ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 1, № 4 (1997) с. 612–617

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 1, No 4 (1997) p. 612–617

СТРУКТУРА ОРБІТ ПІДСИСТЕМ ВТОРИННИХ ТІЛ У СОНЯЧНІЙ СИСТЕМІ

М. Ваврух
Львівський державний університет імені Івана Франка, кафедра астрофізики
Україна, UA–290005, Львів, вул. Кирила і Мефодія, 8
(Отримано 11 лютого 1997)

Досліджено особливості структури планетних орбіт, а також орбіт у підсистемах супутників Юпітера, Сатурна і Урана. Доведено, що в цілому для підсистеми планет наближено виконується правило "золотого перерізу". Зроблено оцінку параметрів орбіти трансплутонової планети. Уточнено формулу Блеґґ для планетних орбіт. Розглянуто залежність структури орбіт у підсистемах вторинних тіл від маси центрального тіла.

Ключові слова: Сонячна система, планети і супутники, розподіл орбіт, "золотий переріз", закон Тіціуса–Боде.

PACS number(s): 96.35.-j

I. ВСТУП

Проблему зародження, будови й еволюції Сонячної системи завжди трактували як одну з найважливіших проблем науки. Вона привертала до себе увагу багатьох видатних вчених, але й досі повністю не вирішена: є багато часткових теорій, але немає єдиної, загальновизнаної [1–3]. Увага до цієї проблеми загострилась останніми десятиліттями у зв'язку з розвитком досліджень за допомогою автоматичних космічних апаратів, унаслідок чого обсяг нової інформації про будову Сонячної системи безперервно і швидко збільшується [4, 5].

Тепер загальновизнано, що утворення й еволюція систем вторинних тіл (планет і їхніх супутників) тісно пов'язані з процесами виникнення й еволюції зір. Як відомо, останні вивчені значно краще, що зумовлено наявністю величезного експериментального матеріялу про різні фази їхньої еволюції. Інформація ж про системи вторинних тіл обмежується даними про планети і їхні супутники в межах Сонячної системи. Гіпотеза про спорідненість процесів, завдяки яким виникають різні підсистеми вторинних тіл (планети навколо зір, супутники навколо планет), може стати основою системного підходу до їхнього вивчення. В рамках такого підходу вже зроблено спроби класифікації вторинних тіл у Сонячній системі на підставі розподілу їхніх орбіт і мас (див., наприклад, [1, 5]).

Хоч просторова структура підсистем вторинних тіл у загальних рисах відома, є суттєві "деталі", на які до цього часу не звертали достатньої уваги, незважаючи на те, що їх не можна вважати випадковими. Такі особливості необхідно вивчити і використати для побудови більш досконалих моделей еволюції Сонячної системи. Ми дослідили особливості структури планетної підсистеми, зокрема, показали, що для неї в цілому наближено виконується правило "золотого перерізу" [6]; на підставі знайденої залежности запропонували гіпотезу про існування трансплутонової планети; шляхом аналізу розподілу орбіт у периферійних областях регулярних підсистем супутників підтвердили гіпотезу гетегонії [1] — подібности процесів формоутворення у підсистемах вторинних тіл; зробили оцінку залежности відношення півосей сусідніх орбіт вторинних тіл від маси центрального тіла.

II. СТРУКТУРА ПЛАНЕТНИХ ОРБІТ

Розглянемо питання про динамічну асиметрію в структурі планетних орбіт, обчислюючи відношення

$$\alpha_n = a_n\ a_{n+1}^{-1}, \tag{2.1}$$

де a_n — велика піввісь n-ї орбіти ($n = 1$ відповідає Меркурію, $n = 2$ — Венері, ... , $n = 5$ — поясу астероїдів, $n = 6$ — Юпітеру,..., $n = 10$ — Плутону). Ці значення наведені в табл. 1, причому для поясу астероїдів узято $a_5 = 2.9$ а.о. [7]. Представляє інтерес також відношення півосей орбіт дальших сусідів

$$\begin{aligned} \beta_{n+1/2} &= a_n\ a_{n+2}^{-1}, \\ \gamma_{n+1} &= a_n\ a_{n+3}^{-1}, \\ \delta_{n+3/2} &= a_n\ a_{n+4}^{-1},\ \dots . \end{aligned} \tag{2.2}$$

Вони також наведені в табл. 1. Криві 1–4 рис. 1 проведено через точки, що відповідають значенням α_n (крива 1), $\beta_{n+1/2}$ (крива 2), ... , $\delta_{n+3/2}$ (крива 4). Як видно з рис. 1, усі ці криві мають високий ступінь симетрії стосовно прямої $n = 5.5$ (коли ж не брати до уваги пояс астероїдів, то криві стають дуже несиметричними, зокрема, перший мінімум на кривій α_n досягає значення 0.292 при $n = 4$). У табл. 1 наведено також середні арифметичні значення відповідних відношень. Середнє значення α_n на інтервалі

$1 \le n \le 9$, яке дорівнює 0.604..., наводить на думку про "золотий переріз" [6] і можливість застосування ряду Фібоначчі [8, 9] для наближеного опису кривих 1–4. Як відомо, правило "золотого перерізу" належить до найбільш загальних закономірностей формоутворення у природі. Звичайно воно виконується не точно, а з невеликими відхиленнями від ідеалу (див., наприклад, [6]). Математичним виразом цього правила є класичний числовий ряд Фібоначчі, члени якого Φ_n задовольняють рекурентне співвідношення

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_n	0.5000	0.6666	0.6000	0.6250	0.6140	0.6190	0.6177	0.6182	0.6180
α_n	0.5353	0.7230	0.6562	0.5255	0.5574	0.5453	0.5005	0.6338	0.7598
$\beta_{n+1/2}$	0.3870	0.4744	0.3448	0. 2929	0. 3040	0.2729	0.3172	0.4816	
γ_{n+1}	0.2539	0.2493	0.1922	0.1597	0.1521	0.1730	0.2410		
$\delta_{n+3/2}$	0.1334	0.1389	0.1048	0.0807	0.0974	0.1328			
ζ_{n+2}	0.0743	0.0757	0.0524	0.0507	0.0732				
$\tilde{x}_n$	0.5000	0.6666	0.6000	0.5000	0.5555	0.5454	0.5000	0.6000	0.6666

Табл. 1. Послідовність x_n та відношення великих півосей орбіт планет $\alpha_n = a_n\ a_{n+1}^{-1}, \beta_{n+1/2} = a_n\ a_{n+2}^{-1}$, $\gamma_{n+1} = a_n\ a_{n+3}^{-1}$, $\delta_{n+3/2} = a_n\ a_{n+4}^{-1}$, $\zeta_{n+2} = a_n\ a_{n+5}^{-1}$, а також $x_n = \Phi_n\ \Phi_{n+1}^{-1}$, $\tilde{x}_n = \tilde{\Phi}_n\ \tilde{\Phi}_{n+1}^{-1}$; $\langle\alpha_n\rangle = 0.6041, \langle\beta_{n+1/2}\rangle = 0.3593$, $\langle\gamma_{n+1}\rangle = 0.2030$, $\langle\delta_{n+3/2}\rangle = 0.1147$, $\langle\zeta_{n+2}\rangle = 0.0653$, $\langle x_n\rangle = 0.6087$.

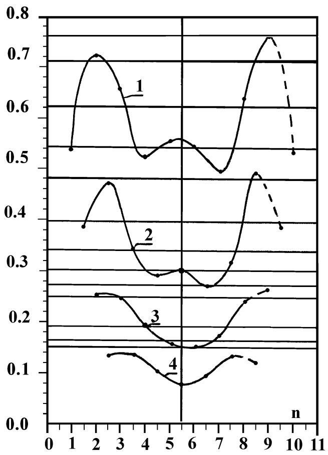

Рис. 1.

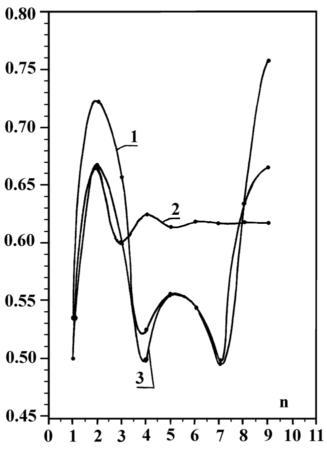

Рис. 2.

$$\Phi_{n+1} = \Phi_n + \Phi_{n-1} \tag{2.3}$$

для всіх $n \ge 2$, причому $\Phi_1 = 1, \Phi_2 = 2$ за означенням. Відношення двох сусідніх членів ряду

$$x_n \ = \ \Phi_n\ \Phi_{n+1}^{-1} \tag{2.4}$$

утворює числову послідовність, для якої доведено наявність границі $x = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ [8]. Як випливає із співвідношення (2.3), $x = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1) \simeq 0.618034...$ є додатним коренем рівняння $x^2 + x = 1$. З рівняння (2.3) визначаємо також, що $y_n = \Phi_n \Phi_{n+2}^{-1}$ теж утворює послідовність, а y_n прямує до границі $y = 1 - x \simeq 0.381966...$ при $n \to \infty$. Гармонійний поділ відрізка одиничної довжини на два відрізки довжиною x та $1 - x$ художники і геометри епохи Відродження назвали "золотим (божественним) перерізом". У загальному випадку з ряду Фібоначчі можна побудувати безмежну кількість послідовностей

$$z_n^{(s)} = \Phi_n\ \Phi_{n+s}^{-1} = x_n\ x_{n+1}\ x_{n+2}\ \cdots\ x_{n+s-1}, \tag{2.5}$$

де $s \ge 1$. У границі $n \to \infty$ числа $z_n^{(s)}$ прямують до значення x^s, що відповідає s послідовним гармонійним поділам відрізка одиничної довжини.

Приймаючи $a_n = a_1\Phi_n$, одержуємо наближення $\alpha_n^0 = x_n$, якому відповідає крива 2 на рис. 2. Як видно з рис. 2, в області планет земної групи крива 2 близька до кривої 1. Середнє значення x_n дорівнює 0.6087... і лише третім знаком після коми відрізняється від середнього значення α_n. Так само середнє значення $\beta_{n+1/2}$ близьке до квадрата середнього x_n і т. д. Отже, правило "золотого перерізу" не виконується точно для планет Сонячної системи, але в середньому для всієї сукупности планет воно наближено виконується і система планетних орбіт має наближену гармонію. Можливо, що первісна структура більше відповідала цьому правилу, але еволюція привела до значних змін: відбулося згущення орбіт планет, близьких до Сонця, а також периферійних, на тлі відносного розширення орбіт планет середньої групи. Сучасна симетрія структури планет Сонячної системи наближено відповідає модифікованому ряду Фібоначчі:

$$a_n = a_1\tilde{\Phi}_n, \tag{2.6}$$

$$\{\tilde{\Phi}_n\} = \underbrace{1, 2, 3, 5}\,,\ \underbrace{10, 18, 33, 66}\,,\ \underbrace{104, 156, 260, \ldots}.$$

Цей ряд побудовано з трьох фраґментів таким чином. Перший фраґмент утворюють члени, які збігаються з відповідними членами класичного ряду ($\tilde{\Phi}_n = \Phi_n$ при $1 \le n \le 4$). Третій фраґмент (9-й і наступні члени) є не що інше, як вихідний ряд $\{\Phi_n\}$ (без першого члена Φ_1), кожен член якого множиться на сталий коефіцієнт:

$$\tilde{\Phi}_n = k \cdot \Phi_{n-7}, \quad n \ge 9; \quad k = 52. \tag{2.7}$$

Члени проміжного фраґмента задовольняють співвідношення:

$$\tilde{\Phi}_n = \tilde{\Phi}_{n-1} + \tilde{\Phi}_{n-2} + \tilde{\Phi}_{n-3} \quad \text{при } 5 \le n \le 7; \tag{2.8}$$

$$\tilde{\Phi}_n = \tilde{\Phi}_{n-1} + \tilde{\Phi}_{n-2} + \tilde{\Phi}_{n-3} + \tilde{\Phi}_{n-4} \quad \text{при } n = 8.$$

Крива 3 рис. 2, проведена через точки $\tilde{x}_n = \tilde{\Phi}_n \tilde{\Phi}_{n+1}^{-1}$, проходить значно ближче до кривої 1, ніж крива 2, особливо в середній області значень n. Екстраполяція кривої $\tilde{x}_n$ в область $n \ge 10$ відповідає гіпотезі трансплутонових планет, структура орбіт яких задовольняє правило "золотого перерізу".

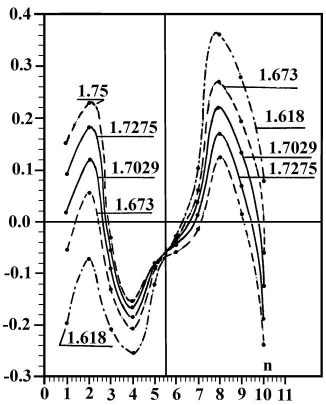

Рис. 3.

З кривих 1–4 чітко видно наявність трьох різних груп орбіт: близьких до Сонця (Меркурій, Венера, Земля, Марс), проміжних (пояс астероїдів, Юпітер, Сатурн) і периферійних (Уран, Нептун, Плутон). Симетрія кривих 1–4 відносно прямої $n = 5.5$ викликає відчуття незавершености планетної підсистеми, її недобудованости. Прийнявши гіпотезу про повну симетрію цих кривих, з умови $\beta_{19/2} = \beta_{3/2}$ (що дає змогу уникнути ймовірних неточностей, пов'язаних з параметрами орбіти Плутона) визначаємо велику піввісь і період обертання трансплутонової планети: $a_{11} \simeq 80$ а.о., $P_{11} \simeq 700$ років. Пунктирні частини кривих 1–4 на рис. 1 добудовані згідно з цією гіпотезою: $\alpha_9 = \alpha_1$, $\beta_{19/2} = \beta_{3/2}$, $\gamma_9 = \gamma_2$, $\delta_{17/2} = \delta_{5/2}$. Прийнявши, що відношення $a_{10}a_{11}^{-1}$ дорівнює "золотому перерізу", визначаємо $a_{11} \simeq 64.3$ а.о., $P_{11} \simeq 500$ років, що більш імовірно. Це відповідає загальним оцінкам розмірів Сонячної системи (див. [10]), а також результатам праць [11–13], у яких обчислено близькі значення параметрів орбіти гіпотетичної трансплутонової планети (60 а.о. $\le a_{11} \le 77.5$ а.о.).

Згідно з третім законом Кеплера відношення періодів обертання планет навколо Сонця визначаються значеннями $\alpha_n, \beta_{n+1/2}, \ldots$, а саме:

$$\frac{T_n}{T_{n+1}} = \alpha_n^{3/2}, \quad \frac{T_n}{T_{n+2}} = \beta_{n+1/2}^{3/2}, \quad \frac{T_n}{T_{n+3}} = \gamma_{n+1}^{3/2}, \ldots\ . \tag{2.9}$$

Горизонтальні прямі, які визначаються рівняннями

$$y_1 = \xi^{2/3}, \quad \text{де} \quad \xi = \frac{2}{5};\ \frac{1}{2};\ \frac{3}{5};\ \frac{2}{3};$$

$$y_2 = \zeta^{2/3}, \quad \text{де} \quad \zeta = \frac{1}{7};\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{5};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{3}; \tag{2.10}$$

$$y_3 = \eta^{2/3}, \quad \text{де} \quad \eta = \frac{1}{17};\ \frac{1}{15};\ \frac{1}{12};\ \frac{1}{8},$$

проходять близько до багатьох значень $\alpha_n, \beta_{n+1/2}, \gamma_{n+1}$ і дають наочне уявлення про наявність значної кількости наближених співмірностей у планетній підсистемі [2].

Функції (2.1), (2.2) тісно пов'язані з законом планетних відстаней Тіціуса–Боде [2], однак вони більш інформативні. Деякі автори вважають, що цей закон взагалі не має жодної наукової цінности (див. [1]). Проте, виражаючи в математичній формі емпіричні факти, закон Тіціуса–Боде дає можливість екстраполяції і передбачення. Інша річ — його наближений характер і обмежена область застосування. Зобразимо значення великої півосі орбіти n-ї планети у формі, близькій до модифікації Блеґґ [2, 14], а саме

$$a_n = N(b)\ b^n\ \{1 + \varphi_b(n)\}, \tag{2.11}$$

де ми використовуємо прийняту вище нумерацію орбіт. Згідно з (2.1) маємо такі рекурентні співвідношення для $n \geq 1$:

$$1 + \varphi_b(n+1) = (b\ \alpha_n)^{-1} \cdot [1 + \varphi_b(n)], \qquad (2.12)$$

причому $1+\varphi_b(1) = a_1[b\ N(b)]^{-1}$. Тут $\varphi_b(n)$ має зміст еволюційної поправки і ми вважаємо її малою за модулем знакозмінною функцією; b — знаменник геометричної прогресії, що за порядком величини близький до

$$\langle\ \alpha_n^{-1}\ \rangle = \frac{1}{9} \sum_{n=1}^{9} \alpha_n^{-1} \simeq 1.6886\ldots\ . \qquad (2.13)$$

Сталу нормування $N(b)$ відшукаємо з умови рівности нулеві середнього значення відхилення a_n від геометричної прогресії:

$$\sum_{n=1}^{10} \varphi_b\ (n)\ =\ 0. \qquad (2.14)$$

У результаті числових розрахунків визначаємо таку апроксимацію в околі точки $\langle\ \alpha_n^{-1}\ \rangle$:

$$N(b) = 0.158592\ldots + 2.05733\ (b - 1.878022)^2. \quad (2.15)$$

Сім'ю кривих $\varphi_b(n)$ показано на рис. 3. У цьому випадку параметр b змінюється в межах від 1.618034... до 1.75. Для малих значень b чітко виділяються дві області: у першій переважають від'ємні значення $\varphi_b(n)$, у другій — додатні. З математичного погляду зображення (2.11) інваріянтне відносно вибору b. Фізичним критерієм оптимального вибору b може бути умова мінімальности суми відносних квадратичних відхилень від закону геометричної прогресії:

$$\Xi(b) = \sum_{n=1}^{10} \varphi_b^2(n)\ [1 + \varphi_b(n)]^{-2} =\ \min. \qquad (2.16)$$

За результатами числового розрахунку одержано апроксимаційну формулу

$$\Xi(b) = 0.15034 + 49.58857(b - b_0)^2, \qquad (2.17)$$

де $b_0\ =\ 1.702897...$. Отже, функція $\varphi_b(n)$, яка найменш відхиляється від нуля, відповідає знаменникові прогресії b_0. Зазначимо, що без урахування Плутона $\langle\ \alpha_n^{-1}\ \rangle$ на інтервалі $1 \leq n \leq 8$ дорівнює 1.7117... , а b_0 міститься в околі точки 1.73..., що відповідає формулі Блеґґ. Значення $\varphi_{b_0}(n)$ наведено в табл. 2. Звичайно, зображення (2.11) може бути використане при будь-якому значенні параметра b залежно від обраної мети. Наприклад, при екстраполяції виразу (2.11) в область $n > 10$ доцільно вибрати таку $\varphi_b(n)$, яка при $n = 10$ є малою за абсолютною величиною ($b \leq 1.67$), оскільки це забезпечить вищу точність. Екстраполяція (2.11) (при $b = 1.618034...$) до значення $n = 11$ дає $a_{11} = 60$ а.о. для великої півосі трансплутонової орбіти.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varphi_{b_0}(n)$	0.0172	0.1179	-0.0905	-0.1846	-0.0873	-0.0367	0.0391	0.2212	0.1333	-0.1226

Табл. 2. Функція $\varphi_{b_0}(n)$ при $b_0 = 1.702897$.

III. СУПУТНИКОВІ СИСТЕМИ

Криві α_n для систем супутників Юпітера, Сатурна і Урана разом з відповідною кривою для планетної системи показані на рис. 4. Тут враховувано лише регулярні підсистеми [5] супутників, а групам супутників з однаковими або близькими значеннями півосей орбіт приписано одне значення n. Так були "об'єднані" XIV та XV супутники Юпітера ($n = 2$), V (Амальтея) має $n = 3$, ..., IV (Калісто) — $n = 8$. "Об'єднані" також супутники Сатурна Атлас, Прометей і Пандора ($n = 1$), Епіметей і Янус ($n = 2$), Тефія, Телесто і Каліпсо ($n = 5$), Діона й Елена ($n = 6$). Враховано "люк" між Реєю ($n = 8$) і Титаном ($n = 10$): для a_9 взято значення, одержане за формулою Блеґґ для підсистеми Сатурна [2]. У підсистемі Урана "об'єднано" супутники U7 та U8 ($n = 1$), U9, U3, U6, U2, U1, U4 ($n = 2$), супутник U5 має $n = 3, \ldots,$ UIV (Оберон) — $n = 9$. Для близьких орбіт приймали, що a_n дорівнює їхньому середньому арифметичному значенню. Кільця Сатурна й Урана до уваги не брали. Крива 1 на рис. 4 відповідає α_n для підсистеми планет, крива 2 — підсистемі супутників Юпітера, 3 — Сатурна, 4 — Урана. Криві 2 і 4 в цілому досить подібні до кривої 1: чітке виділення трьох груп орбіт, максимуми і мінімуми розташовані в околі тих самих значень n. Однак вони дещо деформовані в області $1 \leq n \leq 4$. Крива 3 подібна до кривої 1 (як і до 2 та 3) лише в області $n \geq 6$, тобто у периферійній області регулярних підсистем супутників. Імовірно, що периферійна структура підсистем вторинних тіл найменше зазнала еволюційних впливів і в загальних рисах зберегла свою первісну форму. Подібність кривих 1–4 в області $n \geq 6$ підтверджує гіпотезу гетегонії [1] — споріднености процесів формування вторинних тіл навколо масивного центрального тіла — зорі чи планети.

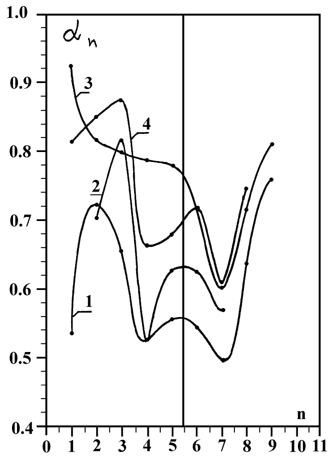

Рис. 4.

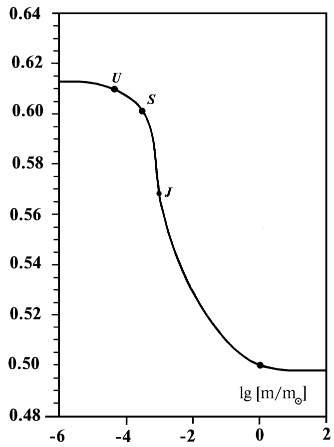

Рис. 5.

Дослідження залежности структури підсистеми вторинних тіл від маси центрального тіла наштовхується на значні труднощі, зумовлені неповнотою (недобудованістю) підсистем супутників у периферійній області та деформацією їхньої структури біля центра. Оцінити цю залежність можна, використовуючи периферійні частини кривих 1–4. Зважаючи на хід кривих 1–4, розглянемо залежність від маси центрального тіла одного з α_n. На рис. 5 зображено залежність величини α_7, що відповідає другому мінімуму кривих α для різних підсистем вторинних тіл, від логарифма маси (в одиницях маси Сонця $m_\odot$) центрального тіла. Як видно з рис. 5, ця залежність є слабкою і $\alpha_7(m)$ змінюється в невеликих межах $(0.5 \le \alpha_7(m) \le x)$ на величезному інтервалі зміни m. Звідси випливає, наприклад, що планетна система Сонця є досить універсальною: системи планет подібної структури повинні утворюватись навколо одиноких зір, маси яких можуть значно відрізнятись від маси Сонця. Звичайно, ми припускаємо, що умови формування цієї зорі та її планет близькі до умов утворення Сонячної системи (зокрема хемічний склад первинної хмари).

Розглянемо ще питання про опис відстаней супутників від планети формулою (2.11). Як відомо, у формулі Блеґґ [2] для підсистем супутників використовується $b = 1.7275$, як і для підсистеми планет. Це деяке непорозуміння, пов'язане з інваріянтністю зображення (2.11) щодо вибору параметра b. Ми покажемо, що оптимальне його значення b_0 повинно бути функцією маси центрального тіла. Справді, середнє $\langle\, \alpha_n^{-1} \,\rangle$ для найменш добудованої системи Юпітера дорівнює 1.58200..., а для підсистеми Урана — 1.36216... . Навіть коли обмежитися периферійними частинами відповідних підсистем, то середнє $\langle\, \alpha_n^{-1} \,\rangle$ на інтервалі $6 \le n \le 9$ для планет дорівнює 1.6814... , а для Сатурна — 1.4164... . Оскільки $b_0 \approx \langle\, \alpha_n^{-1} \,\rangle$, то звідси випливає його залежність від маси центрального тіла. Наближено для різних підсистем вторинних тіл параметр b_0 повинен бути в околі точки

$$b_0(m) = b_0(m_\odot)\ \alpha_7(m_\odot)\ \alpha_7^{-1}(m). \tag{3.1}$$

Такий вибір оптимальний в тому сенсі, що функція $\varphi_{b_0}(n)$ буде найменш відхилятися від нуля, і, отже, найліпше визначатиме знаменник геометричної прогресії, принаймні для периферійних частин відповідних підсистем. Звідси випливає обмеження на відбір значень параметра b_0 при модельних розрахунках планетних систем, коли одержують як малі, так і великі його значення [15].

IV. ЗАКІНЧЕННЯ

У минулі часи була глибока віра у впорядковану, гармонійну будову світу (див., наприклад, назву головної праці Кеплера [16]). Процес пізнання, який деякі філософи трактують як процес поступової втрати ілюзій, не привів до повної втрати цієї віри і в наш час. Питання про гармонію у будові Сонячної системи зараз викликає такий самий інтерес, як і в часи Кеплера. Як видно з рис. 1, в цілому система планетних орбіт має структуру, близьку до гармонійної. Очевидно, що сучасна структура орбіт сформувалась у результаті еволюції і відповідає умові стабільности системи планет. Співмірності між сусідніми і віддаленими орбітами, а також співвідношення (2.8) свідчать про наявність в'язей, що накладаються на середній рух усіх планет. Це можна наближено інтерпретувати як деякий резонансний стан всієї системи, який забезпечує її стабільність.

З рис. 4 бачимо добре виражену подібність у структурі системи планетних орбіт і периферійних орбіт супутникових систем Юпітера, Сатурна й Урана. Відношення $\alpha_n = a_n\ a_{n+1}^{-1}$ дає змогу стверджувати, що характер структури орбіт вторинних тіл не є універсальною характеристикою, а функцією маси центрального тіла. В цьому контексті "золотий переріз" можна розглядати як деяку границю, що досягається у структурі орбіт вторинних тіл навколо центральних тіл великої маси, передусім навколо зір з масами, близькими або більшими від маси Сонця.

[1] Х. Альвен, Г. Аррениус, *Эволюция Солнечной системы* (Мир, Москва, 1979).
[2] М. М. Ньето, *Закон Тициуса–Боде* (Мир, Москва, 1976).
[3] В. С. Сафронов, А. В. Витязев, *В сб.: Итоги науки и техники, сер. Астрономия* (ВИНИТИ, Москва, 1983).
[4] *Спутники Юпитера: В 3-х ч.* (Мир, Москва, 1985).
[5] *Система Сатурна. Сб. ст.* (Мир, Москва, 1990).
[6] Ф. В. Ковалев, *Золотое сечение в живописи* (Вища школа, Київ, 1989).
[7] Д. Я. Мартынов, *Курс общей астрофизики* (Наука, Москва, 1988).
[8] Н. Н. Воробьев, *Числа Фибоначчи* (Наука, Москва, 1974).
[9] А. П. Стахов, *Введение в алгоритмическую теорию измерения* (Сов. радио, Москва, 1977).
[10] А. Уайт, *Планета Плутон* (Мир, Москва, 1983).
[11] C. H. Schuette, Pop. Astron. **57**, 176 (1949).
[12] D. Rawlins, M. Hammerton, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **162**, 261 (1973).
[13] J. L. Brady, Publ. Astron. Soc. Pac. **84**, 314 (1972).
[14] M. A. Blagg, Mon. Not. R. Astron. Soc. **73**, 414 (1913).
[15] S. H. Dole, Icarus **13**, 494 (1970).
[16] J. Kepler, *Harmonices Mundi Libri V* (Ioannes Placus, Lincii, Austriae, Johann Blancken, Lintz, Austria, 1619).

THE ORBITS STRUCTURE FOR THE SUBSYSTEMS OF SECONDARY BODIES IN THE SOLAR SYSTEM

M. Vavrukh

Lviv State University, Chair for Astrophysics

8 Kyrylo and Mefodij Str., Lviv, UA–290005, Ukraine

The structure detail of the planet orbit also orbit in the satellite subsystem of Jupiter, Saturn and Uranium were investigated. It was shown in general that for the planets subsystem the “golden section” rule performs aproximately. An estimation for the parameters of trans plutonium planet was carried out. Blagg’s formulae for the planet orbits was refined. The orbit structure dependence for the subsystem of secondary bodies on the mass of the central body was investigated.