. Через це

$$\sigma_{n,0}(\omega) = \sigma_{n,0}^+(\omega) = \frac{2\pi^2 e^2}{m_0 c} \sum_k \sum_{m=0;\pm 1} f_{n,0,0|k,1,m} \delta(\omega - \omega_{k,n}), \quad (10)$$

а при $l \neq 0$

$$\begin{aligned}\sigma_{n,l}(\omega) &= \sigma_{n,l}^+(\omega) + \sigma_{n,l}^-(\omega), \\ \sigma_{n,l}^\pm(\omega) &= \frac{2\pi^2 e^2}{m_0 c} \sum_k \sum_{m,m'} f_{n,l,m|k,l\pm 1,m'} \delta(\omega - \omega_{k,n}),\end{aligned}\quad (11)$$

де $-l \leq m \leq l$, $-(l \pm 1) \leq m' \leq l \pm 1$, а $m' - m = 0; \pm 1$.

Квазістаціонарний рівень атома з головним квантовим числом n можна розглядати як сукупність стаціонарних рівнів із заданою густиною станів $g(E - E_n)$, такою, що має максимум в околі E_n і нормована умовою

$$\int dE g(E - E_n) = 1. \quad (12)$$

У цій моделі замість формул (10), (11) маємо суперпозицію перерізів, кожний з яких відповідає значенням енергії E . Врахуємо, що суттєвою є лише невелика область енергій в околі E_n . Тому, згідно з теоремою про середнє значення інтеграла, для сил осциляторів використаємо вирази, розраховані у моделі, яка не враховує квазістаціонарності збуджених станів. У цьому наближенні

$$\begin{aligned}\sigma_{n,l}^\pm(\lambda) &= \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{m_0 c} \sum_k f_{n,l|k,l\pm 1} \int dE g(E - E_n) \delta(\hbar\omega - \varepsilon_k + E) \\ &= \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{m_0 c} \sum_k f_{n,l|k,l\pm 1} g(\varepsilon_k - \hbar\omega - E_n).\end{aligned}\quad (13)$$

Для прикладу розрахуємо поперечний переріз $\sigma_{n,0}^+(\lambda)$ при $n \geq 2$ ($\sigma_{n,0}^-(\lambda) = 0$). Матричний елемент оператора імпульсу

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{k,1,m|n,0,0} &= -\frac{i\hbar}{a_0 \sqrt{4\pi}} \int_0^\infty d\rho \rho^2 R_{k,1}^*(\rho) \frac{d}{d\rho} R_{n,0}(\rho) \times \\ &\times \int d\Omega Y_{1,m}^*(\theta, \varphi) \{ \mathbf{e}_1 \sin \theta \cos \varphi + \mathbf{e}_2 \sin \theta \sin \varphi + \mathbf{e}_3 \cos \theta \},\end{aligned}\quad (14)$$

де $\rho = |\mathbf{r}|/a_0$,

$$R_{n,0}(\rho) = \frac{2}{n^{3/2}} \exp[-\rho/n] F\left(-n+1, 2, \frac{2\rho}{n}\right) \quad (15)$$

– радіальна функція дискретного спектру [13], у якій $F(\alpha, \beta, z)$ – вироджена гіпергеометрична функція, \mathbf{e}_i – орти декартової системи координат, $Y_{1,m}(\theta, \varphi)$ – сферична функція, що відповідає квантовим числам $l = 1$, $m = 0; \pm 1$. Радіальна функція неперервного спектру [13]

$$R_{k,1}^*(\rho) = c_{k_*}^{(1)} \frac{2k_* \rho}{3!} \exp[ik_* \rho] F\left(-\frac{i}{k_*} + 2, 4, -2ik_* \rho\right), \quad (16)$$

де

$$c_{k_*}^{(1)} = 2k_*^{1/2} (1 - \exp[-2\pi/k_*])^{-1/2} (1 + k_*^{-2})^{1/2} \quad (17)$$

– стала нормування; $k_* = ka_0$. Після інтегрування за кутовими змінними знаходимо, що

$$\sum_{m=0;\pm 1} |P_{k,1,m|n,0,0}|^2 = \frac{\hbar^2}{a_0^2} \left\{ \int_0^\infty d\rho \rho^2 R_{k,1}^*(\rho) \frac{d}{d\rho} R_{n,0}(\rho) \right\}^2. \quad (18)$$

Оскільки

$$\frac{d}{d\rho} R_{n,0}(\rho) = \exp(-\rho/n) M_{n-1}(\rho), \quad (19)$$

де $M_{n-1}(\rho)$ є поліном степеня $(n-1)$, то інтеграл за радіальною змінною записується у вигляді [13]

$$I_n(k_*) = \int_0^\infty d\rho \rho^2 R_{k,1}^*(\rho) \frac{d}{d\rho} R_{n,0}(\rho) = -\frac{4k_*}{3!} c_{k_*}^{(1)} \sum_{s=0}^{n-1} a_{n,s} J_s(k_*), \quad (20)$$

де $a_{n,s}$ – числові коефіцієнти, а

$$J_s(k_*) = (3+s)! \left(\frac{1}{n} - ik_* \right)^{-4-s} \left(\frac{1/n + ik_*}{1/n - ik_*} \right)^{-2+i/k_*} \times F \left(-\frac{i}{k_*} + 2, -s, 4, 2ik_* [1/n + ik_*]^{-1} \right). \quad (21)$$

Тут $F(\alpha, \beta, \gamma, z)$ – гіпергеометрична функція [13], яка при $s = 0$ дорівнює одиниці, а при $s \neq 0$ є поліномом s -го порядку щодо змінної z .

Наведемо тут явні вирази для поперечних перерізів $\sigma_{n,0}^+(\lambda)$ при $n = 2$ і 3 :

$$\sigma_{2,0}^+(\lambda) = \pi \alpha_0 a_0^2 \frac{2^6}{3} \int_0^\infty \frac{dk_* k_* (1+k_*^2)}{(1/4+k_*^2)^5} \tilde{g} \left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{4} \right] \right) F_2(k_*); \quad (22)$$

$$\sigma_{3,0}^+(\lambda) = \pi \alpha_0 a_0^2 \frac{2^9}{3^4} \int_0^\infty \frac{dk_* k_* (1+k_*^2)}{(1/9+k_*^2)^9} \left\{ k_*^4 + \frac{10}{27} k_*^2 + \frac{7}{243} \right\}^2 \tilde{g} \left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{9} \right] \right) F_3(k_*);$$

$$F_n(k_*) = \{1 - \exp(-2\pi/k_*)\}^{-1} \exp \left\{ -\frac{4}{k_*} \arctan(nk_*) \right\},$$

де

$$\tilde{g} \left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{4} \right] \right) = g(\varepsilon_k - \hbar\omega - E_n) \frac{\pi e^2}{a_0} \quad (23)$$

– безрозмірна густина станів.

У практичних розрахунках ми використали два варіанти функції густини станів:

$$g_1(E - E_n) = \frac{\delta_n/2\pi}{\left(\frac{\delta_n}{2}\right)^2 + (E - E_n)^2}, \quad (24)$$

$$g_2(E - E_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\delta_n} \exp \left[-\left(\frac{E - E_n}{\delta_n} \right)^2 \right],$$

де δ_n – “ширина” рівня E_n (стала загасання) в енергетичній шкалі. Безрозмірна функція $\tilde{g}\left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{n^2}\right]\right)$ має такий явний вигляд:

$$\begin{aligned}\tilde{g}_1\left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{n^2}\right]\right) &= \frac{\tilde{\delta}_n}{\left(\frac{\tilde{\delta}_n}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{n^2}\right]\right)^2}, \\ \tilde{g}_2\left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{n^2}\right]\right) &= \frac{2\sqrt{\pi}}{\tilde{\delta}_n} \exp\left\{-\left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{n^2}\right]\right)^2 \tilde{\delta}_n^{-2}\right\},\end{aligned}\quad (25)$$

де $\tilde{\delta}_n \equiv \delta_n \left(\frac{e^2}{2a_0}\right)^{-1}$ – безрозмірна стала згасання.

При розрахунку перерізів $\sigma_{n,l}^\pm(\lambda)$ для $l \geq 1$ зручніше користуватись матричними елементами радіус-вектора, пов'язаними з матричними елементами оператора імпульсу співвідношенням $\langle A' | \hat{\mathbf{P}} | A \rangle = im\omega_{A'A} \langle A' | \mathbf{r} | A \rangle$, що спрощує розрахунки. В цьому випадку сила осцилятора для переходів зі всіх станів з квантовими числами (n, l) у всі стани неперервного спектру дорівнює

$$f_{n,l|k,l\pm 1} = \frac{2\omega_{k,n}m_0}{3\hbar(2l+1)} \frac{l+1/2 \pm 1/2}{2l+1} |r_{n,l|k,l\pm 1}|^2, \quad (26)$$

де $r_{n,l|k,l\pm 1}$ – матричний елемент модуля радіус-вектора, розрахований на радіальних функціях початкового і кінцевого станів. Далі наведемо вирази поперечних перерізів для процесу фотоіонізації зі станів $(n, 1, m)$:

$$\begin{aligned}\sigma_{2,1}^+(\lambda) &= \pi\alpha_0 a_0^2 \frac{2^{10}}{3^3} \int_0^\infty \frac{dk_* k_*(1+k_*^2)}{(1/4+k_*^2)^6} \tilde{g}\left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{4}\right]\right) F_2(k_*); \\ \sigma_{2,1}^-(\lambda) &= \pi\alpha_0 a_0^2 \frac{2^4}{3^2} \int_0^\infty \frac{dk_* k_*}{(1/4+k_*^2)^5} \tilde{g}\left(\frac{1}{\lambda_*} - \left[k_*^2 + \frac{1}{4}\right]\right) F_2(k_*).\end{aligned}\quad (27)$$

На рисунках 5–8 наведено результати числових розрахунків поперечних перерізів згідно з формулами (22)–(27) для двох варіантів вибору функції густини станів – розподілу Лоренца і розподілу Гауса: верхні криві відповідають розподілу Гауса, а нижні – розподілу Лоренца при сталій загасання $\tilde{\delta}_n = 0,05$.

Зауважимо, що поперечні перерізи переходів між двома квазістаціонарними станами електрона також можна розрахувати за допомогою функцій густини станів,

$$\begin{aligned}\sigma_{n,l \rightarrow n',l'} &= \frac{2\pi^2 e^2}{mc} f_{n,l|n',l'} \int dE g_{n,l}(E - E_{n,l}) \\ &\times \int dE' g_{n',l'}(E' - E_{n',l'}) \delta(E + \hbar\omega - E') = \frac{2\pi e^2}{mc} f_{n,l|n',l'} \varphi_{n,l|n',l'}; \\ \varphi_{n,l|n',l'} &= \int dE q_{n,l}(E - E_{n,l}) g_{n',l'}(E + \hbar\omega - E_{n',l'}).\end{aligned}\quad (28)$$

У випадку, коли функції $g_{n,l}(E - E_{n,l})$, $g_{n',l'}(E' - E_{n',l'})$ є розподілами Лоренца з ширинами δ_1 та δ_2 , згортка у формулі (28) є розподілом Лоренца з шириною

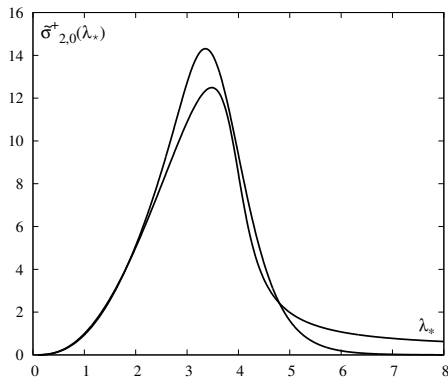


Рис. 5: Спектральна залежність поперечного перерізу фотоіонізації атома водню зі стану з квантовими числами $n = 2, l = 0$.

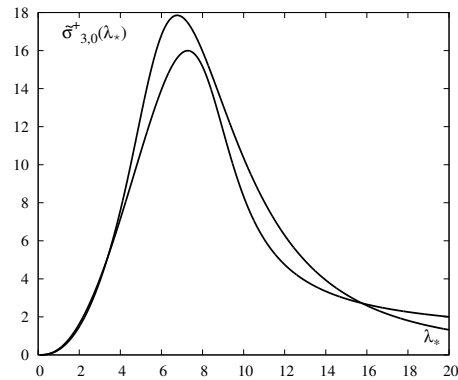


Рис. 6: Спектральна залежність поперечного перерізу фотоіонізації атома водню зі стану з квантовими числами $n = 3, l = 0$.

$$\delta = \delta_1 + \delta_2:$$

$$\varphi_{n,l|n',l'} = \frac{\delta/2\pi}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + (E_{n,l} - E_{n',l'})^2}. \quad (29)$$

Висновки

Як видно з рисунків 5–8, незалежно від вибору функції густини станів розраховані перерізи є неперервними функціями довжини хвилі, вони не мають розриву в околі червоних границь, а при малих і середніх довжинах хвиль вони збігаються з перерізами, розрахованими в моделі стаціонарних станів [12]. При виборі гаусового контуру для функції густини станів поперечні перерізи загасають за червоною границею $\lambda_* = n^2$ швидше, ніж при виборі контуру Лоренца при тому самому значенні сталої загасання. Рисунок 9 ілюструє залежність біляпорогової поведінки поперечних перерізів від величини сталої загасання $\tilde{\delta}_n$ при використанні розподілу Лоренца. Як видно з рисунка 9, в границі $\tilde{\delta}_n \ll 1$ поперечні перерізи збігаються з поперечними перерізами, розрахованими у моделі стаціонарного атома.

В роботі [4] показано, що саме така поведінка поперечних перерізів фотоіонізації збуджених атомів водню з рівнів з головним квантовим числом $n = 3$ може пояснити спостережувані дані щодо спектральної залежності інтенсивності випромінювання центра сонячного диску у неперервному спектрі в області $(6500 - 8200)\text{Å}$.

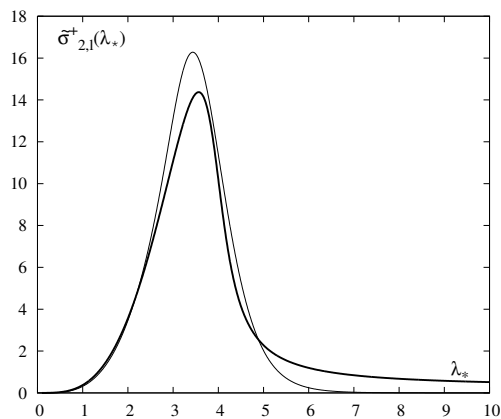


Рис. 7: Спектральна залежність поперечного перерізу фотоіонізації атома водню зі стану з квантовими числами $n = 2$, $l = 1$.

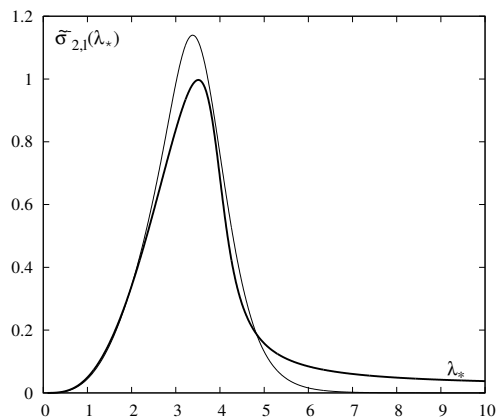


Рис. 8: Спектральна залежність поперечного перерізу фотоіонізації атомів водню зі стану з квантовими числами $n = 2$, $l = 1$.

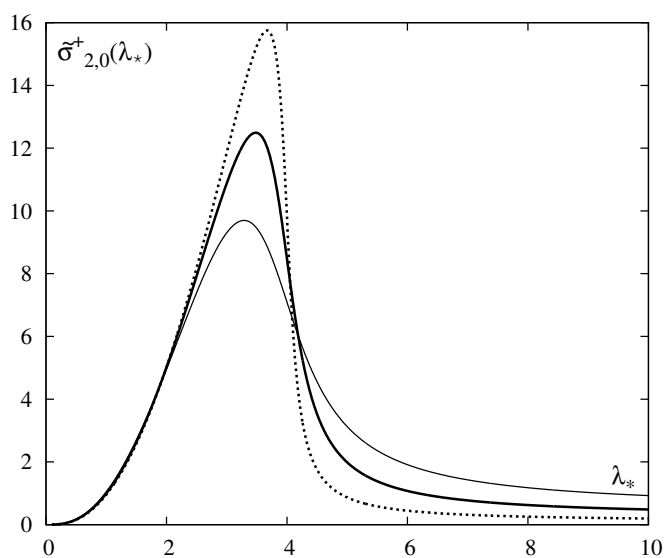


Рис. 9: Спектральна залежність поперечного перерізу від величини сталої загасання δ_n . Нижня крива відповідає $\delta_n = 0.1$, жирна – $\delta_n = 0.05$, пунктирна – $\delta_n = 0.02$.

Список використаної літератури

1. R. Wildt. *Astrophys. J.* **89**, 295 and **90**, 611 (1939).
2. R. Wildt. *Astrophys. J.* **93**, 47 (1941).
3. К.А. Бурлов-Васильев, И.Э. Васильева, Ю.Б. Матвеев. *Кинематика и физика небесных тел.* **12**, № 3, 75 (1996).
4. О.М. Stelmakh, N.L. Tyshko. *Odessa Astronomical Publication.* **28**, issue 1, 5 (2015).
5. М.В. Ваврух, О.М. Стельмах. *Журн. фіз. досл.* **17**, № 4, 4902 (2013).
6. S. Geltman. *Phys. Rev.* **136**, 935 (1962).
7. A.W. Wishart. *J.Phys. B: Atom. Molec. Phys.* **12**, № 21, 3511 (1979).
8. М.Р. Ajmera, К.Т. Chung. *Phys. Rev. A.* **12**, 475. (1975).
9. J.T. Broad, W.P. Reinhardt. *Phys. Rev.A.* **14**, 2159 (1976).
10. A.L. Stewart. *J.Phys. B: Atom. Molec. Phys.* **11**, 3851 1978.
11. І.О. Вакарчук *Теорія зоряних спектрів.* Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 356 с. (2002).
12. W.J. Karzas, R. Latter. *Ap. JS.* **6**, 167 (1961).
13. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика.* Москва: Наука, 750 с. (1989).

Стаття надійшла до редакції 19.04.2016
прийнята до друку 17.06.2016

**THE CROSS SECTIONS OF THE EXCITED HYDROGEN ATOM
PHOTOIONIZATION****O. Stelmakh**

*Ivan Franko National University of Lviv
Kyrylo and Mefodiy St., 8, 79005 Lviv, Ukraine*

The method of the cross sections calculation for the excited hydrogen atoms photoionization is proposed on the base of an explicit account of their non-stationary quantum states in the frames of a half-phenomenological model with the given states density function in the discrete energy levels region. For the illustration of the results of a cross section calculation the density distribution function was taken in the Lorentz and Gauss forms. The obtained in this paper cross sections are small in the vicinity of the red limits and for the small and medium wavelengths are close to the results of calculation in a stationary states model.

Key words: stellar photosphere, excited hydrogen atoms, photoionization cross sections, quazi-stationary states.

ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ ФОТОИОНИЗАЦИИ ВОЗБУЖДЕННЫХ АТОМОВ ВОДОРОДА

О. Стельмах

*Львовский национальный университет имени Ивана Франко
ул. Кирилла и Мефодия 8, 79005 Львов, Украина*

Предложен способ расчета поперечных сечений фотоионизации возбужденных атомов водорода на основании явного учета нестационарности их квантовых состояний в рамках полуфеноменологической модели с заданной функцией плотности в окрестности дискретных энергетических уровней. С целью иллюстрации приведены результаты расчета поперечных сечений при использовании функции плотности в виде распределений Лоренца и Гауса. Полученные поперечные сечения малы в окрестности границ соответствующих спектральных серий, а для малых и средних длин волн они близки к результатам расчета в модели стационарных состояний.

Ключевые слова: звездные фотосферы, возбужденные атомы водорода, поперечные сечения фотоионизации, квазистационарные состояния.