ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 3, № 3 (1999) с. 295–299

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 3, No. 3 (1999) p. 295–299

РОЛЬ ТЕНЗОРНИХ СИЛ У НУКЛОН–НУКЛОННОМУ РОЗСІЯННІ В РАМКАХ НЕЛІНІЙНОГО КІРАЛЬНОГО ЛАҐРАНЖІЯНА

В. І. Лендьел, О. О. Шпеник
Ужгородський державний університет
вул. Волошина, 32, Ужгород, 88000, Україна

(Отримано 20 липня 1999 р.)

Розглянуто проблему нуклон–нуклонного розсіяння в кіральному лаґранжевому підході. Для розрахунків був використаний SU(2)×SU(2) кірально–симетричний лаґранжіян з чотириферміонною взаємодією. Виявлено, що для отримання правильного ходу фаз розсіяння необхідно включити до розгляду тензорну складову взаємодії. У цьому підході отримані аналітичні вирази для розрахунків різних фаз розсіяння. Використовуючи лише два параметри, які однозначно знаходили з експериментальних довжин розсіяння, ми отримали кількісно і якісно правильні результати для фаз розсіяння.

Ключові слова: нуклони, лаґранжіян, фаза розсіяння, ферміони, кварки.

PACS number(s): 24.85.+p, 13.75.Cs, 25.30.Bf, 27.10.+h

На сьогодні інтерес фізиків до вивчення властивостей сильних взаємодій елементарних часток зсунувся з области низьких енерґій (< 1 ГеВ) в область високих енерґій — важкі кварки, струмені тощо. Водночас проблеми опису низькоенерґетичного піон–піонного, піон–нуклонного та нуклон–нуклонного розсіяння як були, так і залишаються нерозв'язаними. На жаль, у фізиці також панує закон моди.

Успіхи КХД в описі високоенерґетичних взаємодій адронів добре відомі. Однак в області середніх та особливо в області низьких енерґій її застосування зустрічається з великою кількістю принципових проблем. Однією з основних причин є те, що в області малих енерґій константа зв'язку α_s перестає бути малою і тому неможливе застосування методу збурень. Виявляється, для розв'язання цієї проблеми тут сильно може допомогти ідея надпровідникової моделі М. М. Боголюбова [1], за яку, до речі, він мав разом з Бардіним, Купером, Шріффером отримати Нобелівську премію. Основною ідеєю тут є те, що мезони з'являються як складові ферміон–антиферміонні стани. Подібно до того, як у надпровіднику при утворенні електрон–електронних пар виникала енерґетична щілина при низьких енерґіях, тут при введенні мезонних полів як ферміон–антиферміонних пар відбувалося спонтанне порушення кіральної симетрії і ферміонні поля набували маси [2].

Найпридатнішою кварковою моделлю, що описує в наближенні квантової теорії поля такі непертурбативні процеси, як спонтанне порушення симетрії та бозонізацію, є розширена модель Намбу–Йона–Лазініо з феноменологічними ефективними чотирикварковими взаємодіями [2]. Локальна чотирикваркова взаємодія утворює в qq каналі сильне притягування, що приводить до спонтанного порушення кіральної симетрії та виходу найлегших мезонів як qq–колективних збуджень.

При подальшому розвитку моделі Намбу–Йона–Лазініо досліджувалися безмасові кваркові поля, які за рахунок спонтанного порушення кіральної симетрії набували маси. Таким чином ми отримуємо той перехід, який приводить нас від кваркової взаємодії до чотириферміонної взаємодії.

Основною метою цієї роботи якраз і буде спроба висвітлити єдність кваркової фізики та проблеми нуклон–нуклонного розсіяння. Проблемою тут є енерґетична поведінка фаз розсіяння, адже з експериментальних даних видно, що тут роль має грати поряд із притяганням короткохвильове відштовхування. Воно виражається через зв'язані (дейтон) і антизв'язані (в протон–протонній системі) стани, а відтак, можливо, через логічний опис у рамках цієї теорії дипротонних резонансів, отриманих групою Трояна [3], які до сьогоднішнього часу ще не мають теоретичного обґрунтування. Виявляється, для отримання правильних теоретичних результатів у цій області небхідно ввести короткосяжні відштовхуючі сили тензорного характеру.

Важливим висновком серії робіт ([4] і цит. там література) було встановлення необхідности існування короткохвильового відштовхування. Таке відштовхування в піон–нуклонному розсіянні дозволило пояснити енерґетичний хід S– і P–фази [5]. Але це відштовхування вводилося напівфеноменологічно, і його природа залишалась нез'ясованою. Згодом такі ж висновки були зроблені й на підставі нелінійних лаґранжіянів [6], але питання залишилося не до кінця з'ясованим. І лише тепер на підставі викладеного вище ми починаємо розуміти, що його природа — чотирикваркова взаємодія, яка проявляє себе в нуклон–нуклонній системі як тензорна [6]. Згодом у роботі [7] вказано на необхідність існування такої тензорної сили також і в процесах d + ^{4}He, d + N, d + ^{3}He і т.д. Доказом існування такої тензорної сили Кукулін та ін. вважають обернений знак у $S-$ і $D-$ або в $P-$ і $F-$ хвилях в асимтотичній області. А основною властивістю цієї тензорної сили є її дуже короткосяжний характер. У цій же роботі автори вказують на аналогію між тензорною силою в названих вище процесах та тензорною силою в NN–системі. Ця специфічна короткодіюча тензорна сила в NN– та баріон–баріонній системах зумовлена кварк–кварковою взаємодією разом із кварк–антисиметризаційними ефектами.

Перша спроба реалізувати ці ідеї була розпочата деякий час тому [6]. Але ця ідея тоді не одержала розвитку з двох причин: а) ідея введення чотириферміонного тензорного члена здалася надто радикальною і такою, що не мала підтвердження в інших секторах сильних взаємодій; б) сам опис фаз виявився досить поганим кількісно. Зокрема фази $3S_1$ та $3D_1$, які є змішаними і розраховувалися окремо, мали досить погане узгодження з експериментальними даними.

У цій роботі ми спробуємо отримати правильний хід для $1S_0$ та $3S_1$–фази нуклон–нуклонного розсіяння. Для цього необхідно розрахувати амплітуду розсіяння. Насамперед запишемо лаґранжіян взаємодії:

$$\begin{aligned}\Lambda(x) &= \frac{img_\pi}{F_\pi}\overline{\Psi}(x)\gamma_5\vec{\tau}\Psi(x)\frac{\sin z_1}{z_1} \\ &+ \frac{g_T}{m^2}\overline{\Psi}(x)\sigma_{\mu\nu}U\Psi(x)\overline{\Psi}(x)\sigma_{\mu\nu}U\Psi(x), \\ U &= e^{i\gamma_5\vec{\tau}\frac{\pi(x)}{F_\pi}},\end{aligned} \tag{1}$$

де використані загальноприйняті позначення, взяті з [5,6].

Використаний лаґранжіян має високий ступінь симетрії, а саме, він є SU(2)×SU(2) — кірально–симетричним. Крім того, він є нелінійним, що робить його сильно розбіжним у вищих порядках. Але суперпропагаторний метод, який запропонував Волков [8], дозволяє вирішити цю, хоч і надзвичайно складну, проблему. Щоправда, в нашій роботі ми обмежимося розрахунком лише перших незникаючих членів за константами зв'язку, а наступне наближення апроксимуємо феноменологічно членом виду Bp^2.

Дуже близький до цього лаґранжіян використовував Фесслер [9]. З лаґранжіяна (1) отримуємо S–матрицю, з якої в свою чергу отримуємо так звані фізичні амплітуди розсіяння. У цілому SU(2)×SU(2) кірально–симетричний лаґранжіян має ще аксіяльно–векторний та векторний члени. Аналіз різних вкладів в амплітуду розсіяння показує, що комбінація скалярного та тензорного варіянтів приводить у першому наближенні теорії збурень практично до тих же результатів, що й комбінація векторного та аксіяльно–векторного варіянтів. Для подальших розрахунків ми залишимо перший варіянт, оскільки вищі наближення в скалярному та тензорному варіянтах можуть бути перенормовані за допомогою суперпропагаторного методу реґуляризації, а розрахунки векторного та аксіяльно–векторного варіянтів для реґуляризації вимагають введення нелінійного зв'язку зі скалярним полем. Тому при подальших розрахунках ми вважатимемо, що $g_\nu = g_A = 0$. З іншого боку, проаналізувавши експериментальні результати з NN–розсіяння, легко дійти висновку, що існує простий варіянт отримання хороших результатів при $g_S = g_P = 0$ уже в першому порядку методу збурень. У цьому випадку з фізичних амплітуд ми отримуємо такі значення для довжини розсіяння:

$$a_s \approx \frac{3g_T}{\pi m}, \qquad a_T \approx -\frac{g_T}{\pi m}. \tag{2}$$

У цифрах у порівнянні з експериментальними даними при $g_T = -85$ це дає [10]:

$$\begin{aligned}&a_s \approx -17F \qquad (\text{exp.} \; -7.813 \div -23.748F),\\ &a_T \approx 5.7F \qquad (\text{exp.} \; 5.424F).\end{aligned}$$

Таким чином, при введенні чотириферміонної взаємодії отримуємо ненульову довжину розсіяння, на відміну від псевдоскалярного варіянта, і всього з однією константою зв'язку нам вдається одержати дві довжини розсіяння. Як буде видно нижче, використовуючи цю саму константу, також отримаємо правильну поведінку фаз розсіяння.

З одержаної T–матриці можна записати явні вирази для фаз розсіяння нуклон–нуклонної системи. Результати, отримані в першому порядку, добре відомі. Для включення до розрахунків другого порядку використаємо Паде–апроксимацію тензорних членів (2) та членів порядку Bp^2. У випадку δ_{1S_0}–фази це буде проста лінійна Паде–апроксимація. У випадку ж δ_{3S_1} ситуація буде трохи складнішою, адже ця фаза змішується з δ_{3D_1} хвилею з параметром змішування ϵ, тому в цьому випадку необхідно застосувати матричну Паде–апроксимацію (див. додаток). Отримані аналітичні результати наведені нижче.

$$\operatorname{tg}\delta_{1S_0} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\left\{\frac{g_\pi^2}{4}\Big[(x_\pi - 1)\,Q_0(x_\pi) - 1\Big] - \frac{3g_T}{\pi}\left(1 - \frac{107g_T\kappa}{3\pi^2}\right)^{-1}\right\}, \tag{3}$$

$$\operatorname{tg}\delta_{3S_2} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\frac{1}{\cos(2\epsilon)}\left\{\frac{g_\pi^2}{4}\Big[(x_\pi - 1)\,Q_0(x_\pi) - 1\Big] + \frac{g_T}{\pi}\left(1 - \frac{17g_T\kappa}{\pi^2}\right)^{-1}\right\}, \tag{4}$$

$$\operatorname{tg}\delta_{3D_1}=\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}\frac{1}{\cos(2\epsilon)}}\left\{\frac{g_\pi^2}{4}\left[\Big(x_\pi-1\Big)Q_2(x_\pi)-1\right]+1-\frac{3g_T}{\pi}\left(1-\frac{g_T\kappa}{15\pi^2}\right)^{-1}\right\}, \tag{5}$$

$$\operatorname{tg}\epsilon=-\frac{\sqrt{2}}{8}\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\left\{g_\pi^2\cos(\delta_{3S_2}+\delta_{3D_2})\Big[3x_\pi-4+Q_0(x_\pi)\Big]\Big[-3x_\pi^2+4x_\pi-1\Big]\right\}, \tag{6}$$

$$\kappa=\frac{E_{KL}}{2m_p}=\frac{p^2}{m_p^2},\quad x_\pi=1+\frac{m_\pi}{2p^2},\quad Q_0=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{x_\pi+1}{x_\pi-1}\right).$$

Після одержання цих явних виразів єдиною проблемою залишилося те, що через змішування хвиль їх необхідно розрахувати одночасно. Чисельними методами ми розв'язали цю задачу та отримали задовільний опис цих фаз і коефіцієнта змішування ε. У нашій роботі ми хотіли б докладніше зупинитися на аналізі фази δ_{3S_1} для нуклон–нуклонного розсіяння.

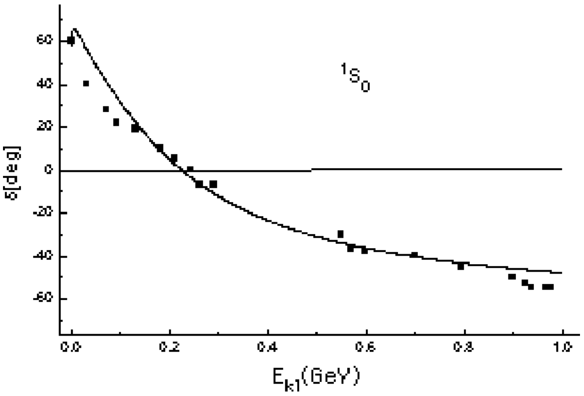

Рис. 1. Синґлетна фаза нуклон–нуклонного розсіяння.

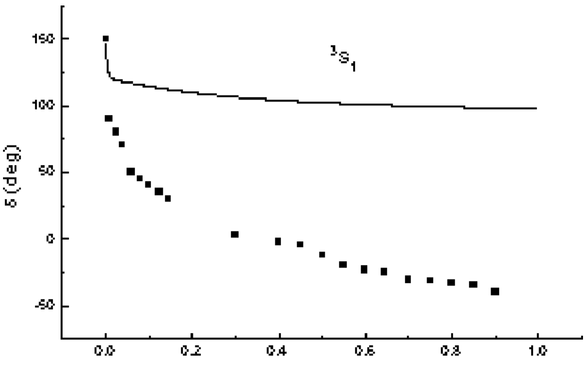

Рис. 2. Триплетна фаза нуклон–нуклонного розсіяння.

Енерґетична поведінка δ_{1S_0}– фази, розрахована згідно з (3) в області енерґій від 0 до 1000 МеВ, представлена на рис. 1. При всіх розрахунках ми використовували такі значення констант зв'язку: $\frac{g_\pi^2}{4\pi}=20$, $g_T=-85$. Порівняння отриманих результатів з експериментальними вказує на те, що в цьому підході, використовуючи лише дві константи, які явно виражаються через синґлетну й триплетну довжини та радіус розсіяння і не входять у протиріччя із загальноприйнятими значеннями для однопіонного обміну, можна отримати правильну поведінку фаз. При цьому ми врахували теорему Левінсона, згідно з якою на порозі $\delta(3S_1)=n\pi$, де $n=1$ відображає наявність одного зв'язаного стану (дейтона) в S–хвилі.

У виразах (3)–(5) основну роль відіграє перший член (однопіонний обмін), а другий (тензорний) лише дає необхідне відштовхування та зв'язок фази розсіяння з довжиною й радіусом розсіяння в нуклон–нуклонній системі. Експериментальні дані взяті з роботи [11].

На рис. 2 наведено розрахований хід δ_{3S_1}–фази згідно з виразом (4). Константи g_π і g_T, як і у випадку для δ_{1S_0}, були визначені з експериментальних значень для синґлетної та триплетної довжин розсіяння. Як бачимо, енерґетичний хід фази лише якісно відбиває експериментальну ситуацію. Для отримання правильного ходу δ_{3S_1}–фази, на відміну від δ_{1S_0}–фази, вирішальну роль відіграє коефіцієнт змішування ε. Якщо цей коефіцієнт ми візьмемо, виходячи із значення квадрупольного моменту для триплетної довжини розсіяння та виходячи з використаних коефіцієнтів g_T, то одержимо фазу δ_{3S_1}, зображену на рис. 3. Як бачимо, тут удається описати фазу аж до 1000 МеВ. Знайдений таким чином коефіцієнт змішування дещо вищий за експериментальні дані, але все одно набуває цілком реальних значень (~30 градусів) в області вище від 300 МеВ. У подальшому ми збираємось провести двоканальні розрахунки D–хвилі та коефіцієнта змішування згідно з виразами (5) та (6).

Цікаво, що подібні результати отримав і Фесслер [12] — добрий опис однієї з фаз за рахунок дещо гіршого опису іншої. Моделлю в цій роботі була вибрана сума однопіоного та односігмамезонного обміну, тобто однобозонна модель без урахування $\rho\omega$–обмінів. Подібну модель увів один із нас уже досить давно (див. нижче).

Д. В. Ширков (нині академік АН Росії) відзначав піонерську роль М. М. Боголюбова у формуванні нового, так званого дисперсійного підходу до сильних взаємодій. У свой статті “Короткохвильове відштовхування в низькоенерґетичних взаємодіях” [4], опублікованій у збірнику, присвяченому 60–річчю М. М. Боголюбова, він відзначає, що на основі цього підходу розвинулась нова низка досліджень — напівфеноменологічна теорія сильних взаємодій в області низьких енерґій (0–1000 МеВ). Д. В. Ширков пише: “Роботи цього напрямку, які привели до створення кількісної теорії для нижчих парціяльних хвиль піон–піонного, піон–нуклонного та нуклон–нуклонного розсіяння, були розпочаті в Дубні в колективі ЛТФ, який тоді очолював М. М. Боголюбов, і проводились потім в Дубні та Новосибірську його учнями першого та другого покоління [13–16].” Одним із найцікавіших результатів цієї серії робіт було встановлення наявности сильної взаємодії в каналі $I = 0$, $l = 0$. Це було передбачення існування мезона, пізніше названого σ–мезоном. Цікаво, що ідея існування такого скалярного мезона, мабуть, уперше була висвітлена ще в 1958 [17, 18]. Тоді вдалося успішно описати диференціяльний переріз нуклон–нуклонного розсіяння. Однак існування такого мезона до сьогодні ще твердо не встановлено. У подальшому було показано, що урахування цього мезона в NN–розсіянні забезпечує необхідне відштовхування [15] і дає перехід відповідних фаз через нуль. У розглянутому в цій статті нелінійному варіянті таке відштовхування забезпечує якраз 4–ферміонний член у лаґранжіяні (1).

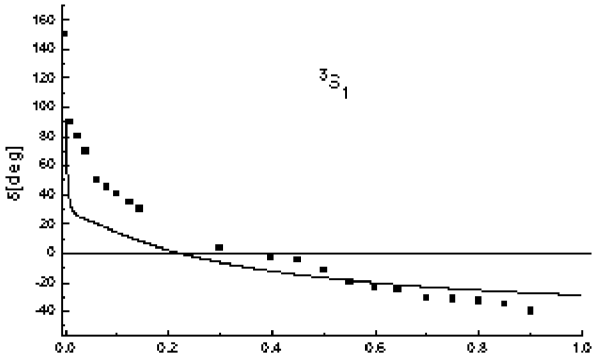

Рис. 3. Триплетна фаза нуклон–нуклонного розсіяння при $\epsilon = 29$ градусів.

ДОДАТОК

При отриманні робочих виразів для амплітуд розсіяння ми скористалися методом Паде–апроксимації. Оскільки цей потужний метод майже зовсім не висвітлений у нашій літературі, особливо в матричному виді, наведемо вирази, які ми використали.

Метод Паде полягає у відтворенні складної функції в широкій області змінної через її ряд Тейлора, визначений у набагато меншій області змінної. Нехай нам відома функція

$$T_{11} = C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + \dots .$$

Апроксимуємо цей ряд найпростішою [1,1]–Паде–апроксимацією. Такою [1,1]–Паде–апроксимацією називають вираз

$$T_{11}^{[11]} = \frac{A_0 + A_1 z}{I + Bz}.$$

У загальному випадку коефіцієнти A, I, B можуть бути матрицями. З попередніх двох виразів випливає:

$$\begin{aligned} &C_0 I + C_1 I z + C_0 B z + C_1 B z^2 + I C_2 z^2 \\ &\quad = A_0 + A_1 z + A_2 z^2. \end{aligned}$$

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях z, одержимо вирази для C і B через A. Оскільки в нашому випадку $C_0 = 0$, то $A_0 = 0$, $A_1 = C_1$, $B = -C_1^{-1} C_2$ і амплітуда набуває вигляду:

$$T_{11}^{[11]} = \frac{C_1 z}{I - C_1^{-1} C_2 z} = \frac{|C_1|^2 z}{C_1 - C_2 z}. \qquad \text{(Д1)}$$

Нагадаємо, що в нашому випадку

$$C_1 = \begin{pmatrix} h_{10} & h_1 \\ h_1 & h_{21} \end{pmatrix}$$

і аналогічно C_2. Позбудемося тепер матриць у знаменнику. Для цього домножимо й поділимо $T^{[11]}$ на матрицю, обернену до знаменника.

$$(C_1 - C_2)^{-1} = \begin{pmatrix} h_{01}^I - h_{01}^{II} & h_1^I - h_1^{II} \\ h_1^I - h_1^{II} & h_{21}^I - h_{21}^{II} \end{pmatrix}^{-1}.$$

Для зручности нагадаємо, що

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

Кінцевий вираз матиме вигляд:

$$(C_1 - C_2)^{-1} = \frac{1}{(h_{01}^I - h_{01}^{II}) - (h_{21}^I - h_{21}^{II})} \begin{pmatrix} (h_{21}^I - h_{21}^{II}) & -(h_1^I - h_1^{II}) \\ (h_1^I - h_1^{II}) & (h_{01}^I - h_{01}^{II}) \end{pmatrix},$$

$$M = \frac{1}{2i}\begin{pmatrix} \cos\epsilon e^{2i\delta_1} - 1 & i\sin\epsilon e^{i(\delta_1+\delta_3)} \\ i\sin\epsilon e^{i(\delta_1+\delta_3)} & \cos\epsilon e^{2i\delta_3} - 1 \end{pmatrix} \tag{Д2}$$

— парціяльна амплітуда розсіяння.

Нагадаємо ще немало важливу необхідність задоволення умови унітарности. У лаґранжевому підході ця умова автоматично не виконується і необхідно застосувати спеціяльні кроки для усунення цієї неприємности. Наочно це видно з того, що (візьмемо для прикладу ${}^1S_0$ хвилю):

$$T_{ss} = \frac{1}{p} e^{i\delta_{1S_0}} \sin\delta_{1S_0} \tag{Д3}$$

ні при якій фазі не може бути $\mathrm{Re}(pT_{ss}) > 1$. Водночас з діяграм Фейнмана першого порядку таке обмеження не випливає. Тому замість (Д3) беруть

$$\mathrm{Re}\left(\frac{1}{T_{ss}}\right) = p\ \mathrm{ctg}\delta_{1S_0}, \tag{Д4}$$

де, як видно, унітарність не порушується. Звідси й одержуємо використані в тексті аналітичні вирази для фаз розсіяння (3)–(6).

[1] М. М. Боголюбов, Журн. эксп. теор. физ. **34**, 58 (1958); Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, В. В. Толмачев, *Новый метод в теории сверхпроводимости* (Изд. АН СССР, Москва, 1958).

[2] М. К. Волков, Физ. элем. частиц, атомов, ядер **17**, 433 (1986); М. Надьи, докторська дисертація, Інститут теоретичної фізики НАН України, Київ (1994).

[3] Yu. Troyan, V. N. Pechenov, in *International Conference on Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics* (Dubna, 1994), p. 358.

[4] Д. В. Ширков, в: *Проблемы сровременной физики: Сборник, посвященный Н. Н. Боголюбову в связы с 60–летием* (Наука, Москва, 1969), с. 278.

[5] М. Гайсак, В. Лендьел, Физ. элем. частиц, атомов, ядер **3**, 1106 (1977).

[6] М. Гайсак, В. Лендьел, М. Салак, Доп. Акад. Наук УРСР 9А, 822 (1977); В. Лендьел, В. Серебряков, Яд. физ. **7**, 879 (1968).

[7] V. Kukulin, V. Pomerantsev, R. Mackintosh, S. G. Cooper, in *Book of Abstracts of 16 EFB, Autrance, France, June, 1998* (France, 1998), p. 79.

[8] М. К. Волков, Физ. элем. частиц, атомов, ядер **2**, 33 (1971).

[9] A. Valcarce, A. Buchmann, F. Fernandez, A. Faessler, Phys. Rev. C **50**, 2246 (1994).

[10] R. Machleidt, Adv. Nucl. Phys. **19**, 189 (1989).

[11] R. Arndt *et al.*, Phys. Rev. D **45**, 3995 (1992).

[12] A. Faessler, in *Proc. XV European Few–Body Conference, Peniscola, Spain, 1995* (Spain, 1995), p. 460.

[13] Д. В. Ширков, В. В. Серебряков, В. А. Мещеряков, *Дисперсионная теория сильных взаимодействий при низких енергиях* (Наука, Москва, 1967).

[14] П. С. Исаев, В. И. Лендьел, В. А. Мещеряков, Журн. эксп. теор. физ. **45**, 294 (1963).

[15] В. И. Лендьел, В. В. Серебряков, Яд. физ. **7**, 879 (1968); В. И. Лендьел, Д. М. Марина, Яд. физ. **7**, 635 (1968).

[16] В. И. Лендьел, В. В. Серебряков, Д. В. Ширков, Яд. физ. **6**, 625 (1967).

[17] Ю. Ломсадзе, В. Лендьел, И. Крывский, Укр. физ. журн. **4**, 123 (1959).

[18] Ю. Ломсадзе, В. Лендьел, И. Крывский, Изв. вузов, физика, № 4, 123 (1959).

THE ROLE OF TENSOR FORCES IN NUCLEON-NUCLEON SCATTERING WITHIN NONLINEAR CHIRAL LAGRANGIAN APPROACH

V. I. Lengyel, O. O. Shpenyk
Uzhhorod State University,
32 Voloshin Str., Uzhhorod, UA-88000, Ukraine

The problem of nucleon–nucleon scattering is considered within nonlinear chiral Lagrangian approach. The Lagrangian was of the SU2×SU2 nonlinear form with four–fermion interaction. It turns out that tensor term has to be included for quantitative description of the — δ_{1S_0}, δ_{3S_1} phase shifts. Introducing only two adjustable parameters, namely g_T and B, we obtain good energy behaviour of these phases up to 1000 MeV.