ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 6, № 3 (2002) с. 354–361

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 6, No. 3 (2002) p. 354–361

ПРОЯВИ ОПТИЧНОЇ АНІЗОТРОПІЇ КРИСТАЛІВ У БАГАТОПРОМЕНЕВІЙ ІНТЕРФЕРЕНЦІЇ ФАБРІ–ПЕРО

О. С. Кушнір
Львівський національний університет імені Івана Франка, кафедра нелінійної оптики,
вул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005, Україна
(Отримано 10 січня 2002 р.; в остаточному вигляді — 22 квітня 2002 р.)

На основі методу джонсівських матриць розроблено підхід для опису багатопроменевої інтерференції світла в кристалічних пластинках із загальним типом оптичної анізотропії, що застосовний у практичному наближенні малости анізотропії. Одержано робочі формули для найбільш уживаних методик дослідження кристалооптичних параметрів. Експериментально вивчено вплив багатократних відбивань світла на параметри низки кристалів. Порівняння даних теорії та експерименту підтверджує плідність запропонованого підходу.

Ключові слова: кристалооптика, двопроменезаломлення, оптична активність, поглинання, багатократні відбивання світла, поляриметрія.

PACS number(s): 78.20.Ci, 78.20.Fm, 42.25.Ja, 07.60.Fs

I. ВСТУП

На сьогодні фізичні явища, що пов'язані з анізотропією заломлення та поглинання діелектричних і напівпровідникових кристалів в оптичному діяпазоні довжин електромагнетних хвиль і виявляються в існуванні двопроменезаломлення та дихроїзму, добре досліджені [1–3]. За умови достатньої величини коефіцієнта відбивання кристал стає своєрідним резонатором Фабрі–Перо, якому притаманні багатократні відбивання світлових променів від поверхонь та їхня інтерференція [1]. Оптичні властивості такого анізотропного резонатора Фабрі–Перо, у якому багатопроменева інтерференція поєднується із взаємодією нормальних хвиль (звичайної та незвичайної для одновісних кристалів), матимуть особливості, що мало з'ясовані в літературі. Справді, при врахуванні впливу багатократних відбивань світла (БВС) на спектри пропускання анізотропних напівпровідників (див., наприклад [4–7]) досі використовують теоретичні вирази, одержані для ізотропних матеріялів [1,8]. На неявному припущенні про оптичну ізотропію базуються й результати для лазерної інтерференційної термометрії твердих тіл [9,10] і впливу т. зв. безекситонного приповерхневого шару в кристалі на екситонні спектри відбивання останнього [11,12].

З іншого боку, у літературі наявні окремі результати аналізу впливу оптичної анізотропії в кристалах на явища багатопроменевої інтерференції Фабрі–Перо. Проте вони недостатньо загальні й стосуються лише найпростіших типів анізотропії: оптичної активности [13,14], лінійного (або звичайного) двопроменезаломлення [15], а також поєднання останнього ефекту з дихроїзмом [16] і оптичною активністю [17,18]. Тоді як випадок "чистого" двопроменезаломлення розглянуто в межах строгого електромагнетного підходу; за умов суперпозиції кількох кристалооптичних ефектів через складність задачі доводилося вживати наближених [13], зокрема матричних [17,18], методів. Розгляд БВС за останніх умов стимулюється розвитком методів комплексних кристалооптичних досліджень, зокрема HAUP (див. [19]), універсального нуль-поляриметра [20,21] та інших [22–24], у межах яких, до того ж, вимоги до плоскопаралельности поверхонь зразків дуже високі [25], а досліджувані зразки часто тонкі [22]. Актуальність згаданого кола питань зростає також через суперечності в літературних даних. Так, не узгоджуються результати [17,19] і [26] для методики HAUP та висновки праць [13,14] і [17] для чисто ґіротропних кристалів, а основні вирази [18] у границі ізотропної пластинки суперечать формулам [1].

Мета цієї статті — феноменологічний опис багатопроменевої інтерференції Фабрі–Перо у двопроменезаломлювальних дихроїчних кристалах за допомогою методів джонсівського числення, а також порівняння висновків теорії з даними експериментальних досліджень кристалів "на пропускання", здобутими в межах різних методик.

II. НАБЛИЖЕНА ТЕОРІЯ БВС В АНІЗОТРОПНИХ КРИСТАЛІЧНИХ ПЛАСТИНКАХ

Розгляньмо задачу проходження світла крізь плоскопаралельну пластинку кристала товщиною d (див. рис. 1). Нехай мовою показників заломлення (n) та коефіцієнтів екстинкції (κ) кристал характеризується лінійним двопроменезаломленням $\Delta n_L = n_y - n_x$, циркулярним двопроменезаломленням (або оптичною активністю) Δn_C, лінійним ($\Delta\kappa_L = \kappa_y - \kappa_x$) і циркулярним ($\Delta\kappa_C$) дихроїзмом. Хоча наш аналіз може мати й універсальніший характер, для визначености ми обмежимося розглядом нормального падіння ($i = 0$) на оптично одновісний кристал, для якого $\Delta n_L = n_o - n_e$ і $\Delta\kappa_L = \kappa_o - \kappa_e$.

Визначення оптичних параметрів матеріялу за наявности БВС зазвичай зводять до розрахунків його сумарного комплексного амплітудного коефіцієнта пропускання (або відповідної амплітуди пройденої хвилі — див. [1]). Для кристалів можна спочатку знайти сумарні коефіцієнти пропускання окремо для звичайної та незвичайної хвиль, а потім скласти їх або ж просумувати коефіцієнти пропускання для багатократних променів, кожен з яких є результатом інтерференції двох нормальних хвиль. Із цих еквівалентних методів ми фактично оберемо останній, користуючись тою сприятливою обставиною, що на першій стадії складання нормальних хвиль можна досягти істотних і цілком виправданих спрощень у межах матричного методу Джонса.

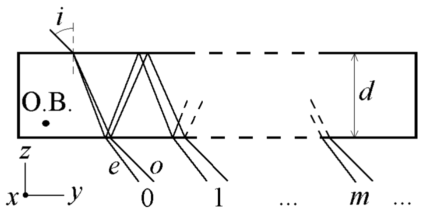

Рис. 1. Схематичне зображення БВС у кристалічній пластинці. О.В. — вихід оптичної оси; x, y, z — кристалофізичні осі. Кут падіння i для наочности взято ненульовим, а відмінність у кутах заломлення звичайного (o) та незвичайного (e) променів значно перебільшено.

А. Розрахунок матриці Джонса кристала

Добре відомо, що в переважній більшості кристалів анізотропія дуже слабка, тобто $\Delta n_L, \Delta n_C \ll \overline{n}$ і $\Delta\kappa_L, \Delta\kappa_C \ll \overline{\kappa}$, де $\overline{n} \approx (n_o + n_e)/2$ і $\overline{\kappa} \approx (\kappa_o + \kappa_e)/2$ — відповідно середні показник заломлення та коефіцієнт екстинкції. Крім того, для "ізотропного" поглинання $\overline{\kappa} \ll \overline{n}$ і наявна така "ієрархія" кристалооптичних ефектів: $\Delta\kappa_C < \Delta\kappa_L < \Delta n_C \ll \Delta n_L$. За цих умов можна знехтувати поздовжньою компонентою електричного поля E_z світлової хвилі в кристалі, а дія кристала на хвилю повністю описуватиметься його 2×2-матрицею Джонса $\mathbf{M}$: $\mathbf{E}_{\rm out} = \mathbf{M}\,\mathbf{E}_{\rm in}$, де $\mathbf{E}_{\rm in}$ і $\mathbf{E}_{\rm out}$ — двокомпонентні вектори, що задають x- та y-складові поля падаючої та пройденої хвиль відповідно. За наявности БВС маємо (див. рис. 1):

$$\mathbf{M} = \mathbf{t}'\mathbf{T}\sum_{m=0}^{\infty}(\mathbf{rTrT})^m\mathbf{t}, \qquad (1)$$

де $\mathbf{T}$ — матриця Джонса кристала для однократного проходження світла (без урахування БВС), $\mathbf{t}$, $\mathbf{t}'$ — матриці пропускання вхідної та вихідної поверхонь пластинки, $\mathbf{r}$ — матриця відбивання. Згідно з [27],

$$\mathbf{T} = e^{i\varphi - \alpha d/2}\begin{pmatrix} \cos(\Delta/2) - i\cos 2k\sin(\Delta/2) & -\sin 2k\sin(\Delta/2) \\ \sin 2k\sin(\Delta/2) & \cos(\Delta/2) + i\cos 2k\sin(\Delta/2) \end{pmatrix}, \qquad (2)$$

де Δ — сумарна (комплексна) різниця фаз нормальних хвиль:

$$\Delta = (2\pi d/\lambda)\sqrt{(\Delta n_L + i\Delta\kappa_L)^2 + (\Delta n_C + i\Delta\kappa_C)^2}, \quad (3)$$

$$\sin 2k = (2\pi d/\lambda\Delta)(\Delta n_C + i\Delta\kappa_C),$$
$$\cos 2k = (2\pi d/\lambda\Delta)(\Delta n_L + i\Delta\kappa_L), \qquad (4)$$

λ — довжина світлової хвилі у вакуумі, $\varphi = 2\pi d\overline{n}/\lambda$ — "ізотропний" набіг фази при однократному проходженні світла, а $\alpha = 4\pi\overline{\kappa}/\lambda$ — "ізотропний" коефіцієнт поглинання. Для матриць $\mathbf{t}$, $\mathbf{t}'$ і $\mathbf{r}$ маємо

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t_x & 0 \\ 0 & t_y \end{pmatrix}, \ \mathbf{t}' = \begin{pmatrix} t'_x & 0 \\ 0 & t'_y \end{pmatrix}, \ \mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_x & 0 \\ 0 & r_y \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де фігурують амплітудні коефіцієнти пропускання t_i, t'_i та відбивання r_i, що визначаються з формул Френеля.

Нехтуючи внесками екстинкції та ґіротропії, на підставі відомих виразів [1] для геометрії рис. 1 та $i = 0$ одержуємо

$$t_x = 2/(n_e+1), \quad t_y = 2/(n_o+1),$$
$$t'_x = 2n_e/(n_e+1), \quad t'_y = 2n_o/(n_o+1), \qquad (6)$$
$$r_x = (n_e-1)/(n_e+1), \quad r_y = (n_o-1)/(n_o+1).$$

Зауважимо, що автор [17] вживав матрицю $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_x & 0 \\ 0 & -r_y \end{pmatrix}$, знак мінус у якій фізично мав би означати наявність фазового зсуву $\delta = \pi$ між S-компонентами падаючої та відбитої хвиль. Проте аналіз формул Френеля засвідчує (див., наприклад [28]), що при відбиванні від оптично менш густого середовища для кутів падіння, менших за брюстерівський ($i < i_{\rm B}$), відбита хвиля синфазна з падаючою ($\delta = 0$) і "втрати півхвилі" немає як для S-, так і для P-компоненти. Внаслідок цієї неточности подальші результати [17], принаймні для впливу на поляризацію світла, некоректні.

Перед виконанням розрахунків за (1) зробімо деякі оцінки та спрощення. Якщо знехтувати анізотропією коефіцієнтів пропускання, покладаючи в (6) $t_x \approx t_y$ і $t'_x \approx t'_y$, то відповідні відносні похибки знаходження компонент матриць будуть близько $\Delta n_L/(\overline{n}+1)$ або $\Delta n_L/[\overline{n}(\overline{n}+1)]$. Навіть для істотно анізотропних поглинаючих кристалів ($\overline{n} \simeq 2\div3.5$, $\Delta n_L \simeq 0.1\div0.15$) це складає $1\div3\%$, тоді як для ділянки прозорости ($\overline{n} \simeq 1.5$, $\Delta n_L \simeq 10^{-3}\div10^{-2}$) похибка переважно не перевищує 0.4%. Тоді множення на матриці $\mathbf{t}$ і $\mathbf{t}'$ в (1) зведеться до "ізотропного" множника $t^2 = 4\overline{n}/(\overline{n}+1)^2$, який впливатиме лише на інтенсивність, але не на поляризацію пройденого світла. Оцінки похибки наближення $r_x \approx r_y = r$ ($r^2 = 1 - t^2 = (\overline{n}-1)^2/(\overline{n}+1)^2$) у формулах (6) дають схожу величину, хоча тут похибки можуть зростати у вузькому околі різниць фаз $\Delta = 2\pi s$, де s — ціле число. Нарешті, для більшости практичних розрахунків можна також знехтувати членами $\sim r^4$, утримуючи лише другий степінь r, хоча безпосередньо в (1) ми уникатимемо цього спрощення.

Ряд у формулі (1) легко обчислити, вводячи позначення

$$\mathbf{N} = \mathbf{rTrT}, \qquad \mathbf{S} = \sum_{\mathbf{m}=\mathbf{0}}^{\infty} \mathbf{N}^{\mathbf{m}}$$

і помічаючи, що

$$\mathbf{S} - \mathbf{SN} = \mathbf{I},$$

де $\mathbf{I}$ — одинична матриця. У згаданому вище наближенні слабкої анізотропії прийдемо до такої матриці Джонса кристала з урахуванням БВС:

$$\mathbf{M} = \frac{(1-r^2)e^{i\varphi-\alpha d/2}}{1-2r^2e^{2i\varphi-\alpha d}\cos\Delta + r^4e^{4i\varphi-2\alpha d}}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}, \tag{7}$$

де

$$\begin{aligned} a &= (1-r^2e^{2i\varphi-\alpha d})\cos(\Delta/2) - i(1+r^2e^{2i\varphi-\alpha d})\cos 2k\sin(\Delta/2), \\ b &= -c = -(1+r^2e^{2i\varphi-\alpha d})\sin 2k\sin(\Delta/2), \\ d &= (1-r^2e^{2i\varphi-\alpha d})\cos(\Delta/2) + i(1+r^2e^{2i\varphi-\alpha d})\cos 2k\sin(\Delta/2). \end{aligned} \tag{8}$$

Формули (7), (8) розв'язують задачу знаходження впливу інтерференційних ефектів за рахунок БВС на інтенсивність і поляризацію світла, що пройшло крізь анізотропний матеріял. Зазначимо, що вирази (7) і (8) у багатьох аспектах відрізняються від основних формул (7)–(10) і (17)–(20) праці [18], одержаних іншим способом, навіть якщо покласти в них $r_x = r_y$. До речі, утримання параметрів $r_x \neq r_y$, $t_x \neq t_y$ і $t'_x \neq t'_y$ в [18], не виправдане з практичної точки зору, є й непослідовним, бо в джонсівській матриці тоді наявні члени, пропорційні добуткам двопроменезаломлення на ґірацію, за умови ж важливости цих членів нормальні хвилі в кристалі неортогональні, а сам апарат джонсівського числення незастосовний (див. зокрема аналіз [29]).

B. Вплив БВС на оптичні параметри кристалів

У цьому підрозділі ми торкнемося аналізу модифікацій за рахунок БВС основних робочих виразів, що використовуються в межах різних методів дослідження оптичних властивостей кристалів, найперше коефіцієнта поглинання, двопроменезаломлення й оптичної активности, а також комплексних методик [19,21,23].

1. Пропускання кристалічних пластинок

Насамперед зазначимо, що для ізотропного матеріялу ($\Delta = k = 0$) із (7) і (8) легко одержати пропускання за інтенсивністю

$$J_{\mathrm{i}} = \frac{(1-r^2)^2e^{-\alpha d}}{1-2r^2e^{-\alpha d}\cos 2\varphi + r^4e^{-2\alpha d}}, \tag{9}$$

яке за відсутности поглинання ($\alpha = 0$) переходить у класичну формулу Ейрі для резонатора Фабрі–Перо [1]. Фазовий множник $\cos 2\varphi$ у (9) швидко осцилює при зміні довжини хвилі (період $\Delta\lambda_\varphi \simeq \lambda^2/(2\overline{n}d)$ складає 0.1 нм для товщин $d \simeq 1$ мм). Після належного усереднення ($\langle J_{\mathrm{i}}\rangle = (1/\pi)\int_{-\pi/2}^{\pi/2} J_{\mathrm{i}}(2\varphi)\,d\varphi$, що коректно при роботі з джерелом суцільного спектра) за умови $\alpha \neq 0$ приходимо до виразу

$$\langle J_{\rm i} \rangle = \frac{(1-r^2)^2}{e^{\alpha d} - r^4 e^{-\alpha d}}, \qquad (10)$$

Формулу (10) зазвичай кладуть в основу інтерпретації даних для визначення коефіцієнта поглинання анізотропних кристалів (див. [4,8,5,7]), хоча для цього потрібен додатковий аналіз, який ми виконуємо нижче.

Нехай кристал характеризується ненульовим ізотропним поглинанням, (дійсною) різницею фаз $\Delta = (2\pi d/\lambda)\Delta n_L$ і параметром дихроїзму $\delta = (2\pi d/\lambda)\Delta\kappa_L$. На підставі (7) і (8) одержуємо пропускання

$$J_{\parallel,\perp} = \frac{(1-r^2)^2 e^{-\alpha d \pm \delta}[1 - 2r^2 e^{-\alpha d \mp \delta}\cos(2\varphi \pm \Delta) + r^4 e^{-2\alpha d \mp 2\delta}]}{1 - 2r^2 e^{-\alpha d}[e^{-\delta}\cos(2\varphi + \Delta) + e^{\delta}\cos(2\varphi - \Delta)] + 2r^4 e^{-2\alpha d}[\cos 4\varphi + \cos 2\Delta + \operatorname{ch} 2\delta]}, \qquad (11)$$

де індекси $\parallel$ і $\perp$ відповідають поляризації падаючого світла, паралельній та перпендикулярній до оптичної оси z, а верхній і нижній знаки стосуються відповідно $J_\parallel$ і $J_\perp$. На відміну від (9) і (10), співвідношення (11) містять вплив двопроменезаломлення та дихроїзму. Вони також передбачають появу "видимого дихроїзму" ($J_\parallel \neq J_\perp$), навіть якщо $\delta = 0$.

Інтерференційні члени в (11), пов'язані з $\cos\Delta$, характеризуються періодами $\Delta\lambda_\Delta \approx \Delta\lambda_\varphi(2\overline{n}/\Delta n_L)$, істотно більшими, ніж $\Delta\lambda_\varphi$ (наприклад, $\Delta\lambda_\Delta \simeq 300\,\Delta\lambda_\varphi$ для кристалів кварцу), і тому загалом не можуть бути знехтувані в умовах типових спектральних вимірювань. Проте на практиці виявляється, що домінуючий внесок до (11) походить не від них, а від членів типу $\cos(2\varphi \pm \Delta) = \cos 2\varphi_{o,e} \simeq \cos 2\varphi$ (де $\varphi_{o,e} = (2\pi d/\lambda)n_{o,e}$), і спектрально усереднені величини пропускання $\langle J_{\rm i} \rangle$ and $\langle J_{\parallel,\perp} \rangle$ досить близькі. Це стає очевидним для $r^2 \ll 1$ and $\delta = 0$, коли

$$J_{\parallel,\perp} \simeq e^{-\alpha d}[1 + 2r^2(e^{-\alpha d}\cos(2\varphi \mp \Delta) - 1)]. \qquad (12)$$

Нехтуючи змінами Δ на періоді $\Delta\lambda_\varphi$ і усереднюючи (12) за цих умов, ми приходимо до виразу $\langle J_{\parallel,\perp} \rangle \simeq (1 - 2r^2)\exp(-\alpha d)$, що збігається з (10) для малих коефіцієнтів відбивання.

Оскільки аналітичне усереднення $\langle J_{\parallel,\perp} \rangle$ для загального випадку довільного r досить громіздке, ми обмежимося чисельним інтеґруванням (11), яке приводить до таких висновків. Різниця $\langle J_{\parallel,\perp} \rangle - \langle J_{\rm i} \rangle$ змінюється в інтервалі $10^{-5} \div 1.3 \cdot 10^{-2}$ для $r^2 = 0.05 \div 0.25$, $\alpha d = 0.1$ та найменш сприятливих умов $\Delta = 0$ або π. Це призводить до помилки $\delta\alpha \simeq 5 \cdot 10^{-4} \div 0.3$ см$^{-1}$ у визначенні коефіцієнта поглинання, якщо замість точних формул для $\langle J_{\parallel,\perp} \rangle$ вживати вираз (10). Помилка зменшується більше ніж на порядок, якщо $\alpha d = 1$. Водночас спектрально усереднена величина згаданого вище ефекту "видимого дихроїзму" не перевищує $\Delta\alpha \simeq 10^{-14}$ см$^{-1}$, і тому ним можна знехтувати.

Нехай тепер падаюче світло лінійно поляризоване під кутом $\theta = \pm 45°$ до оси x. Тоді в кристалі збуджуються обидві нормальні хвилі з однаковими амплітудами. Покладаючи для простоти $r^2 \ll 1$ і $\delta = 0$, маємо

$$J_{45} \simeq e^{-\alpha d}[1 + 2r^2(e^{-\alpha d}\cos 2\varphi \cos\Delta - 1)]. \qquad (13)$$

Цікаво порівняти висновки, що випливають із (12) і (13). Для тонких кристалічних пластинок формули (12) описують спектральні осциляції пропускання за рахунок багатопроменевої інтерференції (див. дані [6,7] для In_2Se і SnS). Відповідні періоди визначаються залежністю $\varphi_{o,e}(\lambda)$ і тому дуже малі (див. вище). Водночас осциляції $J_{45}(\lambda)$ у (13) додатково містять довгоперіодичну "огинаючу" компоненту, пов'язану з $\Delta(\lambda)$. Таку поведінку пропускання спостерігали експериментально в працях [6,7] і вперше якісно пояснили автори [6]. Формули ж (11)–(13) можна вживати для точної кількісної інтерпретації інтерференційних явищ у спектрах пропускання тонких напівпровідникових кристалів.

Отже, вплив оптичної анізотропії кристалів на їхнє пропускання за наявности БВС фактично зникає після спектрального усереднення, виправданого для товстих пластинок і некогерентних джерел світла. Тоді формули (10), одержані для ізотропних матеріялів, дають цілком задовільне практичне наближення для порівняно товстих кристалічних зразків. Проте для тонких пластинок кристалів слід користуватися, залежно від умов та геометрії експерименту, виразами (11)–(13), але не (9).

2. Вимірювання двопроменезаломлення за методом Сенармона

Нехай усіма кристалооптичними ефектами, крім лінійного двопроменезаломлення, можна знехтувати ($\Delta = 2\pi d\Delta n_L/\lambda$, $k = 0$). Проаналізуймо результати вимірювання параметра Δ (або Δn_L) у PSCA-поляриметрі за методикою Сенармона (див. також [25,30,31]). Опускаючи викладки, наведемо кінцеві вирази для азимута χ_c та кута еліптичности ε_c світла на виході компенсатора:

$$\operatorname{tg} 2\chi_c = -\frac{2(1+2r^2\cos 2\varphi)\operatorname{tg}(\Delta/2)}{1-(1+4r^2\cos 2\varphi)\operatorname{tg}^2(\Delta/2)},$$

$$\sin 2\varepsilon_c = \frac{4r^2\sin 2\varphi\operatorname{tg}(\Delta/2)}{1+(1+4r^2\cos 2\varphi)\operatorname{tg}^2(\Delta/2)}, \qquad (14)$$

де знехтувано членами $\sim r^4$. Порівняння (14) із загальноприйнятими формулами, одержаними в припущенні однократного проходження світла ($\chi_c = -\Delta/2$, $\varepsilon_c = 0$), показує наявність "спотворень" вимірюваної різниці фаз. Крім того, еліптичність світла ненульова ($\varepsilon_c \sim r^2 \sin 2\varphi \sin\Delta$ для $\Delta \neq 2\pi s$), що приводить до зменшення відношення сигнал/шум в оптичній системі.

3. Ґірація в напрямку оптичної оси

Знайдемо поляризацію світла, що пройшло крізь пластинку чисто ґіротропного поглинаючого кристала ($\Delta = 2\pi d\Delta n_C/\lambda$, $k = \pm\pi/4$), якщо падаюче світло лінійно поляризоване під кутом θ. Розрахунки азимута χ та еліптичности ε пройденого світла при нехтуванні членами $\sim r^4$ дають вирази:

$$\operatorname{tg} 2\chi = \frac{\sin(2\theta+\Delta) - 2r^2 e^{-\alpha d}\cos 2\varphi[2\sin 2\theta + \sin\Delta]}{\cos(2\theta+\Delta) + 2r^2 e^{-\alpha d}\cos 2\varphi[\sin 2\theta \operatorname{tg}(\theta+\Delta/2) - \cos 2\theta - \cos\Delta]},$$

$$\sin 2\varepsilon = \frac{2r^2 e^{-\alpha d}\sin 2\varphi \sin\Delta}{1 - 2r^2 e^{-\alpha d}\cos 2\varphi[\sin 2\theta \operatorname{tg}(\theta+\Delta/2) + \cos 2\theta + \cos\Delta]}, \qquad (15)$$

тоді як класичні формули без урахування БВС мають вигляд

$$\phi = \rho d = \chi - \theta = \Delta/2, \quad \varepsilon = 0, \qquad (16)$$

де ρ — питомий поворот площини поляризації світла.

Крім кількісних відмінностей (15) і (16), звернімо увагу на якісно новий результат: параметр ρ формально залежить від початкової поляризації світла. Стосовно відомих з літератури даних за предметом, то при спрощеннях $\alpha = 0$, $\theta = 0$ і $\varphi = \pi s$ перша формула (15) зведеться до виразу, одержаного в [13,14] для магнетооптичного матеріялу в резонаторі Фабрі–Перо. Зауважимо також, що формула (12) із [18] дає комплексне значення для азимута χ при $\theta = 0$, а у виразах (27) і (28) цієї ж праці фазовий зсув δ повинен стосуватися відбивання світла не на грані кристала, а на діелектричному дзеркалі резонатора. Нарешті, результати [17], згідно з якими вплив БВС на ґіротропію при нормальному падінні світла взагалі неможливий, викликають сумніви (див. підрозділи II.A і III.B). Зрештою, вони суперечать й експериментальним даним [14].

4. Кристалооптичні параметри в межах методик типу HAUP

Нехай прозорий ($\alpha = 0$) кристал водночас володіє двопроменезаломленням і оптичною активністю, одночасне визначення яких і складає предмет поляриметричних методик [19,21–23]. При цьому обирають напрямки хвильової нормалі, далекі від оптичних осей ($\Delta n_C \ll \Delta n_L$, $\Delta \approx 2\pi d\Delta n_L/\lambda$, $k \ll 1$), та малі азимути падаючого світла ($\theta \ll 1$) і в межах методу [20,21] проводять вимірювання в системах PSA і PSCA. Розрахуймо на підставі (7), (8) азимут χ й еліптичність ε світла (необхідні деталі див., наприклад, у [21]). Найпростішого вигляду вони набувають за умови $r^2 \ll 1$:

$$\chi = A\theta + B(k-p) + \delta Y,$$

$$\varepsilon = B\theta + k - A(k-p) + \delta\varepsilon, \qquad (17)$$

де $k \approx \Delta n_C/(2\Delta n_L)$ — еліптичність нормальних хвиль у кристалі, пов'язана з ґіротропією, p — мала еліптичність світла на виході поляризатора, δY і $\delta\varepsilon$ — ефективні параметри недосконалости апаратури [19,21], а коефіцієнти A і B містять інформацію про різницю фаз чи двопроменезаломлення (порівн. із [31]):

$$A = d\chi/d\theta = \cos\Delta - 2r^2\sin(\Delta+2\varphi)\sin\Delta,$$

$$B = d\varepsilon/d\theta = [1 + 2r^2\cos(\Delta+2\varphi)]\sin\Delta. \qquad (18)$$

Якщо під час інтерпретації даних не враховувати БВС, то на підставі (18) "вимірювана різниця фаз" $\Delta_{\rm meas} = \arccos(d\chi/d\theta)$ осцилюватиме зі зміною товщини кристала, його температури й довжини хвилі світла. За величинами χ і ε знайдемо інваріянтний азимут θ_0 і характеристичну еліптичність ε_0 [20]:

$$\theta_0 = [B(k-p) + \delta Y]/(1-A), \qquad (19)$$

$$\varepsilon_0 = 2k - p_0 + [B\delta Y - 4r^2(k-p)\sin 2\varphi \sin\Delta]/(1-A),$$

де $p_0 = p - \delta\varepsilon$. Подаючи ці параметри як $\theta_0 = \theta_0^{(0)} + \Delta\theta_0$ і $\varepsilon_0 = \varepsilon_0^{(0)} + \Delta\varepsilon_0$, де $\theta_0^{(0)}$ і $\varepsilon_0^{(0)}$ відповідають відсутності явища БВС, а $\Delta\theta_0$ і $\Delta\varepsilon_0$ — поправки на БВС, і порівнюючи вирази для $\Delta\theta_0$ і $\Delta\varepsilon_0$ з результатами [20] для лінійного дихроїзму, переконуємося, що зміни поляризації світла (як і його інтенсивности) за рахунок обох явищ якісно схожі. Це узгоджується з результатами загального аналізу [19] за допомогою т.зв. HAUP-карт.

Покладаючи в (17) $\theta = 0$, одержуємо основні формули з [22], видозмінені БВС. Із (17)–(19) можна легко розрахувати вимірювані в роботі [23] параметри, а також функцію пропускання J_{PSA} у межах методики HAUP. Зокрема поправки на БВС до тих коефіцієнтів C_{ij} $(i, j = 1, 2, 3)$ розкладу цієї функції за степенями кутів поляризаторів θ і Y ($J_{\text{PSA}} = \mathbf{YC\Theta}$ — див. [19]), які визначають різницю фаз, у цілому узгоджуються з даними [26], але не результатами [19], здобутими на підставі помилкових даних роботи [17].

III. АНАЛІЗ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Тут ми проаналізуємо низку результатів як одержаних у цій роботі, так і відомих з літератури, що стосуються проявів явища БВС в анізотропних оптичних матеріялах. Спочатку зробимо зауваження методичного характеру. Усі наведені вище формули передбачають досконалу плоскопаралельність поверхонь пластинок і відсутність розсіяння світла на них та в об'ємі кристала. Для практичного врахування неминучого явища розсіяння ми припустимо, що, за аналогією до впливу поглинання ($r^2 \to r^2 \exp(-\alpha d)$), величину r^2 у робочих формулах можна замінити на βr^2, де $\beta \leq 1$ — параметр утрат за інтенсивністю світла. Відповідно, явище БВС буде найістотнішим для тонких і не надто поглинаючих кристалів з якісними плоскопаралельними гранями, а за умови $\alpha \approx 0$ воно може навіть слугувати своєрідним критерієм оптичної якости зразка.

A. Пластинка фазової затримки на $LiNbO_3$

На рис. 2 наведено одержаний за допомогою методики [31] просторовий розподіл різниці фаз $\Delta_{\text{meas}} = \arccos(d\chi/d\theta)$ у поперечному перерізі серійної фазозатримувальної пластинки товщиною $d = 0.98$ мм на кристалі $LiNbO_3$, виготовленої в НПО "Карат" (м. Львів). Дані стосуються кімнатної температури і (як і всі подальші результати) лазерної довжини хвилі $\lambda = 632.8$ нм. Із рис. 2 видно майже періодичні коливання вздовж координати x з амплітудою $A_{\text{exp}} \approx 0.31$ рад і періодом $\Delta x_T \approx 3$ мм.

Використаймо першу з формул (18). Оскільки параметри $\overline{n}$ і Δn_L в експерименті незмінні і $\Delta n_L \ll \overline{n}$, то ці коливання зумовлені змінами товщини у виразі $2\varphi(d)$. На підставі величин Δx_T і періоду для товщини ($\Delta d_T = \lambda/(2\overline{n}) \simeq 1.4 \cdot 10^{-7}$ м, де для робочого напрямку поширення світла в $LiNbO_3$ $\overline{n} \approx 2.26$) ми приходимо до висновку, що плоскопаралельність пластинки надзвичайно висока ($\leq 10''$). Зміни різниці фаз ($\delta\Delta = 2\pi\Delta d_T \Delta n_L/\lambda \simeq 3.6$ град) за рахунок такого перепаду товщини малі порівняно з A_{exp}, і фазові множники $\sin\Delta$ і $\cos\Delta$ у (18) майже постійні. Оцінки теоретичного значення амплітуди осциляцій A_{th} на підставі величини $2r^2 \simeq 0.30$ рад залежать від "початкової" фази Δ. Для граничних випадків околів точок $\Delta = 2\pi s$ і $\Delta = \pi/2 + 2\pi s$ одержуємо відповідно $A_{\text{th}} \simeq 0.40$ рад і $A_{\text{th}} \simeq 0.30$ рад, що досить добре корелює з даними вимірювань. Величина параметра розсіяння, який можна визначити згідно з $\beta = A_{\text{exp}}/A_{\text{th}}$, близька до одиниці ($\beta \simeq 0.9$) і засвідчує високу якість досліджуваної фазової пластинки.

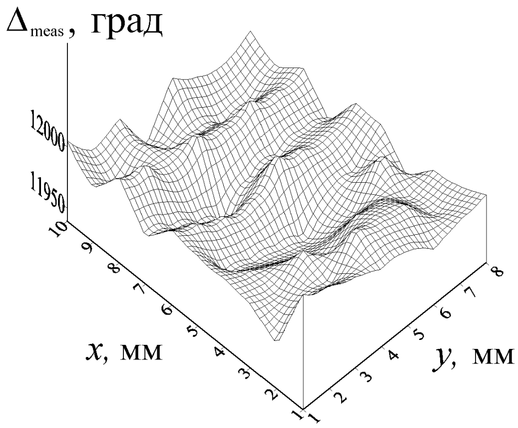

Рис. 2. Розподіл вимірюваної різниці фаз Δ_{meas} у поперечному перерізі фазозсувної пластинки на $LiNbO_3$.

Схожі до результатів [31] і цієї праці дані для фазової пластинки на $LiNbO_3$, які підтверджують вплив БВС на різницю фаз, одержано також у [24]. У цій роботі використовували методику, розроблену та апробовану раніше в [30,31], але з істотно вищим просторовим розділенням. Проте інтерпретували на основі формули $d\chi/d\theta = (\cos\Delta - 2r^2\cos 2\varphi)/(1 - 2r^2\cos 2\varphi\cos\Delta)$. Аналіз показує, що останню можна одержати зі зв'язку $d\chi/d\theta = 1 - C_{22}/(2C_{31})$ з коефіцієнтами C_{ij} розкладу пропускання HAUP-поляриметра J_{PSA}, наведеними в [19]. Оскільки величини C_{ij} у праці [19] знайдено неправильно (див. пункт II.B.4 і [26]), то кількісний аналіз у [24] потребує перегляду.

З літератури відомі й інші приклади впливу БВС на двопроменезаломлення кристалів, виміряне за допомогою HAUP та споріднених методик. Так, у роботі [26] було досліджено температурні дослідження різниці фаз для пластинки MgF_2 шляхом експериментального визначення коефіцієнтів C_{13} і C_{22} розкладу функції пропускання в межах методу HAUP. Результати показують періодичні коливання Δ_{meas} з періодом 11 К й амплітудою $A_{\text{exp}} \simeq 4.1 \cdot 10^{-2}$ рад (див.

рис. 1 в [26]). Покладаючи для простоти $A_{\rm th} \simeq 2r^2$, одержуємо розумні оцінки $A_{\rm th} \simeq 0.07$ рад і $\beta \simeq 0.6$.

B. Кристали α-ZnP$_2$

Експериментальні дані, які можна кваліфікувати як прояв явища БВС у дослідженнях двопроменезаломлення за методом Сенармона (див. пункт II.B.2), ми одержали для кристала α-ZnP$_2$ (точкова група симетрії 422). Вимірювання, які проводили на пластинці x-зрізу ($d = 1.41$ мм), засвідчують наявність періодичних температурних змін параметра $\Delta_{\rm meas} = 2\chi_c$ з амплітудою приблизно 4 град і періодом $\Delta T_T \approx 0.7$°C (рис. 3). Ураховуючи відносну складність виразів (14), ми моделювали поведінку величини $\Delta_{\rm meas}$ у припущенні плавної температурної залежности $\Delta(T)$ із заміною r^2 у (14) на $\beta r^2 \exp(-\alpha d)$, де $\exp(-\alpha d) \simeq 0.25$. За умов $\overline{n} \approx 3.22$, $\beta \approx 0.7$ і $d\overline{n}/dT \approx 3.3$°C^{-1} (температурний період осциляцій ΔT_T визначається приблизно як $\Delta T_T = \lambda/[2d(d\overline{n}/dT)]$) було одержано результати, кількісно подібні до експериментальних.

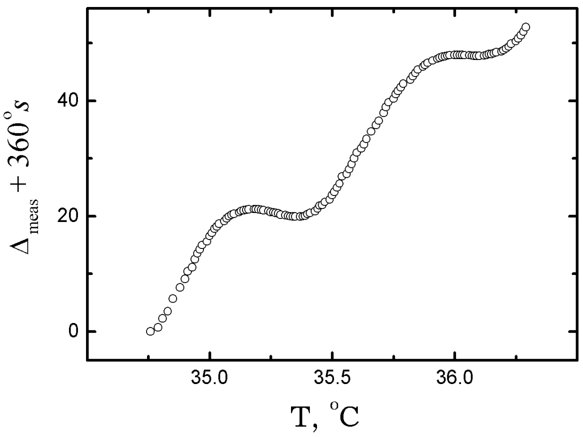

Рис. 3. Температурна залежність виміряної з точністю до 360°s різниці фаз $\Delta_{\rm meas}$ для кристалів α-ZnP$_2$.

Ми досліджували також оптичну активність кристалів α-ZnP$_2$ у напрямку оптичної оси за стандартною методикою повороту аналізатора. Температурна залежність питомого кута повороту ρ в ділянці кімнатної температури для тонкої ($d = 0.34$ мм) пластинки z-зрізу зображена на рис. 4. Абсолютна величина та характер температурного ходу ґірації в цілому узгоджуються з даними [32], хоча осциляцій автори [32] не спостерігали. Серед можливих причин — набагато менша докладність їхніх даних (шкода, що в [32] не наведено товщини зразка).

Осциляції ρ характеризуються параметрами $A_{\rm exp} \simeq 1.1 \div 1.3$ град/мм і $\Delta T_T \approx 3.2$°C. Ми виконали комп'ютерне моделювання на підставі виразу $\rho(T) = [\chi(T) - \theta]/d$ (див. формулу (16)), де азимут χ визначали згідно з (15). Для параметрів у ній брали величини $\theta = 45°$, $\exp(-\alpha d) \simeq 0.7$ і $\overline{n} \approx 3.22$, а ґірацію без урахування БВС апроксимували формулою $\rho_0(T) = 334.7 + 0.145T + 4.7 \cdot 10^{-4} T^2$ [град/мм]. Експериментальні й теоретичні результати збігаються, якщо взяти $\beta \approx 0.03$ і $d\overline{n}/dT \approx 2.9 \cdot 10^{-4}$°C^{-1}. Отже, спостережувані осциляції ґірації кристалів α-ZnP$_2$ справді можна пояснити в межах гіпотези про вплив БВС. Низьке значення параметра β, можливо, мотивується розсіянням світла на неоднорідностях і включеннях в об'ємі зразка. Не виключений також вплив на величину β незначної неплоскопаралельности граней пластинки.

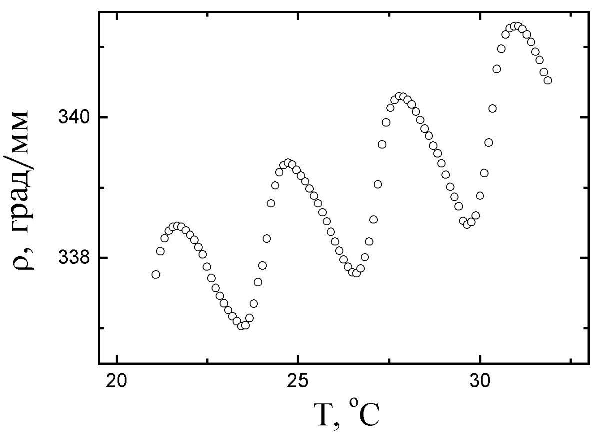

Рис. 4. Температурна залежність питомого кута повороту площини поляризації ρ для кристалів α-ZnP$_2$.

C. Кристали кварцу

На завершення розгляньмо результати праці [22], з якої розпочато систематичні дослідження ґіротропії в двозаломлюючих кристалічних зрізах. На осцилюючих спектральних залежностях азимута поляризації χ для тонких пластинок кристалів SiO$_2$ ($d = 0.1$ і 0.2 мм) видно "тонку структуру" — слабкі додаткові осциляції, розділені в довгохвильовій ділянці спектра (див. рис. 1в,г із [22]). Для кількісного аналізу використаймо формули (17) і (18), покладаючи $\theta = p = \delta Y = 0$:

$$\chi = k[1 + 2r^2 \cos(\Delta + 2\varphi)] \sin \Delta. \qquad (20)$$

Згідно з (20) амплітуда додаткових осциляцій визначається як $A_{\rm th} \simeq 2kr^2$. Використовуючи стандартні дані для оптичних констант кварцу та дані $k \simeq 2.1 \cdot 10^{-3}$ [22], маємо $A_{\rm th} \simeq 2.0 \cdot 10^{-4}$ рад. Із найдокладніших даних рис. 1г у [22] знаходимо відповідну величину $A_{\rm exp} \simeq 1.8 \cdot 10^{-4}$ рад, яка досить добре корелює з оцінкою за формулою (20) і дає коефіцієнт $\beta \simeq 0.9$, типовий для якісно оброблених кристалічних пластинок.

Як висновок, "тонка структура" осциляцій $\chi(\lambda)$ зумовлена, швидше за все, явищем БВС. По-друге, замісць громіздких формул (1) і (2) роботи [22], одержаних із точних розв'язків електромагнетної теорії, але за спрощених умов ($\theta = 0$ тощо), достатньо обмежитися наближеними виразами (17) або (20) цієї роботи.

IV. ВИСНОВКИ

Підсумуймо одержані в цій роботі результати. Крім епізодично вжитого припущення про відносну малість коефіцієнта відбивання, що спрощує робочі вирази, запропонований наближений підхід до опису БВС у кристалічних матеріялах, що одночасно володіють кількома типами анізотропії, не містить наближень, які виходять поза сферу застосовности джонсівського числення або, що еквівалентно, принципу суперпозиції в кристалооптиці. Оскільки базове припущення про малість оптичної анізотропії, як відомо [29,33], фактично майже завжди задовольняє потреби практичної кристалооптики, то схожого слід очікувати й від розвиненої вище методики врахування БВС. Проведене в роботі порівняння з експериментальними результатами для різних діелектричних і напівпровідникових матеріялів і різних методів досліджень, яке засвідчило відсутність неузгоджень принципового плану, підтверджує цей висновок.

[1] М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики* (Наука, Москва, 1970).
[2] Ф. И. Федоров, *Оптика анизотропных сред* (Изд-во АН БССР, Минск, 1958).
[3] М. О. Романюк, *Кристалооптика* (ІЗМН, Київ, 1997).
[4] Т. Мосс, *Оптические свойства полупроводников* (Изд-во иностр. лит., Москва, 1961).
[5] К. Д. Товстюк, О. М. Борець, Укр. физ. журн. **7**, 1285 (1962).
[6] О. М. Борець, Й. М. Стахіра, Укр. физ. журн. **9**, 1074 (1964).
[7] A. M. Elkorashy, Phys. Status Solidi B **159**, 903 (1990).
[8] М. П. Лисица, Докл. Акад. наук СССР **111**, 803 (1956).
[9] А. Н. Магунов, Приборы техн. эксп. № 3, 6 (1998).
[10] А. Н. Магунов, Приборы техн. эксп. № 2, 3 (2000).
[11] П. С. Кособуцкий, Укр. физ. журн. **28**, 1090 (1983).
[12] П. С. Кособуцький, Укр. фіз. журн. **40**, 309 (1995).
[13] H. de Lang, Philips Res. Rep. **8**, 1 (1967).
[14] R. Rosenberg, C. B. Rubinstein, D. R. Herriott, Appl. Opt. **3**, 1079 (1964).
[15] D. A. Holmes, J. Opt. Soc. Am. **54**, 1115 (1964).
[16] K. Zander, J. Moser, H. Melle, Optik **70**, 6 (1985).
[17] H. Melle, Optik **72**, 157 (1986).
[18] В. Д. Тронько, Г. Е. Довгаленко, Опт. спектроскоп. **34**, 1157 (1973).
[19] J. R. L. Moxon, A. M. Renshaw, J. Phys.: Cond. Matt. **2**, 6807 (1990).
[20] O. S. Kushnir, Y. I. Shopa, O. G. Vlokh, I. I. Polovinko, S. A. Sveleba, J. Phys.: Cond. Matt. **5**, 4759 (1993).
[21] O. S. Kushnir, O. G. Vlokh, Proc. SPIE **3094**, 88 (1997).
[22] А. Ф. Константинова, Н. Р. Иванов, Б. Н. Гречушников, Кристаллография **14**, 283 (1969).
[23] Y. I. Shopa, M. O. Kravchuk, Phys. Status Solidi A **158**, 275 (1996).
[24] Y. Shopa, Ukr. J. Phys. Opt. **1**, 90 (2000).
[25] O. S. Kushnir, Y. V. Burak, O. A. Bevz, I. I. Polovinko, J. Phys.: Cond. Matt. **11**, 8313 (1999).
[26] J. Simon, J. Weber, H.-G. Unruh, Ferroelectrics **183**, 161 (1996).
[27] О. С. Кушнир, Кристаллография **42**, 399 (1997).
[28] Н. И. Калитиевский, *Волновая оптика. Розд. II* (Высшая школа, Москва, 1978).
[29] O. S. Kushnir, L. O. Lokot, L. P. Lutsiv-Shumski, I. I. Polovinko, Y. I. Shopa, Phys. Status Solidi B **214**, 487 (1999).
[30] O. S. Kushnir, O. G. Vlokh, Proc. SPIE **3094**, 140 (1997).
[31] O. S. Kushnir, O. S. Dzendzelyuk, V. A. Grabovski, V. B. Mikhailik, Proc. SPIE **4148**, 137 (1999).
[32] В.Г. Федотов, А. Г. Бычков, Д. Н. Карликов, Э. М. Смоляренко, А. У. Шелег, Л. М. Горыня, В. М. Трухан, Журн. прикл. спектроскоп. **35**, 454 (1981).
[33] Е. А. Евдищенко, А. Ф. Константинова, Б. Н. Гречушников, Кристаллография **36**, 842 (1991).

MANIFESTATIONS OF OPTICAL ANISOTROPY OF CRYSTALS IN MULTIPLE BEAM FABRI–PEROT INTERFERENCE

O. S. Kushnir
Ivan Franko National University of Lviv, Department for Nonlinear Optics,
8 Kyrylo i Mefodii Str., Lviv UA–79005, Ukraine

Using the Jones matrix technique, an approach is developed for describing the multiple beam interference in crystalline plates with a general character of optical anisotropy which is applicable in a practical approximation of weak anisotropy. The working relations are obtained for the most commonly used methods for measuring crystal optical parameters. The influence of multiple reflections on the parameters of a row of crystals are studied experimentally. A comparison of theoretical and experimental data proves the validity of the approach.