ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 4, № 1 (2000) с. 23–36

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 4, No. 1 (2000) p. 23–36

КОЕФІЦІЄНТИ ПЕРЕНОСУ СУМІШЕЙ ГУСТИХ ГАЗІВ ЗАРЯДЖЕНИХ ТА НЕЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК

М. В. Токарчук, О. Є. Кобрин, Й. А. Гуменюк
Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України,
вул. Свєнціцького, 1, Львів, 79011, Україна
(Отримано 7 липня 1999 р.)

Розглянуто кінетичне рівняння Енскоґа–Ландау для густих багатосортних систем заряджених твердих кульок. За допомогою методу Чепмена–Енскоґа знайдено його нормальний розв'язок у першому наближенні. На основі отриманих виразів для коефіцієнтів переносу проведено їх чисельний розрахунок для дво– і трисортних сумішей нейтральних і заряджених частинок. Деякі результати зіставлено з наявними експериментальними даними.

Ключові слова: багатосортна суміш, кінетичне рівняння, метод Чепмена–Енскоґа, інтеґрал зіткнень, коефіцієнти переносу.

PACS number(s): 05.60.–k, 05.70.Ln, 05.20.Dd, 52.25.Dd, 52.25.Fi

I. ВСТУП

Дослідження процесів переносу в густих слабойонізованих чи повністю йонізованих багатокомпонентних газах із наявністю від'ємних йонів є актуальними з погляду вдосконалення чи створення нових газових лазерів, плазмохемічних реакторів, синтезу озону, очистки повітря від окисів азоту, вуглецю, сполук хлору й газорозрядних ламп та ін. Зокрема, це важливо для реалізації ідеї руйнування фреонів у нижніх шарах атмосфери за допомогою НВЧ розрядів. Вагомі результати у вивченні елементарних зіткнень заряджених частинок (електронів, йонів) з атомами й молекулами та електромагнетних процесів у газорозрядній плазмі, плазмохемічних процесів у багатокомпонентних густих, частково чи повністю йонізованих газах (N_2, CO, CO_2, O_2, He, Ar, Kr, Xe) представлено в багатьох монографіях [1–7], оглядах [8–11] та окремих ориґінальних статтях [12–16]. Однією з центральних теоретичних проблем у цих дослідженнях є вивчення і розрахунок коефіцієнтів переносу — в'язкости, теплопровідности, взаємної дифузії та термодифузії — атомів, молекул, йонів та електронів, їхньої електропровідности з урахуванням характеру міжчастинкових взаємодій у газових сумішах. Таким розрахункам присвячено недавні праці Мерфі [17–19] для конкретних газових сумішей.

Традиційний інтерес до багатокомпонентних систем, зокрема до бінарних сумішей густих газів, рідин та плазми, в останні роки підсилився тим, що суттєвий поступ у розвитку обчислювальної техніки дозволив значно доповнювати теорію результатами математичного моделювання. Кінетичні коефіцієнти нерівноважних систем досліджували різними методами: за теорією Бгатнаґара–Ґросса–Крука [21], Ґріна–Кубо [22,23], методом Фроста [24], при поєднанні кінетики й рівнянь нелінійної гідродинаміки [25], в однорідинному наближенні [26,27]. Здійснено математичну побудову розширеної термодинаміки густих газів і рідин (зокрема сумішей із твердих кульок у рамках теорії RET [20]) [28], доведено термодинамічну сумісність кінетичних рівнянь типу Енскоґа для M–компонентних систем та Енскоґ–подібних кінетичних рівнянь для реаґуючих сумішей [29,30], порівняно результати макроскопічних і мікроскопічних теорій [31,32]. Одночасно з удосконаленням методів розрахунку кінетичних коефіцієнтів відбувалась також оптимізація чисельних моделювань Монте–Карло та молекулярної динаміки [33–35]. У деяких випадках чисто теоретичні моделі й задачі мали також прикладний характер: модель Ґросса–Джексона [36], обернена задача теплопровідности [37], ефективні коефіцієнти переносу [38–40].

Кінетичне рівняння Енскоґа–Ландау для однокомпонентної системи заряджених твердих кульок було запропоноване в праці [20]. Воно добре описує процеси переносу в помірно густих системах, а інтеґрал зіткнень такого рівняння не має неаналітичности на малих відстанях. Чисельні розрахунки для зсувної в'язкости η та теплопровідности λ на основі нормального розв'язку цього рівняння методом Чепмена–Енскоґа показали добрий збіг теорії з експериментальними даними [41]. У [43,44] для цього рівняння було знайдено нестаціонарний розв'язок і коефіцієнти переносу методом крайових умов [45], які у випадку стаціонарного процесу збігалися з результатами [41]. Однак, як і будь–яка однокомпонентна система, вона залишалась лише модельною [46,47].

Тому природним було бажання розвинути теорію [20,41] на багатокомпонентні системи. Якщо в працях [21–40] і розраховувались кінетичні коефіцієнти (такі, як в'язкість η, електропровідність σ, теплопровідність λ, коефіцієнти взаємної дифузії D_{ab} та термодифузії D_a^{T}), то скрізь відзначалось, що найліпший збіг з експериментальними даними (а також МК та МД) є для незаряджених систем і при відносно невисоких густинах. У [34], зокрема, зауважено, що при високих густинах збіг поганий (теорія не працює). А в [35] на основі результатів МК підсумовано, що η ліпше збігається з експериментом, ніж λ, у переважній більшості випадків. Узагалі, гірша узгодженість теорії й експерименту для теплопровідности λ відома давно. Пов'язане це передусім з тим, що зі збільшенням густини системи сильно зростає роль міжчастинкових кореляцій, які треба враховувати [48]. Це своєю чергою призводить до змін у локальних законах збереження, що використовуються при розв'язуванні кінетичних рівнянь [43].

У нашій роботі здійснено розрахунок коефіцієнтів переносу багатосортних густих газів заряджених і незаряджених частинок з урахуванням поляризаційних ефектів на основі кінетичного рівняння Енскоґа–Ландау. Отримано нормальний розв'язок цього рівняння методом Чепмена–Енскоґа. Проведено числові розрахунки коефіцієнтів в'язкости, теплопровідности, взаємної дифузії та термодифузії для різних сумішей.

II. КІНЕТИЧНЕ РІВНЯННЯ ЕНСКОҐА–ЛАНДАУ ДЛЯ БАГАТОСОРТНИХ СИСТЕМ ЗАРЯДЖЕНИХ ТВЕРДИХ КУЛЬОК

Розгляньмо нерівноважну систему N класичних частинок, яка складається з M сортів заряджених твердих кульок. Через N_a позначатимемо число частинок кожного сорту: $\sum\limits_{a=1}^{M} N_a = N$. Система займає об'єм V, що не є фіксованим, проте виконується термодинамічна границя:

$$N/V = \text{const}, \qquad \text{при } N\to\infty,\, V\to\infty.$$

Позначмо через $z_a e$ заряд частинки сорту a (e — елементарний електричний заряд), а через m_a — її масу. Ситема в цілому є електронейтральною, тобто виконується умова: $\sum\limits_{a=1}^{M} N_a z_a = 0$. Коли розглядаємо лише позитивно йонізовані суміші газів, то вважаємо, що нейтралізаційне поле електронів є континуумом всюди однаковим, постійним і нечутливим до змін у системі йонів.

У працях [20,41] із ланцюжка рівнянь ББҐКІ з модифікованими крайовими умовами в наближенні "парних" зіткнень було отримано кінетичне рівняння Енскоґа–Ландау для однокомпонентної системи заряджених твердих кульок у компенсаційному полі. Для багатосортних систем заряджених кульок кінетичне рівняння Енскога–Ландау було записане в [42,49] для потенціялів взаємодії:

$$\Phi(|\mathbf{r}_a-\mathbf{r}_b|)\equiv\Phi(r_{ab})=\Phi^{hs}(r_{ab})+\Phi^{l}(r_{ab}), \qquad (2.1)$$

$$\Phi^{hs}(r_{ab})=\lim_{c\to\infty}\Phi^{c}(r_{ab}), \quad \Phi^{c}(r_{ab})=\begin{cases} c, & r_{ab}<\sigma_{ab}\\ 0, & r_{ab}\geq\sigma_{ab},\end{cases}$$

$$\Phi^{l}(r_{ab})=\begin{cases} 0, & r_{ab}<\sigma_{ab}\\ \frac{z_a z_b e^2}{r_{ab}}, & r_{ab}\geq\sigma_{ab},\end{cases}$$

де $\sigma_{ab}=(\sigma_a+\sigma_b)/2$, а σ_a, σ_b — діяметри твердих кульок.

Далекосяжну частину потенціялу взаємодії зарядженої a й незарядженої b частинок можна взяти у вигляді поляризаційного потенціялу:

$$\Phi^{l}(r_{ab})=\begin{cases} 0, & r_{ab}<\sigma_{ab}\\ -\frac{z_a\alpha_b e^2}{2r_{ab}^4}, & r_{ab}\geq\sigma_{ab},\end{cases}$$

де α_b — поляризовність нейтральної частинки.

Кінетичне рівняння Енскоґа–Ландау має вигляд:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v}_a\cdot\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}_a}\right]f_a(x_a;t)=\sum_{b=1}^{M}\left[I_E^{(0)}(f_a,f_b)+I_E^{(1)}(f_a,f_b)+I_{MF}(f_a,f_b)+I_L(f_a,f_b)\right]. \qquad (2.2)$$

Тут і надалі одночастинкову функцію розподілу сорту a будемо позначати через f_a, $x_a\equiv(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a)$.

Інтеґрали зіткнень, що в правій частині, описують внески від певного типу міжчастинкової взаємодії. Доданки $I_E^{(0)}(f_a,f_b)$ та $I_E^{(1)}(f_a,f_b)$ є відповідно нульовим та першим членами розкладу інтеґрала зіткнень Енскоґа в ряд по нелокальності [42,49]:

$$I_E^{(0)}(f_a,f_b)=\int d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} g_2^{ab}(\sigma_{ab}|n,\beta)\left[f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}'_a,t)f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}'_b,t)-f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a,t)f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_b,t)\right], \qquad (2.3)$$

$$I_E^{(1)}(f_a,f_b)=\sigma_{ab}^3\int d\mathbf{v}_b d^2k_{ab}\theta(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})\Big\{g_2^{ab}(\mathbf{k}_{ab}|n,\beta)\mathbf{k}_{ab}\cdot[f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}'_a,t)\nabla f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}'_b,t) \qquad (2.4)$$

$$+\;f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a,t)\nabla f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_b,t)]+\frac{1}{2}\left(\mathbf{k}_{ab}\cdot\nabla g_2^{ab}(\mathbf{k}_{ab}|n,\beta)\right)[f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}'_a,t)f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}'_b,t)+f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a,t)f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_b,t)]\Big\}.$$

Тут $d\omega$ — диференціяльний переріз розсіяння; $\mathbf{v}_{ab}$ — відносна швидкість частинок; $g_2^{ab}(\sigma_{ab}|n,\beta)$ — значення квазірівноважної парної функції розподілу на контакті, яке залежить від концентрації n та оберненої температури β (надалі ми не будемо явно вказувати цих параметрів); $\mathbf{v}_a' = \mathbf{v}_a + \mathbf{k}_{ab}(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})$, $\mathbf{v}_b' = \mathbf{v}_b - \mathbf{k}_{ab}(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})$ — швидкості твердих кульок після зіткнення, $\mathbf{k}_{ab}$ — одиничний вектор у напрямку від центра однієї твердої кульки до іншої при їх зіткненні; $\theta(x)$ — одинична функція Гевісайда.

Третій доданок — внесок, розрахований у наближенні теорії середнього поля KMFT [20,41]:

$$I_{MF}(f_a,f_b) = \frac{1}{m_a}\int d\mathbf{r}_b \frac{\partial \Phi^l(r_{ab})}{\partial \mathbf{r}_a}\cdot\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_a} f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a,t) \times g_2^{ab}(\mathbf{r}_a,\mathbf{r}_b,t)\, n_b(\mathbf{r}_b,t), \tag{2.5}$$

де $g_2^{ab}(\mathbf{r}_a,\mathbf{r}_b,t)$ — квазірівноважна парна функція розподілу.

Останній доданок є інтеґралом зіткнень типу Ландау:

$$I_L(f_a,f_b) = \int d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab}\left[f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a^*,t) f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_b^*,t) - f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a,t) f_b(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_b,t)\right]. \tag{2.6}$$

Тут його представлено спрощено в больцманівській формі з урахуванням $g_2^{ab}(\mathbf{r}_a,\mathbf{r}_b,t) \to 1$ [53]. При розв'язуванні (2.2) методом Чепмена–Енскоґа така форма є зручною. $\mathbf{v}_a^* = \mathbf{v}_a + \triangle\mathbf{v}_{ab}$, $\mathbf{v}_b^* = \mathbf{v}_b - \triangle\mathbf{v}_{ab}$ — швидкості частинок після кулонівського розсіяння.

$$\triangle\mathbf{v}_{ab} = -\frac{1}{2\mu_{ab}v_{ab}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\xi \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{ab}}\Phi^l(|\mathbf{r}_{ab}|)\Big|_{r_{ab}=\sqrt{\xi^2+b^2}}.$$

μ_{ab} — зведена маса; b — прицільний параметр.

III. НОРМАЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК МЕТОДОМ ЧЕПМЕНА–ЕНСКОҐА

Щоб знайти нормальні розв'язки кінетичного рівняння (2.2) тим чи іншим методом, необхідно використовувати у відповідних наближеннях локальні закони збереження. При цьому вирази для кінетичних коефіцієнтів в'язкости й теплопровідности будуть визначатися з розрахунків тензора густини потоку імпульсу $\overleftrightarrow{P}(\mathbf{r},t)$ та вектора густини потоку енерґії $\mathbf{q}(\mathbf{r},t)$ на основі розв'язку для $f_a(\mathbf{r}_a,\mathbf{v}_a,t)$ та відповідних наближень для функції $g_2^{ab}(\mathbf{r}_a,\mathbf{r}_b,t)$. Оскільки будемо шукати такі розв'язки кінетичних рівнянь (2.2), що відповідають лінійним (за ґрадієнтами термодинамічних параметрів) гідродинамічним процесам переносу, то структуру виразів для тензора густини потоку імпульсу $\overleftrightarrow{P}(\mathbf{r},t)$ та вектора густини потоку енерґії $\mathbf{q}(\mathbf{r},t)$ можна знайти безпосередньо за допомогою кінетичного рівняння (2.2). Для здійснення цієї процедури зручно ввести [20,41] гідродинамічні параметри густини маси, імпульсу та енерґії:

$$\rho(\mathbf{r},t) = \sum_{a=1}^{M} m_a \int d\mathbf{v}_a f_a(\mathbf{r},\mathbf{v}_a,t), \tag{3.1}$$

$$\rho(\mathbf{r},t)\mathbf{V}(\mathbf{r},t) = \sum_{a=1}^{M}\int d\mathbf{v}_a f_a(\mathbf{r},\mathbf{v}_a,t) m_a\mathbf{v}_a, \tag{3.2}$$

$$\rho(\mathbf{r},t)w(\mathbf{r},t) = \sum_{a=1}^{M}\int d\mathbf{v}_a f_a(\mathbf{r},\mathbf{v}_a,t)\frac{m_a}{2}c_a^2, \tag{3.3}$$

де $\mathbf{c}_a(\mathbf{r},t) = \mathbf{v}_a - \mathbf{V}(\mathbf{r},t)$ — теплова швидкість частинок сорту a.

Множачи вихідне кінетичне рівняння (2.2) на компоненти "вектора" адитивних інваріянтів $\psi = (m_a, m_a\mathbf{v}_a, m_a c_a^2/2)$ та інтеґруючи за $d\mathbf{v}_a$, одержимо рівняння для вибраних гідродинамічних параметрів:

$$\frac{d\rho(\mathbf{r},t)}{dt} = -\rho(\mathbf{r},t)\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\cdot\mathbf{V}(\mathbf{r},t) \tag{3.4а}$$

— закон збереження маси,

$$\rho(\mathbf{r},t)\frac{d\mathbf{V}(\mathbf{r},t)}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\cdot \overleftrightarrow{P}'(\mathbf{r},t) \tag{3.4б}$$

— рівняння руху,

$$\rho(\mathbf{r},t)\frac{dw(\mathbf{r},t)}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\cdot\mathbf{q}^*(\mathbf{r},t) - \overleftrightarrow{P}^*(\mathbf{r},t) : \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}\mathbf{V}(\mathbf{r},t) + \sum_{a,b=1}^{M}\mathbf{V}_a(\mathbf{r},t)\int d\mathbf{r}_{ab}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{ab}}\Phi^l(r_{ab})\; n_a(\mathbf{r},t) n_b(\mathbf{r}+\mathbf{r}_{ab},t) \tag{3.4в}$$

— рівняння переносу кінетичної енерґії. Тут

$$\overleftrightarrow{P}' = \overleftrightarrow{P}^{kin} + \overleftrightarrow{P}^{hs} + \overleftrightarrow{P}^{MF}, \qquad \overleftrightarrow{P}^* = \overleftrightarrow{P}^{kin} + \overleftrightarrow{P}^{hs},$$
$$\mathbf{q}^* = \mathbf{q}^{kin} + \mathbf{q}^{hs}, \tag{3.5}$$
$$\mathbf{V}_a(\mathbf{r},t) = \frac{1}{n_a}\int d\mathbf{v}_a f_a(\mathbf{r},\mathbf{v}_a,t)[\mathbf{v}_a - \mathbf{V}(\mathbf{r},t)]$$

— дифузійна швидкість частинок сорту a.

Для відшукання нормальних розв'язків системи кінетичних рівнянь (2.2) методом Чепмена–Енскоґа [52] за нульове наближення для функції розподілу виберемо локально–максвеллівську функцію:

$$f_a^{(0)}(\mathbf{r},\mathbf{v}_a,t) = n_a(\mathbf{r},t)\left[\frac{m_a}{2\pi kT(\mathbf{r},t)}\right]^{3/2}\exp\left\{-\frac{m_a c_a^2(\mathbf{r},t)}{2kT(\mathbf{r},t)}\right\}.$$

Тоді можна знайти [49] в нульовому наближенні величини (3.5), що входять у відповідні рівняння переносу (3.4а), (3.4б), (3.4в): $\overset{\leftrightarrow}{P}' = (P^{kin}+P^{hs}+P^{MF})\overset{\leftrightarrow}{I} \equiv P\overset{\leftrightarrow}{I}$, $\mathbf{q}^{kin} = \mathbf{q}^{hs} = 0$, $\mathbf{V}_a(\mathbf{r},t) = 0$,

$$P^{kin} = \sum_{a=1}^{M} n_a kT,$$

$$P^{hs} = \frac{2}{3}\pi kT \sum_{a,b=1}^{M} n_a n_b \sigma_{ab}^3 g_2^{ab}(\sigma_{ab}),$$

$$P^{MF} = -\frac{2}{3}\pi \sum_{a,b=1}^{M} n_a n_b \int\limits_{\sigma_{ab}}^{\infty} dr\, r^3 g_2^{ab}(r)\left[\Phi_{ab}^l(r)\right]',$$

P — гідростатичний тиск, $\overset{\leftrightarrow}{I}$ — одиничний тензор.

У першому наближенні шукатимемо функції розподілу у вигляді:

$$f_a(\mathbf{r},\mathbf{v}_a,t) = f_a^{(0)} + f_a^{(1)} = f_a^{(0)}(\mathbf{r},\mathbf{v}_a,t)[1+\phi_a]. \quad (3.6)$$

Підставмо (3.6) у (2.2). Тоді, відкидаючи члени вищого порядку малости й опускаючи доданки, що перетворюються на нуль, кінетичні рівняння (2.2) в першому наближенні запишемо так:

$$\mathcal{D}_a f_a^{(0)} = \sum_{b=1}^{M}\Big[I_E^{(1)}(f_a^{(0)},f_b^{(0)}) + I_{MF}(f_a^{(0)},f_b) + J_E^{(0)}(\phi_a,\phi_b) + J_L(\phi_a,\phi_b)\Big], \quad (3.7)$$

де

$$\mathcal{D}_a \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_a\cdot\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}, \quad (3.8)$$

$$J_E^{(0)}(\phi_a,\phi_b) = \int d\mathbf{v}_b d\omega\, v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)} g_2^{ab}(\sigma_{ab}) \times[\phi_a(\mathbf{c}_a') + \phi_b(\mathbf{c}_b') - \phi_a(\mathbf{c}_a) - \phi_b(\mathbf{c}_b)], \quad (3.9)$$

$$J_L(\phi_a,\phi_b) = \int d\mathbf{v}_b d\omega\, v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)} \times[\phi_a(\mathbf{c}_a^*) + \phi_b(\mathbf{c}_b^*) - \phi_a(\mathbf{c}_a) - \phi_b(\mathbf{c}_b)]. \quad (3.10)$$

Далі будемо спрощувати рівняння (3.7), обчислюючи члени $\mathcal{D}_a f_a^{(0)}$, $I_E^{(1)}(f_a^{(0)},f_b^{(0)})$ та $I_{MF}(f_a^{(0)},f_b)$. Розкриваючи дію потокового оператора $\mathcal{D}_a$ на $f_a^{(0)}$, похідні за часом виключаємо за допомогою рівнянь (3.4) для n_a, $\mathbf{V}$ і T. Тоді

$$\mathcal{D}_a f_a^{(0)} = f_a^{(0)}\Bigg\{\left(\frac{m_a c_a^2}{2kT} - \frac{3}{2}\right)\mathbf{c}_a\cdot\nabla\ln T + \frac{m_a}{kT}\mathbf{c}_a\mathbf{c}_a : \nabla\mathbf{V} - \left[1 + \left(\frac{m_a c_a^2}{3kT} - 1\right)\left(1 + \frac{2\pi}{3n}\sum_{b,c=1}^{M} n_b n_c \sigma_{bc}^3 g_2^{bc}\right)\right]\nabla\cdot\mathbf{V} + \frac{\nabla n_a}{n_a}\cdot\mathbf{c}_a - \frac{m_a}{\rho kT}\nabla P\cdot\mathbf{c}_a\Bigg\}. \quad (3.11)$$

g_2^{bc} — значення квазірівноважної парної функції розподілу на контакті.

Інтеґрали $I_E^{(1)}(f_a^{(0)},f_b^{(0)})$ можна обчислити прямим інтеґруванням подібно до того, як це зроблено в [52] для односортного випадку:

$$\sum_{b=1}^{M} I_E^{(1)}(f_a^{(0)},f_b^{(0)}) = -f_a^{(0)}\frac{2\pi}{3}\sum_{b=1}^{M} n_b\sigma_{ab}^3\Bigg\{\nabla g_2^{ab}\cdot\mathbf{c}_a + g_2^{ab}\Bigg[2\nabla\ln n_b\cdot\mathbf{c}_a + \left(\frac{3m_a m_b}{5kT}c_a^2 + m_a - 2m_b\right)\frac{2m_a}{(m_a+m_b)^2}\nabla\ln T\cdot\mathbf{c}_a + \frac{4\mu_{ab}}{5kT}\mathbf{c}_a\mathbf{c}_a : \nabla\mathbf{V} + \left(\frac{2\mu_{ab}}{5kT}c_a^2 - \frac{2m_b}{m_a+m_b}\right)\nabla\cdot\mathbf{V}\Bigg]\Bigg\}. \quad (3.12)$$

Для обчислення доданків $I_{MF}(f_a^{(0)},f_b)$ (які насправді є функціоналами лише f_b) треба розкласти в ряд $n_b(\mathbf{r}_b,t)$ й обмежитись двома першими членами розкладу [53]. Інтеґруючи за $d\mathbf{v}_b$, одержимо:

$$\sum_{b=1}^{M} I_{MF}(f_a^{(0)},f_b) = f_a^{(0)}\frac{\mathbf{c}_a}{kT}\cdot\nabla\sum_{b=1}^{M} n_b\nu_{ab}(\sigma_{ab}), \quad (3.13)$$

де

$$\nu_{ab}(\sigma_{ab}) = \frac{4\pi}{3}\int\limits_{\sigma_{ab}}^{\infty} dr_{ab} r_{ab}^3 g_2^{ab}(r_{ab})\frac{\partial\Phi^l}{\partial r_{ab}}. \qquad (3.14)$$

Зібравши в лівій частині обчислені члени, одержимо рівняння на поправки ϕ_a:

$$f_a^{(0)}[\mathcal{L}_a \mathbf{c}_a\cdot\nabla\ln T + \overleftrightarrow{\mathcal{P}}_a : \nabla\mathbf{V} + \frac{n}{n_a}\mathbf{c}_a\cdot\mathbf{d}_a]$$
$$= \sum_{b=1}^{M}\left[J_E^{(0)}(\phi_a,\phi_b) + J_L(\phi_a,\phi_b)\right], \qquad (3.15)$$

де використано позначення:

$$\mathcal{L}_a = \frac{m_a c_a^2}{2kT}\mathcal{L}_a^{(1)} + \mathcal{L}_a^{(2)}, \qquad (3.16)$$

$$\mathcal{L}_a^{(1)} = 1 + \frac{8\pi}{5}\sum_{b=1}^{M} n_b\sigma_{ab}^3 g_2^{ab}\frac{m_a m_b}{(m_a+m_b)^2},$$

$$\mathcal{L}_a^{(2)} = -\frac{3}{2} - \frac{m_a n}{\rho} - \frac{2\pi m_a}{3\rho}\zeta + \frac{2\pi}{3}\sum_{b=1}^{M} n_b\sigma_{ab}^3 g_2^{ab}\frac{2m_a(m_a-2m_b)}{(m_a+m_b)^2},$$

$$\overleftrightarrow{\mathcal{P}}_a = \frac{m_a}{kT}\mathcal{P}_a^{(1)}\mathbf{c}_a\mathbf{c}_a - \left[\frac{m_a c_a^2}{3kT}\mathcal{P}_a^{(2)} + \mathcal{P}_a^{(3)}\right]\overleftrightarrow{I}, \qquad (3.17)$$

$$\mathcal{P}_a^{(1)} = 1 + \frac{8\pi}{15}\gamma_a,$$

$$\mathcal{P}_a^{(2)} = 1 + \frac{2\pi}{3n}\zeta - \frac{4\pi}{5}\gamma_a,$$

$$\mathcal{P}_a^{(3)} = -\frac{2\pi}{3n}\zeta + \frac{4\pi}{3}\gamma_a,$$

$$\mathbf{d}_a = \frac{\nabla n_a}{n} - \frac{\rho_a}{\rho}\frac{\nabla n}{n} + \frac{4\pi n_a}{3n}\sum_{b=1}^{M}\sigma_{ab}^3 g_2^{ab}\nabla n_b - \frac{4\pi}{3}\frac{\rho_a}{\rho n}\sum_{b,c=1}^{M} n_b\sigma_{bc}^3 g_2^{bc}\nabla n_c$$
$$+ \frac{2\pi n_a}{3n}\sum_{b=1}^{M} n_b\sigma_{ab}^3\nabla g_2^{ab} - \frac{2\pi}{3}\frac{\rho_a}{\rho n}\sum_{b,c=1}^{M} n_b n_c\sigma_{bc}^3\nabla g_2^{bc} - \frac{n_a}{nkT}\left[\nabla\sum_{b=1}^{M} n_b\nu_{ab} + \frac{m_a}{\rho}\nabla P^{MF}\right], \qquad (3.18)$$

а $\zeta = \sum\limits_{b,c=1}^{M} n_b n_c\sigma_{bc}^3 g_2^{bc}$, $\gamma_a = \sum\limits_{b=1}^{M} n_b\sigma_{ab}^3 g_2^{ab}$, $\rho_a = m_a n_a$.

Вектор $\mathbf{d}_a$ називається дифузійною термодинамічною силою частинок сорту a. Як і у випадку точкових частинок, $\sum\limits_{a=1}^{M}\mathbf{d}_a = 0$. Мусимо зазначити, що з міркувань зручности ми прийняли означення для $\mathbf{d}_a$, яке при $\sigma_a\to 0$, $a = 1\div M$ не переходить в означення для точкових частинок, дане, наприклад, у [51,52].

Поправку ϕ_a шукатимемо у вигляді:

$$\phi_a(\mathbf{c}_a) = -\sqrt{\frac{m_a}{2kT}}A_a(c_a^2)\mathbf{c}_a\cdot\nabla\ln T$$
$$-\frac{m_a}{kT}B_a(c_a^2)(\mathbf{c}_a\mathbf{c}_a - \frac{c_a^2}{3}\overleftrightarrow{I}):\nabla\mathbf{V}$$
$$+ n\sqrt{\frac{m_a}{2kT}}\sum_{p=1}^{M} E_{ap}(c_a^2)\mathbf{c}_a\cdot\mathbf{d}_p^*, \qquad (3.19)$$

де $\{\mathbf{d}_p^*\}_{p=1\div M}$ — деякий набір векторів, пов'язаний з термодифузійними силами співвідношенням $\mathbf{d}_p = \mathbf{d}_p^* - \rho_p/\rho\sum\limits_{q=1}^{M}\mathbf{d}_q^*$. Цей набір введено для того, щоб обійти лінійну залежність векторів $\mathbf{d}_p$.

Оскільки макроскопічні змінні n_a, $\mathbf{V}$ і T виражаються лише через $f_a^{(0)}$, то на поправки ϕ_a існують певні обмеження, які зводяться до додаткових умов на функції $A_a(c_a^2)$ і $E_{ap}(c_a^2)$:

$$\sum_{a=1}^{M} m_a^{3/2}\int d\mathbf{v}_a f_a^{(0)} c_a^2 A_a(c_a^2) = 0, \qquad (3.20)$$

$$\sum_{a=1}^{M} m_a^{3/2}\int d\mathbf{v}_a f_a^{(0)} c_a^2 E_{ap}(c_a^2) = 0.$$

У подальших формулах буде зручніше користуватися безрозмірною швидкістю $\mathbf{C}_a \equiv \sqrt{\frac{m_a}{2kT}}\mathbf{c}_a$. Підставляючи поправку (3.19) в рівняння (3.15) і прирівнюючи вирази при $\nabla\ln T$, $\nabla\mathbf{V}$, $\mathbf{d}_p^*$, одержимо системи рівнянь для визначення невідомих функцій A_a, B_a,

E_{ap}. Система для $A_a(C_a^2)$ має вигляд:

$$f_a^{(0)}\mathcal{L}_a\mathbf{c}_a=-\sum_{b=1}^{M}\int d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)}\{g_2^{ab}(\sigma_{ab})[A_a(C_a'^2)\mathbf{C}_a'$$

$$+A_b(C_b'^2)\mathbf{C}_b' - A_a(C_a^2)\mathbf{C}_a - A_b(C_b^2)\mathbf{C}_b] + [**]\}. \quad (3.21)$$

Позначка [**] означає вираз у квадратних дужках, що стоїть перед нею, але із заміною штрихованих символів на "зірочковані", і служить для позначення кулонівських доданків, які походять від інтеґрала зіткнень $J_L(\phi_a, \phi_b)$ (3.10). Наприклад, у рівнянні (3.21) [**] означає:

$$[**] \equiv [A_a(C_a^{*2})\mathbf{C}_a^* + A_b(C_b^{*2})\mathbf{C}_b^* - A_a(C_a^2)\mathbf{C}_a - A_b(C_b^2)\mathbf{C}_b].$$

Система рівнянь для функцій $B_a(C_a^2)$ виглядає так:

$$f_a^{(0)}\overset{\leftrightarrow}{\mathcal{P}}_a = -\sum_{b=1}^{M}\int d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)}\{g_2^{ab}(\sigma_{ab})[B_a(C_a'^2)\left(\mathbf{C}_a'\mathbf{C}_a' - \frac{C_a'^2}{3}\overset{\leftrightarrow}{I}\right) + B_b(C_b'^2)\left(\mathbf{C}_b'\mathbf{C}_b' - \frac{C_b'^2}{3}\overset{\leftrightarrow}{I}\right)$$

$$- B_a(C_a^2)\left(\mathbf{C}_a\mathbf{C}_a - \frac{C_a^2}{3}\overset{\leftrightarrow}{I}\right) - B_a(C_b^2)\left(\mathbf{C}_b\mathbf{C}_b - \frac{C_b^2}{3}\overset{\leftrightarrow}{I}\right)] + [**]\}. \quad (3.22)$$

Для функцій $E_{ap}(C_a^2)$ будемо мати:

$$f_a^{(0)}\frac{\delta_{ap} - \rho_a/\rho}{n}\mathbf{c}_a = \sum_{b=1}^{M}\int d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)}\{g_2^{ab}(\sigma_{ab})$$

$$\times [E_{ap}(C_a'^2)\mathbf{C}_a' + E_{bp}(C_b'^2)\mathbf{C}_b' - E_{ap}(C_a^2)\mathbf{C}_a - E_{bp}(C_b^2)\mathbf{C}_b] + [**]\}, \quad (3.23)$$

де δ_{ap} — символ Кронекера.

При кожному фіксованому p є M рівнянь типу (3.23), що утворюють замкнену систему. Розв'язуючи кожну з таких систем з додатковими умовами (3.20), ми знайдемо M^2 функцій $E_{ap}(C^2)$. Але ці функції визначаються неоднозначно [52]. Якщо (3.23) домножити на ρ_p/ρ і просумувати за індексом p, то одержимо:

$$\sum_{b=1}^{M}\int d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)}\{g_2^{ab}(\sigma_{ab})$$

$$\times[\mathcal{E}_a' + \mathcal{E}_b' - \mathcal{E}_a - \mathcal{E}_b] + [**]\} = 0, \quad (3.24)$$

де

$$\mathcal{E}_a = \sum_{q=1}^{M}\frac{\rho_q}{\rho}E_{aq}(C_a^2)\mathbf{C}_a.$$

Рівняння (3.24) означає, що функції $E_{ap}(C_a^2)$ є такими, що їхня лінійна комбінація $\mathcal{E}_a$ — адитивний інваріянт. Для спрощення цей адитивний інваріянт покладають рівним нулеві:

$$\sum_{q=1}^{M}\frac{\rho_q}{\rho}E_{aq}(C_a^2)\mathbf{C}_a = 0.$$

Завдяки такому крокові, вектор $\mathbf{d}_p^*$ в (3.19) можна замінити на $\mathbf{d}_p^* - \frac{\rho_p}{\rho}\sum_{q=1}^{M}\mathbf{d}_q^*$. Тоді поправку ϕ_a знову запишемо через вектори $\mathbf{d}_p$:

$$\phi_a(\mathbf{C}_a) = -A_a(C_a^2)\mathbf{C}_a\cdot\nabla\ln T - B_a(C_a^2)$$

$$\times(\mathbf{C}_a\mathbf{C}_a - \frac{1}{3}C_a^2\overset{\leftrightarrow}{I}) : \nabla\mathbf{V} + n\sum_{p=1}^{M}E_{ap}(C_a^2)\mathbf{C}_a\cdot\mathbf{d}_p. \quad (3.25)$$

Функції, через які виражається поправка ϕ_a, шукатимемо у вигляді розкладів за поліномами Соніна–Ляґера:

$$X_a(C_a^2) = \sum_{j=0}^{\infty}X_a(j)L_j^{\nu}(C_a^2), \quad (3.26)$$

де X_a позначає почергово A_a, E_{ap}, B_a; для A_a і E_{ap} індекс $\nu = 3/2$, а для B_a $\nu = 5/2$. Ці поліноми означуються так [51]:

$$L_j^{\nu}(x) = \sum_{m=0}^{j}(-x)^m\frac{j!\Gamma(j+\nu+1)}{m!\Gamma(m+\nu+1)\Gamma(j-m+1)} \quad (3.27)$$

і задовольняють умову нормування:

$$\int_0^\infty dx\, e^{-x} x^\nu L_j^\nu(x) L_{j'}^\nu(x) = \delta_{jj'} j!\, \Gamma(j+\nu+1).$$

Далі треба шукати коефіцієнти розкладу $A_a(j)$, $B_a(j)$, $E_{ap}(j)$. Коли розклад (3.26) для $A_a(C_a^2)$ підставити у (3.21) і, домноживши скалярно кожне рівняння на $\sqrt{\frac{m_a}{2kT}}\mathbf{C}_a L_s^{3/2}(C_a^2)$, проінтеґрувати за $d\mathbf{v}_a$, то одержимо систему:

$$\frac{3}{2}n_a\left[\frac{5}{2}\mathcal{L}_a^{(1)}(\delta_{s0}-\delta_{s1})+\mathcal{L}_a^{(2)}\delta_{s0}\right] = -\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{b=1}^{M}\{\alpha_{sj}^{ab,a}A_a(j)+\alpha_{sj}^{ab,b}A_b(j)\}, \tag{3.28}$$

де

$$\alpha_{sj}^{ab,a} = \int d\mathbf{v}_a d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)} \sqrt{\frac{m_a}{2kT}} L_s^{3/2}(C_a^2)\{g_2^{ab}(\sigma_{ab})[L_j^{3/2}(C_a'^2)\mathbf{C}_a' - L_j^{3/2}(C_a^2)\mathbf{C}_a] + [**]\}\cdot\mathbf{C}_a, \tag{3.29}$$

$$\alpha_{sj}^{ab,b} = \int d\mathbf{v}_a d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)} \sqrt{\frac{m_a}{2kT}} L_s^{3/2}(C_a^2)\{g_2^{ab}(\sigma_{ab})[L_j^{3/2}(C_b'^2)\mathbf{C}_b' - L_j^{3/2}(C_b^2)\mathbf{C}_b] + [**]\}\cdot\mathbf{C}_a. \tag{3.30}$$

Аналогічно шукаємо систему рівнянь для коефіцієнтів $B_a(j)$. Підставляючи розклад (3.26) функцій $B_a(C_a^2)$ у систему рівнянь (3.22), домножуючи скалярно на тензор $L_s^{5/2}(C_a^2)\mathbf{C}_a\mathbf{C}_a$ й інтеґруючи за $d\mathbf{v}_a$, отримаємо:

$$\frac{1}{2}n_a[5\,(3\,\mathcal{P}_a^{(1)}-\mathcal{P}_a^{(2)})\,\delta_{s0}-3\,\mathcal{P}_a^{(3)}] = -\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{b=1}^{M}\{\beta_{sj}^{ab,a}B_a(j)+\beta_{sj}^{ab,b}B_b(j)\}, \tag{3.31}$$

де

$$\begin{aligned}\beta_{sj}^{ab,a} &= \int d\mathbf{v}_a d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)} L_s^{5/2}(C_a^2)\\ &\times\left\{g_2^{ab}[L_j^{5/2}(C_a'^2)(\mathbf{C}_a'\mathbf{C}_a'-\frac{C_a'^2}{3}\overleftrightarrow{I}) - L_j^{5/2}(C_a^2)(\mathbf{C}_a\mathbf{C}_a-\frac{C_a^2}{3}\overleftrightarrow{I})]+[**]\right\}:\mathbf{C}_a\mathbf{C}_a, \qquad (3.32)\\ \beta_{sj}^{ab,b} &= \int d\mathbf{v}_a d\mathbf{v}_b d\omega v_{ab} f_a^{(0)} f_b^{(0)} L_s^{5/2}(C_a^2)\\ &\times\left\{g_2^{ab}[L_j^{5/2}(C_b'^2)(\mathbf{C}_b'\mathbf{C}_b'-\frac{C_b'^2}{3}\overleftrightarrow{I}) - L_j^{5/2}(C_b^2)(\mathbf{C}_b\mathbf{C}_b-\frac{C_b^2}{3}\overleftrightarrow{I})]+[**]\right\}:\mathbf{C}_a\mathbf{C}_a. \qquad (3.33)\end{aligned}$$

Як можна бачити, для фіксованого p, система рівнянь (3.23) для $E_{ap}(C_a^2)$ відрізняється від системи рівнянь (3.21) для $A_a(C_a^2)$ лише лівою частиною. Тому ми можемо записати систему рівнянь для коефіцієнтів розкладу функції $E_{ap}(C_a^2)$ за аналогією з (3.28), обчислюючи лише ліву частину:

$$\frac{3}{2}\left(\delta_{ap}-\frac{\rho_a}{\rho}\right)\delta_{s0} = \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{b=1}^{M}\{\alpha_{sj}^{ab,a}E_{ap}(j)+\alpha_{sj}^{ab,b}E_{bp}(j)\}. \tag{3.34}$$

При цьому $p = 1 \div M$, даючи M систем.

Зауважмо, що системи рівнянь (3.28) і (3.34) не є лінійно незалежними. Тому кожну з них треба доповнити ще одним незалежним рівнянням. Їх одержують з додаткових умов (3.20), які набувають вигляду:

$$\sum_{a=1}^{M}\sqrt{m_a}n_aA_a(0)=0,\quad \sum_{a=1}^{M}\sqrt{m_a}n_aE_{ap}(0)=0.$$

Співвідношення (3.28), (3.31) та (3.34) утворюють нескінченні (за j) системи лінійних рівнянь, які обривають при деякому j в реальних розрахунках.

Шукатимемо функції $A_a(C_a^2)$ та $E_{ap}(C_a^2)$ в наближенні двох поліномів, а $B_a(C_a^2)$ — в наближенні одного полінома. Тому нам потрібні величини (3.29), (3.30) тільки з індексами $s,j=0;1$, а (3.32), (3.33) — лише з індексами $s,j=0$. Ці величини розраховані [51,52] і зводяться до Ω–інтеґралів, що залежать від конкретного вигляду потенціялу взаємодії. Ми його розділили на тверді кульки й кулонівський потенціял, отже, буде два типи Ω–інтеґралів: Ω^{hs} та Ω^{l}.

$$\Omega_{ab}^{hs,l(p,q)}=\sqrt{\frac{kT}{2\pi\mu_{ab}}}\int\limits_0^\infty dx\, e^{-x^2}x^{2q+3}Q_{ab}^{hs,l(p)},\qquad(3.35)$$

де

$$Q_{ab}^{hs(p)}=2\pi\int\limits_0^{\sigma_{ab}}db\, b[1-\cos^p\chi'_{ab}(b,v_{ab})],$$

$$Q_{ab}^{l(p)}=2\pi\int\limits_{\sigma_{ab}}^{\infty}db\, b[1-\cos^p\chi^*_{ab}(b,v_{ab})],$$

b — прицільний параметр, а χ'_{ab} та χ^*_{ab} — кути розсіяння однієї на одній твердих кульок та кулонівських частинок відповідно.

Ω^{hs}–інтеґрали шукаються точно, оскільки кут розсіяння χ'_{ab} можна знайти з геометричних міркувань:

$$\cos\frac{\chi'_{ab}}{2}=\frac{b}{\sigma_{ab}}.$$

Тоді для Ω^{hs}–інтеґралів з потрібними p і q матимемо:

$$\Omega_{ab}^{hs(1,1)}=\sqrt{\frac{kT}{2\pi\mu_{ab}}}\pi\sigma_{ab}^2,$$

а $\Omega_{ab}^{hs(1,2)}$, $\Omega_{ab}^{hs(1,3)}$, $\Omega_{ab}^{hs(2,2)}$ відповідно в 3, 12 і 2 рази більші за $\Omega_{ab}^{hs(1,1)}$.

Кулонівські Ω^{l}–інтеґрали будемо шукати, припускаючи, що кути розсіяння χ^*_{ab} є малими. Тоді, подібно до [53],

$$\cos\chi^*_{ab}=1-\frac{1}{2}\left(\frac{2z_az_be^2}{\varepsilon\mu_{ab}v_{ab}^2b}\right)^2.$$

Використовуючи цю формулу, одержимо лоґарифмічну розбіжність $Q_{ab}^{l(p)}$ на великих прицільних параметрах b. Щоб її уникнути, будемо обрізати інтеґрування за b деяким ефективним радіусом обрізання D, що має зміст радіуса екранування. Тоді

$$\Omega_{ab}^{l(1,1)}=\sqrt{\frac{kT}{2\pi\mu_{ab}}}\frac{\pi}{2}\left(\frac{z_az_be^2}{\varepsilon kT}\right)^2\ln\frac{D}{\sigma_{ab}},$$

$$\Omega_{ab}^{l(1,2)}=\Omega_{ab}^{l(1,1)},\quad \Omega_{ab}^{l(1,3)}=2\Omega_{ab}^{l(1,1)},\quad \Omega_{ab}^{l(2,2)}=2\Omega_{ab}^{l(1,1)}.$$

Обчисливши Ω–інтеґрали, ми тим самим визначили всі величини, необхідні для відшукання функцій A_a, B_a, E_{ap} у вказаних наближеннях.

IV. КОЕФІЦІЄНТИ ПЕРЕНОСУ

Тепер, окресливши, як визначити поправки ϕ_a, можна обчислити в першому наближенні тензор напружень $\overleftrightarrow{P}^{(1)}$, вектор теплового потоку $\mathbf{q}^{(1)}$ і дифузійні швидкості $\mathbf{V}_a^{(1)}$ (або дифузійні потоки $\mathbf{j}_a^{(1)}$) кожного сорту частинок. Виходитимемо з виразів для $\overleftrightarrow{P}^{(1)}$ і $\mathbf{q}^{(1)}$, для яких вже зроблено розклад за нелокальністю [49,53]:

$$\overleftrightarrow{P}^{(1)}=\overleftrightarrow{P}^{kin(1)}+\overleftrightarrow{P}^{hs(1)},\qquad \mathbf{q}^{(1)}=\mathbf{q}^{kin(1)}+\mathbf{q}^{hs(1)},\quad(4.1)$$

$$\overleftrightarrow{P}^{kin(1)}=\sum_{a=1}^{M}\int d\mathbf{v}_af_a^{(1)}m_a\mathbf{c}_a\mathbf{c}_a,\qquad(4.2)$$

$$\mathbf{q}^{kin(1)}=\sum_{a=1}^{M}\int d\mathbf{v}_af_a^{(1)}\frac{m_a}{2}c_a^2\mathbf{c}_a,\qquad(4.3)$$

$$\overleftrightarrow{P}^{hs(1)}=\overleftrightarrow{P}_{(0)}^{hs(1)}+\overleftrightarrow{P}_{(1)}^{hs(1)}=\frac{1}{2}\sum_{a,b=1}^{M}\sigma_{ab}^3g_2^{ab}\int d\mathbf{v}_ad\mathbf{v}_bd^2k_{ab}\theta(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})m_a(\mathbf{v}'_a-\mathbf{v}_a)\mathbf{k}_{ab}\left(f_a^{(1)}f_b^{(0)}+f_a^{(0)}f_b^{(1)}\right)$$

$$+\frac{1}{4}\sum_{a,b=1}^{M}\sigma_{ab}^4g_2^{ab}\int d\mathbf{v}_ad\mathbf{v}_bd^2k_{ab}\theta(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})(\mathbf{k}_{ab}\cdot\mathbf{v}_{ab})m_a(\mathbf{v}'_a-\mathbf{v}_a)\mathbf{k}_{ab}f_a^{(0)}f_b^{(0)}\Big(\mathbf{k}_{ab}\cdot\nabla\ln\frac{f_a^{(0)}}{f_b^{(0)}}\Big),\qquad(4.4)$$

Верхній індекс біля $\overleftrightarrow{P}$, $\mathbf{q}$ та $\mathbf{V}_a$ вказує на перше наближення для функції розподілу, а нижні індекси (0) та (1) нумерують внески нульового та першого членів розкладу функції розподілу в ряд за нелокальністю.

$$\mathbf{q}^{hs(1)} = \mathbf{q}^{hs(1)}_{(0)} + \mathbf{q}^{hs(1)}_{(1)}. \tag{4.5}$$

Внески $\mathbf{q}^{hs(1)}_{(0)}$ та $\mathbf{q}^{hs(1)}_{(1)}$ мають точно таку ж структуру, що й $\overleftrightarrow{P}^{hs(1)}_{(0)}$ та $\overleftrightarrow{P}^{hs(1)}_{(1)}$ відповідно, тільки під інтеґралами в них, замість $m_a(\mathbf{v}'_a - \mathbf{v}_a)$, стоїть $m_a(c'^2_a - c^2_a)/2$.

Дифузійна швидкість сорту a

$$\mathbf{V}^{(1)}_a = \frac{1}{n_a} \int d\mathbf{v}_a f^{(1)}_a \mathbf{c}_a. \tag{4.6}$$

Внески до $\overleftrightarrow{P}^{(1)}$ та $\mathbf{q}^{(1)}$ можна обчислити подібно до того, як це зроблено у [52], інтеґруючи спочатку за орієнтацією вектора $\mathbf{k}_{ab}$, а потім за швидкостями $d\mathbf{v}_a$, $d\mathbf{v}_b$. Проводячи таке інтеґрування, одержимо:

$$\overleftrightarrow{P}^{kin(1)} = -kT \sum_{a=1}^{M} n_a B_a(0) \overleftrightarrow{S},$$

де $\overleftrightarrow{S} = \frac{1}{2}[\nabla\mathbf{V} + (\nabla\mathbf{V})^{\mathrm{T}}] - \frac{1}{3}(\nabla\cdot\mathbf{V}) \overleftrightarrow{I}$ — тензор швидкостей зсуву;

$$\overleftrightarrow{P}^{hs(1)}_{(0)} = -\frac{8}{15}\pi kT \sum_{a,b=1}^{M} \sigma^3_{ab} g^{ab}_2 n_a n_b \frac{m_a}{m_a+m_b} B_b(0) \overleftrightarrow{S},$$

$$\overleftrightarrow{P}^{hs(1)}_{(1)} = -\frac{4}{9} \sum_{a,b=1}^{M} \sigma^4_{ab} g^{ab}_2 n_a n_b \sqrt{2\pi\mu_{ab}kT} \left(\frac{6}{5}\overleftrightarrow{S} + (\nabla\cdot\mathbf{V})\overleftrightarrow{I}\right),$$

$$\mathbf{q}^{kin(1)} = \frac{5}{4}\sqrt{2k^3T} \sum_{a=1}^{M} \frac{n_a}{\sqrt{m_a}} \Big([A_a(1) - A_a(0)]\nabla T - nT \sum_{p=1}^{M} [E_{ap}(1) - E_{ap}(0)]\mathbf{d}_p\Big),$$

$$\mathbf{q}^{hs(1)}_{(0)} = \frac{2\pi}{3}\sqrt{2k^3T} \sum_{a,b=1}^{M} \sigma^3_{ab} g^{ab}_2 \frac{n_a n_b}{m_a+m_b} \left(\Big[\frac{3\mu_{ab}}{\sqrt{m_b}} A_b(1) - \sqrt{m_b} A_b(0)\Big]\nabla T - nT \sum_{p=1}^{M} \Big[\frac{3\mu_{ab}}{\sqrt{m_b}} E_{bp}(1) - \sqrt{m_b} E_{bp}(0)\Big]\mathbf{d}_p\right),$$

$$\mathbf{q}^{hs(1)}_{(1)} = -\sum_{a,b=1}^{M} \frac{3k}{m_a+m_b} \kappa_{ab} \nabla T,$$

де

$$\kappa_{ab} = \frac{4}{9}\sigma^4_{ab} g^{ab}_2 n_a n_b \sqrt{2\pi\mu_{ab}k^3T}.$$

Коефіцієнти об'ємної та зсувної в'язкости κ та η означуємо зі співвідношення для повного тензора напружень, яке (коли додати всі внески) набирає вигляду:

$$\overleftrightarrow{P} = \overleftrightarrow{P}^{(0)} + \overleftrightarrow{P}^{(1)} = P\overleftrightarrow{I} - \kappa(\nabla\cdot\mathbf{V})\overleftrightarrow{I} - 2\eta\overleftrightarrow{S}, \tag{4.7}$$

звідки

$$\kappa = \frac{4}{9} \sum_{a,b=1}^{M} \sigma^4_{ab} g^{ab}_2 n_a n_b \sqrt{2\pi\mu_{ab}kT} = \sum_{a,b=1}^{M} \kappa_{ab},$$

$$\eta = \frac{3}{5}\kappa + \left(\frac{1}{2}\sum_{a=1}^{M} n_a B_a(0) + \frac{4\pi}{15}\sum_{a,b=1}^{M}\sigma_{ab}^3 g_2^{ab} n_a n_b \frac{\mu_{ab}}{m_b} B_b(0)\right) kT.$$

Додавши всі внески вектора теплового потоку й записавши його у вигляді

$$\mathbf{q} = -\lambda' \nabla T + \sum_{p=1}^{M} \omega_p \mathbf{d}_p, \tag{4.8}$$

отримуємо парціяльний коефіцієнт теплопровідности λ' та коефіцієнти пропорційности теплового потоку до термодифузійних сил ω_p:

$$\lambda' = \sum_{a,b=1}^{M} \frac{3k\,\kappa_{ab}}{m_a+m_b} - \sqrt{2k^3T}\left(\frac{5}{4}\sum_{a=1}^{M}\frac{n_a}{\sqrt{m_a}}[A_a(1) - A_a(0)] + \frac{2\pi}{3}\sum_{a,b=1}^{M}\sigma_{ab}^3 g_2^{ab}\frac{n_a n_b}{m_a+m_b}\Big[\frac{3\mu_{ab}}{\sqrt{m_b}}A_b(1) - \sqrt{m_b}A_b(0)\Big]\right),$$

$$\omega_p = -n\sqrt{2k^3T^3}\left(\frac{5}{4}\sum_{a=1}^{M}\frac{n_a}{\sqrt{m_a}}[E_{ap}(1) - E_{ap}(0)] + \frac{2\pi}{3}\sum_{a,b=1}^{M}\sigma_{ab}^3 g_2^{ab}\frac{n_a n_b}{m_a+m_b}\Big[\frac{3\mu_{ab}}{\sqrt{m_b}}E_{bp}(1) - \sqrt{m_b}E_{bp}(0)\Big]\right).$$

Підставляючи поправку (3.25) у вираз для дифузійної швидкости (4.6) і проводячи інтеґрування, матимемо:

$$\mathbf{V}_a^{(1)} = -D_a^T \nabla \ln T - \sum_{p=1}^{M} D_{ap}\mathbf{d}_p, \tag{4.9}$$

де D_a^T — коефіцієнт термодифузії частинок сорту a, а D_{ap} — коефіцієнти взаємної дифузії. Для них можна одержати:

$$D_a^T = \sqrt{\frac{kT}{2m_a}}A_a(0),$$

$$D_{ap} = -n\sqrt{\frac{kT}{2m_a}}E_{ap}(0).$$

Такі означення коефіцієнтів дифузії та термодифузії (4.9) мають ту перевагу, що вони задовольняють симетрійні співвідношення Онзаґера [52].

Можна прийняти й інше означення. Зокрема, для двосортної суміші, внаслідок умови на термодифузійні сили $\sum_{a=1}^{M}\mathbf{d}_a = 0$, не виникає потреби вводити набір векторів $\{\mathbf{d}_p^*\}_{p=1\div M}$, оскільки $\mathbf{d}_1 = -\mathbf{d}_2$. У такому разі вирази спрощуються і зручно ввести інші означення коефіцієнтів дифузії та термодифузії (виходячи з виразу для дифузійного потоку), які безпосередньо відповідають спостережуваним на експерименті [51]:

$$\mathbf{j}_a^{(1)} = -D_a^T \nabla \ln T - \frac{n^2 m_a m_b}{\rho} D_{ab}\mathbf{d},$$

де $\mathbf{d} = \mathbf{d}_1$. При такому означенні $D_2^T = -D_1^T$, $D_{21} = -D_{12}$. Саме ці величини для двосортних сумішей зображено нижче на графіках.

V. ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК КОЕФІЦІЄНТІВ ПЕРЕНОСУ ДЛЯ РІЗНИХ СУМІШЕЙ

На основі отриманих виразів зроблено чисельні розрахунки [56] коефіцієнтів переносу для сумішей нейтральних та заряджених частинок залежно від температури T та процентного вмісту x (за концентрацією). Для деяких систем проводимо порівняння з наявними експериментальними даними.

У вирази, що використовуються при розрахунках, входять ще значення парної функції розподілу твердих кульок різних сортів на контакті $g_2^{ab}(\sigma_{ab})$ і радіус екранування D. Щоб їх обчислити, використовували ті самі вирази, що й у працях [42,53]. Величину $D = 1/2\Gamma$ шукали з рівняння, запропонованого в [57]:

$$4\Gamma^2 = \frac{4\pi e^2}{kT}\sum_{a=1}^{M} n_a X_a^2,$$

$$X_a = \left[z_a - \frac{\pi\sigma_a^2}{2(1-\Delta)}P_{\text{м}}\right](1+\Gamma\sigma_a)^{-1},$$

$$P_{\text{м}} = \sum_{a=1}^{M}\frac{n_a\sigma_a z_a}{1+\Gamma\sigma_a}\left[1 + \frac{\pi}{2(1-\Delta)}\sum_{a=1}^{M}\frac{n_a\sigma_a^3}{1+\Gamma\sigma_a}\right]^{-1},$$

$$\Delta = \frac{\pi}{6}\sum_{a=1}^{M} n_a\sigma_a^3.$$

Для контактного значення парної функції розподілу використовували вирази з роботи [58]:

$$g_2^{aa}(\sigma_a) = \left[1 - \Delta + \frac{\pi}{4}\sigma_a \sum_{b=1}^{M} n_b \sigma_b^2\right] (1-\Delta)^{-2},$$

$$g_2^{ab}(\sigma_{ab}) = \left[\sigma_b g_2^{aa}(\sigma_a) + \sigma_a g_2^{bb}(\sigma_b)\right] / 2\sigma_{ab}.$$

У розрахунках значення діяметрів частинок узято такими: $\sigma_{\mathrm{H}_2} = 2.9$ Å, $\sigma_{\mathrm{He}} = 2.15$ Å, $\sigma_{\mathrm{Ar}} = 3.405$ Å, $\sigma_{\mathrm{Kr}} = 3.67$ Å, $\sigma_{\mathrm{Xe}} = 3.924$ Å.

Нижче представлено результати розрахунків для двосортних і трисортних сумішей: He,Ar; H_2,Ar; Ar,Kr,Xe; He,Ar^+; He,Ar^+,Kr; Ar^+,Kr,Xe. Спочатку подано результати для нейтральних сумішей, які порівнюються з експериментальними даними, а потім для сумішей із зарядженими компонентами.

	T, K	298.16	323.16	373.16	423.16	473.16
0.763 Ar,	Δ	0.114	0.108	0.0979	0.0895	0.0824
0.237 He	$\eta_{\mathrm{exp}}, 10^{-5}$Pa s	3.743	3.735	3.684	3.791	3.854 3.884
	$\eta_{\mathrm{cal}}, 10^{-5}$Pa s	3.276	3.329	3.442	3.560	3.679
0.519 Ar,	Δ	0.0968	0.0914	0.0821	0.0747	0.0684
0.481 He	$\eta_{\mathrm{exp}}, 10^{-5}$Pa s	2.956	3.027 3.019	3.136	3.334	—
	$\eta_{\mathrm{cal}}, 10^{-5}$Pa s	2.968	3.035	3.170	3.306	3.440
0.267 Ar,	Δ	0.075	0.070	0.0628	0.0567	0.0517
0.733 He	$\eta_{\mathrm{exp}}, 10^{-5}$Pa s	2.573 2.585	2.662	2.875 2.895	3.080	3.259
	$\eta_{\mathrm{cal}}, 10^{-5}$Pa s	2.616	2.693	2.845	2.993	3.135

Таблиця 1. Експериментальні [54] та розраховані на основі моделі твердих кульок значення коефіцієнта зсувної в'язкости η для сумішей He, Ar з різним процентним умістом компонент (перша колонка) для п'ятьох різних значень температури при тиску $P = 442.3$ бар. Δ — параметр пакування.

1. Першою розглянуто суміш He,Ar з різним процентним умістом компонент. У таблиці 1 зіставлено експериментальні [54] та розраховані на основі моделі твердих кульок значення коефіцієнта зсувної в'язкости η. При вищих температурах розходження з експериментом менші.

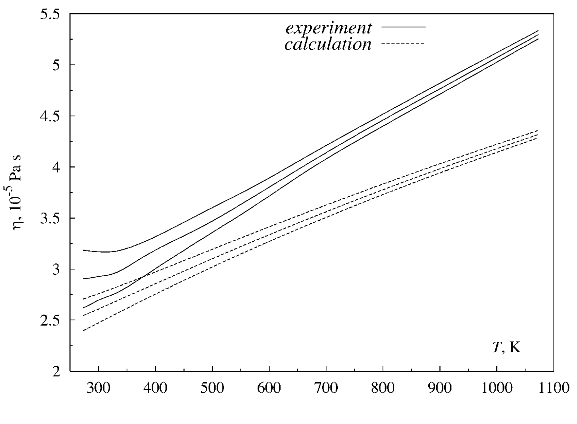

Рис. 1. Експериментальна й теоретична залежності коефіцієнта в'язкости суміші H_2,Ar від температури.

2. На рис. 1 наведено температурну залежність коефіцієнта в'язкости суміші 0.6Ar,0.4H_2 при тисках $P = 300$, 400, 500 атмосфер. Криві розташовані в порядку зростання тиску. Хоч така суміш не зовсім підходить під модель твердих кульок, оскільки молекула водню не є сферичною, проте одержані результати дають інформацію про успішність застосування моделі до несферичних молекул. Незвичним є те, що з підвищенням температури збіг з експериментом [55] погіршується, бо при високих температурах роль притягувальної частини міжчастинкового потенціялу слабне порівняно з відштовхувальною. Однак таку поведінку можна пояснити тим, що в наших розрахунках діяметри твердих кульок для молекул Ar і H_2 взято фіксованими, незалежними від температури та концентрації, тоді як відомо, що цей параметр залежить від T і n.

3. На рис. 2–4 подано температурні залежності коефіцієнтів об'ємної та зсувної в'язкости й теплопровідности нейтральної трисортної суміші Ar,Kr,Xe при постійному значенні параметра пакування $\Delta = 0.12$ для різних складів суміші: концентрації компонент узято у відношеннях 1:1:1, 2:2:1, 1:2:2 відповідно. Коефіцієнти переносу по–різному поводяться залежно від співвідношення концентрацій легшої та меншої за

розміром (Ar) і важчої та більшої за розміром (Xe) компонент. Коефіцієнти в'язкости зростають зі збільшенням умісту ксенону, а коефіцієнт теплопровідности — навпаки.

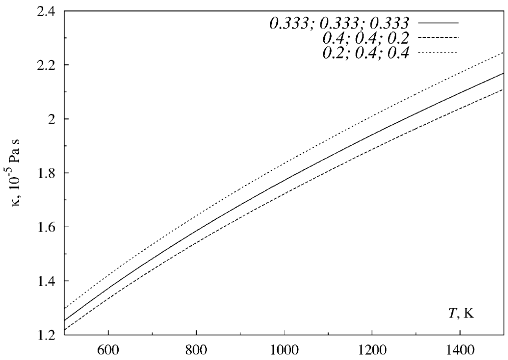

Рис. 2. Суміш Ar,Kr,Xe. Температурні залежності коефіцієнта об'ємної в'язкости при фіксованому параметрі пакування $\Delta = 0.12$ і різних співвідношеннях концентрацій.

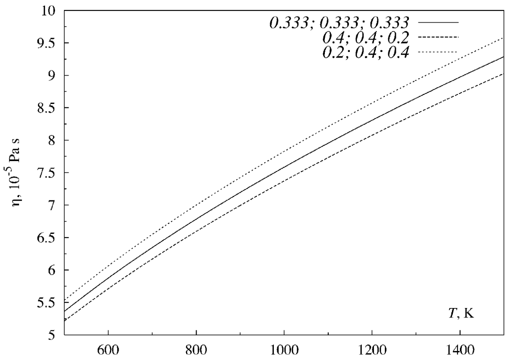

Рис. 3. Температурні залежності коефіцієнта зсувної в'язкости для тієї ж суміші, що й на рис. 2.

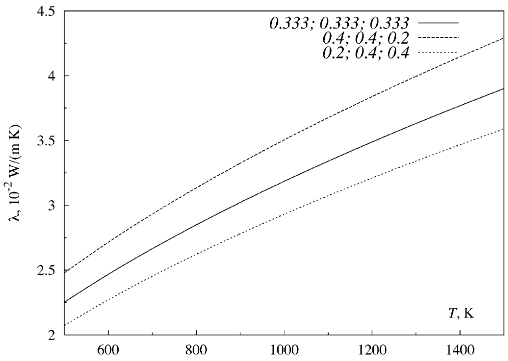

Рис. 4. Температурні залежності коефіцієнта теплопровідности для для тієї ж суміші, що й на рис. 2.

При розрахунках коефіцієнтів переносу для систем заряджених і нейтральних частинок через Ω–інтеґрали враховано поляризаційну взаємодію заряджених та незаряджених компонент.

4. На рис. 5, 6 зображено температурні залежності коефіцієнтів $\eta(T)$, $\lambda(T)$, $D_{ab}(T)$, $D^T(T)$ для модельної суміші 0.267Ar^+,0.733He при фіксованій загальній концентрації $n = 1.0487 \cdot 10^{27}$м$^{-3}$ ($\Delta = 0.00976$).

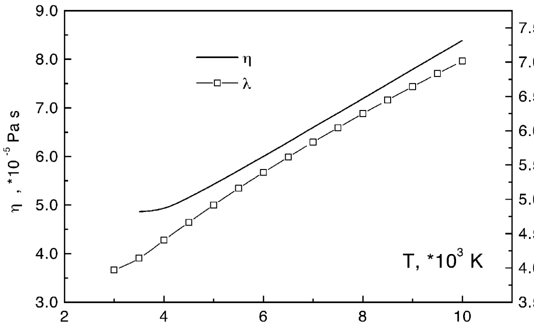

Рис. 5. Температурні залежності коефіцієнтів зсувної в'язкости й теплопровідности суміші 26.7%Ar^+,73.3%He при $n = 1.0487 \cdot 10^{27}$м$^{-3}$, $\Delta = 0.00976$.

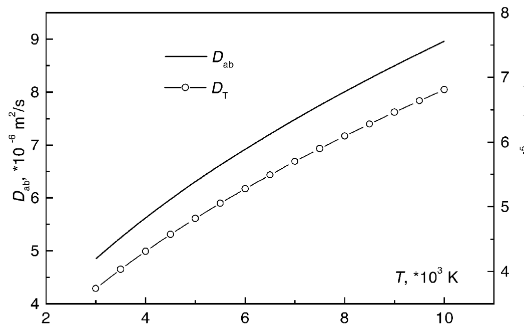

Рис. 6. Температурні залежності дифузії та термодифузії для системи, що й на рис. 5.

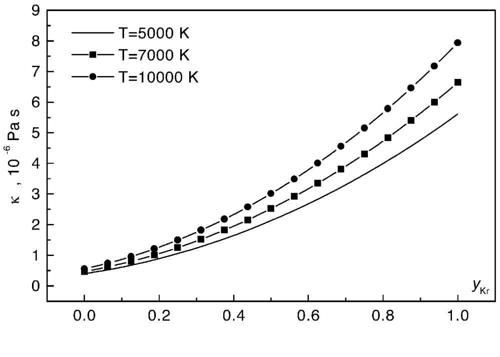

Рис. 7. Суміш He, Ar^+, Kr. Залежність коефіцієнта об'ємної в'язкости від співвідношення концентрацій нейтральних компонент.

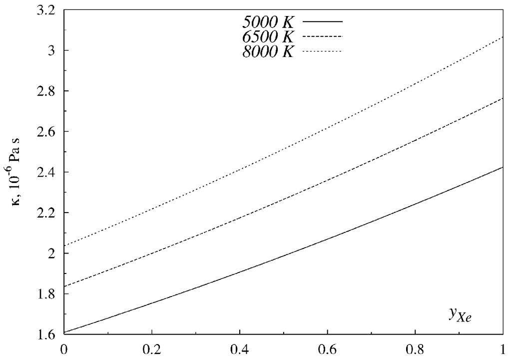

Рис. 8. Суміш Ar^{+}, Kr, Xe. Залежність коефіцієнта об'ємної в'язкости від співвідношення концентрацій нейтральних компонент.

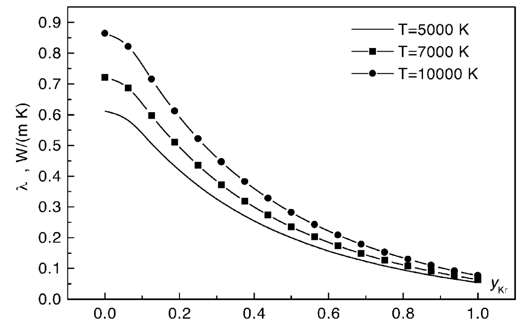

Рис. 9. Залежність коефіцієнта теплопровідности від співвідношення концентрацій нейтральних компонент для тієї ж системи, що й на рис. 7.

5. На рис. 7–10 подано коефіцієнти об'ємної в'язкости й теплопровідности трисортних сумішей заряджених і незаряджених частинок. Тут є одна заряджена і дві нейтральні компоненти. Загальна концентрація й концентрація зарядженої компоненти фіксовані: для He, Ar^{+}, Kr $x_{Ar^{+}} = 0.2$, $n = 2 \cdot 10^{27}$м$^{-3}$, для Ar^{+}, Kr, Xe $x_{Ar^{+}} = 0.25$, $n = 1.12 \cdot 10^{27}$м$^{-3}$. Досліджували поведінку коефіцієнтів переносу при трьох різних значеннях температури залежно від співвідношення концентрацій нейтральних компонент. З наведених графіків можна бачити як залежать коефіцієнти переносу від співвідношення між параметрами (маса й діяметр) нейтральних компонент — гелію й криптону та криптону і ксенону. Співвідношення між концентраціями нейтральних частинок позначено через y так, що $y_{\mathrm{Kr}} = n_{\mathrm{Kr}}/(n_{\mathrm{Kr}} + n_{\mathrm{He}})$ — для першої суміші, $y_{\mathrm{Xe}} = n_{\mathrm{Xe}}/(n_{\mathrm{Kr}} + n_{\mathrm{Xe}})$ — для другої суміші.

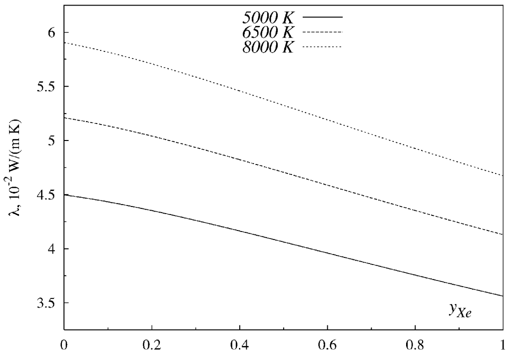

Рис. 10. Залежність коефіцієнта теплопровідности від співвідношення концентрацій нейтральних компонент для тієї ж системи, що й на рис. 8.

VI. ВИСНОВКИ

Отже, використовуючи метод Чепмена–Енскоґа, на основі кінетичного рівняння Енскоґа–Ландау для сумішей густих газів заряджених і незаряджених частинок отримано вирази для коефіцієнтів переносу (в'язкости, теплопровідности, дифузії та термодифузії). Зокрема, коли є більше ніж два сорти, то зручніше прийняти [52] інше означення (4.9) коефіцієнтів дифузії та термодифузії, які задовольняють при цьому співвідношення Онзаґера.

Проведено числові розрахунки коефіцієнтів переносу різних сумішей для конкретних значень температури й концентрацій компонент. Єдиним параметром, що вибирався незалежно при розрахунках, є діяметри твердих кульок σ_a.

[1] Б. М. Смирнов, *Ионы и возбужденные атомы в плазме* (Атомиздат, Москва, 1974).
[2] И. Мак–Даниэль, Э. Мэзон, *Подвижность и диффузия ионов в газах* (Мир, Москва, 1976).
[3] Г. Месси, *Отрицательные ионы* (Мир, Москва, 1979).
[4] Б. М. Смирнов, *Отрицательные ионы* (Атомиздат, Москва, 1978).
[5] Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда* (Наука, Москва, 1987).
[6] В. А. Рожанский, Л. Д. Цендин, *Столкновительный перенос в частично–ионизованной плазме* (Энергоатомиздат, Москва, 1998).
[7] Е. П. Велихов, А. С. Ковалев, А. Т. Рахимов, *Физические явления в газоразрядной плазме* (Наука, Москва, 1987).
[8] Ю. П. Райзер, Усп. физ. наук **132**, 549 (1980).

[9] Е. П. Велихов, В. С. Голубев, С. В. Пашкин, Усп. физ. наук **137**, 117 (1982).
[10] Н. Л. Алексанров, А. П. Напартович, Усп. физ. наук **163**, 1 (1993).
[11] Н. Б. Колоколов, А. Б. Благоев, Усп. физ. наук **163**, 55 (1993).
[12] Н. Л. Александров, А. М. Охримовский, Физика плазмы **22**, 82 (1996).
[13] Р.В. Чифлинян, Физика плазмы **22**, 71 (1996).
[14] Н. Л. Александров, А. М. Охримовский, Физика плазмы **23**, 77 (1997).
[15] Р. А. Ахмеджанов, А. Л. Вихарев и др., Физика плазмы **23**, 58 (1997).
[16] О. А. Бруєв, В. Т. Голота та ін., Укр. фіз. журн. **43**, 1187 (1998).
[17] A. B. Murphy, G. J. Arundell, Plasma Chem. Plasma Processing **14**, 451 (1994).
[18] A. B. Murphy, Plasma Chem. Plasma Processing **15**, 279 (1995).
[19] A. B. Murphy, IEEE Trans. Plasma Sci. **25**, 809 (1997).
[20] Д. Н. Зубарев, В. Г. Морозов, И. П. Омелян, М. В. Токарчук, Теор. мат. физ. **87**, 113 (1991).
[21] A. Santos, V. Garzó, Phys. Rev. A **46**, 3276 (1992).
[22] J. J. Erpenbeck, Phys. Rev. A **39**, 4718 (1989).
[23] J. J. Erpenbeck, Phys. Rev. A **45**, 2298 (1992).
[24] И. И. Назаренко, И. Г. Паневин, Теплофиз. выс. темп. **27**, 482 (1989).
[25] N. Yoshida, Chem. Phys. Lett. **101**, 555 (1983).
[26] M. F. Pas, B. J. Zwolinski, Mol. Phys. **73**, 471 (1991).
[27] M. F. Pas, B.J. Zwolinski, Mol. Phys. **73**, 483 (1991).
[28] Z. Banach, Physica A **145**, 105 (1987).
[29] M. Grmela, L. S. Garcia–Colin, Phys. Rev. A **22**, 1295 (1980).
[30] M. Grmela, L. S. Garcia–Colin, Phys. Rev. A **22**, 1305 (1980).
[31] S. Sarman, D. J. Evans, Phys. Rev. A **45**, 2370 (1992).
[32] S. Sarman, D. J. Evans, Phys. Rev. A **46**, 1960 (1992).
[33] J. J. Erpenbeck, W. W. Wood, Phys. Rev. A **43**, 4254 (1991).
[34] H. M. Schaink, C. Hoheisel, Phys. Rev. A. **45**, 8559 (1992).
[35] Р. И. Галеев, В. Ю. Шурыгин, Р. М. Юльметьев, Укр. фіз. журн. **36**, 396 (1991).
[36] S. Pan, T. S. Storvick, J. Chem. Phys. **97**, 2671 (1992).
[37] А. В. Мельников, К. Н. Тарасян, Физика плазмы **17**, 880 (1991).
[38] С. В. Божокин, А. М. Быков, Физика плазмы **16**, 717 (1990).
[39] Н. Л. Александров, И. В. Кочетов, Физика плазмы **17**, 728 (1991).
[40] S. Sarman, D. J. Evans, A. Baranyai, Phys. Rev. A **46**, 893 (1992).
[41] A. E. Kobryn, V. G. Morozov, I. P. Omelyan, M. V. Tokarchuk, Physica A **230**, 189 (1996).
[42] A. E. Kobryn, I. P. Omelyan, M. V. Tokarchuk, Physica A **268**, 275 (1999).
[43] A. E. Kobryn, I. P. Omelyan, M. V. Tokarchuk, Cond. Matt. Phys. (Lviv) iss. 8, 75 (1996).
[44] A. E. Kobryn, I. P. Omelyan, M. V. Tokarchuk, Phys. Lett. A **223**, 37 (1996).
[45] Д. Н. Зубарев, А. Д. Хонькин, Теор. мат. физ. **11**, 403 (1972).
[46] J. Wallenborn, M. Baus, Phys. Rev. A **18**, 1737 (1978).
[47] R. Cauble, J. J. Duderstadt, Phys. Rev. A **23**, 1969 (1981).
[48] M. Rigby, E. B. Smith, W. A. Wakeham, G. C. Matland, *The forces between molecules* (Clarendon Press, Oxford, 1986).
[49] О. Є. Кобрин, І. П. Омелян, М. В. Токарчук, препринт ІФКС–93–19У, Львів (1993).
[50] Д. Н. Зубарев, В. Г. Морозов, Теор. мат. физ. **60**, 270 (1984).
[51] В. П. Силин, *Введение в кинетическую теорию газов* (Наука, Москва, 1971).
[52] Дж. Ферцигер, Г. Капер, *Математическая теория процессов переноса в газах* (Мир, Москва, 1976).
[53] М. В. Токарчук, І. П. Омелян, О. Є. Кобрин, препринт ІФКС–92–22У, Львів (1992).
[54] И. Ф. Голубев, Н. Е. Гнездилов, *Вязкость газовых смесей* (Москва, 1971).
[55] Н. Б. Варгафтик, *Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей* (Москва, 1972).
[56] М. В. Токарчук, О. Є. Кобрин, Й. А. Гуменюк, препринт ІФКС–99–08У, Львів (1999).
[57] L. Blum, J. S. Høye, J. Phys. Chem. **81**, 1311 (1977).
[58] J. L. Lebowitz, Phys. Rev. **133**, 895 (1964).

TRANSFER COEFFICIENTS OF DENSE GASEOUS MIXTURES OF CHARGED AND NON–CHARGED PARTICLES

M. V. Tokarchuk, O. E. Kobryn, Y. A. Humenyuk
Institute for Condensed Matter Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine
1 Svientsitskii Str., Lviv, UA–79011, Ukraine

The Enskog–Landau kinetic equation for dense many–component systems of hard charged spheres is considered. Using the standard Chapman–Enskog method the normal solution to this equation in the first approximation is found. Numerical calculations for two– and three–component mixtures of neutral and charged particles are carried out on the basis of the found expressions for transfer coefficients. Some of the results are compared with the available experimental data.