

ВІДГУК
офіційного опонента
на дисертаційну роботу Василя Михайловича Васюти
“Квантові системи у просторі зі спіноюю некомутативністю координат”,
представлену на здобуття наукового ступеня кандидата
фізико-математичних наук за спеціальністю
01.04.02 – теоретична фізика

Дисертаційна робота В.М.Васюти “Квантові системи у просторі зі спіноюю некомутативністю координат” присвячена встановленню впливу спіноюю некомутативності координат на поведінку квантових та класичних систем з новими алгебрами зі спіноюю некомутативністю координат.

Із завершенням математичного формулювання квантової механіки і переходом до неї від класичної механіки здійснився перехід від комутативної алгебри класичних спостережуваних до некомутативної алгебри квантово-механічних спостережуваних, або від комутативної алгебри функцій до некомутативної алгебри операторів у гільбертовому просторі. Яскравою ілюстрацією потужності абстрактного дедуктивного методу стало створення Аланом Конном теорії, відомої під назвою некомутативної геометрії як теорії, що вносить нову ідею простору, представленого некомутативною алгеброю, в ті області математики, де стара ідея простору незастосовна. З часу публікації фундаментальної монографії філдсівського лавреата Конна (1994) (на жаль, у дисертації ця книга не цитується) галузь некомутативної геометрії (включно із її фізичними аспектами) інтенсивно розвивається, лише монографій на цю тему опубліковано понад 50.

Могло би видатися, що будь-яка фізична квантова модель (наприклад, із некомутуючими координатами, як у Віттена і Зайберга, чи некомутуючими спіновими змінними, як у дисертанта та В.М.Ткачука) може бути легко отримана як частинний випадок застосувань некомутативної геометрії, однак, це далеко не так, і справа не лише у необхідності фізичного наповнення моделі чи отриманні фізичних висновків, але в тому, що хоча граничним випадком некомутативної геометрії є класична геометрія, але геометрія, яка виражена в алгебраїчних термінах відповідно до однієї із найважливіших ідей математики про дуальність комутативної алгебри і геометрії.

Проте, поза сумнівом, необхідною для кожного дослідника в цій області, не тільки математика, є обізнаність з основними ідеями, загальними методами та результатами некомутативної геометрії, а тим більше, – класичного аналізу та теорії диференціальних рівнянь, щоб за можливості використати їх або уникнути можливих прорахунків.

Дослідження дисертанта, як випливає із сказаного вище, не можуть бути і не є безпосереднім наслідком некомутативної теорії, вони є актуальними і самодостатніми, постановка завдань оригінальною, отримані під керівництвом В.М.Ткачука та спільно з ним результати новими.

Зокрема, це зумовлено розглядом два нових типів алгебр зі спіноюю некомутативністю – нерелятивістської і релятивістської, і у цих випадках вперше знайдено мінімальні довжини у відповідних некомутативних просторах. На основі зображення Вейля запропоновано спосіб побудови некомутативних функцій, встановлено неочевидні властивості їх добутків та запроваджено поняття інтеграла від некомутативної функції. Також в роботі вперше у просторі зі спіноюю некомутативністю координат отримано точні власні функції і спектр рівняння квантового просторового осцилятора та вперше в рамках теорії збурень розглянуто атом водню, отримано оцінку параметра некомутативності. Тут цікавим є

висновок про те, що спінова некомутативність знімає виродження за певною комбінацією спінових чисел. В описі цього результату у порівнянні з описом самого дисертанта я на перше місце поставив словосполучення "вперше в просторі зі спіноюю некомутативністю координат", оскільки в просторі з некомутативними просторовими змінними це зроблено у публікації I. Dadic, L. Jonke, S. Meljanac 2005 року. Було би корисно покликатись на цю роботу та провести порівняння результатів.

Цікавими та корисними для майбутніх експериментів є дослідження часової еволюції квантової частинки під впливом притягального обернено-квадратичного потенціалу, у яких виявлено, що при певних малих значеннях константи взаємодії квантова частинка принципово не може впасти на джерело потенціалу. Така ситуація принципово відрізняється від класичного випадку, коли падіння можливе для довільних значень параметра взаємодії. Важливо, що запропоновано покращення експерименту DUS для спостереження квантової границі падіння. Опісля досліджено поведінку квантової частинки у полі з обернено-квадратичним потенціалом у просторі з різними варіантами алгебр некомутативності спінових координат. Виявлено, що замість падіння на притягальний центр, як в комутативному випадку, у випадку зі спіноюю некомутативністю координат частинка утворює зв'язані стани.

У п'ятому розділі запропоновано узагальнення класичної електродинаміки на простір зі спіноюю некомутативністю координат, під якими в цьому випадку дисертант розуміє компоненти вектор-потенціалу поля, які внаслідок цього стають матричнозначними. З використанням запропонованого у другому розділі поняття інтеграла від некомутативної функції будується дія та отримуються рівняння некомутативного електромагнітного поля, а виходячи з некомутативного узагальнення калібрувальних перетворень – модифікований закон збереження електричного струму.

Виходячи з отриманих рівнянь поля в рамках теорії збурень досліджено електромагнітне поле точкового заряду в зовнішньому магнітному полі. Тут знову спінова некомутативність генерує нові ефекти, зокрема, магнітне поле екранує заряд, зменшуючи його, а само екранування є анізотропним. Але існує і зворотній ефект: заряд також деформує магнітне поле.

Нелінійність рівнянь поля у просторі зі спіноюю некомутативністю координат зумовлює взаємодію двох плоских хвиль, яка проаналізована методом, як написано дисертантом, Боголюбова-Крилова, який, звичайно, слід називати методом Крилова-Боголюбова. Обчислено потенціал електромагнітного поля двох плоских хвиль, звідки випливає, що спінова некомутативність модифікує хвильовий вектор взаємодіючих хвиль та продукує вищі гармоніки.

Робота не позбавлена недоліків як за змістом, так і за формою. Що стосується змісту, то поряд із вже висловленими вище зауваженнями необхідно підкреслити низку нез'ясованих чи проблематичних аспектів запровадження поняття інтеграла від некомутативної функції, які зумовлені кількома причинами.

По-перше, поняття інтеграла у дисертації запроваджується для специфічної області, нескінченної у просторовоподібних напрямках та обмеженої двома поверхнями у часовоподібних напрямках, тоді як поняття інтеграла не повинно залежати від форми області. По-друге, мотивування нехтування деякими інтегралами по межі тим, що запроваджуване поняття некомутативного інтегралу застосовується у подальшому для побудови дії поля з рівними нулевими варіаціями функції та всіх – підкреслюю всіх – похідних не є коректним у контексті запровадження універсального поняття. По-третє, внесене на сторінці 48 уточнення про рівномірну збіжність підінтегральних виразів є необхідним, але ставить питання про клас

функцій, які ним виділяються. Оскільки у підінтегральний вираз входить параметр некомутативності, то окреслення цього класу є і необхідним і цікавим з фізичної точки зору. Причина вказаних труднощів із запровадженням поняття некомунікативного інтегралу, на нашу думку, полягає у використанні для запровадження поняття некомутативної функції квантування Вейля та зумовленої цим у подальшому вимоги рівномірної збіжності певних рядів. Цей факт не враховано послідовно у дослідженні. Так, на сторінці 43 відповідна функція вважається нескінченно-диференційовною, але вже на наступній сторінці (принаймні, при $\theta=1$) для неї отримується ряд Тейлора, тобто, функція повинна бути аналітичною. Зазначимо, що відмінність між нескінченно-диференційовними та аналітичними функціями є принциповою з фізичної точки зору, оскільки аналітичні розв'язки рівнянь поля несумісні із принципом причинності. У зв'язку із цим закономірним стає питання, чи єдиною функцією, яка задовольняє асимптотичні умови, не є тотожний нуль. Вирішення проблеми можна було би шукати у використанні іншого методу квантування, наприклад, ще не використовуваного у фізиці, наскільки мені відомо, методу Dixmier слідового означення некоммутативного інтегралу, для існування якого достатньо належності функції до класу L^{∞} , що могло би стати предметом наступних досліджень. Слід зауважити, що дослідження узагальнення класичної електродинаміки у п'ятому розділі на простір зі спіноювою некомутативністю координат на основі запропонованого означення некомутативного інтегралу при цьому не втрачає повністю змістовності.

Вважаю за доцільне висловити зауваження стосовно форми викладу результатів у дисертаційній роботі. Гарним тоном у об'ємних творах є наявність на початку списку умовних позначень. Тут його, на жаль, нема, як і означень використовуваних понять, окреслення областей визначеності та класів гладкості використовуваних функцій. Дуже прикрасив би роботу хоча б стислий огляд ідей та результатів некомутативної геометрії як потужної галузі математичної науки, що виросла з розвитку квантової теорії. Можливо, тоді б дисертанту вдалось зауважити відому проблему не універсальності застосовності квантування Вейля на прикладі площини Маніна і розглянути можливість використання означення некомутативного інтегралу за Dixmier. Невеликий історичний екскурс зародження ідеї квантової природи простору-часу слід було розпочати не з робіт Зайберга-Віттена та Снайдера, а з роботи Матвія Бронштейна 1935 року, який народився 1906 року у Вінниці, навчався в Києві і Ленінграді і знищений сталінським режимом у Ленінграді у 1938 році. Це моє побажання не є проявом містечковості, хоча, на додаток до всього, він ще й перекладав українську поезію російською мовою. Мені достатньо тут покликатись на авторитет Карло Ровеллі, який написав про це 2004 року у своїй об'ємній монографії "Quantum Gravity" і свою велику доповідь на конференції GR20 у 2013 році розпочав розповіддю саме про Бронштейна.

На сторінці 48 бракує покликання на формулу Гріна для функціоналів з вищими похідними.

Занепокоєння викликає перенесення у друковані твори жаргонного усного стилю викладу, наприклад, використовуються такі звороти, як "...границя падіння може бути порахована", "...частинка ... не може впасти на ... потенціал", "гамільтоніан частинки в потенціалі", "кривий простір", "інтеграл не відчуває впливу", "релятивістський вектор" замість "вектор у просторі Мінковського". Оскільки закон спадання функції із швидкістю, пропорційною до її значення, називається законом експоненційного спадання і цим законом описується не тільки розпад радіоактивної речовини, то словосполучення "експоненційний закон розпаду для числа атомів" слід замінити на "експоненційне зменшення числа атомів". І, звичайно, класика багатьох наук Лагерра треба писати з двома літерами g , а не g .

