ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 3, № 4 (1999) с. 451–455

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 3, No. 4 (1999) p. 451–455

ВПЛИВ ПРОВАЛІВ БЕННЕТА НА ОДНОЧАСТОТНУ ҐЕНЕРАЦІЮ

Г. Кончук
Київський університет імені Тараса Шевченка,
фізичний факультет, кафедра оптики
пр. Глушкова, 6, Київ, 03127, Україна
(Отримано 29 жовтня 1998 р.; в остаточному вигляді — 22 червня 1999 р.)

На основі класичної теорії дисперсії отримано рівняння, які зв'язують характеристики резонатора та активного середовища з девіяцією частоти одночастотної ґенерації в ділянці провалу Лемба. Розрахунки добре корелюють з експериментально отриманим зміщенням червоної лінії гелій–неонового лазера, це дозволяє визначати в працюючому лазері відношення між однорідним та неоднорідним уширенням активної лінії, коефіцієнти максимального підсилення та втрат. Експериментальний метод чутливий до фазової анізотропії квазіізотропного резонатора $2\pi \cdot 10^{-5}$ радіян. Показано, що стабілізація частоти лазера на основі контролю частоти міжмодового биття не може бути ліпшою, ніж 10^{-10}.
Ключові слова: дисперсія, резонатор, міжмодове биття, фазова анізотропія, стабілізація.

PACS number(s): 42.60.Lh

I. ДИСПЕРСІЯ АКТИВНОГО СЕРЕДОВИЩА

Напівкласична теорія, розвинена Лембом [1] та численними послідовниками, дозволяє отримати відповідь на більшість питань щодо особливостей роботи лазера, проте не завжди коротким шляхом. Деякі закономірності, зокрема вплив провалів Беннета (ПБ) на частоту ґенерації, можна задовільно описати, виходячи з класичної теорії дисперсії.

Розглядаємо активне середовище газового лазера як сукупність однакових атомів, кожен з яких має два стаціонарні рівні. Як класична, так і квантова теорія дисперсії [2,3] приводять до однакових виразів для показника заломлення світла $n(\omega)$ і лінійного коефіцієнта поглинання $k(\omega)$ поблизу резонансу $\omega = \omega_0$; їх можна об'єднати у вигляді зв'язку:

$$n(\omega) - 1 = k(\omega)\frac{c}{\gamma_0}\frac{(\omega_0 - \omega)}{\omega}, \tag{1.1}$$

де с — швидкість світла у вакуумі, γ_0 — повна ширина відповідної спектральної лінії на половині її висоти.

Унаслідок теплового руху та ефекту Доплера резонансні частоти ω_0' атомів розподілені відносно частоти атомного переходу ω_0 з густиною $g(\omega_0' - \omega_0)$, яка визначається виразом [3]

$$g(\omega_0' - \omega_0) = \frac{1}{a_0}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}e^{-\frac{(\omega_0'-\omega_0)^2}{a_0^2}\ln 2}. \tag{1.2}$$

У цій формулі повна ширина розподілу за рівнем 0,5 позначена через $2a_0$, $a_0^2 = 8\pi^2 \ln 2(kT/m_a\lambda^2)$, її використовуємо як внутрішній стандарт для визначення частотних інтервалів:

$$x = \frac{\omega - \omega_0}{a_0}, \quad \gamma = \frac{\gamma_0}{2a_0}, \quad \delta = \frac{\Delta_{q,q-1}}{a_0}; \tag{1.3}$$

тут $\Delta_{q,q-1}$ — міжмодова відстань, m_a — маса атома, T — температура середовища, λ — довжина хвилі у вакуумі, k — постійна Больцмана.

Остаточну неоднорідно уширену лінію поглинання (контур Фойгта) отримують [3,4] згорткою максвеллівського розподілу з формулою Лоренца

$$V(x) = \frac{\gamma}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{-y^2\ln 2}}{\gamma^2 + (x-y)^2}dy, \tag{1.4}$$

проте зручніше користуватись виразом для коефіцієнта поглинання у вигляді

$$K^V(x) = K_0^V\frac{V(x)}{V(0)}, \tag{1.5}$$

де $K_0^V = \sqrt{\pi \ln 2}\gamma V(0) K_0^L$, K_0^L — максимальне значення коефіцієнта поглинання в контурі Лоренца:

$$K^L(x) = K_0^L\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + x^2}, \tag{1.6}$$

оскільки $K_0^L(x)$, $K_0^V(x)$ повністю збігаються з тими, що визначаються через закон Бугера. Залежність дисперсії в околі контура Фойгта отримуємо, згорнувши лоренцеву дисперсію (1.1) з розподілом Максвелла (1.2):

$$n^V(x) - 1 = A^V K_0^V D^V(x), \tag{1.7}$$

де

$$A^V = \frac{-c}{2\pi\omega_0 V(0)}; \quad D^V(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-y)e^{-y^2\ln 2}}{\gamma^2+(x-y)^2} dy. \tag{1.8}$$

В аналогічних позначеннях дисперсія (1.1) в околі лоренцевої лінії поглинання набуває вигляду

$$n^L(x) - 1 = A^L K_0^L D^L(x), \tag{1.9}$$

де

$$A^L = \frac{-c\gamma}{2\omega_0}; \quad D^L(x) = \frac{x}{x^2+\gamma^2}. \tag{1.10}$$

Деформацію контуру підсилення провалами Беннета можна розглядати як додаткове поглинання на незбуреному контурі Фойгта, а остаточну дисперсію показника заломлення — як суперпозицію виразів (1.7), (1.9).

Коефіцієнт заломлення середовища визначає відношення частот моди порожнього (x_0) та заповненого (x) резонаторів [1], $n(x) = x_0/x$, відповідні власні частоти резонатора можуть суттєво відрізнятися за рахунок дисперсій $D^L(x)$, $D^V(x)$. У межах контуру підсилення можна покласти

$$n(x) - 1 = \frac{x_0 - x}{\omega_0} a_0, \tag{1.11}$$

що разом з (1.7), (1.9) дає дисперсійне зміщення q–моди:

$$x - x_0 = \frac{\omega_0}{a_0}[A^V K_0^V D^V(x) - A^L K_0^L D^L(2x)], \tag{1.12}$$

де враховано, що $D^L(x) \equiv 0$ (заповнений ПБ не впливає на показник заломлення на частоті моди). Отже, дисперсійне зміщення відбувається завдяки дії від'ємної аномальної дисперсії лінії підсилення $K^V(x)$ та порожнього ПБ, розташованого симетрично відносно ω_0 на відстані $2x$ від генеруючої моди. Роль першої з двох причин досліджена достатньо [4], відносно другої цього сказати не можна.

Коефіцієнт підсилення K_0^V визначається типом активного середовища і, як правило, відомий, а глибина провалу (позначимо її K_{01}^L) обмежується коефіцієнтом утрат β_0 і визначається з умови стаціонарної ґенерації

$$K_0^V e^{-\frac{x^2 \ln 2}{a^2}} - \beta_0 = K_{01}^L \left(1 + \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (2x)^2}\right), \tag{1.13}$$

де $2a$ — ширина функції Фойгта на рівні 0,5, її знаходимо з (1.5) як розв'язок інтеґрального рівняння

$$2V(a) = V(0). \tag{1.14}$$

Можна скористатись і наближеним виразом $a = a_0(1 + 0.54\gamma)$, точність якого не виходить за межі $\pm 0.2\%$ при $|x| \leq \pm a_0/2$ [5].

При типових величинах параметрів a_0, γ, K_0^V, β_0 для He–Ne лазера (λ = 0,63 мкм) величина максимального зміщення $(x - x_0)$ не перевищує $(0,3 - 0,5)10^{-3}a_0$ (і, відповідно $\sim 10^{-3}\gamma$). Це означає, що в межах закладеної моделі не можна очікувати суттєвих змін функції $(x - x_0)$ при зміні x (а також x_0) у межах $(\pm 10^{-3})$, тобто, для розв'язання (1.12) можна користуватися першою ітерацією, якщо вважати невідомою величиною $(x - x_0)$:

$$x - x_0 = \frac{\omega_0}{a_0}[A^V K_0^V D^V(x_0) - A^L K_0^L D^L(2x_0)]. \tag{1.15}$$

II. ЕКСПЕРИМЕНТ

Як показують розрахунки для червоної лінії He–Ne лазера, при монотонному скануванні бази резонатора зміщення частоти ґенерації за рахунок порожнього ПБ може становити 120–380 кГц. Для експериментального дослідження цього ефекту необхідно мати стабільну лінію випромінювання, яка дала б змогу при змішуванні частот перенести досліджуваний спектр в область низьких частот (НЧ), де це зміщення можна спостерігати з достатньою роздільною здатністю радіочастотним спектроаналізатором. Подібну можливість дає He–Ne лазер із коротким квазіізотропним резонатором, що працює в режимі ґенерації двох мод: кожна з ортогонально поляризованих мод існує практично в умовах одномодового одночастотного режиму, оскільки майже не впливає на оптичну довжину резонатора в сусідній поляризації і не зазнає зворотного впливу. Вплив дисперсії, зумовленої фойгтівським контуром, майже однаковий для обох мод, змінюється монотонно при скануванні спектра ґенерації в межах ±300 МГц ($x_0 \approx \pm 0,35$), бо обидві вони завжди знаходяться в області аномальної дисперсії, яка для лінії 0,63 мкм займає діапазон частот шириною близько 1600 МГц. Мода–гетеродин у цьому випадку практично не зазнає впливу власного ПБ, принаймні він теж досить монотонний.

Якщо вважати, що формула (1.15) стосується до q–моди в першій поляризації, а сама мода знаходиться в околі провалу Лемба, то для сусідньої ортогональної $(q-1)$–моди за аналогією можемо записати

$$y - y_0 = \frac{\omega_0}{a_0}[A^V K_0^V D^V(y_0) - A^L K_0^L D^L(2y_0)], \tag{2.1}$$

причому $y = x - \delta$, $y_0 = x_0 - \delta_0$; δ, δ_0 — виміряна в одиницях a_0 безрозмірна міжмодова відстань в активному і пасивному резонаторах відповідно. Як зазначалось, різниця частот $\Delta\nu$ цих мод несе інформацію про вплив порожнього провалу центральної моди на її власну частоту

$$\Delta\nu = \frac{a_0(\delta - \delta_0)}{2\pi}. \tag{2.2}$$

Зміщення частоти $\Delta\nu$ є симетричним відносно центра атомного переходу в межах $(\omega_0 \pm \delta_0/2)$, його величина залежить (крім положення моди в контурі) від відношення γ між параметрами однорідного та неоднорідного уширення, а також від коефіцієнтів підсилення та втрат резонатора. На рис. 1 наведено визначену за формулою (2.2) залежність частоти міжмодового биття (МБ) від положення центральної моди ω_q для кількох значень параметрів γ, β. Як видно з рис. 1, для He–Ne лазера ($\lambda = 0,63$ мкм, $2a_0/2\pi = 1400$ МГц, $K_0^V = 0,00035\ \text{см}^{-1}$) можна чекати зміщення частоти моди, зумовленого власним порожнім ПБ, на величину до 0,2 МГц — залежно від величини однорідного уширення та коефіцієнта втрат. Зазначимо, що параметрові $2a_0/2\pi = 1400$ МГц відповідає ширина фойгтівського контуру 1640 МГц при $\gamma_0 = 400$ МГц.

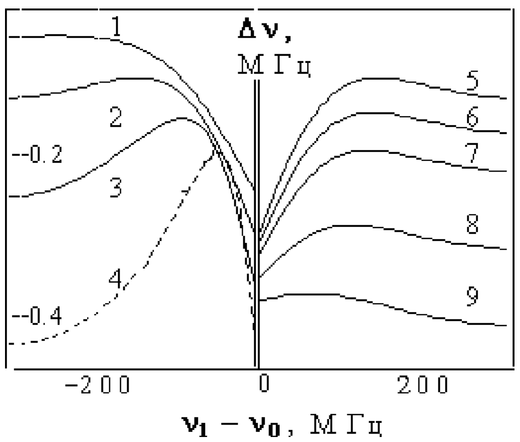

Рис. 1. Залежність величини дисперсійного зміщення частоти від положення лінії ґенерації в межах контуру підсилення: $\gamma_0/2\pi = 600$ МГц (1); 450 (2, 5–9); 300 (3); 150 (4) β= 0,01 (1–5); 0,1 (6); 0,2 (7); 0,4 (8); 0,6 (9); K_0^V $=3,5 \cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$.

Нижче неведено експериментальні дані, отримані за описаною схемою. Повільну перебудову спектра одномодового лазера типу ЛГН–208А з квазіізотропним резонатором виконували шляхом теплового видовження резонатора зі швидкістю приблизно 5 нм/с, спектральне положення частот ґенерації визначали двоканальним скануючим інтерферометром Фабрі–Перо в кожній поляризації окремо. Частота сканування 2–5 Гц, область сканування 1500 МГц, роздільна здатність близько 40 МГц. Синхронно з розгорткою оптичного спектра реєстрували спектр МБ за допомогою лавинного фотодіода та спектроаналізатора СК4–59 (перед подачею на фотодіод моди попередньо приведені до одного стану поляризацаії), ширина апаратної функції спектроаналізатора 10 кГц. Результати вимірів записував і обробляв комп'ютер.

У загальних рисах поведінка функції МБ відповідає теоретично передбаченій. На рис. 2 наведено характерний фраґмент розвитку в часі спектра ґенерації у двох поляризаціях, а також частоти МБ протягом приблизно 200 с. Уздовж оси Z відкладено порядковий номер розгортки спектра, уздовж оси X — частоту, одиниці виміру умовні. У процесі видовження резонатора кожна мода виникає на ВЧ–схилі контуру підсилення (X $\approx$ 2300) і зникає на НЧ–схилі (X $\approx$ 2800), середня частота МБ визначається базою резонатора ($l \approx 24$ см) і складає $\Delta_{q,q-1}/2\pi =$ 638 МГц. Дисперсійне зміщення частоти внаслідок ПБ повинно спостерігатися, коли мода знаходиться в околі вершини доплерівського контуру ($X = 2550$), опорна мода, яка відіграє роль гетеродина при змішуваннні, водночас знаходиться на периферії.

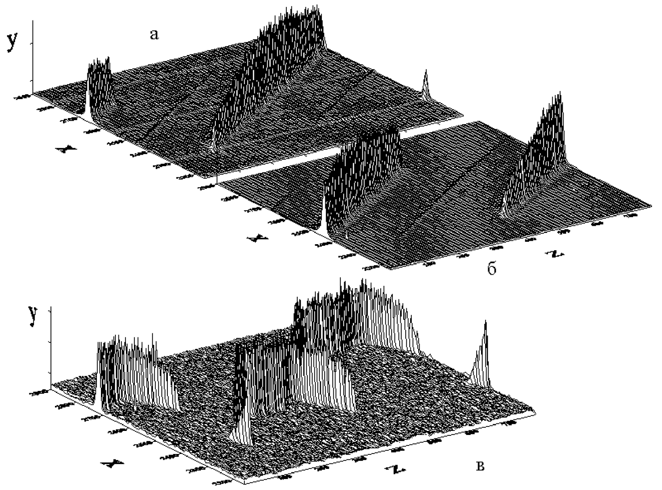

Рис. 2. Зміна положення та інтенсивности мод у першій та другій поляризаціях (вгорі), а також сигналу міжмодового биття (внизу) при видовженні резонатора.

На рис. 3 показано зміну в часі положення частот ґенерації в першій (1,3) та другій (2,4) поляризаціях та частоти МБ (5,6); графік побудовано на основі даних, наведених на рис. 2. При пошуку і визначенні координат екстремумів у кожній розгортці аналізувались області, у яких відхилення функцій перевищувало певне значення, яке задавалось дещо більшим, ніж рівень шумів. У результаті малоамплітудні відхилення виявились непоміченими: насправді кожна мода починалася трохи раніше і продовжувала існувати довше, ніж це показано на рис. 3.

Проходження моди 3 в ділянці провалу Лемба (X=2550, $Z \approx 450$) супроводжується зменшенням частоти МБ, що узгоджується з розрахунками. Порівнюючи теоретичні криві 1–9 з експериментальними залежностями 5, 6 (рис. 3), можна дійти висновку, що ліпша узгодженість спостерігаємо між кривими 5 (в області Z=300–450) чи 6 (Z=620–780) та кривою 2 (рис. 2). Кореляцію спостерігаємо і в інших місцях, якщо взяти до уваги те, що лівий і правий схили кривих 5, 6 повинні бути симетричними: досліджувана і опорна мода тут просто міняються функціями. Точніше можна визначити параметри активного середовища в працюючому лазері, оптимізуючи функцію взаємної кореляції при порівнянні результатів експеримента і формули (2.2).

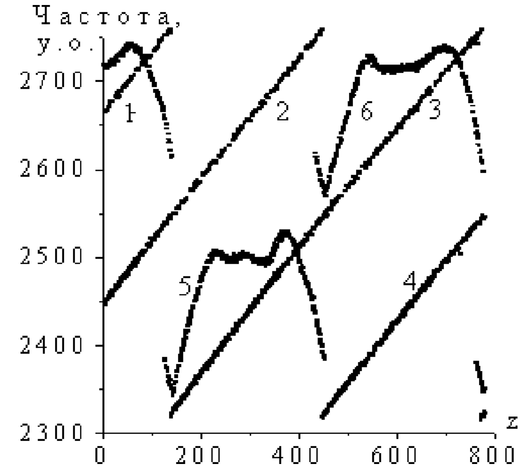

Рис. 3. Залежність частоти мод (перша поляризація — 1, 3; друга — 2,4) та міжмодового биття (5, 6) від видовження резонатора. Напрямки зростання радіо– та оптичних частот протилежні.

До особливостей експериментальних кривих слід віднести розриви (розщеплення) функцій МБ 5, 6 в області розгорток Z = 140, 440, 770, які пов’язані із зміною (перескоком) частоти опорної моди і зумовлені, на наш погляд, фазовою анізотропією резонатора. Наявність анізотропії навіть у порожньому резонаторі приводить до взаємного зміщення сітки власних частот в ортогональних поляризаціях. Величина розриву становить близько 200 кГц, їй відповідає різниця між довжинами резонатора у двох поляризаціях близько 0,05 нм, або в кутовій мірі $2,5 \cdot 10^{-4}$ радіян; вона може бути викликана анізотропією багатошарового покриття дзеркал. Виявлення розриву величиною 10–20 кГц не викликає труднощів; це дає змогу виявляти навіть незначну анізотропію, наприклад, $2\pi \cdot 10^{-5}$ радіан. Зазначимо, що в подібних лазерах з вікнами Брюстера такі розриви не спостерігаються. Розгортка Z =140 характерна тим, що тут у першій поляризації існують одночасно дві частоти, а в другій — єдина досліджувана мода знаходиться в центрі доплерівського контуру. Ця ситуація повторюється (зі зміною поляризації і функції мод) при видовженні резонатора на $\lambda/4$ в районі розгорток Z = 400, 770; вона не відповідає прийнятій моделі одночастотної ґенерації, аналіз її буде проведено в наступній публікації.

Залежності, наведені на рис. 3, в основних рисах відтворюються на інших лазерах цього типу (досліджено близько десятка екземплярів). Відмінність з’являється лише в області плато (наприклад, крива 6, Z = 550–750). Тут інколи виникають осциляції, характерні для цього екземпляра лазера, проте в кожного свої.

Частота МБ в активному резонаторі завжди менша, ніж у порожньому, цей добре відомий ефект затягування частоти до центра атомного переходу насправді може мати, як видно з рис. 3, досить складний характер залежно від параметрів резонатора і середовища, навіть при одномодовій ґенерації; це ускладнення значною мірою зумовлено дисперсійною дією ПБ.

Отже, на основі класичної теорії дисперсії можна адекватно описати частотну поведінку одномодового одночастотного лазера. Дисперсійне зміщення є простою функцією параметрів активного середовища та резонатора, останні можна безпосередньо визначати з частотної поведінки в працюючому лазері. Це корисно при дослідженні характеристик, пряме вимірювання яких неможливе або пов’язане з труднощами: співвідношення між однорідним та неоднорідним уширеннями, коефіцієнт підсилення або повний коефіцієнт утрат резонатора.

Залежність між частотами ґенерації і МБ часто використовується в системах стабілізації лазерів із квазіізотропним резонатором [6–8]. Ефективність стабілізації залежить від однозначности та крутизни характеристик цієї залежности. Із графіків, наведених на рис. 1, видно, що кількісний зв’язок між впливовими параметрами, як правило, неоднозначний і має області з незначною крутизною. Найвища ефективність управління може бути реалізована лише в околі провалу Лемба, де крутизна характеристики досягає 500 Гц/Гц, а при вузькому однорідному контурі (100–150 МГц) — навіть $\approx$ 200 Гц/Гц. Для отримання в такий спосіб реальної стабільности частоти лазера, не гіршої 10^{-12} [6], потрібно застосовувати частотний дискримінатор із чутливістю на рівні 1 Гц, що для області МБ є проблематичним. Якщо прийняти до уваги, що частота МБ залежить також від повного коефіцієнта втрат, рівня збудження середовища та його температури, коефіцієнт стабілізації 10^{-10} реально можна вважати граничним для таких систем.

[1] W. E. Lamb, Phys. Rev. A **134**, 1429 (1964).
[2] Д. И. Блохинцев, *Основы квантовой механики* (Высшая школа, Москва, 1961).
[3] Ф. А. Королев, *Теоретическая оптика* (Высшая школа, Москва, 1966).
[4] В. С. Летохов, В. П. Чеботаев, *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения* (Наука, Москва, 1990).
[5] Г. Л. Кончук, Вісн. Київ. ун–ту, сер. фіз. № 1, 409 (1999).
[6] В. А. Алешин, М. Н. Дубров, Г. А. Сметанкина, Приборы техн. эксп. № 3, 240 (1984).
[7] Yokoyama Shuko, Araki Tsutomu, Suzuki Norichito, Appl. Opt. **33**, 358 (1994).
[8] Sassaki, Okada, Appl. Phys. Lett. **61**, 1151 (1992).

INFLUENCE OF BENNET GAPS ON SINGLE FREQUENCY GENERATION

G. Kononchuk
Kyiv Shevchenko University,
6 Hlushkova Pr., Kyiv, UA–03127, Ukraine

Based on the classic dispertion theory, the equation was obtained that links the features of cavity, medium and deviation. We described Bennet gap by the Lorentz function, and the amplification line by Voigt's function.

The refraction index $n(\omega)$ in the region of irregular dispersion appeared to be a function of the cavity loss index β_0, the maximum amplification coefficient K_0^V, the ratio of homogeneous and heterogeneous line spreading, the spectral mode position ω_q. Adjacent modes beat frequency (AMBF) in He–Ne–laser ($\lambda = 0,63\mu m$) with quasiisotropic cavity was experimentally obtained. This He–Ne–laser generates two non–interacting modes where each mode satisfies the reqiurement for single mode generation. A comparison of the calculated and experimentally obtained shift of AMBF allows to determine K_0^V, β_0, γ directly for the working laser. It is shown that the accuracy of stabilization of generation frequency as a result of the AMBF control should not exceed 10^{-10}. Testing of AMBF in quasi–isotopic cavity allows to observe the mirror anisotropy of $2\pi \cdot 10^{-5}$ radian.