



ІСТОРИЧНИЙ НАРИС СТВОРЕННЯ КВАНТОВОЇ ТЕОРІЇ*

Іван Вакарчук,
професор Львівського національного
університету імені Івана Франка

Квантова механіка є теорією атомних явищ, що вивчає закономірності мікросвіту і встановлює закони руху елементарних частинок, атомних ядер, атомів, молекул та їх сукупностей. Закони квантової механіки також дали змогу з'ясувати будову атомів і атомних ядер, природу хімічного зв'язку, пояснити періодичну систему елементів; вони є основою для вивчення і макроскопічних тіл як системи взаємодіючих частинок (метали, діелектрики, напівпровідники, квантові рідини, плазма). Лише квантова механіка дала пояснення таким явищам, як феромагнетизм, надплинність, надпровідність. Вона теж є основою і під час вивчення на молекулярному рівні явищ у біології. Астрофізика, яка вивчає будову й еволюцію зір і Всесвіту, сьогодні не може обходитись без квантово-механічного опису фізичних процесів, які там відбуваються. Що більше, астрофізичні об'єкти є своєрідною експериментальною лабораторією, у якій “перевіряються” сучасні гіпотези й теоретичні розробки квантової теорії.

Останнім часом з'явились “нові території”. На перетині квантової фізики і математики виникли такі міждисциплінарні науки, як теорія квантових комп’ютерів і квантова криптографія, експериментально реалізовано явище квантової телепортациї. На сучасному рівні розвитку людського пізнання квантова меха-

ніка значною мірою визначає наш науковий світогляд і наше розуміння Природи.

Виникла квантова механіка на початку ХХ століття. 14 грудня 1900 року на засіданні Німецького фізичного товариства професор теоретичної фізики Берлінського університету Макс Планк (1858–1947) представив результати своєї роботи з доведення на підставі мікроскопічного підходу формули для спектральної густини енергії випромінювання абсолютно чорного тіла, яку він два місяці тому “вгадав”, виходячи з деяких теоретичних міркувань та інтерполюючи експериментальні дані, що були на той час.

Зважаючи на виняткову важливість цього евристичного моменту, наведемо тут міркування М. Планка. Та перш ніж це зробити, пригадаймо кілька важливих кроків у розв’язанні проблеми рівноважного електромагнітного випромінювання тіла, нагрітого до температури T , зроблених до Планка.

Моделлю такої рівноважної системи є замкнена порожнина, стінки якої мають стalu температуру T , цю ж температуру має і випромінювання, що є всередині. Для того, щоб спостерігати це випромінювання, потрібно зробити невеличкий отвір у стінці, що охоплює порожнину, через який воно буде виходити. Зовнішнє випромінювання, що падає на отвір, не відбивається, а проходить всередину і запищається там, тобто стовідсотково поглинається. А оскільки абсолютно поглинутою поверхнню називаємо чорною, то й ви-

*Із книжки Вакарчук І. О. Квантова механіка. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 872 с.



промінювання, що виходить через цей отвір, називають “чорним” або випромінюванням абсолютно чорного тіла.

Густав Кірхгоф (1824–1887) вивів закони, названі його іменем, і показав, що енергія E рівноважного випромінювання абсолютно чорного тіла є універсальною функцією температури T . Йозеф Стефан (1835–1893) емпірично, а Людвіг Больцман теоретично доказали, що енергія на одиницю об’єму пропорційна четвертому степеню температури.

Зібрану з усіх частот повну густину енергії можна, записати так:

$$\frac{E}{V} = \int_0^{\infty} u_v(T) dv,$$

де V – об’єм системи, а величину $u_v(T)$ називають спектральною густину енергії. Саме її і потрібно було знайти.

Вільгельм Він (1864–1928) за допомогою оригінального уявного експерименту з дослідження зміни, завдяки ефекту Доплера, спектра випромінювання, яке відбувається від рухомого дзеркала, показав (1893), що спектральна густина енергії, поділена на v^3 , є функцією відношення v/T . Цей так званий закон зміщення Віна є точним¹. Назва пішла від того, що функція $u_v(T)$ має максимум у деякій точці $v/T = \text{const}$; зі збільшенням температури він зміщується на частотній шкалі до більших значень v . Пізніше, 1896 року, на підставі молекулярно-кінетичної теорії В. Він з “напівсерйозних” міркувань запропонував явний вигляд спектральної густини енергії теплового випромінювання²:

¹Читачам, яких цікавлять деталі виведення цього закону та закону Стефана–Больцмана, пропонуємо заглянути, наприклад, на сторінку 458 книжки М. Борна “Атомная физика”. – М.: Мир, 1965.

²За відкриття законів теплового випромінювання 1911 року В. Він нагороджено Нобелівською премією з фізики.

$$u_v(T) = \text{const } v^3 e^{-\alpha v/T},$$

α – універсальна стала.

За словами лорда Джона Релея (1842–1919), “це було не доведення, а не більше ніж здогадка!”

М. Планк почав свої дослідження цієї проблеми з моделювання випромінювання абсолютно чорного тіла суккупністю гармонічних осциляторів і показав, що

$$u_v(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U,$$

де U – середня енергія окремо взятого осцилятора; c – швидкість світла.

Звідси та з формулі Віна випливає, що

$$U = h\nu e^{-\alpha\nu/T},$$

h – друга універсальна стала.

Макс Планк увів гіпотезу про електромагнетну ентропію, а саме: через те, що поле випромінювання є накладанням коливань з різними нерегулярно змінними (випадковими) фазами, то можна говорити про певний безлад, а отже, про ентропію й температуру. Застосуємо перший принцип термодинаміки до системи лінійних гармонічних осциляторів, які моделюють електромагнетне поле:

$$dU = TdS - PdV,$$

тут V – об’єм, у якому локалізоване поле; P – тиск; середню енергію U та ентропію S беремо з розрахунку на один осцилятор, температуру T вимірюємо в енергетичних одиницях (перехід до шкали Кельвіна здійснюється заміною T на $k_B T$, де k_B – стала Больцмана).

Нехай $V = \text{const}$, тоді

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}.$$

З формулі для середньої енергії осцилятора знаходимо:

$$\ln \frac{U}{hv} = -\frac{\alpha\nu}{T},$$



і, отже, перша похідна від ентропії:

$$\frac{dS}{dU} = -\frac{1}{\alpha v} \ln \frac{U}{hv}.$$

Друга похідна від ентропії за енергією має дуже простий вигляд:

$$\frac{d^2S}{dU^2} = -\frac{1}{\alpha v U}.$$

М. Планк звернув на це увагу ще й тому, що обернена величина, узята зі знаком “мінус”, має прозорий фізичний зміст: вона дорівнює теплоемності, помноженій на квадрат температури. Саме тому М. Планк працював із другою похідною від ентропії³. Спочатку Планк вважав, що формула В. Віна для спектральної густини енергії є точною. Точним вінуважав і вираз для ентропії, яку знайшов, інтегруючи рівняння для першої похідної від ентропії за енергією:

$$S = -\frac{U}{\alpha v} \ln \frac{U}{ehv},$$

де e – основа натуральних логарифмів.

Однак у 1899 р. Отто Люммер (1860–1925) і Ернст Прінгтайм (1859–1917) представили результати вимірювань у ділянці великих довжин хвиль ($v \rightarrow 0$), які суперечили формулі В. Віна для густини енергії теплового випромінювання. Отже, з'ясувалось, що формула Віна працює лише в ділянці великих частот, і детальна експериментальна перевірка цього факту набула принципового значення для ро-

зуміння природи теплового випромінювання.

У п'ятницю 19 жовтня 1900 року на засіданні Німецького фізичного товариства Ф. Курльбаум повідомив про результати вимірювання енергії випромінювання на ділянці дуже великих довжин хвиль, які він виконав разом з Г. Рубенсом. Ці експериментальні результати заперечили справедливість формулі Віна. З'ясувалось, що $u_v(T) \sim T$ при $v \rightarrow 0$.

Після повідомлення Ф. Курльбаума на цьому ж засіданні виступив М. Планк, який, використавши ці експериментальні результати, запропонував свою формулу для спектральної густини енергії теплового випромінювання абсолютно чорного тіла⁴.

Отже, як випливає з формулі Планка, яка зв'язує $u_v(T)$ та середню енергію одного осцилятора за низьких частот, маємо:

$$U = CT,$$

$$u_v(T) = \frac{8\pi v^2}{c^3} CT,$$

де C – стала величина⁵.

⁴Генріх Рубенс (1865–1922) був близьким товаришем Макса Планка, який дуже високо цінував співпрацю з ним. Зі спогадів Планка: “Тому що мені цей результат став відомим завдяки усному повідомленню авторів уже за декілька днів до засідання, то я мав час ще перед засіданням використати їхні висновки в моєму методі та обчислити ентропію.”

⁵Це співвідношення відоме як закон Релея–Джинса. Він є наслідком теореми класичної статистичної механіки про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності: для системи осциляторів на кожне коливання припадає середня енергія величиною T . Цей точний у межах класичної фізики вираз для $u_v(T)$ за великих частот зростає як v^2 (усупереч здоровому глузду), і як наслідок, повна енергія E розбігається (“ультрафіолетова катастрофа”), що ілюструє принципову неспроможність класичної теорії пояснити закони рівноважного випромінювання.

³М. Планк узагалі любив, так би мовити, “ентропійну мову”. Із цим поняттям пов’язані його перші кроки в науці. Він досліджував ентропію як термодинамічну функцію і у своїй докторській дисертації, ефект від якої, за його ж словами, дорівнював нульові. Це пов’язано з тим, що поняття ентропії було новим і не дуже зрозумілим. Однак з’ясувалось, що саме завдяки поняттю ентропії дорога до відкриття точної формулі для спектральної густини енергії абсолютно чорного тіла була найпростішою.



Тепер з першого закону термодинаміки маємо:

$$\frac{dS}{dU} = \frac{C}{U},$$

а друга похідна буде:

$$\frac{d^2S}{dU^2} = -\frac{C}{U^2}.$$

Знайдені два вирази для другої похідної від ентропії за енергією, які справедливі в межах високих та низьких частот, М. Планк вирішив об'єднати однією простою інтерполяційною формулою:

$$\left(\frac{d^2S}{dU^2}\right)^{-1} = -\alpha\nu U - \frac{U^2}{C}.$$

Справді, для $\nu \rightarrow 0$ домінуючим є другий доданок у правій частині цього рівняння, і ми отримуємо попередню формулу, а для великих частот другий доданок стає несуттєвим, і повертаємося до формули, яку дає закон В. Віна. Інтерполяційна формула, яку запропонував Планк, як кажуть, перше, що приходить до голови. Це і був той евристичний момент у міркуваннях Планка, який привів до глибоких перетворень у науці, що принесла з собою квантова фізика. Воїстину все геніальне – просте. Дивує те, що Планк працював саме з другою похідною, для якої граничні випадки мають дуже простий вигляд. Це й дало змогу об'єднати їх.

Перепишімо вираз для другої похідної так:

$$\left(\frac{d^2S}{dU^2}\right) = -\frac{1}{\alpha\nu} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{U + \alpha\nu C} \right).$$

Інтегруючи цей вираз, отримуємо

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\alpha\nu} \ln \left(\frac{U + \alpha\nu C}{U} \right) + \text{const}.$$

Беручи до уваги, що $U \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow \infty$, знаходимо $\text{const} = 0$. Звідси остаточно:

$$U = \frac{h\nu}{e^{\alpha\nu/T} - 1}.$$

Тут ураховано, що за великих частот цей вираз має переходити у формулу, яку отримуємо із закону Віна, і тому $C = h/\alpha$.

Тепер для спектральної густини енергії одержуємо знамениту формулу Планка:

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\alpha\nu/T} - 1}.$$

Наведемо слова М. Планка з доповіді 19 жовтня 1900 року: “Ця формула, наскільки я знаю, відповідає експериментальним даним, які опубліковані дотепер... Тому я вважаю за можливе звернути Вашу увагу на наведену нову формулу, яка, як на мене, є найпростішою (окрім формули Віна), з погляду електромагнетної теорії випромінювання.”

Як бачимо, фактично ця формула справді вгадана. Це була інтерполяційна формула, одна з багатьох існуючих на той час і одна з найпростіших, що добре описувала експериментальну залежність спектральної густини енергії випромінювання абсолютно чорного тіла від частоти, яку М. Планк навів у своїй доповіді Німецькому фізичному товариству.

Макс Планк настільки повірив у свою формулу, що вирішив довести її з мікроскопічних міркувань. Працюючи упродовж майже двох місяців, він, скориставшись ідеєю Л. Больцмана про пропорційність ентропії S до логарифма від кількості станів, однозначно показав, що для її теоретичного обґрунтування треба припустити, що світло поглинається й випромінюється дискретними порціями – квантами, енергія яких пропорційна до частоти випромінювання. Він знову пішов “ентропійною дорогою” і вирішив винайти з мікроскопічних міркувань вираз для ентропії, що отримується з його інтерполяційної формули, простим інтегруванням за енергією U :



$$S = \frac{h}{\alpha} \left[\left(1 + \frac{U}{hv} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{hv} \right) - \frac{U}{hv} \ln \frac{U}{hv} \right].$$

З іншого боку, за Больцманом, повна ентропія дорівнює $\ln W$, де W – кількість різних можливих мікроскопічних станів термодинамічної системи.

Мабуть, ця ідея Л. Больцмана та наближена формула для ентропії, що випливає із закону Віна, яку можна записати ще й так:

$$S = -\frac{h}{\alpha} \ln \left(\frac{U}{ehv} \right)^{U/hv}$$

і яка дуже подібна до формул Стірлінга для логарифма від факторіала деякого великого числа N ,

$$\ln N! = \ln \left(\frac{N}{e} \right)^N, \quad N \gg 1,$$

і навели М. Планка на думку “сконструювати з факторіалів” величину W так, щоб отримати точний вираз для ентропії, що врешті-решт уже вимушено привело його до ідеї дискретності енергії електромагнетного випромінювання. Це й було темою доповіді, яку виголосив М. Планк у п'ятницю 14 грудня 1900 року на засіданні Німецького фізичного товариства.

Отже, нехай повна енергія N осциляторів, що моделюють поле, дорівнює NU , а повна ентропія

$$NS = \ln W.$$

Ми опускаємо з цього означення сталоу Больцмана k_B перед логарифмом (за нашою домовленістю вимірювати температуру в енергетичних одиницях), яку фактично вперше й увів М. Планк цим співвідношенням.

Далі, за М. Планком: “повну енергію NU потрібно уявляти собі не у вигляді неперервної величини, а у вигляді дискретної, що складається з цілого числа рівних частин,

$$NU = p\varepsilon,$$

p – ціле, взагалі кажучи, велике число; ε потрібно визначити.”

Тепер величина W – це кількість різних способів розподілу p елементів за N осциляторами. Як модель можна розглянути p кульок у N скриньках і підрахувати кількість різних способів їхнього розподілу, тобто кількість різних перестановок між собою p кульок і $(N-1)$ -ї стінок, що розділяють ці скриньки. Усіх перестановок $\epsilon [(N-1)+p]!$, однак $p!$ перестановок p кульок у скриньці, як і $(N-1)!$ перестановок стінок між скриньками, нічого нового не дають, тому кількість різних перестановок буде:

$$W = \frac{[(N-1)+p]!}{(N-1)!p!}.$$

Використовуючи формулу Стірлінга для факторіалів у цьому виразі, коли $N \gg 1$, $p \gg 1$, легко знаходимо

$\ln W = (N+p) \ln(N+p) - N \ln N - p \ln p$, а з урахуванням того, що $p/N = U/\varepsilon$, ентропія на один осцилятор

$$S = \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon}.$$

Зіставлення цієї формули з інтерполяційним виразом для ентропії дає $\alpha = h$, а елемент (квант) енергії електромагнетного випромінювання

$$\varepsilon = hv$$

– знаменита формула Планка, яку так само, як і айнштайнівську $E = mc^2$, знає “будь-хто”, h – стала Планка.

Надалі, переважно, ми будемо користуватись циклічною частотою $\omega = 2\pi\nu$ і сталою Планка $\hbar = h/2\pi = 1,05457266 \cdot 10^{-34}$ г · см²/с – однією з універсальних фундаментальних фізичних констант (таких, як швидкість світла c , гравітаційна стала G , заряд електрона



e), що має розмірність дії і є елементарним квантом дії⁶, так що квант енергії буде:

$$\varepsilon = \hbar\omega.$$

Тепер остаточно для спектральної густини енергії випромінювання абсолютно чорного тіла отримуємо вираз:

$$u_\omega(T) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^3 \frac{\hbar}{\pi^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1}.$$

Повну енергію поля на одиницю об'єму одержуємо звідси інтегруванням за всіма частотами, що приводить до закону Стефана–Больцмана.

Як видно, шлях М. Планка до його відкриття складається із геніальних здогадок, і з вимушених кроків. Щасливий вибір ентропійного підходу до розв'язання проблеми абсолютно чорного тіла, далі використання саме другої похідної від ентропії, яка виявила дуже простою на вигляд, щаслива здогадка її інтерполяції з використанням формул Віна та експериментальних вимірювань за низьких частот, сміливість у використанні формули Больцмана для ентропії з геніальною здогадкою “факторіального” моделювання кількості станів і вже справді вимушенні кроки до дискретності енергії електромагнетного випромінювання – такий шлях Макса Планка до свого фундаментального відкриття елементарного кванта дії.

Нова теорія вимагала підтвердження. Виходячи зі своєї формулі і використовуючи експериментальні дані про теплове випромінювання, М. Планк знайшов з високою на той час точністю $\sim 4\%$ величину елементарного заряду (визначивши з експериментальних вимірювань стала Больцмана k_B , з газової статої $R = k_B N_A$ – число Авогадро N_A та з числа

Фарадея $F = eN_A$ – величину елементарного заряду e). Гіпотеза квантів уже давала перші результати.

Отже, день 14 грудня 1900 року можна вважати днем народження квантової теорії.

У 1905 році А. Айнштайн (1879–1955), який працював тоді експертом у патентному бюро в Берні, використав гіпотезу Планка для пояснення фотоефекту. Явище фотоефекту відкрив (випадково) німецький фізик Г. Герц 1887 року. Перші дослідження цього явища виконав російський фізик О. Г. Столетов 1888 року, а згодом – німецький фізик Ф. Ленард (1899). А. Айнштайн чітко вказав на те, що квантування енергії світла відбувається не тільки в актах поглинання та випромінювання світла чорним тілом, а й що квантові властивості притаманні світлу як такому.

Отже, фактично було введено поняття фотона як кванта електромагнетного поля, хоча сама назва “фотон” виникла значно пізніше, її ввів 1926 року американський фізику-хімік Г. Н. Льюїс.

Формулу Айнштайна

$$\hbar\omega = A + mv^2/2,$$

ω – частота падаючого світла; A – робота виходу електрона з металу; m – маса електрона; v – його швидкість, ретельно перевірив експериментально американський фізик Р. Міллікен 1912 року⁷.

У 1907 році А. Айнштайн застосував гіпотезу квантів до опису коливань атомів твердого тіла і пояснення низькотемпературної поведінки теплоємності. Уважаючи, що всі N

⁷А. Айнштайн 1921 року був нагороджений Нобелівською премією з фізики за важливі фізико-математичні дослідження, особливо за відкриття законів фотоелектричного ефекту.

За дослідження в галузі фізики елементарних зарядів та фотоелектричного ефекту Р. Міллікен 1923 року отримав Нобелівську премію з фізики.

⁶М. Планк 1918 року за відкриття кванта дії став лавреатом Нобелівської премії з фізики.



атомів коливаються з частотою ω_0 , для повної енергії тіла з урахуванням $(3N-6)$ коливних ступенів вільності маємо:

$$E = (3N - 6) \frac{\hbar\omega_0}{e^{\hbar\omega_0/T} - 1},$$

а теплоємність:

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = (3N - 6) \left(\frac{\hbar\omega_0}{T} \right)^2 \frac{e^{\hbar\omega_0/T}}{(e^{\hbar\omega_0/T} - 1)^2}.$$

За низьких температур, $T \rightarrow 0$, $C_V \rightarrow 0$, відповідно до спостережень. Однак прямування теплоємності до нуля, згідно з дослідами, є степеневим. Недолік цієї теорії виправили згодом, 1912 року, П. Дебай (1884–1966), а також М. Борн (1882–1970) і Т. Карман (1881–1963), розглядаючи, на відміну від Айнштайнса, коливання атомів як систему зв'язаних осциляторів із частотами ω_j розподіленими від нульового значення до деякого максимального:

$$E = \sum_{j=1}^{3N-6} \frac{\hbar\omega_j}{e^{\hbar\omega_j/T} - 1}$$

або

$$E = \int_0^\infty \rho(\omega) \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/T} - 1} d\omega,$$

де густина станів $\rho(\omega) = 9(N-2)\omega^2/\omega_D^3$ відмінна від нуля для частот $0 \leq \omega \leq \omega_D$, а гранична частота Дебая ω_D є фізичним параметром речовини. Теплоємність за низьких температур прямує до нуля за “законом кубів”, $C_V \sim T^3$, що чудово узгоджується з дослідом.

У 1913 році Нільс Бор (1885–1962), який тоді працював у Манчестерському університеті в Е. Резерфорда (1871–1937), застосував квантову гіпотезу до моделі атома Е. Резерфорда й побудував квантову теорію атома, сформулювавши свої постулати:

1. Електрони в атомі рухаються по стаціонарних орбітах.

2. Випромінювання або поглинання світла атомом відбувається під час переходу електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу, за законом збереження енергії

$$\hbar\omega_{n'n} = E_{n'} - E_n.$$

Рівні енергії атома E_n визначаються з класичних рівнянь для повної енергії:

$$E = -\frac{Ze^2}{2a},$$

третього закону Кеплера:

$$\omega^2 a^3 = \frac{Ze^2}{m}$$

та умов квантування, за гіпотезою Планка,

$$|E| = \frac{\hbar\omega}{2} n, \quad n = 1, 2, \dots$$

$Z|e|$ – заряд ядра; ω – частота обертання електрона навколо ядра; a – велика піввісь еліптичної орбіти; m – маса електрона.

Слід зауважити, що Н. Бор для узгодження своєї теорії з дослідними вимірюваннями змушений був в умовах квантування для повної енергії поставити половинну частоту $\omega/2$, а не ω . У результаті

$$E_n = -\frac{Z^2 e^2}{2a_B n^2},$$

де $a_B = \frac{\hbar^2}{me^2} \approx 0,529 \text{ \AA}$ – радіус Бора.

Із другого постулату отримуємо правило частот:

$$\omega_{n'n} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right),$$

де $R = Z^2 me^4 / 2\hbar^3$ – стала Рідберга–Рітца.

Це правило емпірично встановив ще 1885 року Й. Бальмер для $n = 2$. Пізніше, 1907 року,



В. Рітц сформулював цей комбінаційний принцип частот, який названо його іменем.

Як наслідок із теорії Бора випливає, що момент кількості руху L квантується:

$$L = n\hbar, \quad n = 1, 2, \dots .$$

Згодом саме цей факт, а не квантування енергії з половиною частотою, Н. Бор уявив за основу – так звана умова квантування Бора⁸. Упродовж 1913–1916 років умови квантування, що сформулював Бор для моменту імпульсу, він узагальнив, а також П. Дебай (1913), В. Вільсон (1915), А. Зоммерфельд (1916) для системи з декількома ступенями вільності: об’єм, обмежений траекторією у фазовому просторі, містить ціле число елементарних квантів дії $\hbar = 2\pi\hbar$:

$$\frac{1}{2\pi} \oint p_i dq_i = n_i \hbar, \quad n_i = 1, 2, \dots ,$$

$i = 1, \dots, s$, де s – число ступенів вільності;

q_i , p_i – канонічно спряжені координати та імпульси. Цю умову, відому як правило квантування Бора–Зоммерфельда, застосовували до багатоелектронних атомів, до атомів в електричному та магнетному полях, для врахування релятивістських ефектів (формула Зоммерфельда для тонкої структури спектра атома водню).

Однак ця, як її називають, “стара” квантована механіка не могла пояснити спектральних закономірностей багатоелектронних атомів і навіть найпростішого з них – атома гелію; залишились без пояснень інтенсивності спектральних ліній атомів. Відчувалось, що потрібна нова квантова теорія, і вже з цих позицій Н. Бор сформулював принцип відповідності, за яким у межі великих, макроскопічних траєкторій частинок квантова механіка має переходити у класичну механіку. Цей принцип був ключем до “вгадування” квантових формул.

⁸Н. Бор – лавреат Нобелівської премії з фізики 1922 року за заслуги у вивченні будови атома.

Поштовхом до створення нової квантової механіки стала ідея молодого французького фізика Луї де Бройля (1892–1987). Він у 1923–1924 роках висунув припущення, що формула Планка, доповнена формулою для імпульсу

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda},$$

λ – довжина хвилі випромінювання, яка властива для квантів світла, має виконуватись для всіх частинок, зокрема і для електронів. Якщо світло виявляє корпускулярні властивості в такому явищі як фотоефект, то мусить існувати симетрія, і частинки типу електрона мають виявляти хвильові властивості, тобто з частинкою пов’язується хвіля (хвіля де Бройля); в одновимірному випадку це хвіля

$$\psi(x, t) \sim e^{i(kx - \omega t)},$$

де частота $\omega = E/\hbar$, E – енергія частинки, а хвильовий вектор $k = p/\hbar$.

Зміст цієї функції $\psi(x, t)$ був з’ясований пізніше, наразі йшлося лише про зіставлення з частинкою деякого хвильового процесу.

У цій інтерпретації умова квантування Бора зводиться до того, що на орбіті електрона в атомі вкладається ціле число хвиль де Бройля. Для колової орбіти радіуса a (коли λ не залежить від координат):

$$L = ap = a \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = n\hbar,$$

тобто

$$\frac{2\pi a}{\lambda} = n.$$

Тоді припущення де Бройля багато фізиків сприймало як абсурд. А. Айнштайн 1925 року порадив М. Борнові прочитати дисертацію де Бройля, зауваживши при цьому: “Прочитайте її. Хоч і видається, що її писав несповна розуму, написана вона солідно!”⁹



Улітку 1925 року професор Е. Шредінгер (1887–1961) з Цюрихського університету ознайомився з гіпотезою де Бройля. Перевівши ці ідеї на “зручну” математичну мову, він винайшов фундаментальне рівняння сучасної фізики – хвильове рівняння Шредінгера (1926). Є спогади П. Дебая, що це він запропонував Е. Шредінгерові, який працював у нього на кафедрі, доповісти на семінарі роботу де Бройля. Шредінгер, який, як і більшість фізиків, негативно ставився до ідеї де Бройля, доповів цю роботу лише після того, як Дебай наполіг на своєму. Готовуючись до цього семінару, Шредінгер і винайшов своє рівняння.

Хвilia de Бройля $\psi = \psi(x, t)$ має задовільняти хвильове рівняння (одновимірний випадок)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0,$$

($\omega = kv$, v – фазова швидкість), одночасно задовільняючи співвідношення для енергії $E = \hbar\omega$ та імпульсу $p = \hbar k$ частинки.

З урахуванням виразу для повної енергії частинки

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x),$$

де $U(x)$ – потенціальна енергія частинки, Шредінгер і записав своє славнозвісне рівняння¹⁰

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U(x)\psi$$

– основне рівняння квантової теорії, яке, за висловом американського фізика Р. Фейнмана, “описує і жаб, і композиторів”.

⁹Луї де Бройль 1929 року отримав Нобелівську премію з фізики за відкриття хвильової природи електрона.

¹⁰Нобелівською премією з фізики 1933 року за відкриття нових форм атомної теорії були нагороджені Е. Шредінгер та П. А. М. Дірак.

Інтерпретацію фундаментальної величини цієї теорії, хвильової функції $\psi(x, t)$ як амплітуди ймовірності, дав 1926 року Макс Борн¹¹. Експериментально хвильові властивості мікрочастинок уперше виявили в дослідах з дифракції електронів на кристалах 1927 року К. Девіссон і Л. Джермер у Нью-Йорку та Г. П. Томсон в Абердині (Шотландія)¹², хоча вказівки на хвильові властивості частинок давали вимірювання перерізу розсіяння електронів на газах, які виконав К. Рамзауер ще 1921 року.

Так була створена хвильова квантова механіка. Цікаво, що спочатку в грудні 1925 року Е. Шредінгер знайшов релятивістське рівняння, яке, однак, не давало правильної формули тонкої структури водневих ліній. Лише в січні 1926 року він розробив нерелятивістське наближення. Зазначимо, між іншим, що 1918 року в Е. Шредінгера виникла нагода обійтися посаду професора кафедри теоретичної фізики в університеті в Чернівцях. Перешкодив цим планам розпад Австро-Угорської імперії.

Народження нової квантової механіки почалося з іншого її варіанта і дещо раніше – з роботи німецького фізика-теоретика Вернера Гайзенберга (1901–1976), яку він написав у червні 1925 року. Гайзенбергуважав, що розумно відмовитись від неспостережувальних величин (таких як координати та період обертання електрона) і побудувати механіку, в якій були б співвідношення лише між спостережувальними величинами (таких як частоти переходу між квантовими станами, інтенсивність випромінювання під час цього переходу тощо). Він побудував таку формальну схему

¹¹Нобелівська премія з фізики 1954 року за роботи з квантової механіки.

¹²К. Девіссон і Г. П. Томсон поділили Нобелівську премію з фізики 1937 року за відкриття дифракції електронів.



квантової механіки, у якій, замість координати q та імпульсу p електрона, фігурували деякі абстрактні алгебраїчні об'єкти q_{mn} та p_{mn} , для яких не виконуються правила комутативності під час множення. Професор М. Борн, якому В. Гайзенберг надіслав свій рукопис, розпізнав у цих правилах множення правила для відомих у математиці матриць, і разом з П. Йорданом вони показали, що матриці \hat{q} та \hat{p} задовольняють переставне співвідношення

$$\hat{q}\hat{p} - \hat{p}\hat{q} = i\hbar,$$

яке є новим правилом квантування, і створили те, що має тепер називу матричної квантової механіки¹³.

Еквівалентність двох квантових механік, матричної і хвильової, довів Е. Шредінгер (1926). Ще до створення хвильової механіки після відкриття матричної квантової механіки М. Борн, В. Гайзенберг і П. Йордан, натрапляючи на труднощі з матричним численням, звернулись до видатного німецького математика Д. Гільберта (1862–1943). Великий математик, який жваво цікавився новими ідеями фізиків (зокрема, він дещо раніше за А. Айнштайна винайшов рівняння руху гравітаційного поля в загальній теорії відносності, відомі як рівняння Айнштайна–Гільберта), відповів їм, що завжди, коли йому доводилося мати справу з матрицями, вони виникали під час знаходження власних значень у крайових задачах для диференціальних рівнянь. Гільберт і порадив їм пошукати диференціальне рівняння, пов'язане з цими матрицями, і можливо, знайдеться щось нове. Однак цю ідею фізики не сприйняли, вважаючи її несерйозною, і Гільберт пізніше кепкував з них – саме це рівняння знайшов Шредінгер.

М. Борн, Н. Вінер, П. А. М. Дірак, Г. Вейль 1926 року сформулювали принцип, за яким кожній фізичній величині ставиться у відповідність оператор. Як з'ясувалось згодом, таке зіставлення не є простою процедурою, і питання однозначності “приписування” фізичним величинам операторів дискутується досі.

У 1927 році В. Гайзенберг відкрив співвідношення невизначеностей для середньоквадратичних відхилень канонічно спряжених координати q та імпульсу p :

$$\langle (\Delta q)^2 \rangle \langle (\Delta p)^2 \rangle \geq \hbar^2 / 4.$$

Інтерпретація гайзенбергівського принципу невизначеності та фізичний зміст хвильової функції як амплітуди ймовірностей були предметом дискусій на багатьох фізичних конгресах. Наша логіка, що ґрунтується на повсякденному досвіді макроскопічного світу, є класичною з її твердженнями “так” або “ні”, вона не допускає того, що ми називаємо дифракцією електронів, і це привело до формулування багатьох парадоксів: парадокс де Бройля, парадокс із живомертвим котом Шредінгера, парадокс Айнштайна–Подольського–Розена (1935), які були предметом відомих дискусій – “двоюю” Н. Бора та А. Айнштайна. Одним із результатів цих дискусій є принцип доповнюваності Бора (1927): вимірювання імпульсно-енергетичних та просторово-часових характеристик є взаємодоповнювальними в описі квантового об'єкта.

Завершився етап створення квантової теорії відкриттям релятивістського хвильового рівняння для електрона, яке зробив 1928 року англійський фізик-теоретик П. А. М. Дірак (1902–1984). На ту пору було відоме релятивістське квантове рівняння, яке тепер називають рівнянням Кляйна–Гордона–Фока, хоча вперше, як уже зазначалось, його запропонував Шредінгер. Воно не влаштовувало Дірака з двох причин.

¹²За створення квантової механіки в матричній формі В. Гайзенберг нагороджений 1932 року Нобелівською премією.



По-перше, хвильова функція в цій теорії дає густину ймовірності, що може набувати від'ємних значень.

По-друге, у це рівняння входять другі похідні за часом, і тому стан системи задається не лише хвильовою функцією, а й її першою похідною за часом, що суперечить загальним принципам квантової механіки. Тому Дірака дивував той факт, що багатьох фізиків, серед них і Бора, до якого він звертався, влаштовувало це рівняння.

Несуперечливе об'єднання основних принципів квантової теорії й релятивістської механіки Дірак здійснив несподіваним способом добування кореня квадратного й отримав своє знамените рівняння для електрона. З цього рівняння П. Дірак винайшов “на папері” позитрон, який 1932 року відкрив експериментально американський фізик К. Андерсон.

Пізніший період розвитку квантової теорії можна назвати “калькуляційним”. Тисячі наукових праць були присвячені дослідженню різноманітних фізичних явищ із розрахунками на підставі фундаментальних рівнянь квантової механіки фізичних величин, що характеризують ядра, атоми, молекули та їх сукупності в газоподібному, рідкому і твердому станах. Жодного разу квантова гіпотеза М. Планка не зазнала невдач.

Але час до часу фізики поверталися до змісту основної величини квантової механіки – хвильової функції. 1942 року американський фізик-теоретик Річард Фейнман (1918–1988) сформулював ще один варіант квантової механіки через таке поняття як інтеграли за шляхами від амплітуди ймовірності, вигляд якої він споступлював, виходячи з ідеї П. Дірака. Цей

підхід не дає нових результатів, але знову повертає нас до нібіто класичного підрахунку ймовірності переходу квантової частинки з однієї точки простору в іншу за всіма можливими її класичними траєкторіями. Насправді ж використовується знову поняття амплітуди ймовірності, а її вигляд вибирається так, щоб забезпечити переход до рівняння Шредінгера.

Сьогодні ми спостерігаємо період, який можна назвати “ренесансом”, тобто вчені знову намагаються зрозуміти, що таке хвильова функція, майстерно “перекидаючи” мікроскопічні явища на природні для нас макроскопічні масштаби. Теперішні інструментальні можливості дають змогу досліджувати експериментально такі тонкі явища, як “живомертвий кіт Шредінгера” та парадокс Айнштайн–Подольського–Розена, завдяки якому винайшли спочатку теоретично, а далі експериментально так зване явище квантової телепортациї.

У фольклорі фізиків з’явилися такі поняття, як квантова криптографія та квантові комп’ютери, принцип дії яких ґрунтується на незображенних властивостях ψ -функції, можливості яких є також ще незображенними.

Завершуємо коротку розповідь про цю незвичайну епоху з усвідомленням того, що саме зв’язок таємничого механізму геніальних здогадок та вимушених кроків, які диктуються грою нашого розуму – логікою, дає змогу пізнати навколошність у всій її Красі й Гармонії, а також, що створення невеликою кількістю молодих учених нової квантової теорії, а фактично нової фізики, за такий короткий час (1925–1928) є феноменом, який не має прецеденту в історії науки.

С В І Т

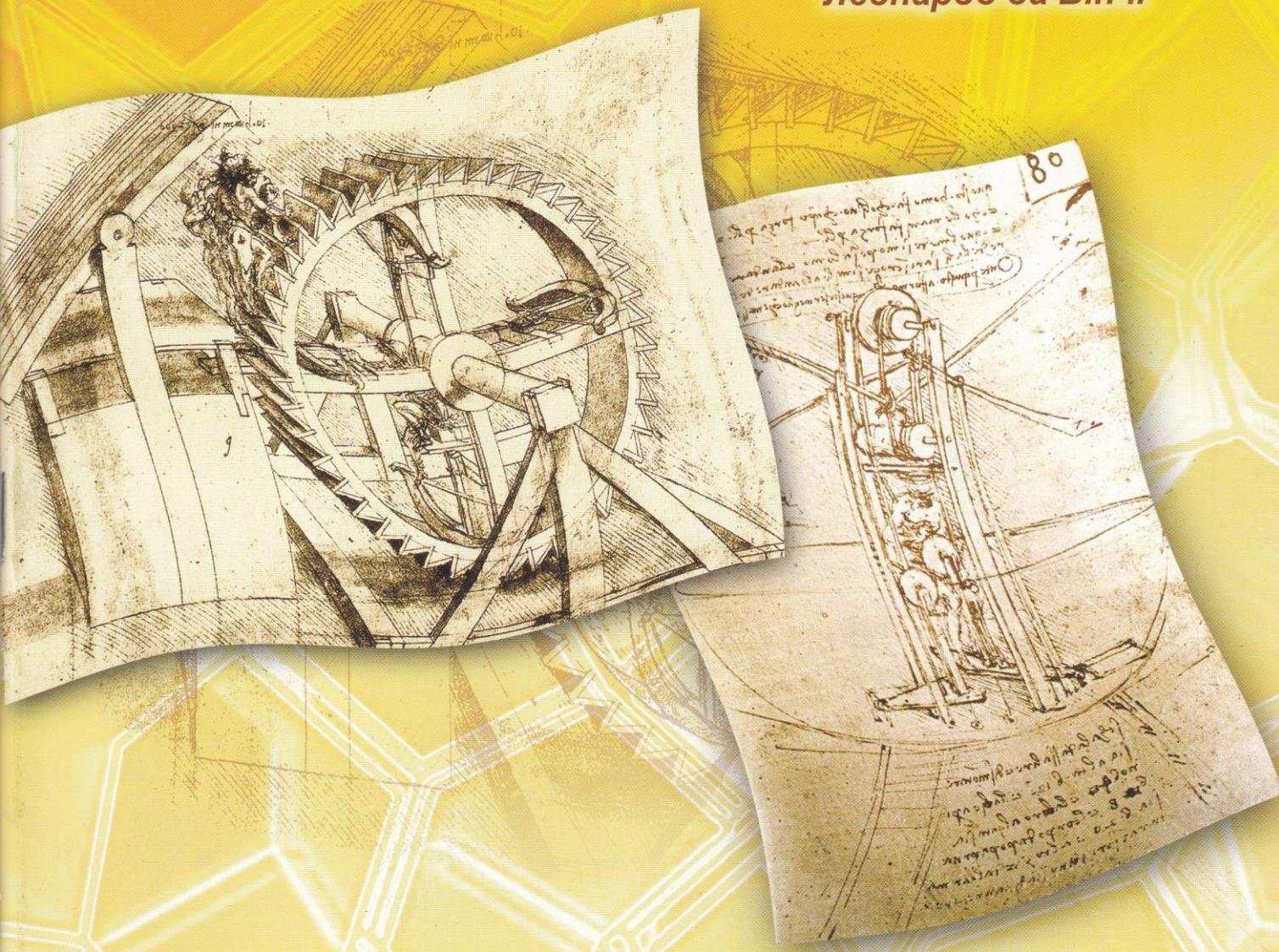
ФІЗИКА

№1
2012

науково-популярний журнал

Природне бажання гарних людей –
здобувати знання

Леонардо да Вінчі



Журнал "СВІТ ФІЗИКИ",
заснований 1996 року,
регистраційне свідоцтво № КВ 3180
від 06.11.1997 р.

Виходить 4 рази на рік

Засновники:
Львівський національний університет
імені Івана Франка,
Львівський фіз.-мат. ліцей,
СП "Євросвіт"

Головний редактор
Іван Вакарчук

заступники гол. редактора:
Олександр Гальчинський
Галина Шопа

Редакційна колегія:

Ігор Анісімов
Михайло Бродин
Петро Голод
Семен Гончаренко
Ярослав Довгий
Іван Климишин
Юрій Ключковський
Богдан Лукянець
Олег Орлянський
Максим Стріха
Юрій Ранюк
Ярослав Яцків

Художник Володимир Гавло

Комп'ютерне макетування та друк
СП "Євросвіт"

Адреса редакції:

Редакція журналу "Світ фізики"
вул. Саксаганського, 1,
м. Львів 79005, Україна
тел. у Львові 380 (0322) 39 46 73
у Києві 380 (044) 416 60 68
phworld@franko.lviv.ua
www.franko.lviv.ua/publish/phworld

Футбол – найпопулярніша у світі
спортивна гра.

Серед учених найбільше захоплюються футболом фізики. Відомо, що футболом захоплювались такі відомі фізики як Ф. Астон, Е. Резерфорд, Н. Бор, Ф. Жоліо-Кюрі.

Чому саме фізики?

Насамперед тому, що для цієї гри треба мати швидку реакцію і мислення.

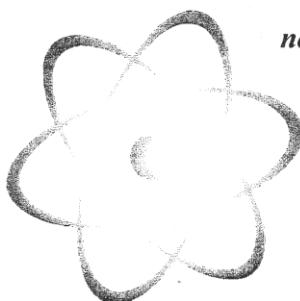
Під час руху футболіст наносить удар по м'ячу, який можна пояснити лише законами фізики – траєкторією руху м'яча, силою та точністю удара тощо.

Працює сукупність великої кількості людських м'язів, які мають різну свободу руху. М'язи футболіста мають дуже високий ККД.

Для уdosконалення техніки футболісти мають враховувати можливості людського організму – швидкість реакції, швидкість руху, точність та силу удару, точність фокусування очей гравця, час польоту м'яча до воротаря, швидкість прийняття рішення учасником гри.

Відтак футбол – це гра, всі аспекти якої можна описати законами фізики, а враховуючи їх під час гри, отримати позитивний результат.

*Не забудьте
передплатити журнал
"Світ фізики"*



Передплатний індекс
22577

Передрук матеріалів дозволяється лише з письмової згоди редакції та з обов'язковим посиланням на журнал "Світ фізики"

ЗМІСТ

1. Нові та маловідомі явища фізики

Вакарчук Іван. Історичний нарис створення квантової механіки

3



14
18

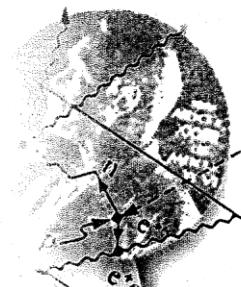
2. Фізики світу

Шопа Галина. Геніальний Леонардо да Вінчі
Ранюк Юрій. Спогади про Олексу Біланюка

3. Фізики України

Паславський Роман. Змістом його свідомого життя була наука. Микола Пильчиков

22



4. Олімпіади, турніри...

Умови задач III (Обласного) етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики (Львів, 2012 р.)

25

Розв'язки задач III (Обласного) етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики (Львів, 2012 р.)

29

Орлянський Олег. Закони збереження маси та імпульсу і закон додавання швидкостей

39



5. Інформація

І знову про лазери

46

6. Гумор

48

