ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 6, № 4 (2002) с. 472–475

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 6, No. 4 (2002) p. 472–475

РЕЛЯТИВІСТСЬКЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕЛИКОМАСШТАБНОГО РУХУ ГАЛАКТИК

Ю. М. Кудря, О. М. Александров
Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
Астрономічна обсерваторія,
вул. Обсерваторна 3, Київ, 04053, Україна
(Отримано 31 липня 2002 р.)

У межах загальної теорії відносности для довільного простору-часу виведено залежність червоного зміщення у спектрах галактик від координат у квадратичному за відстанню наближенні. Параметри залежности пов'язані з фізико-геометричними характеристиками поля 4-швидкости колективного руху галактик.

Ключові слова: великомасштабна структура, колективний рух.

PACS number(s): 98.80.Hw

I. ВСТУП

Один із підходів до вивчення негабблівських колективних рухів галактик та їх скупчень полягає у використанні поліноміяльних моделей для поля колективної швидкости. Дипольне та квадрупольне наближення колективної швидкости вивчали в багатьох працях (див. посилання в [1]). У статті [1] на вибірці плоских спіральних галактик, що видимі з ребра, з каталогу RFGC [2] показана статистична значущість квадратичної за відстанню октупольної складової поля швидкости. Розглянута в [1] октупольна модель є найзагальнішою, отриманою розкладом поля тривимірної швидкости до другого порядку включно за декартовими координатами з прийняттям евклідової геометрії. Однак уже в цьому порядку послідовніший розгляд має враховувати релятивістські ефекти, зокрема треба уточнити тип використовуваної космологічної відстані. Релятивістський підхід необхідний при дослідженнях негабблівських потоків на базі глибших оглядів червоних зміщень (див., наприклад, [3]).

Метою цієї статті є розробка в межах загальної теорії відносности реґресійної октупольної моделі для залежности червоного зміщення z від кутових змінних та відстані в термінах спостережних величин (див. [4], гл.3). При цьому під великомасштабним колективним рухом галактик розуміємо поле 4-швидкости $V^\alpha(x)$, що ґенерує згладжену спостережну залежність червоного зміщення від координат. Оскільки ми маємо дані про червоні зміщення лише тепер, поле $V^\alpha(x)$ можна розглядати тільки на ізотропному конусі минулого.

II. ЧОТИРИВИМІРНИЙ РОЗКЛАД ТЕЙЛОРА ДЛЯ ПОЛЯ ЧЕРВОНИХ ЗМІЩЕНЬ

Релятивістська формула для червоного зміщення z у спектрах галактик має такий вигляд:

$$1+z=\frac{(k^\alpha V_\alpha)_S}{(k^\rho U_\rho)_O}. \qquad (1)$$

Згортки в чисельнику та знаменнику беремо у світових точках випромінювання світла джерелом S, що має 4-швидкість V^α, та його прийому спостерігачем O із власною 4-швидкістю U^ρ; k^α та k^ρ — значення в цих точках вектора, дотичного до світлової геодезичної, що їх з'єднує. Вектор, дотичний до геодезичної, переноситься паралельно, тобто $k^\alpha = G^\alpha_\rho k^\rho$. (Тензорні величини, що належать до точки O, ми позначаємо індексами з другої половини грецької абетки; G^α_ρ — оператор паралельного перенесення вздовж геодезичної.)

Замінюючи в наведеній формулі V^α полем колективної 4-швидкости галактик $V^\alpha(x)$, ми отримуємо залежність червоного зміщення від координат джерел. Цю функцію будемо наближати відрізком ряду Тейлора в деякому околі світової точки O, розглядаючи коваріянтний ряд Тейлора для поля $V^\alpha(x)$. При цьому використовуємо нормальні координати y^μ з початком у точці O, які є прямим узагальненням декартових координат евклідового простору. Маємо $V^\alpha k_\alpha|_S = \tilde{V}^\mu \tilde{k}_\mu = \tilde{V}^\mu k_\mu$. Тут $\tilde{V}^\mu(y^\nu) = G^\mu_\alpha V^\alpha(x)$ — паралельний образ поля $V^\alpha(x)$, одержаний паралельним перенесенням $V^\alpha(x)$ в точку O вздовж пучка геодезичних, що з неї виходять. Також тутураховано, що $\tilde{k}^\mu = G^\mu_\alpha k^\alpha = G^\mu_\alpha G^\alpha_\rho k^\rho = \delta^\mu_\rho k^\rho$.

Для паралельного образу $\tilde{V}^\mu(y^\nu)$ маємо коваріянтний розклад Тейлора:

$$\tilde{V}^\mu = V^\mu + V^\mu_{;\sigma} y^\sigma + \frac{1}{2} V^\mu_{;\sigma\tau} y^\sigma y^\tau + \ldots, \qquad (2)$$

де $V^\mu, V^\mu_{;\sigma}, V^\mu_{;\sigma\tau} \ldots$ — набір сталих тензорних коефіцієнтів, які мають зміст значень поля та його коваріянтних похідних у точці O. Рівняння спрямованих у минуле геодезичних у нормальних координатах мають вигляд прямих $y^\mu = -sk^\mu$, де s — афінний параметр.

Уважаємо, що 4-швидкість спостерігача U^μ не збігається з постійним вектором V^μ. Залежність (1) тоді запишемо так:

$$(1+z)\,(U_\mu k^\mu) = V_\mu k^\mu - sV_{\mu;\nu}k^\mu k^\nu + \frac{1}{2}s^2 V_{\mu;\nu\sigma}k^\mu k^\nu k^\sigma + \dots \qquad (3)$$

Значення k^μ векторного поля k^α у початку координат відповідно до (1) є функцією кутових змінних, що визначають напрямок на джерело. Таким чином, (3) являє собою залежність червоного зміщення від координат джерел.

III. (3+1)-РОЗБИТТЯ ТА ВИДІЛЕННЯ НЕЗАЛЕЖНИХ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ

Тензорні коефіцієнти залежности (3) не довільні, вони мають задовольняти умову нормування вектора 4-швидкости та її диференціальні наслідки. Для виділення незалежних мультипольних параметрів скористаємося звичним для монадної теорії систем відліку (СВ) [5] розкладом коваріянтної похідної поля 4-швидкости. Цей розклад ми подаємо у такому вигляді:

$$V_{\alpha;\beta} = H(B_{\alpha\beta} - Q_{\alpha\beta} - \pi_{\alpha\beta} + f_\alpha V_\beta) \qquad (4)$$

Тут $HB_{\alpha\beta}$ — антисиметричне тензорне поле обертань; $H(Q_{\alpha\beta}+\pi_{\alpha\beta})$ — симетричне тензорне поле деформації поля швидкостей, яке ми розклали на безслідовий тензор $HQ_{\alpha\beta}$ та слідову частину, пропорційну тензорові $\pi_{\alpha\beta} \equiv V_\alpha V_\beta - g_{\alpha\beta}$; $Hf_\alpha \equiv V_{\alpha;\beta}V^\beta$ — поле прискорення пробної частинки із швидкістю V^α; $3H{=}V^\alpha_{;\alpha}$ — диверґенція поля V^α. Функцію H будемо називати параметром Габбла. Неважко показати, що H переходить у параметр Габбла ($H = \dot{a}/a$) однорідної ізотропної космології, якщо обмежитися метрикою Фрідмана–Робертсона–Уокера. Винесення в (4) параметра Габбла за дужки має за мету його подальше включення у віддаль, що вимірюється в км/с, як це звичайно робиться в дослідженнях із великомасштабної структури Всесвіту. Внаслідок цього ми оперуємо V-тривимірними тензорами $B_{\alpha\beta}, Q_{\alpha\beta}, f_\alpha$ та іншими, зведеними на параметр Габбла.

Вираз (4) враховує диференціяльний наслідок $V^\alpha V_{\alpha;\beta}{=}0$ умови нормування 4-швидкости на одиницю, що є єдиним апріорним обмеженням на компоненти похідної. Подальше диференціювання (4) дає вирази для старших похідних, у яких також враховується умова нормування. Таким чином, (4) та його диференціяльні наслідки дозволяють виділити незалежні параметри в правій частині (3).

Коваріянтне диференціювання (4), взяття симетричної частини результату диференціювання, розклад на тривимірні проєкції, виділення безслідових тензорів та підстановка в (3) дають вираз:

$$\begin{aligned}(1+z)(k_\sigma U^\sigma) = (k_\sigma V^\sigma)\big\{1 &+ (k_\sigma V^\sigma)Hs\,(Q_{\mu\nu}e^\mu e^\nu + f_\mu e^\mu + 1)\\ &+ [(k_\sigma V^\sigma)Hs]^2\,(O_{\mu\nu\tau}e^\mu e^\nu e^\tau + S_{\mu\nu}e^\mu e^\nu + P_\mu e^\mu + W)\big\},\end{aligned} \qquad (5)$$

де тензорні параметри у другому порядку за відстанню мають такий вигляд:

$$O_{\alpha\beta\gamma} = -\frac{1}{2}H^{-1}\sigma_{\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{2}Q_{(\alpha\beta}\{f_{\gamma)} - h_{\gamma)}\} + \frac{1}{5}\pi_{(\alpha\beta}Q_{\gamma)\delta}\{f^\delta - h^\delta\}, \qquad (6)$$

$$\begin{aligned}S_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\{&H^{-1}\varphi_{\alpha\beta} - H^{-1}Q_{\alpha\beta;\gamma}V^\gamma + f_\alpha f_\beta - h_{(\alpha}f_{\beta)} + (q+5)Q_{\alpha\beta}\}\\ &+ Q_{\gamma(\alpha}\Big\{B^\gamma_{.\beta)} - Q^\gamma_{.\beta)} - f^\gamma V_{\beta)}\Big\} + \frac{1}{6}\pi_{\alpha\beta}(f_\gamma f^\gamma - 2Q_{\gamma\delta}Q^{\gamma\delta} - h_\gamma f^\gamma),\end{aligned} \qquad (7)$$

$$P_\alpha = -\frac{1}{2}\{h_\alpha + H^{-1}f_{\alpha;\beta}V^\beta - (q+5)f_\alpha + B_{\alpha\beta}f^\beta + V_\alpha f_\beta f^\beta\} + \frac{1}{5}\Big\{V_\alpha Q_{\beta\gamma}Q^{\beta\gamma} - H^{-1}Q^{;\beta}_{\alpha\beta} + Q_{\alpha\beta}(h^\beta - \frac{19}{2}f^\beta)\Big\}, \qquad (8)$$

$$W = \frac{1}{2}(q+3) + \frac{1}{3}Q_{\alpha\beta}Q^{\alpha\beta} + \frac{1}{6}h_{,\alpha}f^\alpha - \frac{1}{6H}f^\alpha_{;\alpha} - \frac{5}{6}f_\alpha f^\alpha. \qquad (9)$$

У (6) та (7) $\sigma_{\alpha\beta\gamma}$ та $\varphi_{\alpha\beta}$ є V-тривимірні безслідові складові просторової коваріянтної похідної від квадрупольного тензора $Q_{\alpha\beta}$ та від вектора зведеної сили f_α відповідно. Тут уведені також позначення для просторової та часової похідних параметра Габбла H: $a) h_\alpha \equiv H^{-2}\pi^\beta_\alpha H_{,\beta}$, $\quad b) q = -1 - H^{-2}H_{,\alpha}V^\alpha$. Параметр q назвемо параметром уповільнення, оскільки він узагальнює параметр уповільнення $(q \equiv -\ddot{a}a/\dot{a}^2)$ однорідної ізотропної космології. Хвильовий вектор у точці O ми розклали на ортогональні частини $k^\mu = (k_\sigma V^\sigma)(V^\mu - e^\mu)$.

Модель (5) червоного зміщення записана коваріянтним чином через тривимірні тензори, ортогональні V^μ та одиничний V-просторовий вектор e^μ, що визначає напрям на галактику. Але для використання в конкретних задачах СВ, що пов'язана з полем V^α, незручна, оскільки вектор V^μ є невідомим параметром моделі. Тому ми далі переформулюємо модель у термінах тензорних параметрів відносно довільної СВ, що реалізується апріорно. За таку систему зазвичай приймають СВ мікрохвильового фону (3К-система).

IV. РЕЛЯТИВІСТСЬКА ОКТУПОЛЬНА МОДЕЛЬ У СИСТЕМІ ВІДЛІКУ СПОСТЕРІГАЧА

СВ у теорії спостережних величин задамо введенням у початок нормальних координат ортонормованого репера $h^\mu_a, a = 0, 1, 2, 3$. (Латинські індекси з початку абетки приймають значення 0,1,2,3; із середини абетки — 1,2,3; тривимірні індекси піднімаються та опускаються за допомогою одиничної матриці δ_{ij}). Вектор V^μ розкладемо за цим репером $V^\mu = \gamma_v \left(h^\mu_0 + h^\mu_i v^i/c\right), \gamma_v \equiv \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$, $v^2 = \delta_{ij}v^i v^j$. Тут v^i — тривимірна колективна швидкість у точці O. Аналогічно розкладемо 4-швидкість спостерігача U^μ. Значення хвильового вектора стосовно цього репера приймемо таким: $k^\mu = \frac{\omega}{c}\left(h^\mu_0 - h^\mu_i n^i\right)$, де ω — частота випромінювання та $n^\mu = n^i h^\mu_i$ — одиничний просторовий вектор напрямку на джерело в системі h^μ_i, c — швидкість світла. Тривимірні тензори в дотичному просторі спостерігача з базисом h^μ_i будемо називати Т-тривимірними тензорами на відмінну від V-тривимірних тензорів.

Використовуючи ці співвідношення, з формули (5) знаходимо:

$$(1+z)\left(1 + u_i n^i/c\right)\gamma_u = \kappa + \rho\left\{Q_{ij}m^i m^j + f_i m^i \kappa + \kappa^2\right\} + \rho^2\left\{O_{ijk}m^i m^j m^k + S_{ij}m^i m^j \kappa + T_i m^i \kappa^2 + W\kappa^3\right\}. \qquad (10)$$

Тут ми позначили $m^\mu \equiv (n^i + v^i/c)h^\mu_i$, $\kappa \equiv \left(1 + \frac{v^i n_i}{c}\right)\gamma_v$. Також ввели безрозмірну відстань $\rho = \omega s H/c^2$. При цьому величина $\omega s/c \equiv r$ має значення відстані, rH — відстані в км/с. Можна показати, що в цьому наближенні r ототожнюється з відстанню за кутовим діяметром.

Перелічимо незалежні тензорні параметри моделі (10). Уважаємо, що вектор швидкости спостерігача u^i щодо вибраної СВ відомий. (Це, наприклад, швидкість руху Сонця в 3К-системі). Параметр Габбла ми включаємо у відстань, але не використовуємо його значення. Параметрами моделі є Т-просторові компоненти v^i, f_i, Q_{ij}, W, T_i, S_{ij} та O_{ijk} (всі тензори безслідові). Усього модель (10) містить 27 незалежних параметрів.

Цікавим є розгляд окремого випадку моделі (10) з додатковою умовою безроторности (потенціяльности) поля 4-швидкости V^α: $a) f^\alpha = 0$, $\quad b) B_{\alpha\beta} = 0$. Перша з них означає геодезичність поля швидкости, друга — відсутність обертання. За цих умов суттєво спрощуються вирази (6)–(9), однак тензорні параметри моделі v^i, $Q_{ij}, O_{ijk}, S_{ij}, T_i$ та W лишаються незалежними. Потенціяльна октупольна модель, таким чином, містить 24 незалежні параметри.

Для сучасних вибірок галактик можна вважати, що найбільші значення ρ^2 в моделі (10) мають порядок v/c. Якщо обмежитися таким порядком малости, то модель (10) спрощується до вигляду:

$$z = (v_i - u_i)\, n^i/c + \rho\left\{Q_{ij}n^i n^j + f_i n^i + 1\right\} + \rho^2\left\{O_{ijk}n^i n^j n^k + S_{ij}n^i n^j + P_i n^i + W\right\}. \qquad (11)$$

У порівнянні з нерелятивістською 18-параметричною моделлю [1] релятивістська 27-параметрична модель (11) має три додаткові складові з тензорами f_i, S_{ij}, та W. Перший з них, лінійний за відстанню доданок $\rho f_i n^i$, дає змогу перевірити гіпотезу геодезичности руху галактик вибірки. Можна показати (що виходить за межі цієї роботи), що другий додатковий доданок, квадратичний за відстанню квадруполь $\rho^2 S_{ij}n^i n^j$, за певних умов дає змогу оцінити ту частину кривини, яка алґебраїчно не пов'язана з розподілом матерії (тензор Вейля) та відсутня в однорідних ізотропних моделях. Нарешті, вираз (9) для W через параметр уповільнення узгоджується з тим, що відстань за афінним параметром $r = \omega s/c$ у розглянутому наближенні близька до відстані за кутовим діяметром.

[1] С. Л. Парновский *и др.*, Письма Астрон. журн. **27**, 890 (2001).
[2] I. D. Karachentsev *et al.*, Bull. SAO, **47**, 5 (1999).
[3] M. Colless, Publ. Astron. Soc. Aust., **17**, 215 (2000).
[4] К. А. Пирагас, В. И. Жданов, А. Н. Александров, Ю. Н. Кудря, Л. Е. Пирагас, *Качественные и аналитические методы в релятивистской динамике* (Энергоатомиздат, Москва, 1995).
[5] Ю. С. Владимиров, *Системы отсчета в теории гравитации.* (Энергоиздат, Москва, 1982).

RELATIVISTIC MODELLING OF LARGE-SCALE GALAXIES MOTION

Yu. N. Kudrya, A. N. Alexandrov
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Astromomical Observatory
3, Observatorna Str., Kyiv, 04053, Ukraine

In the frame of General Relativity and for arbitrary space-time a functional dependence of galaxies red shift on space coordinates is constructed in the second power approximation on the distance. Parameters of the dependence are expressed in terms of physico-geometrical characteristics of 4-velocity field of galaxies bulk motion.