ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 7, № 1 (2003) с. 93–97

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 7, No. 1 (2003) p. 93–97

ЕЛЕКТРИЧНИЙ ПРОБІЙ У ҐРАТКАХ РЕЗИСТОРІВ ПРИ НАЯВНОСТІ РЕСИЛІНҐУ

М. І. Лебовка[1,2], Р. М. Мельник[2], М. П. Купчик[3], І. С. Гулий[3]
[1] *Національний університет "Києво-Могилянська академія", кафедра фізико-математичних наук, вул. Г. Сковороди, 2, Київ, 04070, Україна*
[2] *Інститут біоколоїдної хімії ім. Ф. Д. Овчаренка НАН України, бульв. Вернадського, 42, Київ, 03142, Україна,*
[3] *Українский державний університет харчових технологій, вул. Володимирська, 68, Київ, 01033, Україна*
(Отримано 29 грудня 2001 р.)

Вивчено процеси електричного пробою ґраток резисторів, що моделюють структуру неоднорідних систем при наявності оборотности пробою резисторів (їх ресилінґу). Спостерігали періодичні зміни ступеня руйнування та провідности ґратки, які залежали від співвідношення часу ресилінґу τ та величини зовнішньої напруги. Показано, що така поведінка характерна для чисто детерміністичної моделі електроруйнування при наявності ресилінґу й відображає просторово-часові зміни структури скорельованих перколяційних кластерів. Періодична поведінка може пригнічуватися при збільшенні зовнішньої напруги або наявності стохастичного внеску в закон руйнування опорів.

Ключові слова: електричний пробій, ґратки резисторів, поріг протікання, перколяція по зв'язках.

PACS number(s): 64.60.Ak; 05.40+j

I. ВСТУП

Розуміння процесів, що визначають електричну стабільність гетерогенних матеріялів та композиційних систем, дуже важливе як з наукового, так і з технологічного поглядів. Ця ділянка досліджень досить широка і простягається від матеріялознавства, де вивчають дію сильних електричних полів на зміну структури та властивостей ізоляторів, керамічних матеріялів і тонких напівпровідникових плівок [1], до біологічних наук, де електричні поля застосовують для ефективного руйнування біологічних матеріялів, електроплазмолізу, інактивації мікробів і тонкого реґулювання переносу біологічно активних елементів через мембрани всередину клітини [2,3]. Теоретичний опис процесів електричної нестабільности ускладнюється проявом низки малодосліджених механізмів пробою та провідности на мікрорівні, а також необхідністю враховувати макроструктури й перколяційні властивості гетерогенних матеріялів [4–6].

Останнім часом для вивчення природи електричної нестабільности складних гетерогенних систем широко використовують методи комп'ютерного моделювання. Тут одною з найліпше досліджених систем є сіточна модель випадкових резисторів (МВР), у якій значення провідностей резисторів задається випадковим чином. Для різних варіянтів цієї моделі проведено детальний аналіз явищ перколяції й скейлінґу, функцій розподілу струму й напруги, а також процесів пробою [5,7–12]. Таку модель також використовували для вивчення електричної нестабільности тонких гетерогенних плівок та біологічних тканин [13–15].

Дуже цікавим є розгляд процесів електричної нестабільности для моделі МВР з оборотним пробоєм, який відповідає умовам, коли руйнування, що викликане зовнішнім полем, може через певний час зникати або "заліковуватися". Явища "заліковування", або ресилінґу, добре відомі в матеріялознавстві [16], але їх також експериментально спостерігали при руйнуванні біологичних тканин в імпульсних електричних полях [3,15]. Постійна часу ресилінґу τ може залежати від напружености зовнішнього поля E, часу його дії t, а також структури й типу матеріялу, що руйнується. На сьогодні ці залежності вивчені ще досить мало. Пояснення електрофізичної поведінки гетерогенного матеріялу, що руйнується під дією зовнішнього електричного поля, не тривіяльне. Це зумовлено тим, що відгук макроскопічної провідности матеріялу на мікроскопічні зміни його властивостей може доволі складно залежати від структури й топології матеріялу.

У цій статті ми вивчаємо сіточну модель електропробою гетерогенного середовища при наявності ресилінґу його мікроскопічних елементів. Тут використано електрофізичну модель руйнування, що подібна до дослідженої раніше [8,15]. План подальшого викладу такий. У розділі II коротко описано комп'ютерну модель та наведено деталі чисельних розрахунків. У розділі III подано основні результати та їх обговорення. Стаття завершується короткими висновками в розділі IV.

II. МОДЕЛЬ

Ми розглядаємо двовимірну квадратну ґратку провідностей розміром N^2, що зорієнтована під кутом $45°$ щодо зовнішніх меж, між якими прикладена зовнішня напруга U (див. Рис. 1). Для цієї конфігурації ґратки всі $N_{\mathrm{tot}} = N \times N$ зв'язків є еквівалентними в структурі гетерогенного середовища [10], і тут знімаються ефекти анізотропії пробою, викликані орієнтацією ґратки щодо прикладеного поля, яке спостерігали в [8,13–15]. У напрямку x застосовували періодничні граничні умови. Випадковий розподіл провідностей ґенерували за домогою закону

$$G = 1 + dG(2ran - 1), \tag{1}$$

де dG — ступінь неоднорідности матеріялу, ran — випадкове число, що однорідно розподілене в інтервалі (0,1).

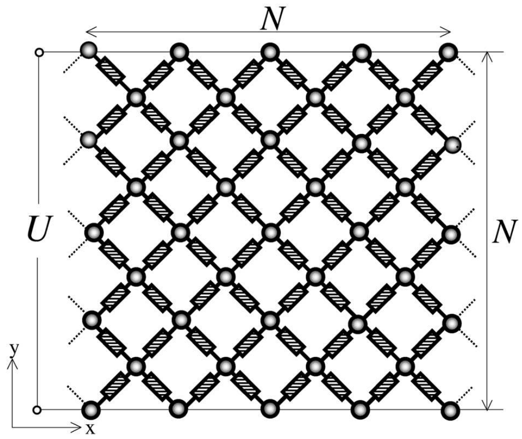

Рис. 1. Структура двовимірної квадратної ґратки провідностей розміром $N \times N$, $N = 8$, що використовувались при моделюванні електричного пробою. Зовнішня напруга U прикладена між верхньою та нижньою паралельними лініями, в напрямку x застосовувались періодичні граничні умови.

У процедурі моделювання за домогою методу релаксації розв'язували рівняння Кірхгофа і знаходили потенціяли в усіх вузлах ґратки. Якщо різниця потенціялів Δu^n на певному опорі n перевищувала деяке критичне значення u_c, тобто

$$\Delta u \geq u_c, \tag{2}$$

цей опір руйнувався і його провідність G^n значно збільшувалась.

При руйнуванні ми робили заміну $G_i^n \to G_f^n$, де $G_f^n = \varepsilon G_i^n$, G_i^n є початковою провідністю n-го елемента, що руйнується, $\varepsilon \gg 1$ (в цій роботі ми завжди приймали $\varepsilon = 100$). Ця модель є узагальненням детерміністичної моделі пробою, яку запропонував Такаясу [7] для переходу провідник–надпровідник і наявности кінцевого часу ресилінґу.

Безрозмірну прикладену напругу визначали як

$$U^* = U/(Nu_c). \tag{3}$$

При цьому визначенні для однорідного матеріялу ($dG = 0$) повне руйнування всіх опорів системи відбувається при $U^* = 1$.

Умовою зупинки процедури релаксації приймали відносну похибку обчислення потенціялів, меншу за 10^{-5}. Для встановлення впливу розміру системи на результати обчислень величину N змінювали в інтервалі $2^4 \div 2^{10}$. Попередні дослідження показали, що основні результати практично не залежать від розміру для $N \geq 256$, тому всі обчислення проводили для системи $N = 256 \times 256$ і дані усереднювали за 100 різними початковими конфіґураціями.

Ресилінґ провідностей зв'язків апроксимувався експоненційним законом

$$G(t) = (G_i + (G_f - G_i))\exp(-t/\tau). \tag{4}$$

Тут час відповідає умовній одиниці, що пов'язана з часом руйнування одного зв'язку.

Загальний ступінь руйнування системи оцінювали як

$$P(t) = \frac{1}{N_{\rm tot}} \sum_{n=1}^{N_{\rm tot}} \frac{G^n(t) - G_i^n(t)}{G_f^n(t) - G_i^n(t)}, \tag{5}$$

де сума береться по всім N_{tot} зв'язкам у системі.

Середню провідність системи G_m вираховували за допомогою модифікованого алґоритму Франка–Лобба [4,17], а також оцінювали за допомогою формули [18]:

$$G_m = \sum_{n=1}^{N_{\rm tot}} G^n \left(\frac{\Delta u^n}{U}\right)^2. \tag{6}$$

III. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Ми раніше показали, що для детерміністичної моделі електропробою втрата електричної стабільности цих систем спостерігається тільки при наявності досить великої зовнішньої напруги, що перевищує деяке критичне значення $U^*_{\rm min}$ [2,8]. Це значення $U^*_{\rm min} = 1$ і зменшується зі збільшенням ступеня неоднорідности системи dG. Наприклад, для сильно неоднорідних систем при $dG = 0.90$ шляхом чисельних досліджень ми встановили, що $U^*_{\rm min} \approx 0.4$.

На рис. 2 показані типові часові залежності ступеня зруйнованости системи P і середньої провідности G_m для різних значень нормованої напруги U^* для часу ресилінґу $\tau = 10$. Повна електрична енерґія системи пропорційна до середньої провідности G_m, і за відсутности ресилінґу вона має зростати, що відповідає зменшенню стабільности цієї системи [7].

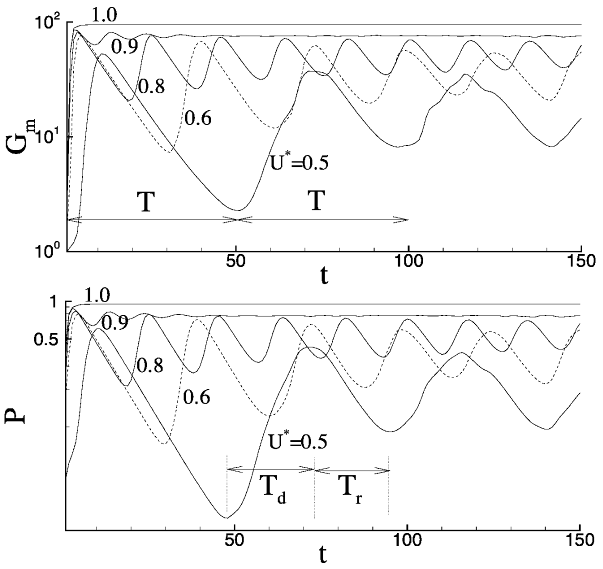

Рис. 2. Часові залежності ступеня руйнування системи P і середньої провідності G_m для різних значень нормованої напруги U^*. Розмір системи становив 256×256, τ, $dG = 0.90$.

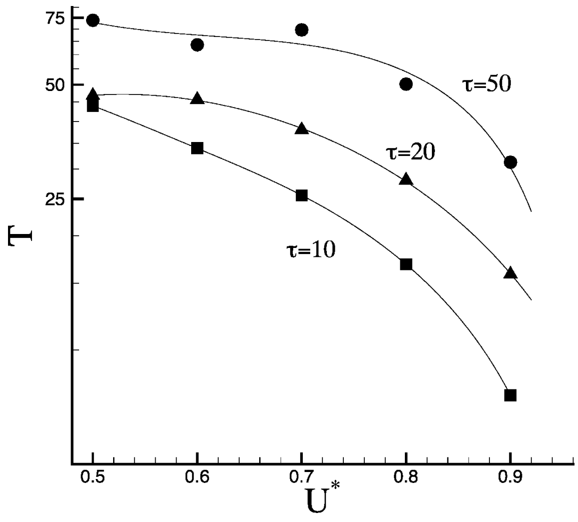

Рис. 3. Залежність періоду коливань T від нормованої зовнішньої напруги U^* для різних значень τ. Розмір системи становив 256×256, $dG = 0.90$.

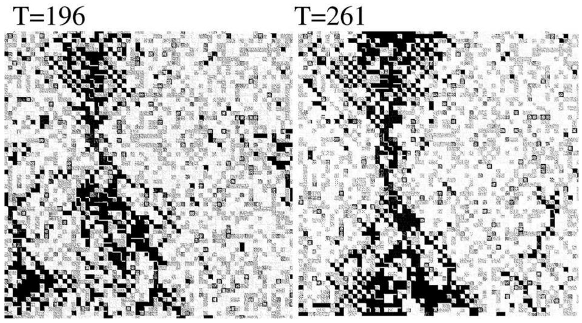

Рис. 4. Часова еволюція картин електроруйнування для системи розміром 64×64 при $U^* = 0.5$ і $\tau = 10$.

Для значень U^*, що трохи перевищують мінімальне значення $U^*_{\min}$ і знаходяться в інтервалі $(0.5 \div 0.8)$, спостерігається гармонійно-подібна поведінка ступеня руйнування P і середньої провідности системи G_m. Початкове збільшення P і G_m через деякий час супроводжується їх експоненційним зменшенням (із часовою постійною рівною τ), потім подальшим збільшенням і так далі. У коливному режимі ступінь руйнування P змінюється між деякими граничними значеннями від $P_{\min}$ до $P_{\max}$, що залежать від U^*. Період коливань T складається з часу руйнування T_d і часу ресилінґу $T_r \approx \tau \ln P_{\max}/P_{\min}$ (див. рис. 2), і він збільшується при збільшенні τ як $T \propto \tau$. Зі збільшенням зовнішньої напруги U^* період T зменшується (рис. 3), при $U^* > 0.8$ спостерігаються майже згасні коливання, а при $U^* \geq 0.95$ відбувається сильне загасання, процес стає аперіодичним і спостерігається повне пригнічення ресилінґу.

Можливість прояву коливальної поведінки для детерміністичної моделі електроруйнування при наявності миттєвого оборотного відгуку провідности була відзначена ще в праці Такаясу [7], однак для такої моделі не спостерігається перколяційної поведінки.

Типові приклади часової еволюції картин електроруйнування для системи розміром 64×64 при напрузі $U^* = 0.5$ і $\tau = 10$ показані на рис. 4. Бачимо, що періодичність зміни ступеня зруйнованости системи P відповідає просторово-часовим періодичним змінам характеру руйнування ґратки.

При невеликих напругах ($U^* < 0.5 \div 0.7$) спостерігається просторово-скорельована руйнація системи, тому що вірогідність пробою в околі кластерів зруйнованих елементів є значно вищою, ніж на великих відстанях від них.

У перколяційній точці кластери пробою мають анізотропну форму, вони витягнуті вздовж поля, і ця перколяція значно відрізняється від перколяції випадкового типу. При електричному пробої можна спостерігати перколяцію скорельованого типу, що контролюється умовами руйнування, визначеними прикладенням зовнішнього поля [8,13–15]. Після виникнення перколяційного кластера — лідера для всіх елементів, що входять до його складу, утворюються сприятливі умови для заліковування, тому що ґрадієнти потенціялів на елементах усередині пробитого кластера є відносно малими. У цій фазі відбуваєтся переважно тільки ресилінґ і опори всередині перколяційного кластера майже не руйнуються. Із досягненням деякої критичної міри заліковування в цьому кластері відворюються умови можливости руйнування.

При наявності гармонійної динаміки процесів руйнування–відновлення в системі домінують процеси, що приводять до виникнення в системі одного або декількох кластерів пробою, які періодично виникають і заліковуются приблизно в одних і тих же самих просторових ділянках.

Зі збільшенням зовнішньої напруги до досить великих значень ($U^* > 0.85$) у неоднорідній системі можливе одночасне виникнення багатьох центрів росту нових кластерів і ступінь неоднорідности системи зростає. Просторово-часова повторюваність картин руйнування згодом втрачається і спостерігається повне пригнічення коливного характеру $P(t)$ і $G_m(t)$. У стаціонарному стані встановлюється рівноважний стан і спостерігаются постійні процеси руйнування опорів у випадкових просторових точках системи та їх поступове відновлення. При цьому структура перколяційних кластерів подібна до структури кластерів у задачі випадкової перколяції.

Для детерміністичної моделі пробою особливу роль у наявності коливальної поведінки може відігравати ступінчастий закон руйнування елементів (2) і початковий просторовий розподіл провідностей G по ґратці. Для перевірки цього припущення ми розглянули також загальніший закон руйнування елементів ґратки, у якому припускалося, що ймовірність руйнування f лінійно залежить від напруги за законом $f = 0.5 + (\Delta u/u_c - 1)/\alpha$ при $|\Delta u/u_c - 1| \le \alpha$, $f = 0$ при $\Delta u/u_c < 1-\alpha$ і $f = 1$ при $\Delta u/u_c > 1+\alpha$. Тут параметр α характеризує ширину функції розподілу вірогідностей напруги руйнування, і при $\alpha = 0$ цей закон переходить у ступінчастий закон (2). Такий закон дозволяє зробити певний імовірнісний внесок у детерміністичну модель електроруйнування. На рис. 5 показані типові часові залежності ступеня зруйнованости системи P для різних значень $\alpha = 0$ при $U^* = 0.5$, $\tau = 10$, $dG = 0.90$ і системи розміром 256×256. Ми бачимо, що зі збільшенням α коливний характер часових змін P пригнічується, і при $\alpha > 0.5$ він практично зникає, тобто зі збільшенням стохастичного внеску в детерміністичну модель коливальна поведінка, що зумовлена ресилінґом, починає нівелюватися.

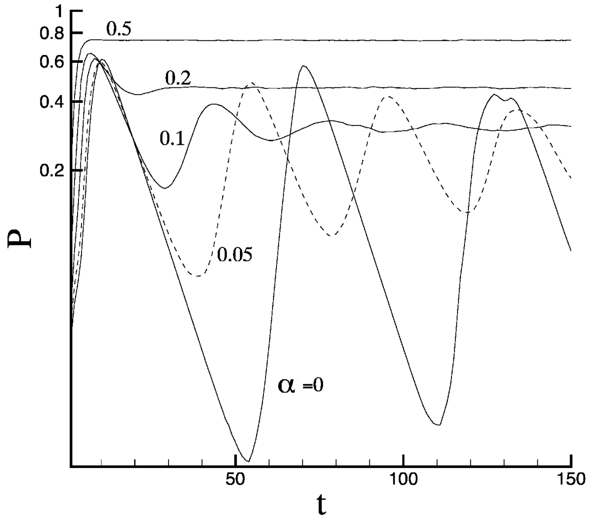

Рис. 5. Часові залежності ступеня руйнування системи P при різних значеннях α. Розмір системи складав 256×256, $\tau = 10$, $dG = 0.90$.

IV. ВИСНОВКИ

Таким чином, при наявності ресилінґу зв'язків в електропробої в неоднорідних системах можуть спостерігатися коливні зміни ступеня руйнування й середньої провідности з періодом, що пропорційний часу ресилінґу τ. Гармонійна поведінка характерна для чисто детерміністичної моделі електроруйнування. Вона відображає просторово-часові зміни структури скорельованих перколяційних кластерів і може пригнічуватися зі збільшенням зовнішньої напруги або наявності стохастичного внеску в закон руйнування опорів.

[1] M. Ohring, *Reliability and Failure of Electronic Materials and Devices*(Academic, New York, 1998).
[2] I. S. Gulyi, N. I. Lebovka, V. V. Mank, M. P. Kupchik, M. I. Bazhal, A. B. Matvienko, A. Y. Papchenko, *Scientific and practical principles of electrical treatment of food products and materials*, (Kiev: UkrINTEI, 1994).
[3] D. Knorr, Current Opinion in Biotechnology **10**, 5, 485 (1999).
[4] D. Staufer, A. Aharony, *Introduction to Percolation Theory* (Tailor and Francis, London, 1992).
[5] M. Sahimi, Phys. Rep. **306**, 213 (1999).
[6] V. I. Roldughin, V. V. Vysotskii, Progress in Organic Coating **39**, 81 (2000).
[7] H. Takayasu, Phys. Rev. Lett. **54**, 11, 1099 (1985).
[8] N. I. Lebovka, V. V. Mank, Physica A **181**, 346 (1992).
[9] R. F. Angulo, E. Medina, Physica A **191**, 410 (1992); e-print cond-mat/9405010.
[10] D. Sornette, C. Vanneste, Phys. Rev. E **50**, 4327 (1994).
[11] G. G. Batrouni, A. Hansen, B. Larson, Phys. Rev. E **53**, 2292 (1995); e-print cond-mat/9508041.
[12] P. M. Duxbury P. D. Beale, C. Moukarzel, Phys. Rev. B **51**, 3476 (1995).
[13] C. Pennetta, L. Reggiani, L. B. Kiss, Physica A **266**, 214 (1999).
[14] C. Pennetta, L. Reggiani, Gy. Trefan, Physica A **266**, 214 (1999).
[15] N. I. Lebovka, M. I. Bazhal, E. I. Vorobiev, Innovative Food Science & Emerging Technologies, **2**, 111 (2001); e-print cond-mat/0005252.
[16] Я. У. Гегузин, *Почему и как исчезает пустота* (Наука, Москва, 1983).
[17] J. Hoshen, R. Kopelman, Phys. Rev. B **14** 3438 (1976).
[18] R. Rammal, C. Tannous, P. Breton, A. M. S. Tremblay, Phys. Rev. A **31**, 2662 (1985).

ELECTRICAL BREAKDOWN IN RESISTOR NETWORKS WITH THE EXISTENCE OF RECEALING

N. I. Lebovka[1,2], R. M. Melnyk[2], M. P. Kupchik[3], I. S. Gulyi[3]
[1] *National University of "Kiev Mogyla Academy", Physics and Mathematics Department,*
2 G. Scovorody Str., Kyiv, UA–04070, Ukraine
[2] *Biocolloidal Chemistry Institute named after F. D. Ovcharenko NAS of Ukraine,*
42 bulv. Verdanskogo, Kyiv, UA–03042, Ukraine,
[3] *Ukrainian State University of Food Technology, 68 Volodymyrska Str., Kyiv, UA–01033, Ukraine*
e-mail: lebovka@roller.ukma.kiev.ua, Nikolai.Lebovka@utc.fr

The electrical breakdown processes in heterogeneous resistor networks were studied for the case of the time-reversible damage or recealing of resistors. The periodical changes in a damage degree and a total conductivity of a lattice were observed that depend on recealing time constant τ and value of external voltage. The periodical behaviour is characteristic for a pure deterministic breakdown model with recealing and reflect temporally-dimentional changes in the structure of correlated clusters of breakdown resistors. This behaviour can be supressed at increasing external voltage or when the stochastic factor in a damage law is present.