

## ПРОСТОРОВА ДИСПЕРСІЯ В НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

О. С. Кушнір

*Львівський національний університет імені Івана Франка, кафедра нелінійної оптики,  
вул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005, Україна*

(Отримано 20 березня 2001р.; в остаточному вигляді — 29 жовтня 2001 р.)

У межах феноменологічних підходів розглянуто особливості нелокального відгуку просторово неоднорідних суцільних середовищ на електромагнетну хвилю. Урахування принципу симетрії кінетичних коефіцієнтів Онзаґера дозволяє виділити явища просторової дисперсії, пов'язані як з неоднорідністю поля хвилі, так і з неоднорідністю самого середовища. На прикладі макроскопічно неоднорідних несумірно модульованих фаз у діелектричних кристалах групи  $A_2BX_4$  проаналізовано характер поляризації нормальних хвиль і знайдено ефективні кристалооптичні параметри.

**Ключові слова:** кристалооптика, просторова дисперсія, тензор діелектричної проникності, несумірна фаза, симетрія.

PACS number(s): 78.20.-e, 64.70.Rh

### I. ВСТУП

Явища просторової дисперсії (ПД) при поширенні електромагнетних хвиль у твердому тілі, рідинах, плазмі тощо розуміють як наслідок просторової нелокальності зв'язку між реакцією середовища на хвилю та дією поля хвилі, коли відгук системи в певній точці визначається не тільки полем у цій точці, але й полем в її околі [1,2]. Для лінійного немагнетного анізотропного суцільного середовища та діапазону частот хвиль, далеких від резонансних, нелокальний матеріальний зв'язок (або матеріальне рівняння (МР)) між індукцією  $\mathbf{D}$  й напруженістю  $\mathbf{E}$  електричного поля світлової хвилі записують у вигляді [1]:

$$D_i(\mathbf{r}) = \int \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (1)$$

Інтегрування в (1) проводять за об'ємом, зайнятим середовищем (на практиці — за об'ємом  $\sim a_s^3$ , де  $a_s$  — “радіус нелокальності”, див. наприклад [1–3]), а за повторюваними координатними індексами здійснюється сумування.

Відомо, що ПД приводить до гіротропії (оптичної активності) [4–6], появи додаткових нормальних електромагнетних хвиль та низки інших явищ [1]. Оскільки неоднорідність оптичних матеріалів на мікроскопічних (атомних) масштабах фактично не вносить до оптичного відгуку (див. аналіз [1]), а типові макроскопічні масштаби змін властивостей середовищ, як правило, значно більші за довжини світлових хвиль, то середовища у цьому аналізі переважно покладають однорідними. Такий наближений підхід залишає поза розглядом можливі оптичні явища, пов'язані зі специфікою проявів ПД в просторово неоднорідних, у т. ч. періодичних, твердотільних структурах, зокрема у системах із надґратками різної фізичної природи. Очікувану слабкість цих явищ не можна

вважати абсолютним фактором, особливо, якщо йдеться про нові явища. Цікавим у цьому плані є аналіз поширення світла в обмежених діелектриках (див. [7–11]). Він засвідчує необхідність урахувувати просторові зміни діелектричних параметрів у приповерхневому шарі для одержання коректних енергетичних співвідношень у межах феноменологічної електродинаміки гіротропних середовищ. Додатковий інтерес до ПД в неоднорідних середовищах стимулюють результати досліджень поляритонів [12], а також недавні праці [13,14], у яких опис гіротропії кристалів з несумірно модульованою надструктурою базується на припущенні про неоднорідність останніх на напівмакроскопічних масштабах.

Мета цієї роботи — докладний розгляд ПД в неоднорідних, найперше просторово модульованих, кристалічних середовищах й аналіз її можливих наслідків у макроскопічних оптичних властивостях.

### II. ПРОСТОРОВА ДИСПЕРСІЯ В НЕОДНОРІДНИХ СУЦІЛЬНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Для однорідного необмеженого середовища, інваріантного стосовно довільних трансляцій, інтегральне ядро  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  у МР (1) залежить лише від різниці  $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ . Якщо відношення  $a_s/\lambda$  ( $\lambda$  — довжина електромагнетної хвилі), яке визначає істотність ПД, безмежно мале, то можна покласти  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\varepsilon_{ij}^{\text{NSD}}$ , де  $\delta(\mathbf{r})$  — дельта-функція Дірака, і перейти від (1) до локального МР. Для неоднорідних діелектричних середовищ (включаючи неоднорідність на мікроскопічному рівні) функція відгуку  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  повинна залежати не тільки від  $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ , але й окремо від координат  $\mathbf{r}$  і  $\mathbf{r}'$  [2,7,8]. Результати [1] (§13) фактично передбачають припущення  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{r}')$ , а в [15] запропоновано залежність виду  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{r})$ .

Базовим у цій роботі є припущення про додаткову залежність ядра неоднорідних середовищ від “симетричної” комбінації  $\mathbf{r} + \mathbf{r}'$ . Тоді

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad (2)$$

де аргументи  $\mathbf{r}_1$  і  $\mathbf{r}_2$  для визначености введено так [16]:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{r}', \quad \mathbf{r}_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{r} + \mathbf{r}'). \quad (3)$$

Тут функціональні залежності від змінних  $\mathbf{r}_1$  і  $\mathbf{r}_2$  відображають відповідно нелокальність відгуку та неоднорідність оптичних властивостей середовища (у т.ч. і просторову залежність радіуса нелокальності). Вираження неоднорідности мовою аргументу  $\mathbf{r} + \mathbf{r}'$  узгоджується з онзаґерівською симетрією (див. нижче), а також з результатами [17], згідно з якими функція відгуку для напівбезмежного середовища з межею, нормальною до осі  $z$ , додатково залежить від  $z + z'$ .

Оптичний відгук неоднорідного середовища стає локальним, тобто

$$D_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ij}^{NSD}(\mathbf{r})E_j(\mathbf{r}), \quad (4)$$

якщо параметр  $a_s$  нехтівно малий порівняно з довжиною світлової хвилі  $\lambda$  і характерним масштабом (скажімо, просторовим періодом  $\lambda_m$ ), на якому істотно змінюються властивості середовища ( $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1)\varepsilon_{ij}^{NSD}(\mathbf{r}_2)$ ).

Розгляньмо тепер альтернативний випадок. Із (1), (2) і (3) видно, що індукція  $\mathbf{D}(\mathbf{r})$  світлової хвилі в точці  $\mathbf{r}$  тоді визначатиметься не тільки напруженістю поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  і локальними матеріяльними параметрами

(величиною  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})$ , тобто значенням  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  за умови  $\mathbf{r}' = \mathbf{r}$  в аргументі  $\mathbf{r}_2$ ) у цій точці, але й полем  $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$  та параметрами  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  у деякому околі точки. Нехай ПД слабка ( $a_s/\lambda, a_s/\lambda_m \ll 1$ ). Функції відгуку та поля в околі точки  $\mathbf{r}$  можна зобразити кількома першими членами рядів Тейлора цих функцій у точці, і

$$D_i(\mathbf{r}) = \int \left\{ \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) + \frac{1}{2}[\nabla_l \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r})](\mathbf{r}' - \mathbf{r})_l + \dots \right\} \times \left\{ E_j(\mathbf{r}) + [\nabla_l E_j(\mathbf{r})](\mathbf{r}' - \mathbf{r})_l + \dots \right\} d\mathbf{r}', \quad (5)$$

де похідні стосуються лише виразів у найближчих дужках. У (5) ядро розкладено за змінною  $\mathbf{r}_2$  у точці  $\mathbf{r}$ , а похідні ядра взято в значенні  $\nabla_{\mathbf{r}_1} \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) \equiv \nabla_{\mathbf{r}_2} \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|_{\mathbf{r}_2=\mathbf{r}}$ , і тому вони не стосуються змінної  $\mathbf{r}$ , що фігурує в аргументі  $\mathbf{r}_1$ . У  $n$ -му наближенні, узятому в розкладі (5), внески до ПД  $p$ -го порядку ( $p \leq n$ ) мають такий вигляд:

$$\int \sum_{n=p}^{\infty} \left\{ \frac{n! \varepsilon(\mathbf{r}' - \mathbf{r})^p \nabla^p E}{(n-p)!(p!)^2 2^{n-p}} + \dots + \frac{n! [\nabla^p \varepsilon(\mathbf{r}' - \mathbf{r})^p] E}{(n-p)!(p!)^2 2^n} \right\} d\mathbf{r}', \quad (6)$$

де координатні індекси та аргументи функцій опущено.

Ураховуючи (6) і змінюючи черговість диференціювання та інтегрування в (5), у границі при  $n \rightarrow \infty$  одержуємо “квазілокальний” матеріяльний зв'язок (див. також [9–11]):

$$D_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r})E_j(\mathbf{r}) + \gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r})\nabla_l E_j(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}[\nabla_l \gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r})]E_j(\mathbf{r}) + \gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r})\nabla_l \nabla_m E_j(\mathbf{r}) + [\nabla_l \gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r})]\nabla_m E_j(\mathbf{r}) + \frac{1}{4}[\nabla_l \nabla_m \gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r})]E_j(\mathbf{r}) + \dots, \quad (7)$$

де тензор діелектричної проникности без урахування ПД  $\varepsilon_{ij}$ , тензор гірації  $\gamma_{ijl}^{(1)}$  і тензор  $\gamma_{ijlm}^{(2)}$ , що описує ПД другого порядку, визначаються виразами

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = 2 \int \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) d\mathbf{r}',$$

$$\gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r}) = 4 \int \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) (\mathbf{r}' - \mathbf{r})_l d\mathbf{r}',$$

$$\gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r}) = 4 \int \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}) (\mathbf{r}' - \mathbf{r})_l (\mathbf{r}' - \mathbf{r})_m d\mathbf{r}'. \quad (8)$$

Згідно з (1), (7), ПД пов'язана з неоднорідністю як електричного поля світлової хвилі, так і оптичних параметрів середовища (див. також результати для несумірно модульованих кристалів [14]). Надалі при посиланні на ці явища, які “розділяються” лише у випадку слабкості ПД (“квазілокальності” МР), ми

вживатимемо умовні терміни “польова” ПД й “матеріальна” ПД. При врахуванні ефектів вищого, ніж перший, порядку зв'язок (7) констатує також появу членів “змішаного” типу ( $[\nabla_l \gamma_{ijlm}^{(2)}] \nabla_m E_j$  тощо). Отже, традиційне розуміння ПД в немагнетних середовищах як явищ, зумовлених залежністю індукції (поляризації) у певній точці простору від напруженості поля в околі цієї точки (див. [1,2,6] та ін.), дещо звужене. Доречніше говорити про явища, які виникають унаслідок нелокальності відгуку на електромагнетну хвилю і проявляються за умов достатньої неоднорідності поля хвилі і/або матеріальних параметрів середовища. Зауважимо, що матеріальна ПД буде наявна й у випадку відгуку неоднорідного середовища на просторово однорідне зовнішнє поле. Явище можна розглядати як аналог часової дисперсії в нестационарних середовищах (див. [5], §61).

Проаналізуємо симетрію тензорів у (7). Згідно з принципом симетрії кінетичних коефіцієнтів Онзагера, сформульованим для просторово диспергуючих середовищ, для довільних полів  $\mathbf{E}^{(1)}$ ,  $\mathbf{E}^{(2)}$  та відповідних індукцій  $\mathbf{D}^{(1)}$ ,  $\mathbf{D}^{(2)}$  [5]

$$\int \mathbf{E}^{(1)}(\mathbf{r}) \mathbf{D}^{(2)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \mathbf{E}^{(2)}(\mathbf{r}) \mathbf{D}^{(1)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (9)$$

Підставляючи (7) у (9), одержуємо

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) &= \varepsilon_{ji}(\mathbf{r}), \\ \gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r}) &= -\gamma_{jil}^{(1)}(\mathbf{r}), \\ \gamma_{ijlm}^{(2)}(\mathbf{r}) &= \gamma_{jilm}^{(2)}(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (10)$$

де використано очевидну (див. (8)) симетрію  $\gamma_{ijlm}^{(2)} = \gamma_{ijml}^{(2)}$ . Крім того, за умови прозорості середовища (див. [5]) усі тензори в (7) дійсні. Тоді “загальний” тензор діелектричної проникності  $\hat{\varepsilon}$ , формально визначений згідно з  $\mathbf{D} = \hat{\varepsilon} \mathbf{E}$ , ермітовий (див. [18]), що заперечує необґрунтовані твердження в [14].

Підкреслимо, що “псевдолокальне” МР не узгоджувалося б із принципом Онзагера, якби в ньому були відсутні доданки, що описують матеріальну ПД, або змінені відповідні числові коефіцієнти. Із (6), (7) видно, що коефіцієнти біля “суто матеріальних” внесків до ПД  $p$ -го порядку в  $2^p$  разів менші за коефіцієнти біля “суто польових” внесків. Оскільки в нас цей результат був наслідком припущення (2), (3), то його в певному сенсі можна вважати еквівалентним до вимог онзагерівської симетрії. Частковий випадок згаданої закономірності (наявність коефіцієнта  $1/2$  біля доданка  $(\nabla_l \gamma_{ijl}^{(1)}) E_j$  у МР для обмеженого однорідного гіротропного середовища) тривалий час дискутували в літературі і довели у роботі [9] (див. також [1,6,10,11]). Нарешті, зазначимо, що визначення [11] тензорів  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$  і  $\gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r})$  у МР [9] для перехідного шару на межі гіротропного се-

редовища непослідовне, бо вони містять внески від ПД вищих порядків і тому асиметричні за індексами  $i$  та  $j$ .

Для якісної оцінки явищ, зумовлених матеріальною ПД, звернімося до порівняння з макроскопічно однорідними прозорими кристалами з ПД першого порядку. Завдяки наявності члена  $\nabla_l E_j$  у МР та антисиметричності за  $i$  та  $j$  множника  $\gamma_{ijl}^{(1)}$  біля нього фазовий зсув між поперечними декартовими компонентами індукції складає  $\pi/2$ , і така хвиля еліптично поляризована. Згідно з “фізичним” означенням явища гіротропії ([6], розділ II), кристал гіротропний. Нехай тепер хвилю поля  $\mathbf{E} = e_x E_x \exp i(\omega t + kz)$  ( $e_i = 1$ ,  $i = x, y, z$  — кристалфізичні осі) збуджено в неоднорідному (для визначеності — періодичному вздовж  $z$  з періодом  $\lambda_m = 2\pi/q$ ) середовищі ромбічної симетрії, яке описується тензором  $\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ij} + \gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r}) \nabla_l + (1/2) [\nabla_l \gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r})]$ . Типовими розв'язками будуть неоднорідні блоківські хвилі вигляду  $\mathbf{D} = [e_x \varepsilon_{11} E_x + e_y (A_y^+ \exp iqz + A_y^- \exp(-iqz))] \exp i(\omega t + kz)$ , де  $A_y^\pm$  — дійсні амплітудні коефіцієнти, що визначаються величиною  $E_x$  і позадіагональними компонентами  $\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{r})$ . Хвилі загалом еліптично поляризовані, а максимальних значень еліптичності набуває в точках середовища, для яких  $qz = \pm\pi/2$ . Середовище доцільно кваліфікувати як гіротропне, незважаючи на те, що воно не зовсім відповідає традиційним визначенням гіротропії [6] як за виглядом “псевдолокального” МР, так і за характером нормальних хвиль (див. також обговорення [19]).

Отже, матеріальна ПД першого порядку приводить до видимого ефекту гіротропії, який, хоча б у принципі, можна зареєструвати експериментально. Ми маємо справу з новим механізмом гіротропії, пов'язаним зі скінченністю параметра  $a_s/\lambda_m$ , якого, наскільки нам відомо, досі не згадували в літературі. Цей механізм виходить поза межі традиційного розуміння оптичної активності як наслідку скінченності довжини електромагнетної хвилі порівняно з розмірами атомів, молекул або відстанями між сусідніми вузлами кристалічної ґратки [4–6,20].

Зазначимо, що нехтування градієнтами матеріальних параметрів у МР (7) допустиме як чисто практичне наближення в макроскопічній електродинаміці неоднорідних середовищ за умов (див. [18])

$$\lambda \nabla_l \gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r}) \ll \gamma_{ijl}^{(1)}(\mathbf{r}), \quad \dots, \quad (11)$$

що зводяться до вимоги повільності просторових змін матеріальних параметрів ( $\lambda_m \ll \lambda$ , див. також [13]), яка типово справджується для більшості конденсованих середовищ і часто для плазми. Таке нехтування, на перший погляд, є ще доцільніше, коли згадати, що (11) нагадує умову застосовності наближення геометричної оптики (див. [2,4]):

$$\lambda \nabla n(\mathbf{r}) \ll \overline{n(\mathbf{r})}, \quad (12)$$

де  $n$  — показник заломлення, а  $\overline{n(\mathbf{r})}$  — значення, усереднене на масштабах довжини світлової хвилі. Порухення (12) означало б наявність інтенсивного розсіяння світла в середовищі. Хоча в багатьох випадках умови (11) і (12) справді схожі, для анізотропних середовищ, показник заломлення яких визначається сукупністю тензорних компонент  $\varepsilon(\mathbf{r})$  і  $\gamma^{(i)}(\mathbf{r})$ , можливі винятки. А саме, умова (12) виконуватиметься, незважаючи на порушення (11), якщо швидкозмінні в просторі компоненти  $\gamma^{(i)}(\mathbf{r})$  не дають значного внеску до  $n(\mathbf{r})$ . Отже, у нерозсіюючих середовищах матеріальна ПД приводитиме найперше до модифікації стану поляризації світлових хвиль, але не їхніх фазових швидкостей.

### III. ПРОСТОРОВА ДИСПЕРСІЯ В КРИСТАЛАХ З НЕСУМІРНО МОДУЛЬОВАНИМИ ФАЗАМИ

#### A. Матеріальний зв'язок у фур'є-просторі

Надалі ми розглядатимемо явища ПД в кристалічних матеріалах, для яких прийнята вище модель суцільного середовища придатна після належного макроскопічного усереднення, що включає аналіз впливу на кристалооптичні властивості ґраткових (а також надґраткових) періодичностей [1]. Наш аналіз, в основному, буде стосуватися доволі загального випадку діелектричних кристалів з НС надструктурою (див. [21]), а окремі важливі результати для звичайних (немодульованих) кристалів одразу впливатимуть як граничний випадок за умови зникнення хвилі НС модуляції та відповідної перебудови множини векторів ґратки.

Для формального відновлення трансляційної інваріантності модульованого кристала, втраченої вздовж осі модуляції при переході в НС фазу, покладемо поля та функцію відгуку в (1) залежними від фази хвилі НС модуляції  $\varphi$  (див. [22]). Із інваріантності ядра  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi)$  стосовно перетворень підгрупи трансляцій надпросторової групи НС фази випливає, що

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}, \varphi + \mathbf{q}_{1C}\mathbf{a}), \quad (13)$$

де  $\mathbf{a}$  — вектори трансляцій базової ґратки вихідної високотемпературної фази,  $\mathbf{q}_{1C}$  — хвильовий вектор НС модуляції (у кристалах сімейства  $A_2BX_4$   $\mathbf{q}_{1C} = \gamma\mathbf{a}_3^*$ ,  $\gamma = r/s + \delta$ , де  $\mathbf{a}_i^*$  — основні вектори оберненої ґратки вихідної фази, невеликі числа  $r, s$  описують структуру сумірної низькотемпературної фази,  $\delta \ll 1$  — параметр несумірності [21,23]). На підставі (13) маємо

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi) = \sum_{\mathbf{h}} f_{ij}^{\mathbf{h}}(\mathbf{r}_1) \exp(-i\mathbf{h}\mathbf{r}_2) \exp im\varphi, \quad (14)$$

де додаткову залежність ядра від  $\mathbf{r}_2$  зведено до ряду

Фур'є за узагальненими векторами оберненої ґратки НС фази  $\mathbf{h} = n_i\mathbf{a}_i^* + m\mathbf{q}_{1C}$  ( $n_i, m$  — цілі числа), що враховують модуляцію [24].

Переходячи із (1), (14) до простору хвильових векторів, одержимо МР

$$D_i(\mathbf{k}, \varphi) = \sum_{\mathbf{h}} \hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}}\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\right) E_j\left(\mathbf{k} + \mathbf{h}, \varphi\right), \quad (15)$$

де  $\mathbf{k}$  — хвильовий вектор світла, а фур'є-компоненти мікроскопічного тензора діелектричної проникності визначено згідно з

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}}\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\right) &= \exp im\varphi \\ &\times \int f_{ij}^{\mathbf{h}}(\mathbf{r}_1) \exp\left[-i\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}\right)\mathbf{r}_1\right] d\mathbf{r}_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Верхній індекс у  $\hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}}(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi)$  визначає просторову періодичність цієї фур'є-компоненти (відповідний період  $\lambda_h = 2\pi/h$ ), а аргумент  $\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}$  вказує на наявність ПД. Такий вигляд аргументу є наслідком припущення (2), (3). Покладаючи  $m = 0$  і  $\mathbf{h}_0 = n_i\mathbf{a}_i^*$  у (15), маємо граничний випадок немодульованої структури, а для просторово недисперґуючих кристалів ( $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1) \sum_{\mathbf{h}_0} f_{ij}^{\mathbf{h}_0} \exp(-i\mathbf{h}_0\mathbf{r}_2)$ )

$$D_i(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{h}_0} \hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}_0} E_j(\mathbf{k} + \mathbf{h}_0). \quad (17)$$

Із (15) видно, що ПД у “дискретно неоднорідному” кристалічному середовищі виражається мовою залежності діелектричної проникності від визначеної комбінації хвильового вектора світла (польова ПД) і векторів оберненої ґратки (матеріальна ПД). Це узгоджується із загальними міркуваннями [12]. За умови слабкості ПД розклад функцій  $\hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}}(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi)$  у ряд за степенями хвильових векторів приводить до одержаних вище закономірностей для співвідношення коефіцієнтів польової та матеріальної ПД (див. формули (6), (7) і результати [9,10]), які впливають із принципу Онзаґера. Залежність діелектричних компонент від  $\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}$  узгоджується також з результатами розрахунків на основі мікроскопічних моделей (див. [1], розділ IV), з яких випливає “симетричність” входження  $\mathbf{k}$  і  $\mathbf{k} + \mathbf{h}_0$  у вирази для  $\hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}_0}$ . Проте в розділі II монографії [1] фігурують (у наших позначеннях) фур'є-компоненти  $\hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}_0}(\mathbf{k})$ , що одразу виключає з розгляду матеріальну ПД і призводить до суперечності з принципом Онзаґера. Щоправда, неточність не мала подальших наслідків, бо в загальноприйнятому в кристалооптиці наближенні діелектричними компонентами, що відповідають  $\mathbf{h}_0 \neq \mathbf{0}$ , фактично нехтують, розглядаючи на макроскопічному рівні лише “однорідну” компоненту  $\hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{0}}(\mathbf{k})$ . Цікаво, що ця неточність наявна майже у всій літературі за предметом (наприклад, у [23] фігурує  $\hat{\varepsilon}_{ij}^{\mathbf{h}_0}(\mathbf{k} + \mathbf{h}_0)$ , у [25] —

$\hat{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \mathbf{h}_0)$  тощо). Коректнішим у цьому плані є зображення виду  $\hat{\varepsilon}_{ij}^h(\mathbf{k}, \mathbf{k} + \mathbf{h}, \varphi)$ , ужите в [22].

Торкнімося симетрії мікроскопічних фур'є-компонент діелектричної проникності (порівн. також з [14,22,23]). На підставі (9) ( $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi) = \varepsilon_{ji}(-\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varphi)$ ) і формул (14), (16)

$$\hat{\varepsilon}_{ij}^h\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\right) = \hat{\varepsilon}_{ji}^h\left(-\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\right), \quad (18)$$

а для кристала без утрат додатково маємо

$$\hat{\varepsilon}_{ij}^h\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\right) = \left[\hat{\varepsilon}_{ij}^{-h}\left(-\mathbf{k} - \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi\right)\right]^*. \quad (19)$$

Зауважимо, що аналогічна до (18) властивість “однорідної” компоненти для немодульованих кристалів ( $\hat{\varepsilon}_{ij}^0(\mathbf{k}) = \hat{\varepsilon}_{ji}^0(-\mathbf{k})$ ) у праці [1] (розділ I) трактувалася через зв'язок онзаґерівської симетрії з дією оператора інверсії часу  $\hat{T}$  як наслідок поведінки  $\hat{T}\mathbf{k} = -\mathbf{k}$ , яка стає очевиднішою при ототожненні  $\hbar\mathbf{k} = \mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ . Це трактування було піддано критиці в [26], де підкреслювалось, що симетрію залежної від  $\mathbf{k}$  частини загального діелектричного тензора ліпше розуміти як прямий наслідок співвідношення (9). Додаткові підстави для прийняття такої точки зору виникають у зв'язку з аналізом властивості (18), яка ніяк не пов'язана з очевидним співвідношенням  $\hat{T}h = h$ .

При переході до опису макроскопічних властивостей кристалів у НС фазах традиційне для немодульованих кристалів “макроскопічне” наближення, у межах якого нехтують усіма  $\hat{\varepsilon}_{ij}^h(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{h}, \varphi)$  із  $\mathbf{h} \neq \mathbf{0}$  (див. [1,27]), виявляється недостатнім. НС модуляція приводить до появи в структурі “наддовгохвильових” мотивів, що для сімейства  $A_2BX_4$  у чотири-вимірних позначеннях [23] виражаються мовою векторів оберненої ґратки  $\mathbf{h}_1 = (0; 0; n_3; m)$ , для яких відношення  $n_3/m$  близьке до  $-\gamma$ . Відповідні просторові періоди істотно більші за розміри елементарної комірки і менші або й порядку довжини світлової хвилі [23]. Тому природним виглядає “мезоскопічне” наближення, що відповідає врахуванню внесків до відгуку від структурних періодичностей  $\sim 2\pi/h_1$  [22,27-29]. У плоскохвильовій ділянці НС фаз кристалів сімейства  $A_2BX_4$  найважливіші з  $\mathbf{h}_1$  — вектори  $\pm\mathbf{q} = \pm s\delta\mathbf{a}_3^* = (0; 0; \mp r; \pm s)$ , для яких  $k/q \sim 10^{-1}$  або дещо менше. Тому від (15) можна прийти до наближеного мезоскопічного МР (див. також [14]):

$$D_i(\mathbf{k}, \varphi) = \varepsilon_{ij}E_j(\mathbf{k}) + \sum_{\pm\mathbf{q}} \hat{\varepsilon}_{ij}^q\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{q}, \varphi\right)E_j(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \varphi), \quad (20)$$

де враховано, що “однорідні” внески до ПД для сімейства  $A_2BX_4$  заборонено інверсійною симетрією ( $\hat{\varepsilon}_{ij}^0(\mathbf{k}) = \varepsilon_{ij}$ ).

У літературі з кристалооптики НС фаз поширена думка про те, що ПД в них визначається відношен-

ням  $\lambda_m/\lambda$  (де  $\lambda_m = 2\pi/q$  — період довгохвильової надструктури) і тому може бути надзвичайно сильною ([27,28,30] та ін.). Насправді силовий потенціал НС модуляції дуже слабкий порівняно з потенціалом міжатомних взаємодій [21], і ми не бачимо реальних фізичних механізмів скорельованості процесів відгуку на електромагнетну хвилю на відстанях порядку  $\lambda_m$ , а тому й причин для сильної польової ПД. Як наслідок, фур'є-компоненту  $\hat{\varepsilon}_{ij}^q$  можна розкласти в ряд і обмежитися врахуванням ПД першого порядку:

$$\hat{\varepsilon}_{ij}^q\left(\mathbf{k} + \frac{1}{2}\mathbf{q}, \varphi\right) = \varepsilon_{ij}^q(\varphi) + i\gamma_{ijl}^q(\varphi)\left(k_l + \frac{1}{2}q_l\right) + \dots \quad (21)$$

Зворотне фур'є-перетворення (21) дає частковий випадок зв'язку (7) для НС фаз:

$$D_i(\mathbf{r}, \varphi) = \left\{ \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ij}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r}) + \frac{1}{2}[\nabla_l \gamma_{ijl}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r})] \right\} \times E_j(\mathbf{r}, \varphi) + \gamma_{ijl}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r})\nabla_l E_j(\mathbf{r}, \varphi), \quad (22)$$

де  $\varepsilon_{ij}$  — постійні складові, а  $\varepsilon_{ij}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r})$  і  $\gamma_{ijl}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r})$  — періодичні функції  $\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r}$ . Зазначимо, що критерій (11) для НС кристалів завідомо не виконується і нехтування матеріальною ПД не виправдане навіть як грубе наближення. Водночас компоненти  $\varepsilon_{ij}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r})$  і  $\gamma_{ijl}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r})$ , пропорційні до малої амплітуди модуляційної хвилі, суттєво менші за  $\varepsilon_{ij}$ , і умова (12) справджується. Отже, несумірно модульовані кристали являють собою в певному сенсі унікальні об'єкти, вкрай слабка структурна неоднорідність яких на мезоскопічних масштабах потребує принципового врахування в кристалооптиці.

## В. Характер нормальних світлових хвиль і кристалооптичні параметри

Дослідімо тепер вплив ПД на характер світлових хвиль у кристалах з НС модуляцією. Розгляньмо найпростіший випадок поширення світла вздовж осі модуляції  $z$  кристалів групи  $A_2BX_4$  і знехтуймо модуляційними внесками до діагональних компонент проникності ( $\varepsilon_{ii}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r}) \ll \varepsilon_{ii}$ ). Згідно з симетрійними міркуваннями [23] (див. також [22]),

$$\begin{aligned} \varepsilon_{12}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r}) &= \varepsilon_a \cos(\varphi + qz), \\ g_{33}(\varphi + \mathbf{q}\mathbf{r}) &= g_a \sin(\varphi + qz), \end{aligned} \quad (23)$$

де тензор гірації  $g_{ml}$  визначено згідно з  $(\omega/c)\gamma_{ijl} = \varepsilon_{ijm}g_{ml}$ ,  $\varepsilon_{ijm}$  — тензор Леві-Чівіта,  $\varepsilon_a$ ,  $g_a$  — амплітуди.

Розв'язуючи хвильове рівняння  $\nabla_z^2 \mathbf{E} + \left(\frac{\omega^2}{c^2}\right) \mathbf{D} = 0$  за умови слабкості анізотропії кристала

$(g_a, \varepsilon_a, \sqrt{\varepsilon_{22}} - \sqrt{\varepsilon_{11}} \ll \bar{n}$ , де  $\bar{n} = \sqrt{\bar{\varepsilon}} = (\varepsilon_{11}\varepsilon_{22})^{1/4}$  — середній показник заломлення) у наближенні, лі-

нійному за  $\varepsilon_a, g_a$ , одержимо вирази для нормальних хвиль у середовищі:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(z, \varphi) &= \left\{ \mathbf{e}_x + \frac{\mathbf{e}_y}{2} \left[ \frac{\varepsilon_a - g_a(\sqrt{\varepsilon_{11}} + \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{11}} + \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{22}} e^{i(\varphi+qz)} + \frac{\varepsilon_a + g_a(\sqrt{\varepsilon_{11}} - \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{11}} - \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{22}} e^{-i(\varphi+qz)} \right] \right\} e^{ik_1z}, \\ \mathbf{E}_2(z, \varphi) &= \left\{ \frac{\mathbf{e}_x}{2} \left[ \frac{\varepsilon_a + g_a(\sqrt{\varepsilon_{22}} + \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{22}} + \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{11}} e^{i(\varphi+qz)} + \frac{\varepsilon_a - g_a(\sqrt{\varepsilon_{22}} - \frac{c}{2\omega}q)}{(\sqrt{\varepsilon_{22}} - \frac{c}{\omega}q)^2 - \varepsilon_{11}} e^{-i(\varphi+qz)} \right] + \mathbf{e}_y \right\} e^{ik_1z}, \end{aligned} \quad (24)$$

де для хвильових векторів ( $k_i = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon_{ii}}$ ) можна обмежитися нульовим наближенням. Формули (24) узгоджуються з результатами роботи [22] (див. також [13]) і додатково враховують члени, пов'язані з матеріальною ПД ( $\sim (c/2\omega)g_aq$ ).

Умовно вважаючи величину  $q$  довільною, доречно порівняти висновки, що випливають з (24), для важливих граничних випадків. У макроскопічно однорідному ( $\lambda_m \rightarrow \infty$ ) або "повільно" ( $\lambda_m \gg \lambda_0$ , де  $\lambda_0$  — довжина світлової хвилі у вакуумі) модульованому кристалах позадіагональна діелектрична компонента  $\varepsilon_{12}$  приводить лише до повороту головних осей оптичної індикатриси навколо орторомбічних осей  $x$  і  $y$ . У випадку "швидкої" модуляції в НС фазі ( $\lambda_m < \lambda_0$ )  $\varepsilon_{12}$  вносить до неортогональності нормальних хвиль ( $\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2^* \propto \varepsilon_a(\lambda_m/\lambda_0)^2$ ), додатково зумовлюючи їхню ненульову еліптичність (видимо гіротропію). Польова та матеріальна ПД також дають гіротропію, а за умови  $\lambda_m \ll \lambda_0/\Delta n$  ( $\Delta n = \sqrt{\varepsilon_{22}} - \sqrt{\varepsilon_{11}}$  — двопронезаломлення), що надійно виконується для НС фаз, їхні внески до неортогональності хвиль взаємно компенсуються (порівн. із [13] і висновками

для немодульованих кристалів [1,6]).

Отже, у мезоскопічно неоднорідних середовищах з'являються кристалооптичні ефекти, що не мають аналогів в однорідному середовищі і не вкладаються у відповідні класифікаційні межі [19]. Додатковою трудностю розв'язання "зворотної задачі" кристалооптики — ідентифікації ефектів за відомою поляризацією світлових хвиль — є неоднорідність цих хвиль і просторова залежність їхньої поляризації. Згідно з [19,29], цю трудность можна оминати, переходячи з (24) до аналізу "ефективних" нормальних хвиль, параметри яких формально не залежать від координати, а від значень фази  $\varphi + qz$  на поверхнях обмеженої кристалічної пластинки. Для напрямків поширення світла, далеких від оптичних осей ( $g_a, \varepsilon_a \ll \Delta n$ , що відповідає експериментальній геометрії досліджень за поляриметричною методикою НАУР — див. [23,30]), одержуємо такі вирази для кутів еліптичності  $\chi$  ( $\chi = \arctg(b/a)$ , де  $a$  і  $b$  — довжини півосей еліпса поляризації) і азимутів  $\theta$  ефективних хвиль, поляризованих біля осей  $x$  і  $y$  (див. [29]):

$$\begin{aligned} \chi_x &= \alpha_x^+ (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0) \operatorname{ctg}(\Delta/2) + \alpha_x^- (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_0), \\ \theta_x &= -\alpha_x^- (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0) \operatorname{ctg}(\Delta/2) + \alpha_x^+ (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \chi_y &= \alpha_y^+ (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0) \operatorname{ctg}(\Delta/2) + \alpha_y^- (\sin \varphi_1 + \sin \varphi_0), \\ \theta_y &= \alpha_y^- (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0) \operatorname{ctg}(\Delta/2) - \alpha_y^+ (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0), \end{aligned} \quad (26)$$

де  $\varphi_0 = \varphi$ ,  $\varphi_1 = \varphi + qd$  ( $d$  — товщина кристала),  $\Delta = (k_2 - k_1)d = (\omega/c)d\Delta n$  — різниця фаз, а величини  $\alpha_x^\pm$  і  $\alpha_y^\pm$  визначаються амплітудами  $A_{1y}^\pm$  і  $A_{2x}^\pm$ , які слугують коефіцієнтами біля  $\exp[\pm i(\varphi + qz)]$  у формулах (24):

$$\alpha_x^+ = -\frac{1}{2}(A_{2x}^+ + A_{2x}^-), \quad \alpha_x^- = \frac{1}{2}(A_{2x}^+ - A_{2x}^-), \quad \alpha_y^+ = -\frac{1}{2}(A_{1y}^+ + A_{1y}^-), \quad \alpha_y^- = -\frac{1}{2}(A_{1y}^+ - A_{1y}^-). \quad (27)$$

Параметри  $\chi$  і  $\theta$  природно було б пов'язати з видимими ефектами гіротропії та повороту оптичної індикатриси.

Знову покладімо величину  $q$  у (24) і (27) довільною. Ураховуючи малість  $\lambda_0/\lambda_m$  і двопронезаломлення (величин  $g_a\Delta n$ ,  $\varepsilon_a\Delta n$  тощо) для “повільних” просторових змін матеріяльних параметрів, приходимо до

$$\begin{aligned}\alpha_x^+ &= -\alpha_y^+ = \frac{g_a(\lambda_0/\lambda_m) - \varepsilon_a\Delta n}{2\bar{n}[\Delta n^2 - (\lambda_0/\lambda_m)^2]}, \\ \alpha_x^- &= -\alpha_y^- = \frac{g_a\Delta n - \varepsilon_a(\lambda_0/\lambda_m)}{2\bar{n}[\Delta n^2 - (\lambda_0/\lambda_m)^2]},\end{aligned}\quad (28)$$

що узгоджується з виразами, одержаними в [29] методами джонсівського числення (фактично — у наближенні повільно змінних амплітуд). Із (25), (26), (28) маємо відомий у теорії гіротропії немодульованих кристалів [1,6] результат  $\chi_y = -\chi_x$ , а також рівність  $\theta_y = \theta_x$ , яка підтверджує, що параметр  $\theta$  справді можна трактувати як кут повороту головних осей оптичної індикатриси.

Нехтуючи членами  $\sim g_a\Delta n$ ,  $\varepsilon_a\Delta n$  для НС фаз, із (24), (27) маємо:

$$\begin{aligned}\alpha_x^+ &\approx g_a[\bar{n}^2(\lambda_m/\lambda_0)^3 - (\lambda_m/4\lambda_0)] - (\varepsilon_a/2)(\lambda_m/\lambda_0)^2, \\ \alpha_x^- &= -\alpha_y^- \approx -\varepsilon_a\bar{n}(\lambda_m/\lambda_0)^3, \\ \alpha_y^+ &\approx g_a[-\bar{n}^2(\lambda_m/\lambda_0)^3 + (\lambda_m/4\lambda_0)] \\ &\quad - (\varepsilon_a/2)(\lambda_m/\lambda_0)^2,\end{aligned}\quad (29)$$

де внески від ПД в  $\alpha_x^-$  і  $\alpha_y^-$  скомпенсовані. На підставі (25), (26) і (29)  $\chi_y \neq -\chi_x$  і  $\theta_y \neq \theta_x$ , що зумовлено згаданими внесками  $\sim \varepsilon_a(\lambda_m/\lambda_0)^2$ . Отже, помічена вище неортогональність хвиль у НС кристалах означає як відмінність у модулях їхніх еліптичностей, так і буквальну неортогональність великих осей еліпсів поляризації (порівн. із ситуацією для поглинаючих модульованих кристалів [19]). Тому термін “поворот індикатриси” для параметра  $\theta$  [13,29] досить умовний.

Нарешті, спробуємо оцінити величину оптичної активності для НС фаз за допомогою (25), (29). Якщо фаза хвилі модуляції зафіксована на значеннях  $\varphi_0 = 0$  (або  $\pi$ ) і  $\varphi_1 = \pi$  (або  $0$ ), які відповідають властивостям  $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{ij}(-\mathbf{r})$  і  $\gamma_{ijl}(\mathbf{r}) = -\gamma_{ijl}(-\mathbf{r})$  [23] (див. рис. 1 і деякі деталі в [22,27,29]), то гіротропія визначається найперше матеріальною ПД:

$$\chi_x \simeq g_a(\lambda_m/2\lambda_0)\text{ctg}(\Delta/2).\quad (30)$$

За умов  $\Delta \rightarrow 2\pi N$  ( $N$  — ціле число) в (30) можлива критична поведінка параметра  $\chi$ , яка, швидше

за все, фіктивна й зумовлена лінійним за  $g_a$ ,  $\varepsilon_a$  наближенням у (24), що еквівалентно  $g_a, \varepsilon_a \ll \Delta n$  у (25) [29]. До того ж, таку поведінку, як і істотну залежність оптичних параметрів кристалів від товщини ( $\Delta \propto d$ ), не спостерігали в жодному експерименті. Хоча це питання потребує докладнішого вивчення, для грубих попередніх оцінок ми замінимо  $\text{ctg}(\Delta/2)$  в (30) множником, що не надто відрізняється від одиниці. Покладаючи  $g_a \sim 10^{-6} \div 10^{-4}$  (схоже й для  $\varepsilon_a$ ), маємо  $\chi \sim 10^{-8} \div 5 \cdot 10^{-6}$  рад, що (за тих же умов) на два-три порядки більше, ніж відповідна величина без урахування матеріальної ПД [13]. Верхня оцінка для  $\chi$  відповідає чутливості апаратури НАУР (див. [30]) і може бути зареєстрована експериментально. Ефективна гіраційна компонента для НС фаз ( $G_{33} \simeq 2\chi\bar{n}\Delta n$ ) при  $\bar{n} \sim 1.5$ ,  $\Delta n \sim 10^{-3} \div 10^{-2}$  складає  $G_{33} \sim 3 \cdot 10^{-11} \div 10^{-7}$ , що в  $10 \div 10^5$  разів менше за гіротропію типових ацентричних кристалів.

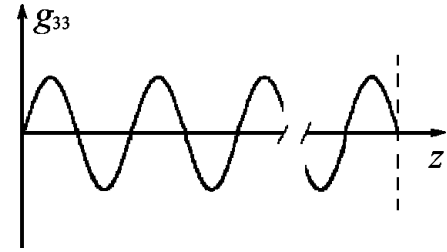


Рис. 1. Схематичне зображення кристала з модульованою гіротропією. Фаза модуляції на межах кристала  $\varphi_0 = 0$  і  $\varphi_1 = \pi$ , світло поширюється вздовж осі  $z$ .

Як підсумок матеріальна ПД може слугувати механізмом видимої гіротропії в НС фазах кристалів  $A_2BX_4$  з інверсійною симетрією — явища, яке тривалий час дискутується в літературі (див. зокрема [23,27–31]). Питання про величину ефекту, яка, мабуть, істотно менша, ніж у немодульованих ацентричних кристалах, потребує подальшої розробки. На завершення підкреслимо, що одержані вище результати можуть бути застосовні не лише до діелектричних кристалів, у яких співіснують дві НС періодичності, а й до інших неоднорідних систем, у т. ч. звичайних та рідких кристалів під дією неоднорідних зовнішніх полів та інтенсивних електромагнетних хвиль, а також плазми (див. [2]).

#### IV. ПОДЯКИ

Автор висловлює щирі подяку с. н. с. Швайці А. М. за обговорення, що стимулювало появу цієї роботи, і проф. Стасюкові І. В. за інтерес до теми й корисне обговорення окремих її результатів.

- [1] В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (Наука, Москва, 1979).
- [2] В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме* (Наука, Москва, 1967).
- [3] S. S. Kotsur, I. V. Stasyuk, Phys. Status Solidi B **149**, 347 (1988).
- [4] М. Борн, *Оптика* (ГНТИУ, Харьков-Киев, 1937).
- [5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (Гостехиздат, Москва, 1957).
- [6] Ф. И. Федоров, *Теория гиротропии* (Наука и техника, Минск, 1976).
- [7] A. A. Maradudin, D. L. Mills, Phys. Rev. B **7**, 2787 (1973).
- [8] G. S. Agarwal, D. N. Pattanayak, E. Wolf, Phys. Rev. B **10**, 1447 (1974).
- [9] V. M. Agranovich, V. I. Yudson, Opt. Commun. **9**, 58 (1973).
- [10] Б. В. Бокуть, А. Н. Сердюков, Журн. прикл. спектроскоп. **20**, 677 (1974).
- [11] U. Schlagheck, Opt. Commun. **13**, 273 (1975).
- [12] В. И. Сугаков, В. Н. Хотяинцев, Журн. эксп. теор. физ. **70**, 1566 (1976).
- [13] O. S. Kushnir, L. O. Lokot, L. P. Lutsiv-Shumski, I. I. Polovinko, Y. I. Shora, Phys. Status Solidi B **214**, 487 (1999).
- [14] O. S. Kushnir, L. O. Lokot, I. I. Polovinko, J. Phys.: Cond. Matt. **12**, 8321 (2000).
- [15] А. А. Рухадзе, В. П. Силин, Усп. физ. наук **82**, 499 (1964).
- [16] Зазначимо, що основні висновки роботи не зміняться у випадку загальніших визначень  $\mathbf{r}_1 = \alpha(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  і  $\mathbf{r}_2 = \beta(\mathbf{r} + \mathbf{r}')$ , де  $\alpha$  і  $\beta$  — довільні константи.
- [17] L. D. Johnson, P. R. Rimbey, Phys. Rev. B **14**, 2398 (1976).
- [18] О. С. Кушнір, Л. О. Локоть, І. І. Половинко, Вісн. Львів. ун-ту, сер. фіз. **33**, 25 (2000).
- [19] O. S. Kushnir, J. Phys.: Cond. Matt. **8**, 3921 (1996).
- [20] В. А. Кизель, В. И. Бурков, *Гиротропия кристаллов* (Наука, Москва, 1980).
- [21] H. Z. Cummins, Phys. Rep. **185**, 211 (1990).
- [22] И. В. Стасюк, А. М. Швайка, препринт ИТФ-91-53Р (1991).
- [23] H. Meekes, A. Janner, Phys. Rev. B **38**, 8075 (1988).
- [24] Загалом, множину векторів оберненої ґратки можна видозмінити так, щоб вона враховувала не лише надструктуру, а й періодичності, що виникають внаслідок неоднорідних зовнішніх дій.
- [25] R. M. Hornreich, S. Shtrikman, Phys. Rev. **171**, 1065 (1963).
- [26] P. Etchegoin, A. Fainstein, P. Santos, L. C. Lew Van Voon, M. Cardona, Solid State Commun. **92**, 505 (1994).
- [27] E. Dijkstra, A. Janner, H. Meekes, J. Phys.: Cond. Matt. **4**, 693 (1992).
- [28] В. А. Головка, А. П. Леванюк, Журн. эксп. теор. физ. **77**, 1556 (1979).
- [29] O. S. Kushnir, J. Phys.: Cond. Matt. **9**, 9259 (1997).
- [30] M. Kremers, H. Meekes, J. Phys.: Cond. Matt. **7**, 8119 (1995).
- [31] J. Kobayashi, Phys. Rev. B **42**, 8332 (1990).

## SPATIAL DISPERSION IN INHOMOGENEOUS MEDIA

O. S. Kushnir

*Ivan Franko National University of Lviv, Department for Nonlinear Optics,  
8 Kyrylo i Mefodii Str., Lviv, UA-79005, Ukraine*

Peculiarities of nonlocal response of spatially inhomogeneous continuous media to electromagnetic wave are considered in the framework of a phenomenological approach. A consideration of the Onsager's symmetry principle for the kinetic coefficients allows to distinguish spatial dispersion phenomena related both to inhomogeneities of the wave field and the medium itself. The character of the normal wave polarization is analyzed and the effective crystal optical parameters are determined for the macroscopically inhomogeneous incommensurately modulated phases occurring in the dielectric crystals of the  $A_2BX_4$  group.