ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 2, № 1 (1998) с. 16–22

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 2, No 1 (1998) p. 16–22

ТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ШИРИН СПЕКТРАЛЬНИХ ЛІНІЙ АТОМІВ У ЗОРЯНИХ АТМОСФЕРАХ

І. О. Вакарчук, Р. Є. Рикалюк, Л. М. Янків–Вітковська
Львівський державний університет імені Івана Франка,
вул. Драгоманова, 12, Львів, UA–290005, Україна

(Отримано 17 квітня 1997)

Знайдено явні вирази для постійної загасання γ та зсуву частоти Δ лоренцівського профілю коефіцієнта поглинання в спектральній лінії з урахуванням непружних зіткнень та постван-дер-ваальсівських взаємодій випромінюючого атома зі збурюючими частинками. Непружні зіткнення характеризують постійним параметром, який дорівнює відношенню уявної частини фази розсіяння до дійсної. Для величини γ/γ_0, де γ_0 — ван-дер-ваальсівська постійна загасання в наближенні Вайскопфа–Ліндгольма, отримано два типи розкладів за степенями температури. Урахування цих ефектів приводить до збільшення постійної загасання і є достатнім для отримання кількісних результатів для профілів фраунгоферових ліній без неправомірного збільшення "руками" величини γ (так звана емпірична постійна загасання), яке використовують при аналізі зоряних спектрів.

Ключові слова: постійна загасання, коефіцієнт поглинання, профіль спектральної лінії, потенціял взаємодії, постван-дер-ваальсівські мультипольні взаємодії, непружні зіткнення.

PACS number(s): 05.30.-d, 67.40.-w, 67.55.-s

I. ВСТУП

Аналіз випромінювання зорі з метою одержання достовірних висновків про природу і будову космічних об'єктів вимагає глибокого вивчення механізмів взаємодії випромінювання з атомними системами. Зоряна атмосфера більшости зір складається в основному з водню та гелію, атомів інших елементів на декілька порядків менше. Певна кількість атомів і молекул унаслідок взаємодії з випромінюванням і між собою знаходиться на різних ступенях йонізації. Повний опис атмосфери зорі вимагає спільного розв'язку рівняння переносу випромінювання та рівнянь, які визначають заселеність квантових станів атомів [1, 2]. Центральну роль у цьому описі в наближенні однофотонних переходів відіграє така величина, як коефіцієнт поглинання світла [1–3].

Профіль так званого коефіцієнта поглинання в лінії, тобто його залежність від частоти світла, як і профіль спектральної лінії атома, формує цілий ряд механізмів. Повний профіль є згорткою профілів, які утворюються внаслідок дії різних механізмів [1,4]. Серед цих механізмів визначальним для крила спектральної лінії є ударний механізм, який приводить до утворення лоренцівського профілю [4]. Задача безпосереднього обчислення повного профілю, коли діє декілька механізмів, є далеко не простою і вимагає окремих досліджень для конкретних задач [5].

Основною величиною, що характеризує контур Лоренца, є постійна загасання γ, яка визначає його ширину. Її величина та температурна залежність є дуже важливими для аналізу зоряних спектрів. Зокрема, добре відомо, що для узгодження спостережувальних профілів фраунгоферових ліній з теоретично розрахованими постійну загасання, яку дає теорія Вайскопфа–Ліндгольма [1, 2, 4], збільшують "руками" (так званий емпіричний метод визначення γ). У деяких випадках це штучне збільшення є неприродно значним, що трактують як неспроможність теорії дати кількісний опис профілів фраунгоферових ліній [6]. Докладний огляд проблем, пов'язаних з визначенням постійної загасання, зроблено у монографії [7]. Її автори вказують на складність та малонадійність теоретичних розрахунків γ. На наш погляд, це не так — необхідно детальніше дослідити отримані з перших принципів величини, що характеризують профілі спектральних ліній атомів.

Мета нашої роботи — виходячи з першопринципних виразів для постійної загасання, виявити частину тих механізмів, що приводять до її збільшення у порівнянні з Вайскопф–Ліндгольмівським значенням для ван-дер-ваальсівських міжатомних взаємодій.

II. ВИХІДНІ ВИРАЗИ ТА ПРИПУЩЕННЯ

Постійна загасання γ та зсув частоти Δ випромінювання атома, що взаємодіє з іншими частинками за механізмами, які формують лоренцівську складову профілю його спектральної лінії

$$I(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0 - \Delta)^2 + (\gamma/2)^2}, \tag{2.1}$$

пов'язані з перерізом розсіяння σ таким рівнянням [4]:

$$\gamma/2 - i\Delta = \frac{N}{V} < v\sigma >, \tag{2.2}$$

де

$$\sigma = \int_0^\infty (1 - e^{i\delta}) 2\pi\rho d\rho, \tag{2.3}$$

тут ρ — прицільна відстань, а комплексна фаза

$$\delta = \eta + i\Gamma, \tag{2.4}$$

в якій дійсна частина η дорівнює різниці зсувів фаз станів атома, між якими відбуваються переходи на частоті ω_0. Цей зсув фаз обумовлений зсувом енерґетичних рівнів атома внаслідок його взаємодії зі збурюючими частинками, число яких в об'ємі V дорівнює N. Для простоти записів розглядаємо один сорт збурюючих частинок. Крім того, для зоряних атмосфер, як уже згадувалось, саме такий випадок і має місце — збурюючими частинками виступають атоми водню. Величина 2Γ дорівнює повній імовірності переходу атома з кожного зі станів, між якими відбувається перехід на частоті ω_0 на усі інші стани. Величина Γ приводить до додаткового розширення спектральних ліній. Це так зване розширення внаслідок непружних зіткнень. Ми не беремо тут до уваги природну або радіяційну ширини спектральної лінії атома. Величина v — це швидкість атома відносно збурюючої частинки; кутові дужки в (2.2) означають усереднення за швидкостями.

Наші розрахунки ми будемо проводити в припущенні, що виконуються умови для квазікласичного наближення, коли дійсна частина фази [4]

$$\eta = -\frac{1}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} \Delta E(t) dt, \tag{2.5}$$

де ΔE — поправка до енерґії атома, обумовлена його взаємодією зі збурюючою частинкою, t — час. Енерґія ΔE є не чим іншим, як потенціяльною енерґією взаємодії V між атомом, що випромінює або поглинає світло (йоном, молекулою, ...), та оточуючими частинками:

$$\eta = -\frac{1}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} V(R) dt, \tag{2.6}$$

$$R = \sqrt{\rho^2 + v^2 t^2}.$$

Зробимо ще одне припущення стосовно величини Γ. Перші незникаючі внески в η та Γ дає другий порядок квантовомеханічної теорії збурень. У зв'язку з цим покладемо

$$\Gamma = p\eta, \tag{2.7}$$

де вільний параметр p називатимемо параметром непружних зіткнень, причому природно очікувати, що $0 \le p \le 1$.

Будемо розглядати розріджену систему частинок, якою є зоряна атмосфера. У такому випадку внесок в η визначатиметься, головним чином, взаємодіями між частинками на великих відстанях, коли потенціяльна енерґія V складається із взаємодій між їхніми мультипольними моментами і спадає з відстанню R за степеневим законом:

$$V = -\hbar \sum_{l \ge 0} \frac{C_{n+2l}}{R^{n+2l}}. \tag{2.8}$$

При $n = 4$ маємо випадок йон–атомного потенціялу; $n = 6$ — це потенціял "атом–атом", тобто взаємодія між двома нейтральними атомами, яка визначається в основному ван-дер-ваальсівською взаємодією $\sim R^{-6}$. Постійну Планка $\hbar$ ми ввели в (2.8) для зручности та узгодження з загально прийнятими позначеннями в теорії зоряних спектрів.

III. ПЕРЕРІЗ ЗІТКНЕНЬ

Відповідно до прийнятого нами припущення (2.7), переріз зіткнень (2.3) записуємо у вигляді

$$\sigma = \int_0^\infty (1 - e^{-z\eta}) 2\pi\rho d\rho, \tag{3.1}$$

$$z = p - i.$$

Фаза η з урахуванням (2.6) та (2.8) легко розраховується

$$\eta = \sum_{l \ge 0} \frac{C_{n+2l}}{v\rho^{n-1+2l}} \frac{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1+2l}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+2l}{2}\right)}, \tag{3.2}$$

де $\Gamma(x)$ — гамма–функція. Тут зручно виділити ведучу асимптотику при $l = 0$ і зробити в (3.1) заміну

$$x = \frac{C_n}{v\rho^{n-1}} \frac{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma(n/2)}. \tag{3.3}$$

У результаті переріз зіткнень

$$\sigma = \frac{2\pi}{n-1}\left(\frac{C_n}{v}\right)^{\frac{2}{n-1}} \left[\frac{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma(n/2)}\right]^{\frac{2}{n-1}} I, \tag{3.4}$$

де величина

$$I = \int_0^\infty x^{-\frac{n+1}{n-1}} (1 - e^{-z\eta}) dx, \tag{3.5}$$

$$\eta = x + q,$$

$$q = \sum_{l \ge 1} a_l v^{\frac{2l}{n-1}} x^{1+\frac{2l}{n-1}}, \tag{3.6}$$

$$a_l = C_{n+2l} \frac{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1+2l}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+2l}{2}\right)} \times \left[\frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)C_n}\right]^{\frac{n-1+2l}{n-1}}. \quad (3.7)$$

Фаза η залежить від температури T, оскільки після усереднення за швидкостями $v \sim T^{1/2}$ (припускається, що розподіл за швидкостями є максвелівським). Отже, величина I залежить від температури через залежність q від температури у вигляді ряду за степенями $T^{1/(n-1)}$. У зв'язку з цим маємо змогу здійснити розклад і для перерізу σ, що своєю чергою дасть розклад постійної загасання γ та зсуву частоти Δ за відповідними степенями температури.

IV. РОЗКЛАДИ ЗА СТЕПЕНЯМИ ШВИДКОСТИ

Для встановлення температурної залежности постійної загасання необхідно здійснити розклад величини I за степенями швидкости v. З цією метою зобразимо інтеґрал (3.5) у вигляді суми двох

$$I = I_1 + I_2, \quad (4.1)$$

$$I_1 = \int_0^\infty (1 - e^{-zx}) x^{-\frac{n+1}{n-1}} dx, \quad (4.2)$$

$$I_2 = \int_0^\infty x^{-\frac{n+1}{n-1}} e^{-zx} \times \left\{1 - \exp\left[-z \sum_{l\geq 1} v^{\frac{2l}{n-1}} a_l x^{1+\frac{2l}{n-1}}\right]\right\} dx. \quad (4.3)$$

Перший інтеґрал інтеґруванням частинами обчислюється елементарно,

$$I_1 = \frac{n-1}{2} z^{\frac{2}{n-1}} \Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right). \quad (4.4)$$

Другий інтеґрал обчислюємо шляхом розкладу підінтеґрального виразу в ряд за степенями швидкости v. Інтеґрали, що виникають при цьому, є також елементарними. У результаті

$$I_2 = \sum_{l\geq 1} a_l v^{\frac{2l}{n-1}} z^{\frac{2-2l}{n-1}} \Gamma\left(2 + \frac{2l}{n-1} - \frac{n+1}{n-1}\right) - \frac{1}{2!} \sum_{l_1\geq 1}\sum_{l_2\geq 1} a_{l_1} a_{l_2} v^{\frac{2(l_1+l_2)}{n-1}} z^{\frac{2-2(l_1+l_2)}{n-1}} \Gamma\left(3 + \frac{2(l_1+l_2)}{n-1} - \frac{n+1}{n-1}\right)$$
$$+ \frac{1}{3!} \sum_{l_1\geq 1}\sum_{l_2\geq 1}\sum_{l_3\geq 1} a_{l_1} a_{l_2} a_{l_3} v^{\frac{2(l_1+l_2+l_3)}{n-1}} z^{\frac{2-2(l_1+l_2+l_3)}{n-1}} \Gamma\left(4 + \frac{2(l_1+l_2+l_3)}{n-1} - \frac{n+1}{n-1}\right) + \ldots \; . \quad (4.5)$$

Підставимо (4.1) з урахуванням формул (4.4) та (4.5) у вираз для перерізу (3.4), який своєю чергою підставимо у формулу (2.2) і знаходимо:

$$\gamma/2 - i\Delta = \frac{N}{V} \frac{2\pi}{n-1} \left[\frac{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma(n/2)} C_n\right]^{\frac{2}{n-1}} \left\{\frac{n-1}{2} \Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right) z^{\frac{2}{n-1}} \langle v^{\frac{n-3}{n-1}} \rangle\right.$$
$$+ \sum_{k\geq 1} \frac{(-)^{k+1}}{k!} \sum_{l_1\geq 1}\sum_{l_2\geq 1} \ldots \sum_{l_k\geq 1} a_{l_1} a_{l_2} \ldots a_{l_k} \Gamma\left(k + 1 + \frac{2(l_1+l_2+\ldots+l_k)}{n-1} - \frac{n+1}{n-1}\right) \quad (4.6)$$
$$\left.\times z^{-\frac{2}{n-1}(l_1+l_2+\ldots+l_k-1)} \langle v^{\frac{n-3}{n-1} + \frac{2(l_1+l_2+\ldots+l_k)}{n-1}} \rangle\right\}.$$

Величину $z = p - i$ можна записати в експоненціяльній формі як

$$z = \sqrt{1+p^2} exp\left[-i \mathrm{arctg} \frac{1}{p}\right]. \quad (4.7)$$

Виділяючи тепер з виразу (4.6) дійсну та уявну частини знаходимо

$$\gamma/2 = \frac{N}{V} \frac{2\pi}{n-1} \left[\frac{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma(n/2)} C_n\right]^{\frac{2}{n-1}} \left\{\frac{n-1}{2} \langle v^{\frac{n-3}{n-1}} \rangle \Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right) (1+p^2)^{\frac{1}{n-1}} \cos\left(\frac{2}{n-1} \mathrm{arctg} \frac{1}{p}\right)\right.$$

$$+\sum_{k\geq 1}\frac{(-)^{k+1}}{k!}\sum_{l_1\geq 1}\sum_{l_2\geq 1}\dots\sum_{l_k\geq 1}a_{l_1}a_{l_2}...a_{l_k}\langle v^{\frac{n-3}{n-1}+\frac{2(l_1+l_2+\ldots+l_k)}{n-1}}\rangle\Gamma\left(k+1+\frac{2(l_1+l_2+...+l_k)}{n-1}-\frac{n+1}{n-1}\right)$$

$$\times (1+p^2)^{-\frac{l_1+\ldots+l_k-1}{n-1}}\cos\left[\frac{2}{n-1}(l_1+...+l_k-1)\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right]\Bigg\}. \qquad (4.8)$$

Якщо у цьому виразі у правій частині косинуси замінити на синуси, то ми отримуємо вираз для зсуву частоти Δ:

$$\Delta=\gamma/2 \text{ (при } \cos\alpha\to\sin\alpha). \qquad (4.9)$$

V. ПОСТВАН-ДЕР-ВААЛЬСІВСЬКІ МУЛЬТИПОЛЬНІ ВЗАЄМОДІЇ І ТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ПОСТІЙНОЇ ЗАГАСАННЯ

Нагадаємо, що якщо розподіл за швидкостями є максвелівським, то середнє значення

$$<v^{\nu}>=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2T}{M}\right)^{\nu/2}\Gamma\left(\frac{\nu+3}{2}\right), \qquad (5.1)$$

де M — зведена маса атома, T — температура в енерґетичних одиницях. Отже, з (4.8) ми отримуємо в явному вигляді залежність постійної загасання γ від температури.

Доцільно виділити головний внесок у γ — перший доданок у (4.8):

$$\gamma_0=\frac{N}{V}4\sqrt{\pi}\left(\frac{2T}{M}\right)^{\frac{n-3}{2(n-1)}}$$

$$\times\Gamma\left(\frac{2n-3}{n-1}\right)\Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right)\times\left[\frac{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}{\Gamma(n/2)}C_n\right]^{\frac{2}{n-1}}$$

$$\times(1+p^2)^{\frac{1}{n-1}}\cos\left[\frac{2}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right]. \qquad (5.2)$$

У випадку $n=6$ при $p=0$ отримуємо ван-дер-ваальсівську постійну загасання в наближенні Вайскопфа–Ліндгольма:

$$\gamma_{WL}=\gamma_0(p=0)=\frac{N}{V}C_6^{2/5}\left(\frac{8T}{\pi M}\right)^{3/10}$$

$$\times 2\pi\Gamma\left(\frac{9}{5}\right)\Gamma\left(\frac{3}{5}\right)\Gamma^{2/5}\left(\frac{5}{2}\right) \qquad (5.3)$$

$$\times\cos\frac{\pi}{5}=7.901\frac{N}{V}C_6^{2/5}\left(\frac{8T}{\pi M}\right)^{3/10}.$$

До цього виразу зробимо таке зауваження. Часто під швидкістю v у вихідному виразі для γ розуміють її середнє значення $<v>=(8T/\pi M)^{1/2}$. Тобто відбувається заміна $<v^{\nu}>\to<v>^{\nu}$. Хоча значної похибки така заміна не викликає, однак, згідно з означенням, в (2.2) ми повинні проводити усереднення за швидкостями усього виразу для γ. Саме у зв'язку з такою неправомірною заміною пов'язане те, що числове значення коефіцієнта в (5.3) в літературі є іншим. Наприклад, у [2] замість значення 7.901 наведено 8.08. Це збільшення якраз відповідає тому, що $<v^{3/5}>=<v>^{3/5}\,\Gamma(9/5)(4/\pi)^{1/5}$ і отже, $7.901/\Gamma(9/5)(4/\pi)^{1/5}=7.901/0.9775=8.0829$.

Друге зауваження стосується величини γ_0 при $p\neq 0$ та $p=0$:

$$\gamma_0/\gamma_{WL}=(1+p^2)^{\frac{1}{n-1}}\frac{\cos\left(\frac{2}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right)}{\cos\frac{\pi}{n-1}}. \qquad (5.4)$$

Легко бачити, що це відношення є більшим за одиницю. Отже, врахування непружних зіткнень збільшує постійну загасання, як і повинно бути. Причому це збільшення є значним. Наприклад, при $n=6$

$$\gamma_0(p=1)/\gamma_{WL}=1.3504. \qquad (5.5)$$

Ця чисельна оцінка внеску непружних зіткнень може частково виправдати вже згадане збільшення "руками" постійної загасання, яке практикують при аналізі зоряних спектрів.

Інший механізм збільшення постійної загасання — це врахування внеску від постван-дер-ваальсівських взаємодій. Дійсно, якщо розписати в явному вигляді розклад (4.8) з урахуванням (5.1) за степенями температури, то ми отримуємо

$$\gamma/\gamma_0=1+\sum_{k\geq 1}A_k(T/T_0)^{\frac{k}{n-1}}, \qquad (5.6)$$

де коефіцієнти A_k визначаються постійними постван-дер-ваальсівських взаємодій і перші три з них мають такий вигляд:

$$A_1 = \frac{2Q}{n\Gamma\left(\frac{2n-3}{n-1}\right)\Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right)(1+p^2)^{\frac{1}{n-1}}\cos\left[\frac{2}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right]}, \tag{5.7}$$

$$A_2 = Q^2\frac{(n+1)\Gamma\left(\frac{2n-1}{n-1}\right)\Gamma\left(\frac{n+1}{n-1}\right)}{n^2(1+p^2)^{\frac{2}{n-1}}\Gamma\left(\frac{2n-3}{n-1}\right)\Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right)}\left[\frac{2n}{n+2}\frac{C^*_{n+4}C^*_n}{C^{*2}_{n+2}} - 1\right], \tag{5.8}$$

$$A_3 = Q^3\frac{2(n+1)(n+3)\Gamma\left(\frac{2n}{n-1}\right)\Gamma\left(\frac{n+3}{n-1}\right)\cos\left[\frac{4}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right]}{n^3(1+p^2)^{\frac{3}{n-1}}\Gamma\left(\frac{2n-3}{n-1}\right)\Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right)\cos\left[\frac{2}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right]}$$

$$\times\left[\frac{C^*_{n+6}C^{*2}_n}{C^{*3}_{n+2}}\frac{n^2}{(n+2)(n+4)} - \frac{C^*_{n+4}C^*_n}{C^{*2}_{n+2}}\frac{n}{n+2} + \frac{1}{3}\right], \tag{5.9}$$

де

$$Q = \frac{C^*_{n+2}}{C^*_n}\left(\frac{m}{MC^{*2}_n}\right)^{\frac{1}{n-1}}\left[\frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\right]^{\frac{2}{n-1}}, \tag{5.10}$$

а температура

$$T_0 = 1Ry = \frac{me^4}{2\hbar^2}(= 1.578908\cdot 10^5\,\mathrm{K}), \tag{5.11}$$

m, e — маса та заряд електрона; зірочки біля C_n означають, що ці величини беруться в атомних одиницях. Попереднє повідомлення результатів (5.6)–(5.10) подано в [9].

Заміною в (5.7)–(5.9) косинусів на синуси отримуємо розклад аналогічний до (5.6) для частотного зсуву Δ/Δ_0, де Δ_0 — зсув, що відповідає величині $\gamma_0/2$:

$$\Delta_0/\frac{\gamma_0}{2} = \mathrm{tg}\left[\frac{2}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right]. \tag{5.12}$$

Для $n = 6$ при $p = 0$ це відношення дорівнює $\mathrm{tg}\pi/5 = 0.72654$; $\gamma_0/\Delta_0 = 2.7576$, [4].

Простий аналіз виразу (5.7) показує, що для фізичних значень параметрів, які входять у нього, завжди $A_1 > 0$. Отже, врахування постван-дер-ваальсівських взаємодій також веде до збільшення постійної загасання порівняно з γ_0.

Цікаво зробити числову оцінку величини A_k. Для прикладу візьмемо атом натрію в сонячній атмосфері, де збурюючими частинками виступають атоми водню. Числові значення атомних постійних C_n візьмемо з [8]. Отже, для системи Na–H маємо:

$$C^*_6 = 72,$$

$$C^*_8 = 4100,$$

$$1/M = 1/M_{N_a} + 1/M_H,$$

$$M = 0.9656 \text{ a.o.m.}$$

$$A_1 = 0.452,$$

$$A_2 = 0.295.$$

При температурі $T = 10^3$ K вираз (5.6) дає $\gamma/\gamma_0 \simeq 1.2$. Уже при цій не дуже високій, як для зоряної атмосфери, температурі збільшення γ є суттєвим.

VI. ІНШЕ ЗОБРАЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТИ ПОСТІЙНОЇ ЗАГАСАННЯ

Якщо ряд (5.6) для постійної загасання при високих температурах недостатньо швидко збігається, можна отримати інший розклад, виходячи з таких міркувань. Величину I з (3.5) перетворимо шляхом інтеґрування частинами:

$$I = \int_0^\infty x^{-\frac{n+1}{n-1}}[1 - e^{-z(x+q)}]dx \tag{6.1}$$

$$= \frac{n-1}{2}z^{\frac{2}{n-1}}\int_0^\infty y^{-\frac{2}{n-1}}e^{-y}(1+q^{'})e^{-zq}dy,$$

штрих біля q означає похідну по $y = zx$ у виразі (3.6). Функція q враховує вищі мультипольні взаємодії, тому їх внесок зручно враховувати за теорією збурень, розглядаючи вираз (6.1) як усереднення:

$$I = \frac{n-1}{2} z^{\frac{2}{n-1}} \Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right) \langle (1+q^{'}) e^{-zq} \rangle, \tag{6.2}$$

$$\langle ... \rangle = \int_0^\infty y^{-\frac{2}{n-1}} e^{-y} (...) dy / \int_0^\infty y^{-\frac{2}{n-1}} e^{-y} dy.$$

Вираз під знаком середнього перепишемо таким чином:

$$I = \frac{n-1}{2} z^{\frac{2}{n-1}} \Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right) \langle e^{\xi} \rangle, \tag{6.3}$$

$$\xi = \ln(1+q^{'}) - zq.$$

Середнє від експоненти знову зображуємо у вигляді експоненти від незвідних середніх

$$\langle e^{\xi} \rangle = \exp\{ < \xi > + \frac{1}{2!}[< \xi^2 > - < \xi >^2]$$

$$+ \frac{1}{3!}[< \xi^3 > -3 < \xi^2 >< \xi > +2 < \xi >^3] + ...\}$$

і в показнику експоненти збираємо доданки з однаковими степенями швидкости v.

Ми не наводимо тут цих простих, але доволі громіздких перетворень. Випишемо остаточний результат для постійної загасання:

$$\gamma/\gamma_0 = \exp\left\{ \left(\frac{2T}{M}\right)^{\frac{1}{n-1}} A\cos\phi + \left(\frac{2T}{M}\right)^{\frac{2}{n-1}} B\cos 2\phi + ... \right\}$$

$$\times \cos\left[\phi - \left(\frac{2T}{M}\right)^{\frac{1}{n-1}} A\sin\phi - \left(\frac{2T}{M}\right)^{\frac{2}{n-1}} B\sin 2\phi - ... \right], \tag{6.4}$$

тут

$$\phi = \frac{2}{n-1} \mathrm{arctg} \frac{1}{p},$$

$$A = \frac{2a_1}{(n-1)(1+p^2)^{\frac{1}{n-1}} \Gamma\left(1+\frac{n-2}{n-1}\right) \Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right)}, \quad B = \frac{\Gamma\left(2+\frac{1}{n-1}\right) \Gamma\left(\frac{n+1}{n-1}\right)}{(1+p^2)^{\frac{2}{n-1}} \Gamma\left(1+\frac{n-2}{n-1}\right) \Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right)}$$

$$\times \left\{ \frac{n+3}{n-1} a_2 - \frac{a_1^2}{(n-1)^2} \left[n+1 + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right) \Gamma\left(1+\frac{n-2}{n-1}\right) \Gamma\left(2+\frac{1}{n-1}\right) \Gamma\left(\frac{n+1}{n-1}\right)} \right] \right\},$$

а коефіцієнти a_1, a_2 визначені формулою (3.7).

Легко переконатись, що розклад виразу (6.4) в ряд за степенями $T^{1/(n-1)}$ повертає нас до результату, отриманого в попередньому розділі.

VII. ЗАКЛЮЧНІ ЗАУВАЖЕННЯ

Як випливає з наведених розрахунків, постійна загасання, що визначає лоренцівський профіль спектральної лінії, збільшується у порівнянні з Вайскопф–Ліндгольмівською теорією як за рахунок непружних зіткнень, так і внаслідок постван-дер-ваальсівських міжатомних взаємодій. Причому, як випливає з (5.5), (5.6) та (5.12), це збільшення є досить значним у тих шарах зоряної атмосфери, де температура є доволі високою. Зсув частоти Δ залежить від температури і густини, які змінюються з висотою в атмосфері зорі, що також приведе до зміни профілю спектральної лінії.

Звернемо увагу на те, що і сили відштовхування, яких ми тут не брали до уваги, також дають внесок у постійну загасання. Розрахунок величини γ з потенціялами, які враховують як сили притягання, так і відштовхування між частинками, наведено в [10,11,12]. Прикидочно цей внесок оцінимо величиною $\Delta\gamma \simeq N\pi a^2 \langle v \rangle / V = N 2\pi a^2 (8T/\pi M)^{1/2}/V$, де a — довжина розсіяння є величиною порядку атомного діяметра. Як бачимо з (5.2) та (5.6), ця температурна залежність збігається з тією, що визначається постван-дер-ваальсівською взаємодією "$1/R^{n+2}$", а це приведе до збільшення коефіцієнта A_1 в (5.6) на величину

$$\Delta A_1 = a^{*2}\left(\frac{m}{MC_n^{*2}}\right)^{\frac{1}{n-1}} \frac{\left[\Gamma(n/2)\,/\Gamma(1/2)\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\right]^{\frac{2}{n-1}}}{\Gamma\left(\frac{2n-3}{n-1}\right)\Gamma\left(\frac{n-3}{n-1}\right)(1+p^2)^{\frac{1}{n-1}}\cos\left[\frac{1}{n-1}\mathrm{arctg}\frac{1}{p}\right]},$$

тут зірочка біля a означає, що вона береться в атомних одиницях. Наприклад, для розглянутої вище системи Na–H при $a \simeq 2.6$Å величина $\Delta A_1 \simeq 0.595$, а це вже для $T = 10^3$ K дає $\gamma/\gamma_{WL} \simeq 1.92$.

Застосування отриманих виразів для величин γ та Δ до аналізу фраунгоферових ліній вимагає окремих досліджень, результати яких будуть наведені в наступній статті.

---

[1] Ч. Каули, *Теория звездных спектров* (Мир, Москва, 1974).

[2] Д. Михалас, *Звездные атмосферы* (Мир, Москва, 1982).

[3] І. О. Вакарчук, *Лекції з квантової теорії переносу випромінювання в зоряних атмосферах* (Львівський університет, Львів, 1985).

[4] И. И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров* (Физмат, Москва, 1963).

[5] И. А. Вакарчук, Б. Т. Бабий, Р. Е. Рыкалюк, Препринт Ин-та теор. физ. АН УССР, ИТФ–82–139 Р, Київ, 1982.

[6] Б. Т. Бабій, Р. Є. Рикалюк, Л. М. Янків–Вітковська, Вісн. Львів. ун-ту, сер. фіз. **27**, 15 (1995).

[7] Э. А. Гуртовенко, Р. И. Костык, *Фраунгоферов спектр и система солнечных сил осцилляторов* (Наукова думка, Київ, 1989).

[8] А. А. Радциг, Б. М. Смирнов, *Параметры атомов и атомных ионов. Справочник* (Энергоатомиздат, Москва, 1986).

[9] І. О. Вакарчук, Р. Є. Рикалюк, Л. М. Янків–Вітковська, *Інф. бюлетень. Українська астрономічна асоціація*, № 7, 86 (1995).

[10] Hindmarsh W. R., Petford A. D., Smith G., Proc. R. Soc. London, Ser. A **297**, 296 (1967).

[11] Смирнов В. М., Журн. эксп. теор. физ. **51**, 466 (1966).

[12] Roueff E., Astron. Astrophys. **7**, 4 (1970).

A TEMPERATURE DEPENDENCE OF THE WIDTH OF THE ATOM SPECTRAL LINES IN STELLAR ATMOSPHERES

I. O. Vakarchuk, R. E. Rykalyuk, L. M. Yankiv–Vitkovska

Lviv State University, Chair of Theoretical Physics

12 Drahomanov Str., Lviv, UA–290005, Ukraine

Explicit expressions for the damping constant γ and the frequency shift Δ of Lorentz's profile of absorption coefficient in spectral lines with the consideration of inelastic collisions and post Van der Waals interpretations of the radiating atom with exciting particles have been found. The inelastic collisions are characterized by a constant parameter which equals the relation of an imaginary part of the scattering phase to the real one. For the γ/γ_0 value where γ_0 is a Van der Waals damping constant in approximation of Weisskopt–Lindholm, there were received two types of expansions over the powers of temperature. Considering these effects leads to an increase of the damping constant and is enough for obtaining quantitative results for Fraunhofer's lines profiles without any illegitimate increase of the value of γ (the so called empirical damping constant) "by the hand" which is used in the analysis of stellar spectra.