ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 3, № 4 (1999) с. 415–421

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 3, No. 4 (1999) p. 415–421

ПОЛЬОВЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ СТОХАСТИЧНОЇ СИСТЕМИ З ПОГЛИНАЮЧИМИ СТАНАМИ

Д. О. Харченко
Сумський державний університет,
вул. Римського–Корсакова, 2, Суми, 40007, Україна
(Отримано 5 квітня 1999 р.; в остаточному вигляді — 15 грудня 1999 р.)

До системи з довільним мультиплікативним шумом застосовано формалізм ґенеруючого функціонала, що дозволяє розглянути еволюцію системи у просторі канонічно пов'язаних полів найбільш імовірних значень амплітуди гідродинамічної моди x та канонічно пов'язаного імпульсу ϕ. За часовими залежностями полів x та ϕ встановлено фрактальну вимірність системи у просторах (x,t) та (x,ϕ). З аналізу ймовірности реалізацій траєкторій на фазовій площині виявлено природу виникнення поглинаючих станів.

Ключові слова: стохастична система, фазовий перехід, фрактальна вимірність.

PACS number(s): 05.40.+j, 05.70.Fh, 64.60.–i, 82.20.Fd

Останнім часом стохастичні системи викликають до себе підвищену увагу. Передусім це зумовлено широким спектром їх застосування та нетривіяльною поведінкою, що приводить до таких явищ, як стохастичний резонанс, індуковані шумом переходи, посилення слабкого періодичного сигналу, індуковане шумом упорядкування та розупорядкування. Актуальним об'єктом дослідження є системи з мультиплікативним шумом, що характеризується функціональною залежністю інтенсивности від параметра системи (наприклад, амплітуди гідродинамічної моди). Для таких систем виділяють окремий клас задач з поглинаючими станами (absorbing states) [1]. Характерна особливість цих систем полягає в тому, що інтенсивність шуму (дифузійна складова еволюції) може набувати нульового значення. Це своєю чергою приводить до ненормованости функції розподілу, яка є розв'язком стаціонарного рівняння Фоккера–Планка, тому виникає чимало питань про фізичну інтерпретацію такої ситуації. Розв'язанню цієї проблеми була присвячена праця [2], де шляхом уведення аналога параметра неерґодичности вдалось запобігти появі розбіжности нормуючої константи стаціонарного розподілу. Наша праця спрямована на використання польового підходу до з'ясування кінетичних властивостей поведінки стохастичної системи з мультиплікативним шумом, що приводять до вказаного ефекту.

Найпоширенішою моделлю системи з поглинаючим станом виступає модель Ферхюльста, запропонована вперше до опису популяційної динаміки, яка і тепер не втратила своєї актуальности [3]. Другим, не менш відомим прикладом є модель опису прямої перколяції [1]. Особливість цих систем полягає в тому, що інтенсивність шуму в першому випадку пропорційна до x^2, а в другому — x. У цій праці буде розглянуто аналогічну систему, але з узагальненою інтенсивністю шуму, що задається функцією x^{2a} з довільним показником a. Така модель шуму дозволяє не тільки провести узагальнення, але й розглянути цілий клас систем із самоподібним фазовим простором. Відомо, що такі системи характеризуються однорідними функціями. Як було визначено в праці [4], показникова апроксимація інтенсивности шуму є відображенням природи систем із такими властивостями. Останнє задає область визначення стохастичної змінної x у вигляді самоафінної множини з внутрішньою фрактальною вимірністю.

Стандартний опис стохастичних систем полягає в дослідженні розв'язку рівняння Фоккера–Планка. Однак наслідки такого аналізу є малоінформативними і не прояснюють картину ненормованости розподілу, тому потрібний альтернативний підхід. Одним із них є метод ВКБ [5], у якому проблема пошуку розв'язку рівняння Фоккера–Планка замінюється вивченням рівнянь Гамільтона–Якобі. Але його обмеження полягає у використанні наближення слабкого шуму. Водночас такий опис дозволяє уникнути згаданого вище ефекту розбіжности розподілу. Другим і найповнішим для опису систем є метод ґенеруючого функціонала [6], що, як і метод ВКБ, дозволяє записати розподіл у канонічному вигляді за рахунок уведення динамічного лаґранжіяна, та уникнути наближень стосовно шуму. Завдяки цьому можна провести аналіз динаміки найбільш імовірних значень амплітуди гідродинамічної моди у просторі канонічно пов'язаних змінних типу узагальненої координати та узагальненого імпульсу. Такі системи здебільшого аналізують у границі адитивного шуму. У нашому випадку буде застосовано методику ґенеруючого функціонала до систем із мультиплікативним шумом.

Для кількісного опису розглянемо просторово–часову еволюцію амплітуди гідродинамічної моди x, що задається рівнянням Ланжевена

$$\dot{x}(\mathbf{r},t) = -\gamma\frac{\delta\Phi}{\delta x(\mathbf{r},t)} + g(x)\zeta(\mathbf{r},t), \tag{1}$$

де крапка означає похідну за часом t, $\mathbf{r}$ — просторова координата, γ — кінетичний коефіцієнт,

$$\Phi = \int \left[F(x) + \frac{D}{2} |\nabla^\mu x|^2 \right] \mathrm{d}\mathbf{r}, \tag{2}$$

$F(x)$ — термодинамічний потенціял, $D > 0$ — стала неоднорідности, $\nabla \equiv \partial/\partial \mathbf{r}$. Згідно з вибраною моделлю шуму врахування ефекту неоднорідности системи в $\mathbf{r}$–просторі має здійснюватись ґрадієнтною складовою типу $\nabla^\mu x$, де μ — дробове. Зауважимо, що дробова похідна виникає в системах з частковою пам'яттю. Системи такого класу розглянуто в праці [7]. Ми досліджуємо ситуацію, що відповідає ідеальній пам'яті, а тому покладемо $\mu = 1$. Внесок флюктуаційного середовища визначено останнім членом у (2) з функцією $\zeta(\mathbf{r}, t)$, для якої застосовано модель білого шуму з незникаючим корелятором

$$\langle \zeta(\mathbf{r}, t) \zeta(0, 0) \rangle = \delta(\mathbf{r}) \delta(t). \tag{3}$$

Амплітуду впливу зовнішніх флюктуацій позначено функцією $g(x)$.

Розглядаючи дифузійний процес, що описується (1) в системі розміром L, розіб'ємо систему на N доменів характерної довжини l_0. Порядок l_0 визначається величиною вільного пробігу [8]. Далі доцільно перейти до безрозмірених величин, вимірюючи координати $\mathbf{r}$ в одиницях доменної довжини l_0, час t в масштабі l_0^3/γ, величину F у l_0^{-3}, флюктуацію ζ у γ/l_0^3. У результаті еволюційне рівняння (1) набуває вигляду

$$\dot{x} = f(x) + \Delta x + g(x)\zeta, \quad f \equiv -\partial F/\partial x. \tag{4}$$

Застосування наближення Ґінзбурга–Ландау дозволяє покласти масштаб l_0 набагато меншим від кореляційної довжини $r_c = D^{1/2} |\partial^2 F/\partial x^2|_{x=0}^{-1/2}$ [9].

Для використання методу ґенеруючого функціонала слід перейти від рівняння (4) до еквівалентного йому рівняння з адитивним шумом. Оскільки вибрано модель білого шуму, то маємо застосувати правило стохастичного диференціяла Іто [10] при переході до процесу $y(t) = (1-a)^{-1}(x(t))^{1-a}$. Для останнього метод ґенеруючого функціонала застосовується безпосередньо. Діючи за стандартною методикою [11] відповідно до вихідного процесу $x(\mathbf{r}, t)$ отримуємо ґенеруючий функціонал

$$Z = \int D\phi Dx \exp\left(- \int \mathrm{d}t \mathrm{d}\mathbf{r} \mathcal{L}(x(\mathbf{r}, t), \phi(\mathbf{r}), t) \right), \tag{5}$$

де змінна x позначає поле найбільш імовірних значень параметра порядку, а допоміжне поле ϕ (поле "духів Фадєєва–Попова") має сенс канонічно пов'язаного імпульсу до узагальненої координати x. Згідно з (5) імовірність реалізації траєкторій визначається за формулою

$$P \propto \exp(-\int \mathrm{d}t \mathrm{d}\mathbf{r} \mathcal{L}), \tag{6}$$

з лаґранжіяном, що має вигляд

$$\mathcal{L}(x, \phi) = \phi\, (\dot{x} - \Delta x - f(x) + g(x) g'(x)/2) \\ - g^2(x)\phi^2/2. \tag{7}$$

Покажемо, що розподіл, визначений за допомогою (7), є розв'язком рівняння Фоккера–Планка. Розглянемо випадок однорідної системи, де $\Delta x = 0$. Визначимо, відповідно до (7), гамільтоніян $H(x, \phi)$ та застосуємо до розподілу (6) квантово–механічні принципи. Тоді:

$$P \propto \langle x | \exp(-i\widehat{H}t) | x \rangle, \tag{8}$$

де $\exp(-i\widehat{H}t)$ — оператор еволюції в x–базисі. Для оператора $\widehat{H}$ маємо вираз

$$\widehat{H} = -\partial_x \left(f(x) - \frac{1}{2} g(x) g'(x) \right) + \frac{1}{2} \partial_x g(x) \partial_x g(x), \tag{9}$$

де проведено заміну $\phi \to -\partial_x$. Таким чином, згідно з (8) для розподілу P отримуємо рівняння

$$i\partial_t P = \widehat{H} P, \tag{10}$$

яке збігається з рівнянням Фоккера–Планка [12]

Таким чином, використання гамільтонового формалізму дає змогу уникнути процедури розв'язку рівняння Фоккера–Планка, простежити за динамікою найбільш імовірних значень параметра порядку і визначити розподіл (8) через інтеґрал за траєкторіями на фазовій площині (x, ϕ).

Уважаючи динаміку системи дисипативною, запишемо відповідно до (7) рівняння Ейлера–Лаґранжа

$$\dot{x} = \Delta x + f - gg'/2 + g^2\phi, \tag{11}$$

$$\dot{\phi} = -\Delta\phi - \phi \Big[1 + f' - (gg')'/2 + gg'\phi \Big] \\ - (\Delta x + f)/g^2 + g'/2g, \tag{12}$$

де проведено врахування внеску дисипативної функції

$$R(x) = \dot{x}^2/2g^2. \tag{13}$$

Часові залежності полів x та ϕ можуть бути з'ясовані, якщо перейти до $\mathbf{k}$–простору. Подальший аналіз проводимо для фур'є–компонент

$$x_{\mathbf{k}}(t) = \int \mathrm{d}\mathbf{r} x(\mathbf{r}, t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \tag{14}$$

$$\phi_{\mathbf{k}}(t) = \int \mathrm{d}\mathbf{r} \phi(\mathbf{r}, t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \tag{15}$$

що дає змогу провести заміну $\Delta \to -k^2$. Далі припустимо, що вигляд функцій f, g та їхніх похідних у $\mathbf{k}$–просторі збігається з їхнім оригінальним виглядом. У зв'язку з цим для спрощення запису опустимо у змінних хвильові індекси. Отже, для фур'є–компонент (14), (15) рівняння (11), (12) запишемо у вигляді

$$\dot{x} = -k^2 x + f - gg'/2 + g^2\phi, \tag{11a}$$

$$\dot{\phi} = -\phi\Big[1 - k^2 + f' - (gg')'/2 + gg'\phi\Big] - (f - k^2 x)/g^2 + g'/2g. \tag{12a}$$

Розглянемо модель x^4 для термодинамічного потенціялу

$$F(x) = \frac{\lambda}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4, \quad \lambda \in [-1, 1] \tag{16}$$

з амплітудою мультиплікативного шуму

$$g(x) = |x|^a. \tag{17}$$

Зауважимо, що в (16) параметр λ відіграє роль обезрозміреної температури, а показник a вибрано таким, що він змінюється від 0 до 1 [13]. Означення (16), (17) дозволяють дослідити вплив неаналітичности на простіший потенціял типу x^4, який у стаціонарному випадку зазнає перенормування і набуває вигляду $\tilde{V} = \lambda x^{2(1-a)}/2(1-a) + x^{2(2-a)}/2(2-a) + \ln(x^{2a})$. Це своєю чергою приводить до ненормованости стаціонарного розподілу.

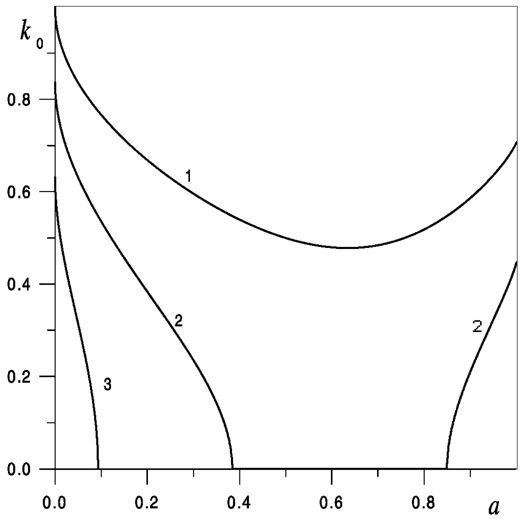


Рис. 1. Діяграма впорядкування; криві 1, 2, 3 відповідають $\lambda = -1$; -0.7; -0.4.

На відміну від стандартних підходів, проведемо аналіз динаміки системи в просторі хвильового вектора $\mathbf{k}$, параметризуючи весь розгляд показником a та температурою λ. Завдяки цьому вдається описати вплив неоднорідности простору та інтенсивности шуму на характер поведінки системи.

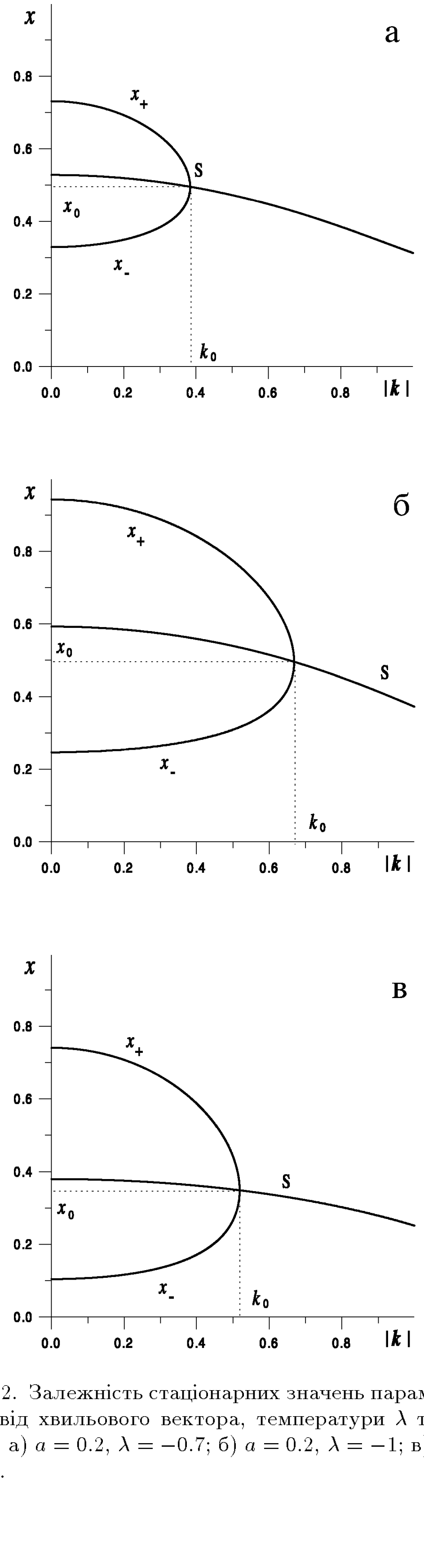


Рис. 2. Залежність стаціонарних значень параметра порядку від хвильового вектора, температури λ та показника a: а) $a = 0.2$, $\lambda = -0.7$; б) $a = 0.2$, $\lambda = -1$; в) $a = 0.8$, $\lambda = -1$.

Перед тим як розв'язувати рівняння (11a), (12a) визначимо особливі точки на фазовій площині (x, ϕ). Поклавши $\dot{x} = \dot{\phi} = 0$, отримуємо

$$\phi = \left(k^2 + \lambda\right) x^{1-2a} + x^{3-2a} + (a/2)x^{-1}, \tag{18}$$

$$\phi\Big[-(1-a)(k^2+\lambda) - (3-a)x^2 + \Big(a(1-a)/2\Big)x^{2(a-1)}\Big] = 0. \tag{19}$$

За умови $\phi = 0$ фазовий портрет характеризується лише однією точкою S, яка є сідловою лише при $|\mathbf{k}| > |\mathbf{k}_0|$. Величину критичного значення хвильового вектора $k_0 \equiv |\mathbf{k}_0|$ знаходимо як розв'язок рівняння

$$k_0^2 = -\lambda - (a/2)^{\frac{1}{2-a}}(1-a)^{-\frac{1-a}{2-a}}(2-a). \tag{20}$$

Відповідна діяграма впорядкування $k_0(a)$ зображена на рис. 1.

Як видно з рис. 2, при $|\mathbf{k}| \le k_0$ відбувається біфуркація в точці з координатами

$$\phi_0 = 0, \qquad x_0 = [a(1-a)/2]^{\frac{1}{2(2-a)}}. \tag{21}$$

Виникнення нових розв'язків $x_\pm$ системи рівнянь (18), (19) відображається на фазовому портреті появою двох сідлових точок, розташованих пообіч від S. Це приводить до зміни характеру точки S, яка тепер трансформується у вузол. Таку перебудову поведінки ми визначаємо як фазовий, індукований шумом перехід. Динаміку формування нової фази при зміні хвильового вектора простежуємо із залежности, що показана на рис. 2, де параметрами виступають λ та показник a. Видно, що з ростом λ при однакових a положення коренів $x_\pm$ змінюється так, що вони прямують до точки S. При фіксованому λ з ростом показника a особливі точки фазового портрета реалізуються при менших значеннях x.

Узагальнення шуму показниковою функцією дає змогу визначити поріг неоднорідности при формуванні нової фази для моделі термодинамічної системи (адитивний шум $a = 0$), прямої перколяції ($a = 1/2$) та моделі Ферхюльста ($a = 1$). Відповідно для цих випадків маємо $k_0^2 = -\lambda$, $k_0^2 = -(\lambda + 3/2)$ та $k_0^2 = -(\lambda + 1/2)$. У загальному випадку поблизу точки біфуркації маємо скейлінґ $|k| \propto |\lambda|^{1/2}$. З діяграми впорядкування випливає, що в системі є можливими переходи як при збільшенні неоднорідности простору, так і за рахунок посилення амплітуди шуму.

При $|\mathbf{k}| > k_0$ стаціонарний стан визначено точкою S з координатами

$$\phi = -f/g^2 + g'/2g - g^{-2}\Delta x, \tag{22}$$

$$f' = -\phi^{-1}\Delta\phi - gg'\phi + (gg')'/2. \tag{23}$$

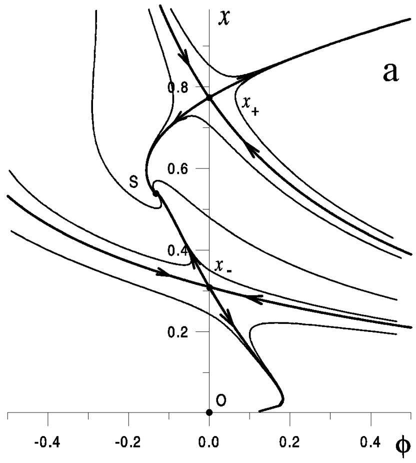
Якщо перейти до границі адитивного шуму, то з (22), (23) випливає, що точка S є нестійкою до переходу у впорядкований стан. Справді, оскільки при $g = const$ та $\Delta\phi = 0$ маємо $f' = 0$, то сприйнятливість $(\Phi'')^{-1} = -1/f'$ стає розбіжною.

При $|\mathbf{k}| \le k_0$ стаціонарний стан визначається точкою

$$\phi = \Delta\phi = \Delta x = 0, \tag{24}$$

$$f = gg'/2, \tag{25}$$

що в границі адитивного шуму задає стан термодинамічної рівноваги ($f = 0$). Оскільки система має прямувати до рівноваги, то слід очікувати, що остання характеризується сильною неоднорідністю.



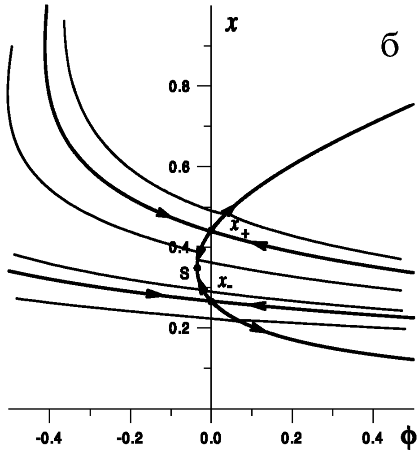


Рис. 3. Фазові портрети системи при $|\mathbf{k}| = 0.5$ та різних значеннях показника a: а) $a = 0.2$; б) $a = 0.8$.

Проаналізуємо фазові портрети при різних показниках a. Розв'язки рівнянь (11a), (12a) подано у вигляді фазових портретів на рис. 3. З рисунка видно, що фазова площина розбивається сепаратрисами на три незалежні області, для яких характерні малі, середні та великі значення x. В областях великих та середніх значень x фазовий портрет суттєво не змінюється при зростанні a. В області малих x, коли a досягає значення $a_c = 1/2$ напрям траєкторій відчутно змінюється. Якщо при $a < a_c$ стійким вузлом є точка O з координатами $x = \phi = 0$, то при $a > a_c$ стійкий вузол віддалений на безмежність. Справді, поклавши в рівнянні (12a) $\dot{\phi} = 0$, у границі $x \to 0$ при $a < a_c$ та $a > a_c$ для стаціонарного значення ϕ отримуємо відповідно

$$\phi_- = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - a\right)^{-1} x^{1-2a}, \tag{26}$$

$$\phi_+ = \left(a - \frac{1}{2}\right) x^{-1}. \tag{27}$$

Отже, при $a < a_c$ траєкторії системи прямують до початку координат $x = \phi = 0$, а при $a > a_c$ — до $x = 0$, $\phi \to \infty$. Підставляючи (26) у (11a) та зберігаючи лише суттєві доданки, при $a < a_c$ отримуємо $2\dot{x} = -ax^{2a-1}$, а при $a > a_c$ — відповідно $2\dot{x} = -(1-a)x^{2a-1}$. Таким чином, у загальному випадку довільного a часова залежність поля x у границі $x \to 0$ апроксимується залежністю

$$x(t) \propto |t^0 - t|^{\frac{1}{2(1-a)}}, \tag{28}$$

де t^0 — стала, що визначає час, за який система потрапляє на вісь $x = 0$. Застосовуючи до залежности $x(t)$ співвідношення Герста $x(t) \propto |t^0 - t|^H$ для показника Гельдера H, отримуємо

$$H^{-1} = 2(1-a). \tag{29}$$

Оскільки за значенням H встановлюється фрактальна вимірність системи у просторі (x,t) [7], то для внутрішньої фрактальної вимірности маємо $D_t = 2(1-a)$. Це означає, що при $t \to \infty$ зростання показника a викликає зменшення D_t до 1 при $a = a_c$, а при $a > a_c$ маємо $D_t < 1$.

Причина такої поведінки пояснюється залежністю $\phi(t)$. При $a > a_c$ згідно з (27) випливає $\phi \propto |t^0 - t|^{-1/2(1-a)}$, що дає $\phi \to \infty$. Тобто за кінцевий час t^0 конфіґураційні точки з області $x \ll 1$ захоплюються віссю ϕ.

Аналогічно проведеному аналізу визначимо фрактальну вимірність системи на площині (x, ϕ). Для цього розділимо (11a) на (12a), відкидаючи нелінійні складові в силі $f(x)$ та її похідній $f'(x)$. У результаті для області $x \ll 1$ при $a < a_c$ з урахуванням (26) маємо

$$x \propto |\phi_-^0 - \phi_-|^{\frac{1}{1-2a}}, \tag{30}$$

а при $a > a_c$ з використанням (27) отримуємо

$$x \propto |\phi_+^0 - \phi_+|^{\frac{1}{2a-1}}. \tag{31}$$

Застосовуючи формалізм гельдерівської експоненти до (30), (31), для фрактальної вимірности системи на площині (x, ϕ) маємо

$$D_\phi = D_t - 1, \qquad a < a_c; \tag{32}$$

$$D_\phi = 1 - D_t, \qquad a > a_c. \tag{33}$$

Характерна особливість (32), (33) полягає у тому, що $D_\phi = 0$ при $a = a_c$.

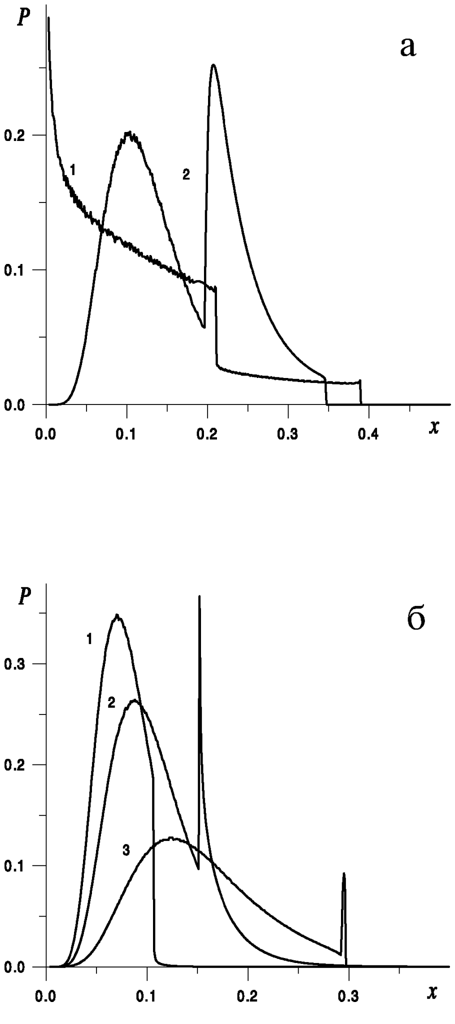


Рис. 4. Імовірність реалізації траєкторій на фазовій площині ($\phi = 0.5$): а) залежність $P(x)$ при $|\mathbf{k}| = 0.5$ (крива 1 відповідає $a = 0.2$, крива 2 — $a = 0.8$); б) залежність $P(x)$ при $a = 0.8$ (криві 1, 2, 3 характеризуються значеннями $|\mathbf{k}| = 0.2$, 0.4, 0.6.

Кількісний аналіз поведінки системи у просторі (x, ϕ) проведемо, розглядаючи ймовірність, визначену лаґранжіяном (7). Використовуючи (11), маємо

$$P(x_0) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\int\limits_{x_0,t=0}^{t=\infty} g^2\phi^2 \mathrm{d}t\right\}. \qquad (34)$$

Розглянемо підінтеґральну функцію. Завдяки зміні характеру залежности $\phi(t)$ при переході a через поріг a_c, маємо очікувати суттєву зміну характеру функції $g^2\phi^2$. Справді, використовуючи (26) та (27), отримуємо

$$g^2\phi^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}-a\right)^{-2} x^{2(1-a)}, \qquad a < a_c; \qquad (35)$$

$$g^2\phi^2 = \left(a-\frac{1}{2}\right)^{2} x^{-2(1-a)}, \qquad a > a_c. \qquad (36)$$

З наведеного видно, що при перевищенні критичного значення a_c відбувається інверсія знака у показнику підінтеґральної функції. Виконуючи підстановку (28) у (35), а результат у (34), встановлюємо, що P відрізняється від нуля при $x \to 0$ і $a < a_c$ (рис. 4а, крива 1). Однак згідно з (36) при $t \to t^0$ і $a > a_c$ у границі $x \to 0$ функція $g^2\phi^2$ набуває нескінченного значення, що своєю чергою приводить до безмежно малої ймовірности (рис. 4а, крива 2). Повертаючись до часових залежностей x та ϕ, зауважимо, що саме розбіжений характер $\phi(t)$ зумовлює таку поведінку P. З характеру кривих на рис. 4а видно стрибкоподібну зміну ймовірности при переході від одного домену фазової площини до іншого. Зауважимо, що при $a < a_c$ функція $P(x)$ має лише один пік. Однак при $a > a_c$ (крива 2) $P(x)$ стає двопіковою з дуже різкою зміною, що характеризує перехід між доменами. На рис. 4б наведено залежності $P(x)$ при різних значеннях хвильового вектора. Видно, що при $a > a_c$ для малих $|\mathbf{k}|$ реалізується лише один пік, а внесок сепаратриси на фазовому портреті визначається різким спадом. При $|\mathbf{k}| = 0.4$ на ймовірності $P(x)$ появляється δ–подібний пік, що відповідає сепаратрисі. В області $|\mathbf{k}| > k_0$, яка характеризується однією сідловою точкою S, вплив сепаратриси на величину P зменшується.

З проведеного опису випливає, що завдяки використанню методу ґенеруючого функціонала можливим стає аналіз поведінки стохастичної системи на фазовій площині найбільш імовірних значень параметра порядку x та канонічно пов'язаного імпульсу ϕ. З розв'язків рівнянь руху для x та ϕ виявлено розділення фазової площини на три незалежні домени великих, середніх та малих значень x, так що найбільш імовірні стани системи описує область середніх значень змінної x. Завдяки переходу до $\mathbf{k}$–простору за отриманими часовими залежностями параметра порядку x та імпульсу ϕ вдається встановити природу розбіжности стаціонарного розподілу при малих значеннях x. Виникнення абсорбуючих станів пояснюється фрактальною вимірністю системи на площині (x,t) меншою від 1, та захопленням траєкторій системи віссю спряженого імпульсу ϕ.

Висловлюю подяку О. І. Олємскому за увагу до роботи та її обговорення.

[1] M. A. Munoz, Phys. Rev. E **57**, 1377 (1998).

[2] А. И. Олемской, Д. О. Харченко, Металлофизика No. 8, 3, (1996).

[3] О. В. Геращенко, С. Л. Гинзбург, М. А. Пустовойт, Письма журн. эксп. теор. физ. **67**, 945 (1998).

[4] А. И. Олемской, Усп. физ. наук **168**, 287, (1998).

[5] H. Risken, *The Fokker–Planck Equation* (Springer–Verlag, Berlin, 1989).

[6] М. В. Фейгельман, А. М. Цвелик, Журн. эксп. теор. физ., **83**, 1430, (1982).

[7] A. I. Olemskoi, Physics Reviews, edited by I. M. Khalatnikov **18**, 1, (1996).

[8] Дж. Николис *Динамика иерархически соподчиненных систем: Эволюционное представление* (Мир, Москва, 1989).

[9] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика. Ч. 2* (Наука, Москва, 1978).

[10] В. Хорстхемке, Р. Лефевр, *Индуцированные шумом переходы* (Мир, Москва, 1990).

[11] S. Franz, J. Hertz, Phys. Rev. Lett, **74**, 2114 (1995).

[12] Якщо (10) надати сенс рівняння Шредінґера та подіяти оператором (9) на функцію $\Psi = Pe^{\alpha}$ [6], то отримуємо: $\Psi \propto \exp(\int f(x)/g^2(x)\mathrm{d}x)$, $\alpha = -\int f(x)/g^2(x)\mathrm{d}x + \ln g^2(x)$.

[13] Обмеження показника мультиплікативної функції (17) зумовлюється характером граничних функціоналів вихідного процесу (3) та його внутрішньою фрактальною вимірністю [4].

FIELD REPRESENTATION OF STOCHASTIC SYSTEM WITH ABSORBING STATES

D. O. Kharchenko
Sumy State University
2 Ryms'kyi–Korsakov Str., Sumy, UA–40007, Ukraine

For a stochastic system with an arbitrary multiplicative noise a generating functional scheme is used. Evolution of system states on a surface of canonical pair x as more probably magnitudes of hydrodynamic mode amplitude and ϕ as conjugated momentum is explored. According to time dependencies of x, ϕ the system fractal dimension in spaces (x, t) and (x, ϕ) is obtained. Using probability of trajectories realization on phase surface a nature of absorbing states appearing is determined.