ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 4, № 4 (2000) с. 419–423

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 4, No. 4 (2000) p. 419–423

КВАЗІРЕЗОНАНСНА ВЗАЄМОДІЯ ДИНАМІЧНОЇ ТРИРІВНЕВОЇ КВАНТОВОЇ СИСТЕМИ З ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИМ ВИПРОМІНЮВАННЯМ

Й. М. Стахіра, Л. С. Демків
Львівський національний університет імені Івана Франка, кафедра фізики напівпровідників,
вул. Драгоманова 50, Львів, 79005, Україна
e-mail: demkiv@wups.lviv.ua

(Отримано 20 червня 2000 р.; в остаточному вигляді 13 листопада 2000 р.)

Із нестаціонарного рівняння Шредингера в адіябатичному наближенні отримано аналітичні вирази для ймовірностей переходів під впливом електромагнетного випромінювання в трирівневій квантовій системі, енергетичне положення рівнів якої змінюється в часі за гармонічним законом. Досліджено вплив часу життя й амплітуд модуляції положення рівнів на динаміку заселеностей рівнів і спектральний розподіл низькочастотного відгуку системи.

Ключові слова: нестаціонарне рівняння Шредингера, адіябатичне наближення, динаміка заселеностей рівнів.

PACS number(s): 42.50.Ct; 42.50.Md

Взаємодія електромагнетного випромінювання з речовиною може приводити до зміни розподілу заселеностей енергетичних рівнів. Якщо при цьому положення енергетичних рівнів змінюється в часі, то за допомогою методик модуляційної спектроскопії [1,2] можна отримати додаткову інформацію про розподіл рівнів у багаторівневих квантових системах або про тонку структуру суцільних енергетичних спектрів. Розгляд такої квазірезонансної взаємодії електромагнетного випромінювання з речовиною було запропоновано в [3,4] на основі дворівневої моделі, коли реалізується квазірезонансна взаємодія лише для однієї пари рівнів.

У трирівневих квантових системах зустрічається значне різноманіття схем при розгляді взаємодії з електромагнетними хвилями [5], що знаходяться в резонансі зі зв'язаними переходами. У низці праць [6–9] розглянуто поглинання слабкого випромінювання трирівневою квантовою системою в присутності сильного випромінювання, а також досліджено вплив характеристик сильного випромінювання на спектр поглинання слабкого випромінювання.

У нашій праці розглянуто динаміку заселеностей рівнів під впливом квазірезонансного електромагнетного випромінювання в ізольованій квантовій системі з трьома енергетичними рівнями (трирівневій системі — ТС), положення яких змінюється в часі за гармонічним законом з різною амплітудою модуляції. За рахунок модуляції енергетичного положення рівнів ТС при нестаціонарній взаємодії з електромагнетним випромінюванням переходи в ТС можуть відбуватись між двома парами енергетичних рівнів, причому один із них є спільним для обох переходів.

Квантовомеханічний стан такої ТС описується нестаціонарним рівнянням Шредингера, гамільтоніян якого включає: незбурений гамільтоніян системи; оператор низькочастотного періодичного збурення, який характеризує зміну енергетичного положення рівнів у часі з різною амплітудою модуляції; оператор, що визначає енергію взаємодії ТС з електромагнетним полем. При використанні підходу, запропонованого в [10], доданками, що відповідають нерезонансному періодичному збуренню, можна знехтувати. Для конкретности виберемо, що квазірезонансна взаємодія реалізується на переходах $1 \to 2$ і $1 \to 3$. Тоді для амплітуди ймовірности a_i' знаходження системи в i-му стані (де $i = 1, 2, 3$) після заміни $a_i' = a_i \cdot \exp\left(i\alpha_i \Omega^{-1} \cos \Omega t\right)$ отримуємо систему рівнянь із періодичними коефіцієнтами для a_i:

$$\frac{da_1}{dt} = -iF_2^* \exp(-i(\varepsilon_2 t - \alpha_2 \Omega^{-1} \cos \Omega t)) \cdot a_2 \tag{1}$$

$$-iF_3^* \exp(-i(\varepsilon_3 t - \alpha_3 \Omega^{-1} \cos \Omega t)) \cdot a_3,$$

$$\frac{da_2}{dt} = -iF_2 \exp(i(\varepsilon_2 t - \alpha_2 \Omega^{-1} \cos \Omega t) \cdot a_1,$$

$$\frac{da_3}{dt} = -iF_3 \exp(i\varepsilon_3 t - \alpha_3 \Omega^{-1} \cos \Omega t)) \cdot a_1,$$

де F_2, F_3, α_i — матричні елементи оператора взаємодії електромагнетного випромінювання із системою й оператора низькочастотного збурення, поділені на $\hbar$ відповідно, ε_i — частота розстроювання резонансу при взаємодії електромагнетного випромінювання з i-тим рівнем, Ω — частота низькочастотного збурення. Проведена вище заміна змінних не викликає зміни ймовірности перебування системи в станах 1–3. Величини α_i характеризують амплітуду зміщення i-того енергетичного рівня з положення рівноваги. У системі зафіксовано нижній рівень ($\alpha_1 = 0$), що не впливає на динаміку фізичних процесів, які відбуваються в ТС. При $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$ можемо інтерпретувати отримані результати як взаємодію стаціонарної ТС з електромагнетним випромінюванням із модульованою частотою:

$$\mathbf{E}(t) = \frac{\mathbf{E}_o}{2} \exp\left[i\left(\omega t + \frac{\alpha}{\Omega} \cos \Omega t\right)\right] \tag{2}$$

$$+ \frac{\mathbf{E}_o}{2} \exp\left[-i\left(\omega t + \frac{\alpha}{\Omega} \cos \Omega t\right)\right].$$

Оскільки точні розв'язки системи (1) можуть бути знайдені тільки в граничних випадках $F_i = 0$ чи $\alpha_i = 0$, то асимптотичний аналіз [11,12] може дати корисну інформацію про динаміку квантових переходів у ТС. Згідно з [13] адіябатичність зміни $\omega(t)$ означає, що $d\omega(t)/dt \ll \omega^2(t)$. Запишімо розв'язок системи (1) у вигляді:

$$a_1 = \sum_{j=1}^{3} A_j \exp \int_0^t \omega_j dt, \tag{3}$$

$$a_i = \sum_{j=1}^{3} \frac{-A_j F_i}{(\varepsilon_i + \alpha_i \sin \Omega t + \omega_j)} \times \exp \int_0^t (\varepsilon_i + \alpha_i \sin \Omega t + \omega_j)\, dt,$$

де A_j — залежні від часу величини, які визначаються з початкових умов. Будемо вважати, що всі ω_j, як функції часу, змінюються адіябатично. Підставмо розв'язки системи (3) в (1). Тоді для ω_j отримаємо кубічне рівняння:

$$\omega_j^3 + \omega_j^2 (\varepsilon_2 + \alpha_2 \sin \Omega t + \varepsilon_3 + \alpha_3 \sin \Omega t) + \omega_j (\varepsilon_2 + \alpha_2 \sin \Omega t + \varepsilon_3 + \alpha_3 \sin \Omega t - F_2^2 - F_3^2) - F_2^2 \varepsilon_3 - F_3^2 \varepsilon_2 = 0. \tag{4}$$

У будь-який момент часу коефіцієнти біля відповідних степенів ω_j є такими, що завжди існують три різні дійсні розв'язки рівняння (4). Отримані з (4) вирази для ω_j показують, що умова адіябатичности зміни ω_j виконується тим ліпше, чим менші α_i і більші F_i. Тобто для будь-яких амплітуд модуляції положення рівнів завжди можна підібрати таку інтенсивність електромагнетного випромінювання, щоб виконувалась умова адіябатичного наближення.

Виберімо початкові умови, так що $a_1 = 1$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$. Тоді зі системи алґебраїчних рівнянь отримаємо вирази для A_j. Квадрат амплітуди $|a_i|^2$ визначає ймовірність перебування системи в станах 2 і 3:

$$|a_i|^2 = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \frac{A_j A_k F_i^2}{(\varepsilon_i + \alpha_i \sin \Omega t + \omega_j)(\varepsilon_i + \alpha_i \sin \Omega t + \omega_k)} \times \cos \int_0^t (\omega_j - \omega_k) dt, \tag{5}$$

а ймовірність перебування системи в початковому стані 1 має вигляд:

$$|a_1|^2 = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} A_j A_k \cdot \cos \int_0^t (\omega_j - \omega_k) dt. \tag{6}$$

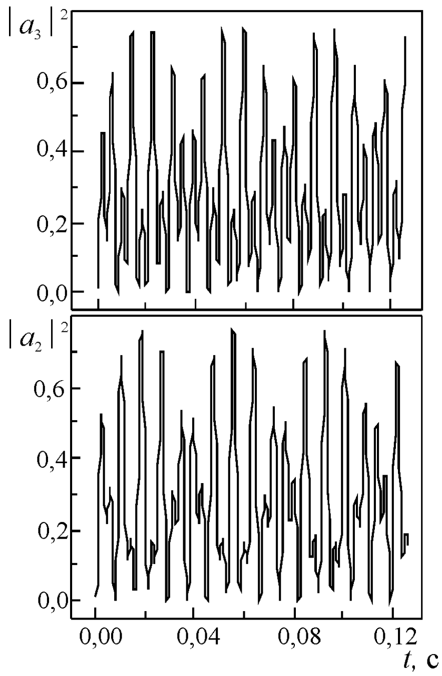

Рис. 1. Часова залежність імовірности перебування системи в станах 2 і 3 за відсутности модуляції параметрів (α_i=0).

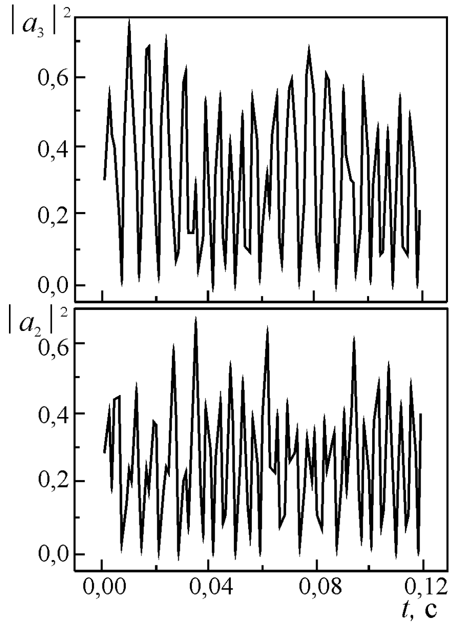

Рис. 2. Залежність від часу ймовірности перебування системи в станах 2 і 3 при антифазній та несиметричній зміні положення енерґетичних рівнів.

Розгляньмо випадок відсутности зовнішньої модуляції ($\alpha_2 = \alpha_3 = 0$). Тоді в системі виникає власна модуляція амплітуди й частоти переходів за рахунок різного енерґетичного положення рівнів (рис. 1). Тільки при рівних за модулем і протилежних за знаком ε_i ($|\varepsilon_2| = |\varepsilon_3|$) амплітудна обвідна й частота переходів не залежать від часу.

При модуляції положення енерґетичних рівнів імовірности перебування системи в станах 1–3 є осцилюючими в часі функціями зі змінною амплітудою та частотою. На рис. 2 наведені графіки ймовірности перебування системи в станах 2, 3 при антифазній реакції рівнів на низькочастотне збурення, коли $\alpha_2 = 100$ с$^{-1}$, $\alpha_3 = 500$ с$^{-1}$, $\varepsilon_2 = 0$, $\varepsilon_3 = 500$ с$^{-1}$ і рівних $F_2 = F_3 = 500$ с$^{-1}$. Після усереднення швидкоосцилюючих доданків у розв'язках системи (1) отримуємо часово залежну величину $a_{i(t)}$ для $|a_i|^2$. На рис. 3 показано $a_i(t)$ для відповідних (рис. 2) ймовірностей переходів $|a_i|^2$.

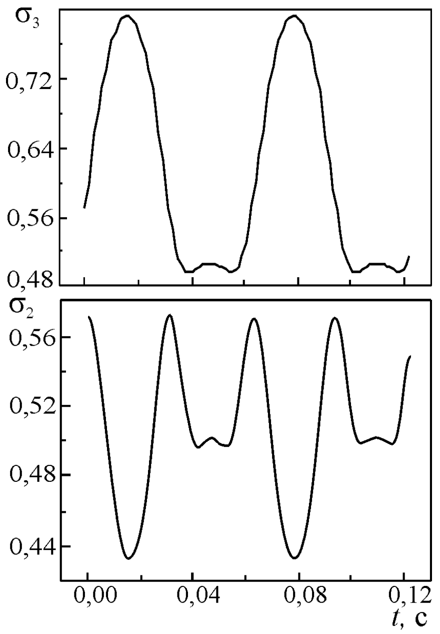

Рис. 3. Динаміка ймовірности переходів $a_i(t)$ в ТС при усередненні швидкоосцилюючих доданків.

Дослідимо низькочастотний відгук $\Delta\alpha$ на синфазній гармоніці суми $a_2(t)$ і $a_3(t)$. Відомо, що при взаємодії електромагнетного випромінювання з дворівневою квантовою системою точному резонансові відповідає нульовий низькочастотний відгук на синфазній гармоніці та максимальний на $\cos 2\Omega t$. Таке співвідношення реалізується в ТС лише у випадку синфазного і з однаковими амплітудами зміщення рівнів із положення рівноваги при однакових $F_2 = F_3$. Тоді на графіку $\Delta\alpha(\omega)$ точка $\Delta\alpha(\omega) = 0$ відповідає середині енерґетичного положення між рівнями 2 і 3. Несиметрична зміна будь-якого параметра $F_2 \neq F_3$ чи $\alpha_2 \neq \alpha 3$ значно ускладнює характер залежности $\Delta\alpha(\omega)$. Відбувається такий перерозподіл між двома основними гармоніками $\sin\Omega t$ і $\cos 2\Omega t$, що ні нульовій, максимальній чи мінімальній величині $\Delta\alpha(\omega)$ не можна поставити у відповідність енерґетичного положення рівня.

На рис. 4 показано спектральну залежність $\Delta\alpha(\omega)$ для різних F_i, а також α_i і ε_i, що відповідають імовірностям переходів, зображених на рис. 2. Точки 2, 3 відповідають енерґетичному положенню відповідних рівнів. Розрізнити два рівні, що антифазно зміщуються, можна лише за наявністю ділянки від'ємного $\Delta\alpha(\omega)$ між ними (рис. 4, суцільна крива, $F_2 = F_3 = 200$ с$^{-1}$) або, навпаки, ділянки додатного відгуку між ними, якщо фаза зміщення рівнів змінюється на протилежну. Збільшення матричного елемента одного з переходів, наприклад $F_2 = 500$ с$^{-1}$, приводить до збільшення синфазного відгуку в околі цього рівня і зменшення його в околі іншого рівня (рис. 4, пунктирна крива). Крім того, збільшення напружености поля ефективно поширює переходи між рівнями і взагалі унеможливлює ідентифікацію положення рівнів (рис. 4, штрих-пунктирна крива, $F_2 = F_3 = 500$ с$^{-1}$). Дослідження низькочастотного відгуку на зсунутій по фазі на $\pi/2$ гармоніці показали, що в усіх випадках він дорівнює нулеві.

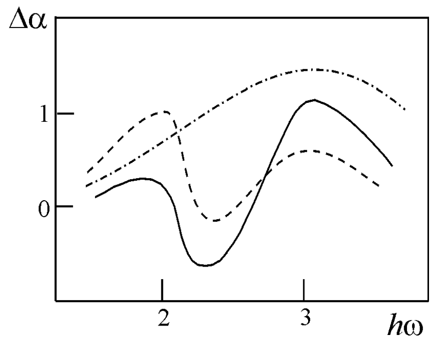

Рис. 4. Спектральний розподіл $\Delta\alpha$ при різних F.

Перейдімо до розгляду властивостей системи з N_0 однакових невзаємодіючих частинок. Розгляньмо 2 випадки: перший, коли електромагнетне поле квазірезонансно взаємодіє з відповідними парами рівнів $1 \to 2$ і $1 \to 3$, і другий, коли рівень 2 квазірезонансно не взаємодіє з електромагнетним полем, а через нього відбувається релаксація частинок із рівня 3 на рівень 1. Зміну динаміки квантових переходів у ТС при врахуванні різного часу життя збуджених рівнів дослідимо за допомогою кінетичних рівнянь для заселеностей рівнів. За наявности електромагнетного випромінювання в розгляданих системах динаміка заселености рівнів N_i визначається такими процесами: вимушеними та індукованими переходами зі швидкістю $P_i\,(t) = \left|\frac{d|a_i|^2}{dt}\right|$ (параметри $F_i, \alpha_i, \varepsilon_{\rm i}$ дорівнюють відповідним числовим значенням для рис. 2) та релаксаційними процесами, що характеризуються відповідними оберненими часами життя рівнів A_{21}, A_{31}, A_{32}. Система рівнянь (7) описує динаміку заселеностей рівнів у першому випадку

$$\frac{dN_1}{dt} = -N_1 \left(P_2 \left(t\right) + P_3 \left(t\right)\right) + N_2 \cdot A_{21} + N_3 \cdot A_{31}, \quad (7)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_1 P_2 \left(t\right) + N_2 \left(A_{32} - A_{21}\right),$$

$$\frac{dN_3}{dt} = N_1 P_3 \left(t\right) - N_3 \left(A_{31} + A_{32}\right),$$

а система рівнянь (8) — у другому:

$$\frac{dN_1}{dt} = -N_1 P_3 \left(t\right) + N_2 \cdot A_{21} + N_3 \left(A_{31} + P_3 \left(t\right)\right), \quad (8)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -N_2 A_{21} + N_3 A_{32},$$

$$\frac{dN_3}{dt} = N_1 P_3 \left(t\right) - N_3 \left(A_{31} + A_{32} + P_3 \left(t\right)\right).$$

На рис. 5а наведені чисельні розв'язки системи (7) при однакових часах життя рівнів $A_{21} = A_{31} = 500$ с$^{-1}$, $A_{32} = 0$. Пунктирна крива ілюструє заселеність рівня 2, суцільна — рівня 3. Порівняння отриманих заселеностей рівнів із відповідними $a_i(t)$ й аналіз низькочастотної динаміки заселеностей рівнів показав, що однакові часи життя рівнів не змінюють спектрального розподілу $\Delta\alpha(\omega)$, а лише його абсолютне значення. Крім того, різні часи життя рівнів можуть бути враховані аналогічно, як при різних F_i.

На рис. 5б подані чисельні розв'язки системи (8) при A_{21}=150с$^{-1}$ A_{31}=200с$^{-1}$, A_{32}=250с$^{-1}$. Пунктирна крива ілюструє заселеність рівня 2, суцільна — рівня 3. Як видно з рис. 5б, за наявности в системі релаксації через проміжний рівень виникає зсув фаз між низькочастотним зовнішнім збуренням і відгуком на нього. Зсув фаз є тим більшим, чим більше відношення A_{32}/A_{21}.

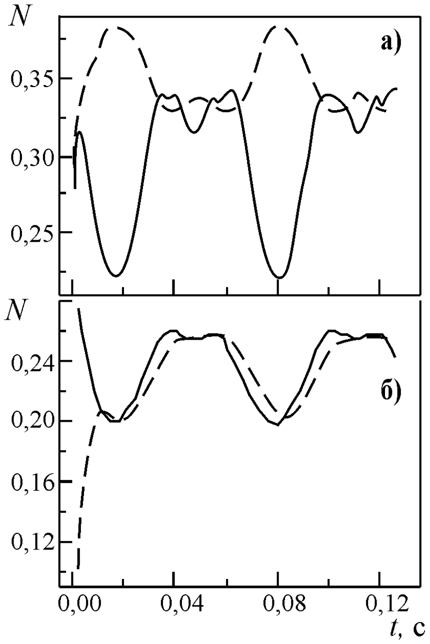

Рис. 5. Залежність від часу заселености рівнів N, які є розв'язками: а) системи (7); б) системи (8).

Отже, зсунутий за фазою відгук, що реєструється в експериментах, може бути зумовлений релаксацією через проміжний рівень і не виникає внаслідок різних часів життя рівнів, антифазного та несиметричного зміщення рівнів у результаті низькочастотного збурення.

[1] М. Кардона, *Модуляционная спектроскопия* (Мир, Москва, 1977).

[2] H. Mathieu, J. Allerge, B. Gil, Phys. Rev. **43**, 2218 (1991).

[3] Л. С. Демків, Р. Й. Стахіра, Вісн. Львів. ун-ту, сер. фіз. **31**, 38 (1998).

[4] Й. М. Стахіра, Л. С. Демків, Укр. фіз. журн. **45**, 1240 (2000).

[5] В. С. Летохов, В. П. Чеботарев, *Нелинейная лазерная спектроскопия сверхвысокого разрешения* (Наука, Москва, 1990).

[6] С. Г. Пржибельский, В. А. Ходовой, Опт. спектроскоп, **32**, 237 (1972).

[7] J. G. Banaclone, Y. Li, S. Jin, M. Xiao, Phys. Rev. A **51**, 576 (1995).

[8] M. Xiao, Y. Li, S. Jin, J. G. Banaclone, Phys. Rev. Lett. **74**, 666 (1995).

[9] F. A. Montes, M. Xiao, Phys. Rev. A **62**, 023818 (2000).

[10] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика* (Наука, Москва, 1989).

[11] M. Sebawe Abdalla, Phys. Rev **33**, 2870 (1986).

[12] G. Dattolli, S. Solimeno, A. Torre, Phys. Rev. **34**, 2646 (1986).

[13] Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис, *Элементы прикладной математики* (Наука, Москва, 1972).

QUAZIRESONANSE INTERACTION OF THREE-LEVEL DYNAMICAL QUANTUM SYSTEM WITH ELECTROMAGNETIC RADIATION

J. M. Stakhira, L. S. Demkiv
Chair of Physics of Semiconductors, Ivan Franko National University of Lviv,
50 Drahomanov Str., Lviv, UA–79005, Ukraine
e-mail: demkiv@wups.lviv.ua

From a non-stationary Schrödinger equation in an adiabatic approximation the analytical expressions for the probabilities of transition under the influence of electromagnetic radiation in a three-level quantum system are obtained, the energy position of whose levels varies in time according to the harmonic law. The influence of a lifetime and amplitude of modulation of the levels position on their population dynamics and spectral distribution of a low-frequency response of the system is explored.