

СПЕКТРИ П'ЄЗОФОТОПРОВІДНОСТИ В МОНОПОЛЯРНИХ НАПІВПРОВІДНИКАХ

Й. М. Стакіра¹, Р. Й. Стакіра²

¹Львівський державний університет імені Івана Франка, кафедра фізики напівпровідників,
бул. Драгоманова, 50, Львів, 290005, Україна

²Державний університет “Львівська політехніка”,
бул. С. Бандери, 12, Львів, 290601, Україна

(Отримано 24 лютого 1997 р.; в остаточному вигляді — 16 грудня 1997 р.)

Аналізується п'єзофотопровідність монополярних напівпровідників — явище, зумовлене спільною дією світла із області спектра, що відповідає міжзонному поглинанню, і механічної напруги. Розглядається випадок концентраційного механізму виникнення цього ефекту. Основні висновки роботи:

1. Концентрація нерівноважних носіїв струму може сутєво зростати зі зниженням ролі темпу рекомбінації, причому при низьких рівнях темпу рекомбінації може реалізуватися випадок нелінійного резонансу.

2. Струм п'єзофотопровідності зміщений по фазі відносно фази механічної напруги на величину кута, який визначається співвідношенням між ортогональними складовими темпу генерації і ступенем нелінійності темпу рекомбінації.

3. Спектр чутливості п'єзофотопровідності має осциляційний характер. При цьому спектр синфазної складової в основному описується функцією Бесселя нульового порядку, а спектр ортогональної до неї складової — похідною від цієї функції.

4. Сукупність нульових точок в спектрах ортогональних складових залежить від енергії кванта світла і від чутливості енергетичних станів до механічної напруги.

Ключові слова: п'єзофотопровідність, напівпровідники, спектри, динаміка п'єзофотопровідності, фазові запізнення.

PACS number(s): 72.20.Fr

I. ВСТУП

Модуляційна спектроскопія, як відомо [1], є одним з найбільш ефективних і доступних методів дослідження тонкої структури енергетичних зон напівпровідникових та діелектричних матеріалів. Серед різних засобів модуляції оптичних параметрів використання механічної напруги є одним з небагатьох, що дає змогу здійснити модуляцію параметрів кристала в чистому вигляді. Завдяки цьому інтерпретація результатів експерименту не викликає труднощів і вирізняється однозначністю, що зумовило широке використання цього методу для досліджень структури електронних станів. Незважаючи на це, поширення основної ідеї модуляційної спектроскопії на фотоелектричні явища не знайшло очікуваного застосування. Однак зрозуміло, що п'єзомодуляція фотопровідності, охоплюючи всі процеси оптичного поглинання, зумовлює також модуляцію параметрів, які характеризують процеси переносу носіїв заряду, кінетику їх концентрації і таке інше. Цим самим у порівнянні з модуляційною спектроскопією значно розширяються можливості вивчення електронних властивостей матеріалів цим методом. Слід зазначити, що експериментальні дослідження модуляційної фотопровідності набагато перевищують проможність оптичних методів з погляду виявлення тонкої структури експериментальних спектрів.

Ця робота присвячена аналізові загальних вла-

стивостей ефекту п'єзофотопровідності в напівпровідникових кристалах. Вона стимулювалась експериментальними результатами досліджень п'єзофотопровідності кристалів In_4Se_3 [2]. Серед цих результатів несподівано найцікавішими виявилися, на що слід наголосити, осциляційний спектр чутливості п'єзофотопровідності та суттєвий зсув до $\pi/2$ фази струму п'єзофотопровідності стосовно фази механічної напруги, який до того ж залежить від частоти світла. Крім цього, при дослідженні температурної залежності чутливості п'єзофотопровідності для окремих зразків In_4Se_3 було виявлено невеликий інтервал низьких температур, у якому вона мала надзвичайно велике значення. Як з'ясовано в нашій роботі, ці особливості можуть бути пояснені в рамках порівняно простої моделі, в основу якої покладені найзагальніші механізми зміни концентрації носіїв струму, зумовленої спільною дією світла й механічної напруги. Це свідчить про те, що ці особливості притаманні явищу п'єзофотопровідності взагалі.

II. РІВНЯННЯ ДИНАМІКИ КОНЦЕНТРАЦІЇ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ СТРУМУ В УМОВАХ АКУСТИЧНО-ОПТИЧНОГО ЗВУДЖЕННЯ

Електропровідність напівпровідника, який при статій температурі перебуває під спільною дією

світла й механічної напруги, можна схематично записати у вигляді такої суми:

$$\sigma = \sigma_0 + \beta I + \pi p + \theta p I, \quad (1)$$

де σ_0 — електропровідність у випадку відсутності вказаних впливів, βI — фотопровідність, πp — п'езопровідність, $\theta p I$ — п'езофотопровідність. Далі мова піде про складову електропровідності — п'езофотопровідність, яка пропорційна добуткові тиску p та інтенсивності світла I . Очевидно, що коефіцієнт θ при відповідних приростах тиску й інтенсивності світла є змішаною похідною від електропровідності за цими параметрами — $\partial^2 \sigma / \partial p \partial I$. Обмежимося розглядом п'езофотопровідності напівпровідника монополярного типу провідності, що зумовлена такими нескінченно малими приростами тиску й інтенсивності світла.

Нехай напівпровідник перебуває під дією світла постійної інтенсивності з області спектра, що відповідає власному поглинанню, і низькочастотної механічної напруги, яка змінюється за гармонічним законом. При цьому припускається, що частота механічної напруги Ω_0 є настільки гранично низькою, що всі електронні процеси повністю відслідковують дію механічної напруги.

Обмежимося розглядом напівпровідника з простою структурою зони провідності, вплив тиску на концентрацію вільного заряду в якому зумовлений тільки зміною ширини забороненої зони, як найбільш загальним механізмом такого впливу. Водночас вважатимемо, що середня рухливість носіїв струму не залежить від концентрації, і, таким чином, обмежимося знаходженням нерівноважної концентрації $n(t)$ як функції часу в умовах спільної дії світла й тиску.

Перейдемо до складання рівнянь для концентрації $n(t)$, яка генерується у встановленому режимі внаслідок спільної дії світла і механічної напруги, інтенсивності яких залежать від часу. Для цього скористаємося відомим рівнянням балансу числа частинок

$$\int_{t_0}^t \left[\frac{dn}{dt'} - G(t') + R(t') \right] dt' = 0, \quad (2)$$

де $G(t)$ і $R(t)$ — темпи сумарної генерації і рекомбінації.

Оскільки темпи генерації та рекомбінації завідомо є функціями часу, то немає достатніх підстав вважати, що підінтегральна функція в кожному випадку дорівнює нулеві. Очевидно, що у випадку змінних у часі генерації та рекомбінації відповідне рівняння балансу числа частинок може бути записане для приrostів цих величин — $\frac{d}{dt}G(t)\delta t$ і $\frac{d}{dt}R(t)\delta t$, що відбуваються протягом часу δt . Таким чином, приходимо до висновку, що рівняння для $n(t)$ у цьому випадку має вигляд:

$$\frac{d^2 n(t)}{dt^2} + \Omega_0^2(n(t) - n_0) = \frac{d}{dt}G(t) - \frac{d}{dt}R(t). \quad (3)$$

Другий порядок рівняння для концентрації, поза іншим, виправданий тим, що п'езофотопровідність є змішаною похідною і, отже, відповідне рівняння для неї повинне мати порядок не нижче другого.

В рівнянні (3) враховано, що за відсутності модулюваної дії світлового збудження зміна концентрації вільних носіїв заряду зумовлюється тільки механічною напругою низької частоти. Незалежно від механізмів зміни концентрації вільних носіїв при незначній дії механічної напруги (такій, що зміна концентрації є лінійною функцією деформації) ця концентрація змінюється за гармонічним законом з частотою Ω_0 . Отже, коливання концентрації $n_\varepsilon(t)$ у цьому випадку можуть розглядатись як вільні незгасаючі, які описуються рівнянням

$$\frac{d^2 n_\varepsilon}{dt^2} + \Omega_0^2(n - n_0) = 0. \quad (4)$$

У встановленому режимі часова залежність концентрації, згідно з рівнянням (4), має вигляд

$$n_\varepsilon(t) = n_0 + a \cos \Omega_0 t. \quad (5)$$

Ураховуючи, що добуток частоти Ω_0 на час релаксації концентрації є значно меншим від одиниці, знехтуємо зсувом фази коливань концентрації і механічної напруги.

Наявність світлового збудження, як легко бачити, приводить до додаткової зміни концентрації, викликаної генераційно-рекомбінаційними процесами. Темпи цих процесів, очевидно, також модулюються змінною механічною напругою з частотою Ω_0 . Стосовно концентрації нерівноважних носіїв вони відіграють роль спонукального і дисипативного факторів.

Що стосується темпу рекомбінації, то обмежимося основною формулою теорії Шоклі–Ріда [3] для стаціонарного випадку з одним типом пасток:

$$R(t) = \frac{n(t) - n_0}{\tau_0} \left[\frac{1 + b(n(t) - n_0)}{1 + a(n(t) - n_0)} \right], \quad (6)$$

де τ_0 — час релаксації концентрації при низьких рівнях збудження, а

$$b = \frac{\tau_{p0} + \tau_{n0}}{\tau_{p0}(n_0 + N_{cm})\tau_{n0}(p_0 + P_{vm})}, \quad a = \frac{1}{n_0 + p_0}, \quad (7)$$

p_0 — рівноважна концентрація дірок; τ_{p0} і τ_{n0} — час життя дірок стосовно захоплення центраторами, повністю заповненими електронами, і час життя електронів щодо захоплення цими ж центраторами, але повністю позбавленими електронів; N_{cm} і P_{vm} — ефективна густота станів зони провідності й валентної зони, приведених до енергетичного рівня пасток.

Темп оптичної генерації для стаціонарного режиму визначається звичайно як добуток інтенсивнос-

ти світла на коефіцієнт поглинання α з урахуванням коефіцієнта розмноження γ , $G = \gamma\alpha I$. Серед цих величин тільки коефіцієнт поглинання може істотно залежати від тиску. Однак використання цього виразу для квазістаціонарного режиму поглинання навіть у лінійному наближенні за механічною напругою було б некоректним, оскільки при зміні деформації кристала відсутні стаціонарні стани. У результаті цього ймовірність переходів між такими станами може бути функцією часу та істотно відрізнятись від імовірності переходу в стаціонарні стани. Тому часова і спектральна залежності оптичної генерації в аналізованих умовах вимагають детального розгляду.

ІІІ. ОСОБЛИВОСТІ ДИНАМІКИ СПЕКТРА МІЖЗОННОГО ПОГЛІНАННЯ ДЕФОРМОВАНОГО НАПІВПРОВІДНИКА

Проаналізуємо часову і спектральну залежності коефіцієнта поглинання напівпровідникового кристала, який перебуває під впливом змінної механічної напруги. При цьому мова піде про міжзонне поглинання, викликане світловим потоком постійної інтенсивності.

Рівняння Шредінгера в одноелектронному наближенні для таких умов має вигляд

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_0(\mathbf{r}) + W_\varepsilon(\mathbf{r}, t) + W_c(\mathbf{r}, t) \right] \Psi(\mathbf{r}, t), \quad (8)$$

де $W_c(\mathbf{r}, t)$ і $W_\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ — відповідно світлове і деформаційне збурення одноелектронного потенціалу $V_0(\mathbf{r})$ вільного кристала. Далі обмежимось лінійним наближенням за інтенсивністю світла і деформації в операторах збурення та використаємо добре відомі вирази для них.

У випадку накладання на кристал змінної механічної деформації $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \Omega_0 t$ функція $W_\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ має вигляд [4]

$$W_\varepsilon(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{m} \Delta + \frac{\partial V_0(\mathbf{r})}{\partial \varepsilon} \right] \varepsilon_0 \cos \Omega_0 t, \quad (9)$$

де перша складова зумовлена зміною періоду кристалічної гратки, а друга враховує зміну потенціалу, викликану деформацією.

Рівняння (8) описує еволюцію електронних станів під дією двох періодичних збурень суттєво різних частот. Розглянемо таку послідовність включення збурень, яка дає змогу вигідно проаналізувати поведінку системи і, очевидно, не впливає на кінцевий результат. Отже, нехай протягом часу від $t = -\infty$ до $t_0 = 0$ — часу включення механічної деформації — система перебувала в стаціонарному стані з відповідними енергіями стаціонарних станів електронів

$$E_n(\mathbf{k}) \equiv E_n.$$

Включення в момент часу t_0 змінної деформації кристала зумовлює нестаціонарний стан системи, у результаті чого енергії E_n залежать від часу. Далі розглянемо випадок настільки низьких частот Ω_0 , що електронні стани повністю відслідковують дію деформації, так що система повертається до попереднього стану за час $2\pi\Omega_0^{-1}$. Це, зокрема, означає, що виконується нерівність $\Omega_0 \ll E_n(\mathbf{k})\hbar^{-1}$.

Ця умова дає змогу обмежитися вивченням еволюції системи протягом часу t , що не перевищує періоду зміни деформації. Ураховуючи адібатичність збурення (9), обмежимось його середнім значенням протягом цього часу

$$\overline{W}_\varepsilon(\mathbf{r}, t) = W(\mathbf{r}) \frac{\sin \Omega_0 t}{\Omega_0 t}, \quad (10)$$

де інтервал часу t не перевищує час $2\pi\Omega_0^{-1}$, але значно більший від $E_n^{-1}\hbar$.

Беручи до уваги такий вигляд оператора збурення, запишемо хвильову функцію $\Psi(\mathbf{r}, t)$ для цього випадку як добуток

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \varphi(\mathbf{r})\Psi(t), \quad (11)$$

при цьому $\varphi(r)$ може мати форму лінійної комбінації не збурених деформацією хвильових функцій.

Використовуючи стандартну методику [5], запишемо рівняння для функції $\Psi(t)$ і одержимо його розв'язок. Рівняння має вигляд

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = \left[E_n + \langle W(\mathbf{r}) \rangle \frac{\sin \Omega_0 t}{\Omega_0 t} \right] \Psi(t), \quad (12)$$

де E_n — енергія електрона в незбуреному стані, а

$$\langle W(\mathbf{r}) \rangle = \int \varphi^*(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{m} \Delta + \frac{\partial V_0(\mathbf{r})}{\partial \varepsilon} \right] \varepsilon_0 \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (13)$$

Таким чином, для хвильової функції $\Psi(\mathbf{r}, t)$ з урахуванням сталості середнього значення $\overline{W}_\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ протягом часу t отримуємо вираз:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \varphi_n(\mathbf{r}) \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} [E_n t - W_n \sin \Omega_0 t] \right\}; \quad (14)$$

величина $W_n = \langle W(\mathbf{r}) \rangle \varepsilon_0 / \Omega_0$ характеризує зміну енергії електронного стану $\Psi_n(\mathbf{r}, t)$ під дією деформації. Відзначимо, що такий вираз для хвильової функції відповідає ідентичності стану системи в моменти часу t і $t + 2\pi\Omega_0^{-1}$.

Перейдемо до обчислення ймовірності міжзонного переходу на базі хвильових функцій $\Psi(\mathbf{r}, t)$ зони провідності $\Psi_c(\mathbf{r}, t)$ і валентної зони $\Psi_v(\mathbf{r}, t)$, які належать до станів з енергіями E_c і E_v відповідно. Нехай у момент часу $t = 0$ включається світлове збу-

рення. Використовуючи загальновідомий формулу відповідного оператора, знаходимо вираз для його матричного елемента:

$$W_{cv} = W_r \sum_{n=-\infty}^{\infty} j_n(\chi_\varepsilon) \times \frac{\exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E_v - E_c - \hbar\omega - n\hbar\Omega_0)t\right] - 1}{(E_v - E_c - \hbar\omega - n\hbar\Omega_0)}, \quad (15)$$

де $j_n(\chi_\varepsilon)$ — функції Бесселя, аргумент яких

$$\chi_\varepsilon = \frac{1}{\hbar}(W_v - W_c), \quad (16)$$

а W_r — співмножник від координатної частини матричного елемента, що включає в себе інтенсивність світла; W_v і W_c належать, відповідно, до валентної зони і зони провідності. Відзначимо, що χ_ε є деякою функцією хвильового вектора, як це випливає з виразу (13).

Квадрат модуля матричного елемента (15) має вигляд

$$|W_{cv}|^2 = |W_r|^2 \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} j_n(\chi_\varepsilon) j_m(\chi_\varepsilon) \times \frac{\exp(i(n-m)\Omega_0 t) - \exp(i(\Delta E_{cv} - \hbar\omega - \hbar n\Omega_0)/\hbar) - \exp(i(\Delta E_{cv} - \hbar\omega - \hbar m\Omega_0)/\hbar) + 1}{(\Delta E_{cv} - \hbar\omega - \hbar n\Omega_0)(\Delta E_{cv} - \hbar\omega - \hbar m\Omega_0)}, \quad (17)$$

тут $\Delta E_{cv} = E_v - E_c$. Цей вираз дає змогу знайти ймовірність міжзонного переходу за одиницю часу, яка буде функцією часу, і розрахувати коефіцієнт міжзонного поглинання.

Перед обчисленням доцільно врахувати деякі особливості, що стосуються експерименту. По-перше, візьмемо до уваги, що вимірювання складової провідності, яка відповідає п'єзофотопровідності, здійснюється на частоті модуляції резонансними приладами. По-друге, враховуємо, що зростання порядку функції Бесселя заданого аргументу приводить до різкого зменшення їхнього значення. Нарешті, по-третє, частота модуляції Ω_0 повинна мати невелике значення, яке відповідало б квазістационарному режимові.

Враховуючи ці зауваження, обмежимося найбільш істотними доданками виразу (17). Виділимо з суми (17) складові, які пропорційні до гармонік частоти Ω_0 , їх обмежимося доданками, пропорційними до нульового і першого порядку функцій Бесселя. У такому випадку вираз для ймовірності переходу має вигляд

$$P_{cv} = |W_r|^2 \left\{ j_0^2(\chi_\varepsilon) + \frac{1}{2} \frac{d}{d\chi_\varepsilon} j_0^2(\chi_\varepsilon) \cos \Omega_0 t \right\} \delta(\Delta E_{cv} - \hbar\omega) + \Sigma', \quad (18)$$

де Σ' є сума з виразу (17), в якій опущені складові з індексами n і m , що дорівнюють 0 і 1. Тут враховано, що $j_0(\chi_\varepsilon) j_1(\chi_\varepsilon) = \frac{1}{2} \frac{d}{d\chi_\varepsilon} (j_0^2(\chi_\varepsilon))$, а також прийнято, що час $t - t_0$ є таким, що виконується наближена рівність

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega + \Omega_0\right) t \sin\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega - \Omega_0\right) t}{\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega + \Omega_0\right) t \left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega - \Omega_0\right) t} \right\} \approx \frac{d}{dt} \delta\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega + \Omega_0\right) \delta\left(\frac{\Delta E_{cv}}{\hbar} - \omega - \Omega_0\right) = 0.$$

Не конкретизуючи вигляд матричного елемента W_r , який звичайно характеризує тип оптичних переходів, і використовуючи стандартну методику обчислення коефіцієнта поглинання, запишемо вираз для нього у вигляді

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 j_0^2(\chi_\varepsilon) \cos \Omega_0 t + \alpha_2 \frac{d}{d\chi_\varepsilon} j_0^2(\chi_\varepsilon) \sin \Omega_0 t, \quad (19)$$

де χ_ε є функцією енергії кванта, а α_1 і α_2 — величини, що є плавними функціями енергії кванта. При інтегруванні за хвильовим вектором деформованого кристала \mathbf{k}' враховано його залежність від часу $\mathbf{k}' = \mathbf{k}(1 - \varepsilon)$. Відповідно до цього темп оптичної генерації в рівнянні (5) запишемо у вигляді

$$G(t) = G_0 + G_1 \cos \Omega_0 t + G_2 \sin \Omega_0 t, \quad (20)$$

де G_0 , G_1 і G_2 є звичайно функціями частоти світла.

Як видно із виразу (20), в умовах спільної дії на напівпровідник світла і змінної напруги темп оптичної генерації має складові, що промодульовані за величиною та частотою. Останнє проявляється в залежності функцій Бесселя від величини енергії кванта. Відзначимо, що глибина частотної модуляції залежить від чутливості енергетичних станів до деформацій, а також від амплітуди і частоти деформацій. Таким чином, з погляду генерації вільних носіїв заряду внутрішня модуляція енергетичних станів електронів напівпровідника механічною напругою рівноцінна модуляції темпу генерації за частотою світла та його інтенсивністю.

Відзначимо також наявність зсуву фази темпу оптичної генерації стосовно фази механічної напруги, який, як видно з виразу (20), залежить від енергії кванта збудження.

IV. РІВНЯННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВІЛЬНИХ НОСІЙ СТРУМУ В УМОВАХ АКУСТИЧНО-ОПТИЧНОГО ЗБУДЖЕННЯ

Запишемо рівняння для часової залежності концентрації нерівноважних носіїв струму в умовах спільної дії світла і змінної механічної напруги, використовуючи вираз (20) для темпу оптичної генерації:

$$\frac{d^2 \Delta n}{dr^2} + \Omega_0 \Delta^2 n = \frac{d}{dt} \left\{ G_0 + G_1 \cos \Omega_0 t \right. \\ \left. + G_2 \sin \Omega_0 t - \frac{\Delta n(1+b\Delta n)}{\tau_0(1+a\Delta n)} \right\}, \quad (21)$$

де $\Delta n = n(t) - n_0$. Нелінійність рівняння (21) зумовлена нелінійністю темпу рекомбінації. Незважаючи на те, що в цьому випадку для рекомбінаційного процесу використано формулу теорії Шоклі–Ріда, нелінійність темпу рекомбінації є швидше правилом, ніж винятком. Характер цієї нелінійності звичайно залежить від конкретних властивостей напівпровідника, і тільки у виняткових випадках вона може бути неістотною.

Рівняння (21) з погляду динаміки концентрації нерівноважних носіїв заряду описує вплив генераційно–рекомбінаційних процесів на незгасаючі коливання цієї концентрації. Унаслідок нелінійності цих процесів частота коливань концентрації Ω може відрізнятись від частоти Ω_0 спонукального члена (темпу генерації). З практичного погляду важливо мати вираз для гармоніки, частота якої близька або рівна частоті модулюючого фактора, тому що якраз на цій частоті проводять звичайно вимірювання в експериментах. Беручи це до уваги, відшукаємо розв'язок рівняння (21), який відповідає періодичній залежності нерівноважної концентрації з частотою Ω , близькою до Ω_0 .

Наявність у правій частині рівняння (21) рекомбінаційного члена зумовлює його нелінійність. З по-

гляду фізики ступінь цієї нелінійності залежить від інтенсивності світлового збудження і при невисоких інтенсивностях може бути несуттєвим. Це дає змогу виділити в правій частині рівняння малий параметр, величина якого пропорційна інтенсивності світла, і використати відомий метод розкладу розв'язку в ряд за степенями цього параметра. З математичного погляду, однак, ця можливість виявилася здійсненою, якщо тільки мати справу з не дуже низькими частотами, оскільки таким параметром може бути обернене значення частоти [6]. Обмежуючись саме цим випадком, доведемо вигляд рівняння (21) до стандартного, який дає змогу застосувати вказаний метод, увівши такі заміни:

$$a(n - n_0)\tau_0 = f, \quad \Omega t = \tau, \quad \tau_0 \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} = 1 - \frac{\delta}{\Omega}, \quad (22)$$

$$\tau' = \tau \sqrt{1 - \delta/\Omega}, \quad x = \frac{b}{a}, \quad g_1 = aG_1\tau_0, \quad g_2 = aG_2\tau_0.$$

Після врахування цих замін і проведення нескладних перетворень рівняння набуває вигляду:

$$\frac{d^2 f}{d\tau^2} + f = \frac{1}{\Omega} \left\{ \delta f - g_1 \sin \tau' + g_2 \cos \tau' \right. \\ \left. - \frac{1}{\tau_0} \left[1 + \frac{(1-x)}{(1+f)^2} \right] \frac{df}{d\tau} \right\}. \quad (23)$$

Величина $1/\Omega$ тут виступає як малий параметр. У рівнянні (23) застосовано часовою залежністю рівноважної концентрації n_0 у виразі для рекомбінаційного доданка. Як видно з рівняння (21), це може привести до несуттєвої зміни амплітуди G_1 , залишаючи часову залежність правої частини рівняння незмінною і, таким чином, не впливаючи на часову залежність концентрації $n(t)$.

Перейдемо до еквівалентної рівнянню (23) системи рівнянь, увівши нові невідомі N і M :

$$f = N \cos \tau + M \sin \tau, \quad \frac{df}{d\tau} = -N \sin \tau + M \cos \tau. \quad (24)$$

Величини N і M є, очевидно, функціями часу, і відповідні рівняння для них мають вигляд

$$\frac{dN}{d\tau} = -\frac{1}{\Omega} F \left(N, M, \frac{dN}{d\tau}, \frac{dM}{d\tau}, \tau \right) \sin \tau, \\ \frac{dM}{d\tau} = \frac{1}{\Omega} F \left(N, M, \frac{dN}{d\tau}, \frac{dM}{d\tau}, \tau \right) \cos \tau, \quad (25)$$

де $F(N, M, \frac{dN}{d\tau}, \frac{dM}{d\tau}, \tau)$ — права частина рівняння

(23), у якій здійснена заміна f і $df/d\tau$ за формулами (24).

Далі будемо цікавитися зміною концентрації нерівноважних носіїв в режимі, що встановився. Це дає підставу використати відомий метод [7] усереднення в теорії нелінійних рівнянь для знаходження наближеного розв'язку системи (25). Усереднюючи праву частину рівнянь на інтервалі безрозмірного часу, що дорівнює 2π , одержимо вкорочену систему рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\tau} &= \frac{\pi}{\Omega} \{g_1 - \delta M - NQ\}, \\ \frac{dM}{d\tau} &= \frac{\pi}{\Omega} \{g_2 + \delta N - MQ\}. \end{aligned} \quad (26)$$

При усередненні правої частини рівнянь (25) прийнято, що $\tau' \approx \tau$; значення величини Q залежить від відношення $N^2 + M^2 = A^2$ до $(1 + f_0)^2$, де $f_0 = an_0$.

У випадку високих рівнів генерації, що відповідають нерівності $A^2 > (1 + f_0)^2$, для Q маємо

$$Q = \frac{1}{\tau_0} \left[x - \frac{2(1-x)}{A^2} \right], \quad (27)$$

у протилежному випадку

$$Q = \frac{1}{\tau_0} \left\{ x - \frac{2(1-x)}{A^2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{(1+f_0)^2 - A^2}} \right] \right\}. \quad (28)$$

У квазістационарному режимі, незалежно від конкретних виразів Q , для величин N і M маємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} N &= \frac{(xg_1 + g_2\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)]^{1/2}\} - 4gg_1(1-x)(\delta^2 + x^2)}{2g^2(\delta^2 + x^2)}, \\ M &= \frac{(xg_2 - g_1\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)]^{1/2}\} - 4gg_2(1-x)(\delta^2 + x^2)}{2g^2(\delta^2 + x^2)}. \end{aligned} \quad (30)$$

Як випливає з цих виразів, складові N і M суттєво залежать від відношення $b/a = x$ (6), особливо при малих значеннях цієї величини. Зменшення x приводить до послаблення ролі дисипативного члена в рівнянні (21) і тим самим наближає систему, яка описується цим рівнянням, до режиму нелінійного резонансу. Це добре ілюструється залежностями складових N і M від x , наведеними на рис. 1. Доречно відзначити, що зменшення темпу рекомбінації зі збільшенням концентрації нерівноважних носіїв, яке відповідає малим значенням x , не є рідкісним випадком [8] і, як правило, реалізується у вузькому інтервалі температур напівпровідника. На рис. 1 показана залежність амплітуди $A = (N^2 + M^2)^{1/2}$ від значення x .

Ураховуючи вирази (31), легко отримати величину зсуву фази φ між коливаннями концентрації і механічної напруги:

$$\varphi = \arctg \frac{(xg_2 - g_1\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)]^{1/2}\} - 4gg_2(1-x)(\delta^2 + x^2)}{(xg_1 + g_2\delta)\{g^2 + 4x(1-x) \pm [g^4 + 8g^2x(1-x) - 16\delta^2(1-x)]^{1/2}\} - 4gg_1(1-x)(\delta^2 + x^2)}. \quad (31)$$

Отже, зсув фази φ залежить головним чином від відношення величин g_1 і g_2 , і тільки при суттєвій нелінійності залежність від x і δ є відчутною.

причому величина суми $N^2 + M^2 = A^2$ задовільняє рівняння (оскільки Q залежить тільки від суми $N^2 + M^2 = A^2$), яке разом з одним рівнянням системи (29) дає змогу знайти N і M .

V. СПЕКТРАЛЬНА І ЧАСОВА ЗАЛЕЖНІСТЬ АКУСТИЧНО-ОПТИЧНО ЗБУДЖЕНОЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ НЕРІВНОВАЖНИХ НОСІЇВ ЗАРЯДУ

Перейдемо до аналізу розв'язків рівнянь для складових N і M у квазістационарному режимі для різних рівнів збудження. Акцентуємо увагу на тому, що загальні властивості цих розв'язків суттєво залежать від співвідношення генераційного і дисипативного членів рівняння (21), особливо відношення $b/a = x$. Як це видно безпосередньо з виразу для рекомбінаційного члена, величина x визначає не тільки темп рекомбінації носіїв, але і його залежність від ступеня збудження, що обумовлює ступінь нелінійності вихідного рівняння. Відзначимо також, що внаслідок різного, залежно від ступеня на длишковій концентрації нерівноважних носіїв заряду, виразу для величини Q (26), (27), число коренів алгебричної системи рівнянь, яка описує квазістационарний стан, різне.

Спочатку розглянемо високі рівні збудження. У квазістационарному режимі величини N і M у цьому випадку знаходимо простими розрахунками:

Як це видно із виразу (32), фаза коливань концентрації нерівноважних носіїв заряду, а отже, і струму п'єзофотопровідності, дещо зміщена стосовно фази деформації при неістотній різниці між частотами Ω_0 і Ω . Це зміщення в основному визначається складовими генерації g_1 і g_2 , а також характером нелінійності рекомбінаційного члена в рівнянні (5).

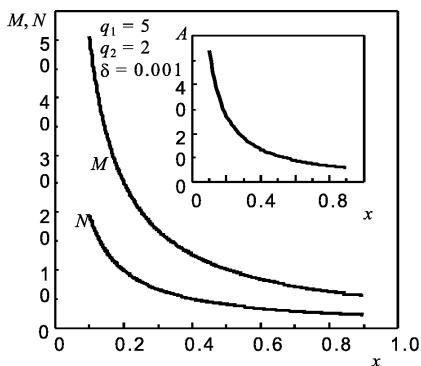


Рис. 1. Залежність синфазної (M) і зміщеної по фазі (N) складових та амплітуди A від темпу рекомбінації (x).

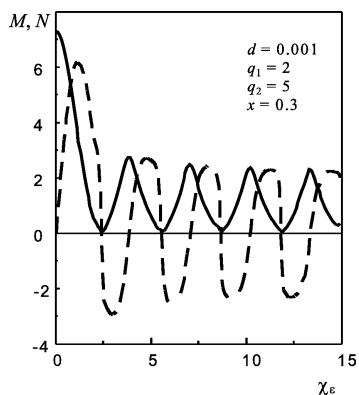


Рис. 2. Спектральна залежність синфазної (сплошна крива) і зміщеної по фазі (пунктирна крива) складових.

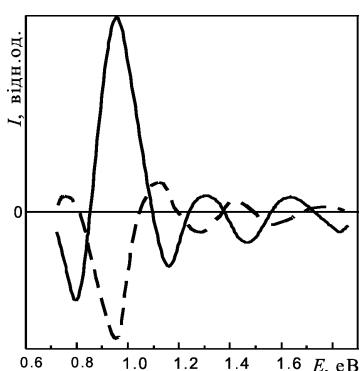


Рис. 3. Спектральні залежності синфазної (сплошна крива) і зміщеної по фазі (пунктирна крива) складових струму п'єзофотопровідності кристалів In_4Se_3 .

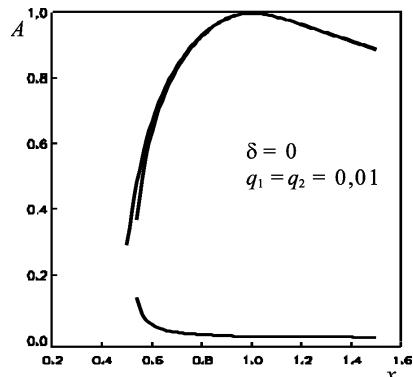


Рис. 4. Залежність амплітуди A від відношення b/a при низьких рівнях збудження.

Перейдемо до аналізу спектральних залежностей складових N і M . Як випливає із виразів (31), спектри цих складових зумовлені головним чином спектральними залежностями g_1 і g_2 . На рис. 2 представлений спектр синфазної та зміщеної по фазі на $\pi/2$ складових у залежності від безрозмірних значень аргументу χ_ε (16).

Таким чином, спектри обох складових мають осциляційний характер. При цьому спектри складових N і M є в такому відношенні, як функція і її похідна. Розміщення нульових точок близьке до періодичного в обох спектрах і визначається величиною χ_ε . Слід відзначити, що ця величина є функцією енергії кванта, оскільки χ_ε залежить від хвильового вектора, який набуває значення, що визначається з рівності

$$E_{0c}(\mathbf{k}) - E_{0v}(\mathbf{k}) - \hbar\omega = 0. \quad (32)$$

Отже, величина осциляційного періоду є тонкою характеристикою спектра і суттєво залежить від характеру зміни структури енергетичного спектра при деформації. Відзначимо дуже добру узгодженість висновку щодо осциляційного характеру спектра та зсуву фаз з експериментальними результатами [2]. Це наочно ілюструється спектрами синфазної та зміщеної по фазі на $\pi/2$ складових струму п'єзофотопровідності кристалів In_4Se_3 (рис. 3).

При невисоких рівнях збудження знаходження аналітичних розв'язків алгебричної системи рівнянь, яка відповідає системі (26), дещо ускладнене високим порядком рівнянь. Наведемо результати машинного розрахунку для цього випадку.

На рис. 4 зображені графіки залежності величини $N^2 + M^2$ від відношення x . Як і в попередньому випадку, залежність цих величин від x виявляє тенденцію до їхнього збільшення зі зменшенням x , що, звичайно, має очевидну інтерпретацію. Натомість корені, величина яких зменшується із зростанням ролі генерації, позбавлені фізичного сенсу.

-
- [1] М. Кордона, *Модуляционная спектроскопия* (Мир, Москва, 1977).
[2] И. М. Стакира, Физ. техн. полупр. **18**, 175 (1982).
[3] W. Shokley, W. T. Jr. Read, Phys. Rev. **87**, 835 (1952).
[4] Бир Г. Л., Пикус Г. Е., *Симметрия и деформационные эффекти в полупроводниках* (Наука, Москва, 1972).
[5] C. J. Eftihimion, D. Spector, Phys. Rev. A **49**, 2301 (1994).
[6] А. М. Заездный, В. Ф. Кушнир, Б. А. Фереман, *Теория нелинейных электрических цепей* (Связь, Москва, 1968).
[7] Ю. А. Митропольский, *Метод усреднения в нелинейной механике* (Наукова думка, Київ, 1971).
[8] Полупроводники в науке и технике, т. 2 (АН СССР, 1958), с. 12.

PIEZOPHOTOCONDUCTIVE SPECTRA IN MONOPOLAR SEMICONDUCTORS

J. M. Stakhira¹, R. J. Stakhira²

¹*The Ivan Franko State University of Lviv, Chair of Semiconductor Physics,
50 Drahomanov Str., Lviv, UA-290005, Ukraine*

²*State University "Lviv Polytechnic",
12 S. Bandera Str., Lviv, UA-290601, Ukraine*

Piezophotoconductivity of monopolar semiconductors has been analyzed. This phenomenon is brought about by a common action of light from the spectrum range that corresponds to interband absorption and by the low frequency mechanical pressure. The case of the concentration mechanism of bringing about this effect is examined. The main equation that describes the concentration dynamics of the nonequilibrium current carriers $n(t)$ in conditions of acousto-optical excitation is as follows

$$\frac{d^2n(t)}{dt^2} + \Omega^2 n(t) = \frac{d}{dt}(G - R), \quad (1)$$

where W is the frequency of mechanical pressure, G and R are generation and recombination rates of nonequilibrium current carriers.

The right side of equation (1) is extended by the calculated generation rate for the case of nonstationary electron states

$$G(t) = G_0 + G_1 \cos \Omega t + G_2 \sin \Omega t, \quad (2)$$

where G_1 and G_2 are values expressed through Bessel's functions of zero and first order. The main equation of Shockley-Read's theory is used for the recombination rate.

The solutions of equation (1) for these cases are received for the regime that is determined by the average method for high and small excitation levels. The main conclusions of the calculations are the following:

- 1) The concentration of nonequilibrium current carriers can considerably increase at the decreasing of recombination rate. The case of nonlinear resonance can be realized at low rate levels.
- 2) The current of piezophotoconductivity can be shifted on the phase as regards the mechanical pressure phase for the angle value which is determined by the ratio between the orthogonal component of generation rates and the degree of recombination rate nonlinearity.
- 3) The spectrum of sensitive piezophotoconductivity has an oscillating character and the spectrum of synphase component is mainly described by Bessel's function of a zero order and the spectrum of the orthogonal component is described by a derivative from this function.
- 4) The set of zero points in spectra of orthogonal constituents depends on the energy of light quantum and on the sensitivity of energetic states to mechanical pressure.