

## ЗАДАЧА ПЕРЕНОСУ ПОЛЯРИЗОВАНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

М. І. Стоділка

Львівський національний університет імені Івана Франка, астрономічна обсерваторія  
бул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005, Україна  
(Отримано 25 травня 2001 р.)

У праці розглянуто нерівноважну багаторівневу задачу переносу поляризованого випромінювання з використанням прискореної А-ітерації для знаходження реальних заселостей рівнів (у наближеннях: без урахування магнетного поля, без урахування поляризації) та формального розв'язку векторних рівнянь методом DELO для знаходження профілів Стокса. Отримано розв'язки рівнянь переносу випромінювання в сонячних плямах для атома нейтрального заліза. Показано, що магнетне поле слабо впливає на заселеності рівнів Fe I в сонячних плямах, а отже, при розрахунку заселостей можна обмежитись розв'язком скалярного рівняння переносу в наближенні без урахування магнетного поля. Поляризація випромінювання суттєво зменшує глибини утворення магнеточутливих ліній. Визначено глибини утворення ліній Fe I в сонячних плямах.

**Ключові слова:** перенесення випромінювання, поляризація випромінювання, зоряні атмосфери, сонячні плями, числові методи, лінії Fe I.

PACS number(s): 97.10.Ex

### I. ВСТУП

Утворення ліній в атмосфері Сонця не завжди можна описати в рамках локальної термодинамічної рівноваги (ЛТР). Беручи до уваги просторову неоднорідність, слід ураховувати багатовимірність сонячної атмосфери. Магнетне поле поляризує випромінювання, сама ж атмосфера не стаціонарна в часі. За рахунок зазначених чинників задача перенесення випромінювання досить громіздка й вимагає низки спрощень.

Перенос випромінювання розглядаємо в наближенні стаціонарної одновимірної плоскопаралельної моделі атмосфери з урахуванням ефектів відхилення від ЛТР та поляризації випромінювання.

Уперше рівняння переносу випромінювання в магнетному полі записав Унно [1]. Він використав параметричне представлення Стокса  $I, Q, U, V$  для поляризованого випромінювання. Степанов [2], зобразивши випромінювання як два пучки зі взаємноперпендикулярними еліпсами поляризації, записав коефіцієнт поглинання та рівняння переносу для кожного стану поляризації. На жаль, рівняння Степанова мають обмежене застосування, оскільки вони складені для нульового азимута магнетного поля, що не змінюється з глибиною, і постійної функції Фойгта. Рачковський [3] показав, що рівняння Степанова — частковий випадок рівнянь Унно, які є загальнішими. Він уперше вініс магнетооптичні ефекти в теорію перенесення [4]. Пізніше в рівняння переносу були введені розсіяння, довільна мультиплетність, розщеплення рівнів, не-ЛТР ефекти, атомна поляризація рівнів. Беккерс [5] узагальнив рівняння Унно для неоднорідного за глибиною і змінного за напрямком магнетного поля з урахуванням мультиплетного розщеплення Зеемана, магнетооптики. У 70-х роках

Е. Ланді дель Інноченті і М. Ланді дель Інноченті [6] з квантовомеханічних позицій, використавши матрицю густини та метод збурення, вивели рівняння переносу, які є найповнішими.

У магнетному полі рівняння переносу стають векторними; аналітичний вираз для інтенсивності випромінювання в загальному випадку отримати неможливо. Тому актуальні числові методи. Числові розв'язки диференціальних рівнянь переносу для поляризованого випромінювання вперше отримав Беккерс [5]. Для інтегрування диференціальних рівнянь використовували метод Рунге–Кутта [5, 7, 8]. У ГАО НАНУ [9] було розроблено алгоритми і програмні засоби для дослідження профілів магнеточутливих ліній в атмосфері Сонця: розрахунок профілів Стокс–параметрів проведе згідно з теорією Унно–Беккерса–Ланді дель Інноченті в наближенні ЛТР. Такеда [10] запропонував метод прискореної А-ітерації для розв'язку рівнянь переносу поляризованого випромінювання. Цей метод дає розв'язок шляхом послідовних ітерацій; він лішче підходить для розв'язування не-ЛТР задачі, ніж для формального розв'язку. Рес та Мерфі [11] запропонували два методи для формального інтегрування рівнянь переносу поляризованого випромінювання:

1) метод Фотріє — рівняння переносу записують у вигляді рівнянь другого порядку, розв'язують їх методом кінцевих різниць;

2) DELO-метод, де  $\Lambda$  — оператор застосовують для діагональних елементів матриці поглинання.

DELO-метод працює швидше і дає більшу точність, ніж метод Рунге–Кутта, а сам розв'язок отримують безпосередньо, без використання ітераційної процедури. Недавно Беллот Рубіо та інші [12] запропонували метод Ерміта для розв'язування задачі переносу поляризованого випромінювання; його можна

успішно застосовувати для звичайних задач переносу. Метод базується на розкладі параметрів Стокса в ряд Тейлора до четвертого порядку за глибиною. Новий підхід забезпечує вищу точність та швидкість порівняно з наявними методами, включаючи DELO-метод. Однак високий порядок методу Ерміта робить розв'язок чутливим до неточностей параметрів атмосфери, що завжди виникають при застосуванні ітераційної процедури; з другого боку, точність DELO-методу можна поліпшити, застосувавши параболічну чи сплайн-апроксимацію [13]. DELO-підхід застосовують також в інверсних методах при  $\chi^2$ -мінімізації відповідної цільової функції [13, 14, 15].

З огляду на простоту та переваги DELO-методу ми будемо використовувати його для формального розв'язку рівнянь переносу поляризованого випромінювання.

## II. МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ

При нерівноважному утворенні ліній для довільного зееманівського мультиплету ми зробимо такі припущення [9, 16]:

- 1) атмосфера стаціонарна; її параметри залежать лише від геометричної глибини (1D модель);
- 2) для атомних рівнів відсутня поляризація (підрівні з різними значенням квантового числа  $M$  однаково заселені);
- 3) відсутня квантова інтерференція між зееманівськими рівнями;
- 4) профіль поглинання дорівнює профілеві випромінювання (повний перерозподіл за частотами (ППЧ)).

У магнетному полі поряд з лінійнополяризованим виникає випромінювання, поляризоване по колу. Ми вважатимемо випромінювання правополяризованим, якщо вектор електричного поля обертається за годинниковою стрілкою для спостерігача, до якого поширюється випромінювання. Різниця інтенсивності право- та лівополяризованої компоненти визначає  $V$  — параметр Стокса:

$$V = I_{\text{right}} - I_{\text{left}}.$$

Це означає, що в магнетному полі, напрямленому до спостерігача, в червоному крилі нормального зееманівського триплету  $V > 0$  для емісійної лінії і  $V < 0$  для лінії поглинання.

Якщо напрямок вектора  $\mathbf{B}$  у площині  $XY$  визначати кутом  $\delta$ , що відраховується від осі  $OX$ , то величини, які характеризують лінійнополяризовану складову світла, мають вигляд:

$$\begin{aligned} Q &= I_{\text{lin}}(\delta = 0) - I_{\text{lin}}(\delta = 90^\circ), \\ U &= I_{\text{lin}}(\delta = 45^\circ) - I_{\text{lin}}(\delta = 135^\circ). \end{aligned}$$

Загальна інтенсивність:  $I = I_0 + I_p = I_0 +$

$\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ , де  $I_0, I_p$  — інтенсивності неполяризованої та поляризованої складової променя.

Для запису рівняння переносу необхідно вибрати системи координат, у яких задано орієнтацію вектора магнетного поля  $\mathbf{B}$ . У локальній системі вісь  $OZ$  направлена до спостерігача. Орієнтація вектора магнетного поля  $\mathbf{B}$  задається кутом нахилу  $\gamma$  щодо променя зору (напрямку поширення світла) та азимутом  $\chi$ , який визначається кутом від  $X$  осі до проекції  $\mathbf{B}$  на площину  $XOY$  проти годинникової стрілки. У базовій системі координат вісь  $Z$  направлена по нормальні до поверхні світила.

При спостереженнях у центрі диска зорі обидві системи збігаються. Однак на краю диска системи повернуті одна стосовно другої на кут  $\Theta$  ( $\mu = \cos \Theta$ ). Використавши матрицю повороту (навколо осі  $OX$ ), легко отримати кути  $\gamma$  і  $\chi$  у новій локальній системі координат. Нехай  $B_{oi}$  — координати  $\mathbf{B}$  — в базовій системі координат, тоді:

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} B_{01} \\ B_{02} \\ B_{03} \end{pmatrix},$$

де:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

$$\text{Звідси } \operatorname{tg} \chi = \frac{B_2}{B_1}; \cos \gamma = \frac{B_3}{B}.$$

Кути  $\gamma$  та  $\chi$  використано для запису коефіцієнтів поглинання та компонент поляризованого випромінювання в локальній системі координат, прив'язаній до напрямку поширення світла. Рівняння переносу мають вигляд [11, 16]:

$$\frac{d\mathbf{I}}{dz} = -\mathbf{K}\mathbf{I} + \mathbf{J}, \quad (1)$$

де:  $\mathbf{I}$  — вектор параметрів Стокса,  $\mathbf{I}^T = (I, Q, U, V)$ ;  $\mathbf{K}$  — матриця повного поглинання:  $\mathbf{K} = k_c \cdot \mathbf{1} + k_0 \cdot \Phi$ ;  $\mathbf{J}$  — вектор повної емісії:  $\mathbf{J} = k_c S_c \mathbf{e}_0 + k_o S_l \Phi \mathbf{e}_0$ ;  $\mathbf{1}$  — однійна  $4 \times 4$  матриця,  $\mathbf{e}_0^T = (1, 0, 0, 0)$ ,  $k_c$  та  $S_c = B_\nu (T_e)$  — коефіцієнт поглинання й функція джерела неполяризованого континууму;  $k_0$  — коефіцієнт поглинання в центрі лінії (вираз, що домножується на профіль поглинання),  $S_l$  — функція джерела в лінії (у наближенні повного перерозподілу за частотами (ППЧ) залежить тільки від заселеності верхнього та нижнього рівнів переходу); матриця поглинання в лінії:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_I & \Phi_Q & \Phi_U & \Phi_V \\ \Phi_Q & \Phi_I & \Phi_V & -\Phi_U \\ \Phi_U & -\Phi_{V'} & \Phi_I & \Phi_Q \\ \Phi_V & \Phi_{U'} & -\Phi_{Q'} & \Phi_I \end{pmatrix},$$

де:

$$\Phi_I = \frac{1}{2}\Phi_p \sin^2 \gamma + \frac{1}{4}(\Phi_r + \Phi_b)(1 + \cos^2 \gamma);$$

$$\Phi_Q = \frac{1}{2}[\Phi_p - \frac{1}{2}(\Phi_r + \Phi_b)] \sin^2 \gamma \cdot \cos 2\chi;$$

$$\Phi_U = \frac{1}{2}[\Phi_p - \frac{1}{2}(\Phi_r + \Phi_b)] \sin^2 \gamma \cdot \sin 2\chi;$$

$$\Phi_V = \frac{1}{2}(\Phi_r - \Phi_b) \cos \gamma;$$

$$\Phi_{Q'} = \frac{1}{2}[\Phi_{p'} - \frac{1}{2}(\Phi_{r'} + \Phi_{b'})] \cdot \sin^2 \gamma \cdot \cos 2\chi;$$

$$\Phi_{U'} = \frac{1}{2}[\Phi_{p'} - \frac{1}{2}(\Phi_{r'} + \Phi_{b'})] \cdot \sin^2 \gamma \cdot \sin 2\chi;$$

$$\Phi_{V'} = \frac{1}{2}(\Phi_{r'} - \Phi_{b'}) \cdot \cos \gamma.$$

Величини  $\Phi$  та  $\Phi'$  є узагальненими профілями поглинання (враховано ефект Доплера) та аномальної дисперсії (магнетооптики) — повертання площини поляризації  $\pi$ -компоненти; індекс  $p$  належить до лінійнополяризованої  $\pi$ -компоненти,  $r$  і  $b$  — до  $\sigma$ -компонент, зміщених відповідно в червоний та синій бік спектра. Для  $\pi$ -компоненти характерне випромінювання, лінійнополяризоване паралельно магнетному полю, для  $\sigma_r$  і  $\sigma_b$  компонент — випромінювання, право- і лівополяризоване по кругу в площині, перпендикулярній магнетному полю. Їх можна отримати з таких співвідношень:

$$\Phi_{p,r,b} = \sum_i S_i^{p,r,b} \cdot H(a, \nu - \nu_i^{p,r,b} + \nu_{\text{los}}),$$

$$\Phi'_{p,r,b} = \sum_i S_i^{p,r,b} \cdot 2F(a, \nu - \nu_i^{p,r,b} + \nu_{\text{los}}),$$

де:

$$H(a, v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{((v-y)^2 + a^2)} dy,$$

$$F(a, v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(e^{-y^2}(v-y))}{((v-y)^2 + a^2)} dy$$

— функції Фойгта та Фарадея–Фойгта.

$v = \frac{(\lambda - \lambda_0)}{\Delta \lambda_D}$  — відстань від центра ліній в одиницях доплерівського розширення;  $a$  — параметр, пов’язаний із загасанням для ліній;  $v_{\text{los}} = \lambda_0 \cdot \mathbf{v}_{\text{mac}} \frac{\mathbf{n}}{c \cdot \Delta \lambda_D}$  — доплерівський зсув, викликаний макрошвидкістю речовини,

$$v_i^{p,b,r} = \frac{e \cdot \lambda_0^2 \cdot B}{4\pi \cdot m \cdot c^2 \Delta \lambda_D} \cdot [(G_l - G_u) \cdot i - G_u(2 - l)],$$

де:  $G_l, G_u$  — фактори Ланде для нижнього та верхнього рівнів відповідно:

$$G = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}, \text{ а } l = \begin{cases} 1 &= b \\ 0 &= p \\ -1 &= r \end{cases}$$

Зазначимо, що зееманівські компоненти визначаємо правилами відбору:

$$\Delta M = M_u - M_l = \begin{cases} 1 &= b \\ 0 &= p \\ -1 &= r \end{cases}$$

Коефіцієнти  $S_i^{p,b,r}$  визначаємо з табл. 1. Вони пронормовані до одиниці:

$$\sum_i S_i^{p,b,r} = 1.$$

Для довільного мультиплету число зееманівських компонент може виявитись більшим від трьох, що викликає певні незручності при обрахунках. У [17] запропоновано метод ефективного фактора Ланде. Розщеплений мультиплет зображаємо еквівалентним триплетом. Однак згаданий метод працює, коли зееманівське зміщення менше від доплерівської півшорини, що не виконується в сонячних плямах.

Рівняння переносу (1) необхідно доповнити граничними умовами. На верхній границі для вектора Стокса  $\mathbf{I}(0) = (0)$  при поширенні всередину атмосфери. Для нижньої границі можна застосувати дифузне наближення:

$$\mathbf{I} = (B_\nu \cdot \mathbf{e}_0 + \mathbf{K}^{-1} \cdot \frac{dB_\nu}{d\tau} \cdot \mathbf{e}_0). \quad (2)$$

Розв’язок векторних рівнянь переносу (1) з граничними умовами (2) дає параметри Стокса випромінювання, що виходить з атмосфери зорі. Для формального розв’язку задачі (1,2) використаймо метод DELO [11].

У матриці повного поглинання діагональні елементи дорівнюють коефіцієнтам поглинання для сумарної інтенсивності випромінювання:

$$k_i = k_c + k_0 \cdot \Phi_I.$$

Якщо ввести оптичну глибину  $d\tau = -k_I dz$  — уздовж поширення променя, то рівняння (1) матиме вигляд:

$$\frac{d\mathbf{I}}{d\tau} = \frac{1}{k_I} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{I} - \mathbf{S}',$$

де:  $\mathbf{S}' = \frac{\mathbf{j}}{k_I}$ . Уведемо модифіковану матрицю поглинання:

$$\mathbf{K}' = \frac{\mathbf{K}}{k_I} - \mathbf{1},$$

## ЗАДАЧА ПЕРЕНОСУ ПОЛЯРИЗОВАНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

у матриці  $\mathbf{K}'$  діагональні елементи дорівнюють нулеві.

Отже, рівняння переносу можна записати як:

$$\frac{d\mathbf{I}}{d\tau} = \mathbf{I} - \mathbf{L}, \quad (3)$$

де:  $\mathbf{L} = \mathbf{S}' - \mathbf{K}'\mathbf{I}$ .

При відомій матриці  $\mathbf{L}$  формальний розв'язок рівняння (3) матиме вигляд:

$$\mathbf{I}(\tau_k) = E_k \mathbf{I}(\tau_{k+1}) + \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} e^{-(\tau-\tau_k)} \mathbf{L}(\tau) d\tau, \quad (4)$$

де:  $E_k = e^{-\Delta\tau_k}$ ,  $\Delta\tau_k = \tau_{k+1} - \tau_k$ ,  $k = 1, \dots, N - 1$ .

Оскільки матриця  $\mathbf{L}$  залежить від  $\mathbf{I}$ , то рівняння (4) є інтегральним рівнянням для  $\mathbf{I}$ . Його можна розв'язати методом послідовних наближень. З другого боку, можна отримати явний розв'язок (4), застосувавши лінійну апроксимацію:

$$\mathbf{L}(\tau) = \frac{[(\tau_{k+1} - \tau)\mathbf{L}_k + (\tau - \tau_k)\mathbf{L}_{k+1}]}{\Delta\tau_k}.$$

Після аналітичного інтегрування (4) і деяких перетворень отримуємо:

$$\mathbf{I}(\tau_k) = \mathbf{P}_k + \mathbf{Q}_k \cdot \mathbf{I}(\tau_{k+1}), \quad (5)$$

де:

$$\mathbf{P}_k = [1 + (F_k - G_k)\mathbf{K}'_k]^{-1} \cdot [(F_k - G_k)\mathbf{S}'_k + G_k\mathbf{S}'_{k+1}];$$

$$\mathbf{Q}_k = [1 + (F_k - G_k)\mathbf{K}'_k]^{-1} \cdot (E_k \cdot \mathbf{1} - G_k\mathbf{K}'_{k+1});$$

$$F_k = 1 - E_k, G_k = \frac{[1 - (1 + \Delta\tau_k)E_k]}{\Delta\tau_k}.$$

Таким чином, маючи  $\mathbf{I}(\tau_N)$  на нижній границі, легко отримати розв'язок на поверхні  $\mathbf{I}(0) = \mathbf{I}(\tau_1)$ . Точність розв'язку (5) можна суттєво поліпшити, використавши параболічну чи сплайн-інтерполяцію, правда, тільки для  $\mathbf{S}'$ .

За відсутності магнетного поля  $\mathbf{K}' = 0$  і ми отримуємо формальний розв'язок рівняння переносу для інтенсивності.

У наших дослідженнях ми визначали глибини утворення ліній. При неполяризованому випромінюванні глибини утворення ліній рахували за функціями внеску в емісію:  $C_k = \eta_k \cdot e^{-\tau_k}$ , ( $\eta_k$  — коефіцієнт випромінювання). Для поляризованого випромінювання векторну функцію внеску визначаємо із співвідношення [11]:

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{Q}_1 \cdot \mathbf{Q}_2 \cdot \dots \cdot \mathbf{Q}_{k-1} \cdot \mathbf{J}_k. \quad (6)$$

Вище ми розглянули формальний розв'язок рівняння переносу (1). Однак для визначення  $\mathbf{L}$  необхідно мати реальні заселеності рівнів атома, що вимагає при нерівноважному утворенні сумісного розв'язку рівнянь переносу та статрівноваги в магнетному полі. Така задача досить складна, оскільки коефіцієнти поглинання не ізотропні: вони залежать від орієнтації магнетного поля щодо напрямку поширення світла. Таким чином, навіть для 1D плоско-паралельної моделі атмосфери задача стає тривимірною. Як виявилося, розв'язувати таку громіздку задачу немає потреби. Для спрощення розрахунків часто роблять такі наближення [13]: а) наближення без урахування магнетного поля (FFA); б) наближення без урахування поляризації (PFA).

Для FFA заселеності рівнів визначають, як у стандартній задачі без магнетного поля; формальний розв'язок рівняння (4) дає вектор параметрів Стокса; при цьому вважають, що коефіцієнти відхилення від ЛТР не залежать від магнетного поля. У [18] було показано, що для сильних ліній Ca FFA наближення дає похибку, яка не перевищує 10 % для інтенсивності і 3% для лінійної та кругової поляризації.

Наближення PFA було запропоновано в [19, 20]. У ньому враховано вплив магнетного поля на заселеності рівнів атома. Останні шукають шляхом розв'язку скалярного рівняння переносу з незначною зміною профілю коефіцієнта поглинання: замість стандартної функції Фойгта використовують профіль  $\Phi_I$ , що з'являється на діагоналі в матриці поглинання  $\mathbf{K}$ . Іншими словами, вплив магнетного поля на заселеності враховують шляхом зміни профілю коефіцієнта поглинання.

	$p(M \rightarrow M)$	$r(M \rightarrow M + 1)$	$b(M \rightarrow M - 1)$
$J \rightarrow J$	$M^2$	$(J - M)(J + M + 1)$	$(J + M)(J - M + 1)$
$J \rightarrow J + 1$	$(J + 1)^2 - M^2$	$(J + M + 1)(J + M + 2)$	$(J - M + 1)(J - M + 2)$
$J \rightarrow J - 1$	$J^2 - M^2$	$(J - M)(J - M - 1)$	$(J + M)(J + M - 1)$

Таблиця 1. Інтенсивність зееманівських компонент.

Швидкості радіативних переходів, що входять у рівняння статріноваги, визначають інтенсивністю, усередненою за напрямками поширення світлового променя. А отже, для розв'язку скалярного рівняння переносу будемо використовувати профіль  $\Phi_I$ , усереднений за  $\gamma$ :

$$\overline{\Phi_I} = \frac{1}{4} \cdot (\Phi_p + \frac{3}{2} \cdot (\Phi_r + \Phi_b)).$$

У табл. 1 наведено відносні інтенсивності зееманівських компонент [21]. Правила відбору записано для переходів із випромінюванням, тобто з верхнього рівня на нижній. Відзначимо симетричність  $r \leftrightarrow b$  компонент щодо  $M$ , тобто сумарні їхні інтенсивності однакові й дорівнюють половині сумарної інтенсивності  $r$  компоненти [22].

При визначенні реальних заселеностей рівнів для спрощення розрахунків підрівні термів ми заміняли одним еквівалентним рівнем; при розрахунках магнеточутливих переходів знаходили середній фактор Ланде для верхнього та нижнього рівнів відповідно [21, 22]:

$$\bar{g} = \frac{\sum_{J_{\min}=|S-L|}^{S+L} g_i}{(J_{\max} - J_{\min} + 1)},$$

тобто:

$$\bar{g} = \begin{cases} 1, & J_{\min} = L - S, \\ 2, & J_{\min} = S - L, \\ 1.5, & L = S. \end{cases}$$

Для визначення амплітуд зееманівських компонент брали:

$$J_{\text{sep}} = \frac{(J_{\min} + J_{\max})}{2} = \frac{|L - S| + |L + S|}{2}.$$

Звичайно, при цьому треба враховувати правила відбору для  $J$ :  $\Delta J = 0 \pm 1$ . При розрахунку профілів ліній брали реальні значення атомних параметрів.

Розглянута задача переносу поляризованого випромінювання легко поширюється на багатовимірні моделі атмосфери.

### ІІІ. ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Описану методику ми застосували для розв'язку рівнянь переносу поляризованого випромінювання в сонячних плямах для атома нейтрального заліза.

Згідно з теперішніми уявленнями тінь плями складається з відносно холодного середовища з украленими гарячішими елементами. Гаряча компонента займає приблизно 5–10 % площині плями [23]. Ми ж надалі розглядаємо сонячну пляму як однорідне утворення.

Колладос та ін. [24] отримали напівемпіричні моделі сонячних плям: великої (холодної) радіусом  $\sim 11''$  та малої (гарячої) радіусом  $\sim 6''$ . Саме ці моделі ми використали для досліджень.

Найбільша розбіжність обох моделей стосується температури та величини магнетного поля. Мала пляма є значно гарячішою по всій глибині аж до  $\log \tau = -2.5$ , де температури обох моделей вирівнюються; найбільша різниця температур трохи більша від 1000 К у глибоких шарах. Магнетне поле в холодній моделі перевищує поле гарячої в середньому на 1000 Гс у верхній частині моделі.

Атом заліза зображаємо 20-ма рівнями Fe I, двома рівнями Fe II та одним рівнем Fe III. У нашій моделі атома потенціали збудження термів Fe I лежать в інтервалі від 0 до 5 еВ. Вони включають: метастабільні, напівстабільні та частину верхніх рівнів. Решту верхніх рівнів уважали термалізованими щодо останнього рівня Fe I згідно з моделлю. При такому підході параметри відхилення від ЛТР ( $(b_i = n_i/n^*, n_i$  — рівноважна заселеність  $i$ -го рівня) для згаданих рівнів будуть одинаковими, що дозволяє досить просто враховувати їх у рівняннях статистичної рівноваги. Справді, для неврахованих рівнів маємо:

$$\sum_{i=k}^N n_i = b_k \cdot n_k^* \cdot \left( 1 + \frac{e^{E_k/kT}}{g_k} \cdot (U - U_k) \right),$$

де:  $k$  — останній рівень Fe I,  $g_k$ ,  $E_k$  — статистична вага та потенціал збудження,  $U$  — сума за станами,  $U_k$  — сума за станами для перших  $k$  рівнів. У [25] розглянуто утворення ліній заліза в сонячних плямах; модель атома заліза включає понад 250 рівнів.

Атомні дані брали з [26, 27]. Для розрахунку коефіцієнта поглинання в неперервному спектрі ми використовували пакет OPACITY Шукіної: враховували внесок молекулярного водню та металевих ліній у УФ-ділянці спектра — “haze” ефект. Із числа ліній, що отримують з моделі атома, для дослідження ми вибрали такі:  $\lambda 525.021$  нм,  $\lambda 629.78$  нм,  $\lambda 532.418$  нм. Перші дві магнеточутливі, третя — сильна лінія, практично нечутлива до магнетного поля (за еквівалентною шириною).

У роботі ми розрахували заселеності рівнів атома нейтрального заліза в рамках гарячої та холодної моделей сонячних плям; маючи заселеності, легко отримати профілі ліній. Для знаходження реальних заселеностей рівнів використано метод прискореної Л-ітерації [28] у наближеннях FFA та PFA та метод DELO для розв'язку рівнянь переносу поляризованого випромінювання. Як показують розрахунки, збіжність розв'язку достатньо швидка. Так, для досягнення максимальної відносної похибки, що не перевищує 1 %, достатньо 10 ітерацій, правда, з використанням алгоритму прискорення збіжності.

**Вплив магнетного поля.** Магнетне поле сонячних плям досить сильне; воно діє на еквівалентну ширину та форму профілю ліній. Отже, магнетне поле

## ЗАДАЧА ПЕРЕНОСУ ПОЛЯРИЗОВАНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

може безпосередньо впливати на швидкості радіятивних переходів, якими визначаються заселеності рівнів.

Для визначення впливу магнетного поля на заселеності рівнів Fe I ми спочатку визначили не-ЛТР параметри  $b_i$  при відсутності магнетного поля, а потім у наближенні PFA — для ліній, що розглядалися; у другому випадку магнетне поле впливає на коефіцієнт поглинання в лінії. Для гарячої моделі врахування магнетного поля приводить до незначного, приблизно 3–6 %, зменшення заселеності верхніх рівнів відповідних переходів (що дають розглядувані лінії) в ділянці утворення їхніх ядер; у холодних плямах вплив магнетного поля ще менший.

Отже, для обох моделей сонячних плям магнетне поле практично не впливає на заселеності рівнів нейтрального заліза. Дія магнетного поля незначна, тому що магнеточутливі лінії здебільшого помірні чи слабкі; вони не дають відчутного внеску в швидкості радіятивних переходів, якими визначаються заселеності рівнів; заселеності рівнів у свою чергу визначаються сильними УФ лініями та випромінюванням у континуумі (шляхом фотойонізації). З другого боку, непрозорість сильних УФ ліній у досліджуваних шарах веде до термалізації рівнів [29]. Через температурний плат у верхній частині холодної моделі лінії мають протяжніші (нечутливі до магнетного поля) крила, за рахунок чого зменшується чутливість заселостей відповідних рівнів до магнетного поля.

Таким чином, при розрахунку профілів ліній Fe I у сонячних плямах достатньо визначити параметри відхилення від ЛТР шляхом розв'язку скалярного рівняння переносу і статрівноваги; а за ними отримати формальний розв'язок рівнянь переносу для поляризованого світла — профілі Стокса магнеточутливих ліній.

**Глибини утворення.** При дослідженні активних ділянок важливо знати глибину, до якої можна прив'язати отримане значення магнетного поля. Найчутливіша до магнетного поля центральна частина ядра лінії, а отже, прив'язку магнетного поля можна робити за глибиною утворення центра лінії. Самі гли-

бини утворення ми визначали за функціями внеску в емісію для неполяризованого випромінювання та за апроксимацією вектора внеску в емісію для інтенсивності поляризованого випромінювання (6).

Середні глибини утворення центральних частин вибраних ліній наведені в табл. 2.

Для гарячої моделі ЛТР та не-ЛТР глибини утворення збігаються, тоді як не-ЛТР ядра ліній у великих плямах утворюються в дещо глибших (щодо рівноважних) шарах, за винятком ліній  $\lambda 525.21$  нм. Урахування поляризації випромінювання приводить до суттєвого зменшення глибин утворення центральної частини ядра. Для ліній  $\lambda 525.021$  нм ( $EPL=0.12$  еВ),  $\lambda 629.78$  нм ( $EPL=2.22$  еВ),  $\lambda 532.418$  нм ( $EPL=3.2$  еВ) зміщення глибин становить 250 км, 24 км, 46 км для гарячої і 285 км, 80 км, 184 км для холодної плями відповідно. Зміщення глибин визначається розщепленням коефіцієнта поглинання, яке своєю чергою залежить від магнетного поля, температури в ділянці утворення лінії та ефективного фактора Ланде, який визначає чутливість ліній до магнетного поля.

Рівноважні та нерівноважні лінії утворюються у великих плямах у середньому на 100 км вище порівняно з гарячою моделлю, тоді як поляризація випромінювання приводить до часткового вирівнювання глибин утворення ліній у різних моделях плям.

Для оцінки чутливості зміщення до магнетного поля ( $\Delta H/B$ ) отримуємо значення: 0.114 км/Гс, 0.014 км/Гс, 0.027 км/Гс для гарячої та 0.108 км/Гс, 0.03 км/Гс, 0.069 км/Гс для холодної моделі відповідно.

Чутливість глибин утворення ядра ліній до магнетного поля для ліній з високим  $EPL$  зростає при переході до холодної моделі більш ніж удвічі; для ліній  $\lambda 525.021$  нм чутливість висока, але від моделі майже не залежить. Така поведінка чутливості глибин утворення зумовлена насамперед стратифікацією температури, яка для розглядаючих моделей різна.

Ми широ вдячні Шеміновій В. А. за допомогу під час виконання цієї роботи та Щукіній Н. Г. за надану можливість використовувати пакет OPACITY розрахунку коефіцієнта поглинання в неперервному спектрі.

Моделі	наближення	$H$ (км)		
		$\lambda 525.021$ нм	$\lambda 629.780$ нм	$\lambda 532.418$ нм
гаряча	ЛТР	277	202	245
	не-ЛТР	274	199	239
	не-ЛТР+ II	24	175	193
холодна	ЛТР	379	291	368
	не-ЛТР	378	277	344
	не-ЛТР+ II	93	197	160

Таблиця 2. Глибини утворення ліній Fe I.

#### IV. ВИСНОВКИ

Детально розглянуто багаторівневу задачу переносу поляризованого випромінювання. Задачу переносу розв'язано для атома нейтрального заліза в рамках холодної та гарячої моделей сонячних плям. Отримано такі результати: 1. Магнетне поле слабо впливає на заселеності рівнів Fe I в сонячних плямах;

при переносі поляризованого випромінювання в сонячних плямах (магнеточутливі лінії Fe I) достатньо FFA наближення для розрахунку заселеностей рівнів атома. 2. Поляризація випромінювання суттєво зменшує глибини утворення магнеточутливих ліній у сонячних плямах. 3. Визначено рівноважні, нерівноважні, з урахуванням та без урахування магнетного поля глибини утворення ядер ліній Fe I.

- [1] W. Unno, Publ. Sol. Jpn. **8**, 108 (1956).
- [2] В. Е. Степанов, Известия Крым. астрофиз. обсерв. **18**, 136 (1958).
- [3] Д. Н. Рачковский, Известия Крым. астрофиз. обсерв. **26**, 63 (1961).
- [4] Д. Н. Рачковский, Известия Крым. астрофиз. обсерв. **27**, 148 (1962).
- [5] J. M. Beckers, Sol. Phys. **9**, 372 (1969).
- [6] E. Landi Degl' Innocenti, M. Landi Degl' Innocenti, Sol. Phys. **27**, 319 (1972).
- [7] E. Landi Degl' Innocenti, Sol. Phys. **97**, 239 (1985).
- [8] A. A. Van Ballegooijen, In: Measurements of Solar Vector Magnetic Fields, ed. M. J. Hagyard, NASA, Conf. Publ. **2374**, 322 (1985).
- [9] В. А. Шеминова, Вычисление профилей Стокс-параметров магнеточувствительных линий поглощения в звёздных атмосферах (Киев, 1990, (Деп. в ВИНТИ 30.05.90; N 2940-B90)).
- [10] Y. Takeda, Publ. Astron. Soc. Jpn. **43**, 719 (1991).
- [11] D. E. Rees, G. A. Murphy, Astrophys. J. **339**, 1093 (1989).
- [12] L. R. Bellot Rubio, B. Ruiz Cobo, M. Collados, Astrophys. J. **506**, 805 (1998).
- [13] H. Socas-Navarro, J. Trujillo Bueno, B. Ruiz Cobo, Astrophys. J. **530**, 977 (2000).
- [14] B. Ruiz Cobo, J. C. del Toro Iniesta, Astrophys. J. **398**, 375 (1992).
- [15] H. Socas-Navarro, B. Ruiz Cobo, J. Trujillo Bueno, Astrophys. J. **507**, 470 (1998).
- [16] E. Landi Degl' Innocenti, Astron. Astrophys. Suppl. Ser. **25**, 379 (1976).
- [17] E. Landi Degl' Innocenti, Sol. Phys. **77**, 285 (1982).
- [18] L. H. Auer, J. N. Heasley, L. L. House, Astrophys. J. **216**, 531 (1977).
- [19] J. H. M. J. Bruls, J. Trujillo Bueno, Sol. Phys. **164**, 155 (1996).
- [20] J. Trujillo Bueno, E. Landi Degl' Innocenti, Sol. Phys. **164**, 135 (1996).
- [21] А. Зоммерфельд, Строение атома и спектры (Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва, 1956).
- [22] С. Э. Фриш, Оптические спектры атомов (Государственное издательство физико-математической литературы, М.-Л., 1963).
- [23] V. N. Obridko, J. Staude, Astron. Astrophys. **189**, 232 (1988).
- [24] M. Collados, V. Martinez Pillet, B. Ruiz Cobo, J. C. del Toro Iniesta, M. Vazquez, Astron. Astrophys. **291**, 622 (1994).
- [25] N. G. Shchukina, J. Trujillo Bueno, Advances in Solar Physics, Euroconference Advances in the Physics of Sunspots, ASP Conference series. **118**, (1997).
- [26] Э. А. Гуртовенко, Р. И. Костик, Фраунгоферов спектр и система солнечных сил осцилляторов (Наук. думка, Киев, 1989).
- [27] N. E. Piskunov, F. Kupka, T. A. Ryabchikova, W. W. Weiss, C. S. Jeffery, Astron. Astrophys. Suppl. Ser. **112**, 525 (1995).
- [28] M. I. Стоділка, Р. Є. Рикалюк, Журн. фіз. досл. **2**, 427 (1998).
- [29] M. Carlsson, R. J. Rutten, J. H. M. J. Bruls, N. G. Shchukina, Astron. Astrophys. **288**, 860 (1994).

#### POLARIZED RADIATION TRANSFER PROBLEM

M. I. Stodilka

Ivan Franko National University of Lviv, Astronomical Observatory  
8 Kyrylo i Mefodii Str., Lviv, UA-79005, Ukraine

The present paper deals with the analysis of nonequilibrium multilevel transfer problem for polarized radiation using accelerated  $\Lambda$ -iteration to determine real level populations. We considered field free and polarization free approximations and DELO-method for the solving vector equations to determine Stokes profiles. We solved radiation transfer equations for the neutral iron in the cool and hot solar spots models. It is shown that the magnetic field has a small influence on the Fe I levels populations. So it is enough to use a field free approximation for calculating level populations. Polarization of the radiation sufficiently decreases the formation depths of magnetically sensitive lines. The depths of the formation of Fe I lines in the solar spots were determined.