СФЕРИЧНО-СИМЕТРИЧНИЙ КОЛАПС І ФУНКЦІЯ МАС БАГАТИХ СКУПЧЕНЬ ГАЛАКТИК У МОДЕЛЯХ З КРИВИНОЮ ТА КОСМОЛОГІЧНОЮ СТАЛОЮ

Ю. Кулініч, Б. Новосядлий
Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка
вул. Кирила і Мефодія 8, Львів, 79005

(Отримано 24 квітня 2002 р.; в остаточному вигляді — 23 вересня 2002)

Проаналізовано залежність початкової амплітуди сферично-симетричного збурення густини, яке колапсує в сучасну епоху, δ_c, та кінцевої віріялізованої Δ_c від параметрів кривини 3-простору й космологічної сталої. Показано, що в моделях з від'ємною чи нульовою кривиною ($k \leq 0$) та додатною космологічною сталою ($\Lambda > 0$) δ_c менша від її канонічного значення 1.686 ($k = \Lambda = 0$) внаслідок триваліщого часу росту збурення. В моделях з додатною кривиною 3-простору δ_c може бути як меншим від канонічного значення, так і більшим від нього. Причому, якщо Ω_m прямує до деякого критично малого значення, критична амплітуда прямуватиме до нескінченности. Хоч діяпазон порогового значення амплітуди збурення невеликий — $1.55 \leq \delta_c \leq 1.75$ в ділянці параметрів $-0.4 \leq \Omega_k \leq 0.4$, $0 \leq \Omega_\Lambda \leq 1$, $0.1 \leq \Omega_m \leq 1$, різниця значень концентрації багатих скупчень галактик, розрахованих у межах формалізму Преса–Шехтера з реальним і канонічним значеннями δ_c, для деяких моделей сягає 30%. Діяпазон кінцевого значення відносного відхилення густини сколапсованої хмари від фонової, Δ_c, є значно ширшим для того ж діяпазону параметрів: $60 \leq \Delta_c \leq 180$. Це приводить до відхилень розрахованих значень рентґенівської температури газу на $\sim 40\%$ від розрахованих для канонічного значення $\Delta_c = 178$. Наведено аналітичні апроксимації залежностей $\delta_c(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ і $\Delta_c(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$, точність яких у згаданому діяпазоні параметрів є не меншою ніж 0.2% та 1.7% відповідно.

Ключові слова: космологічні моделі, космологічна стала, збурення густини, багаті скупчення галактик, функція мас.

PACS number(s): 98.80.Ft, 98.80.Es, 98.65.Dx

I. ВСТУП

Важливими характеристиками великомасштабної структури Всесвіту, на основі яких сьогодні визначають його космологічні параметри, є функція мас та рентґенівська функція температури багатих скупчень галактик. Інтенсивне вивчення багатих скупчень галактик всіма астрофізичними засобами зумовлене їхніми визначними властивостями: а) вони є найбільшими ґравітаційно зв'язаними системами у Всесвіті; б) спостережуваний критерій виділення цих структур настільки чіткий, що дозволяє складати каталоги цих об'єктів з найбільшою повнотою принаймні в радіусі $\sim 300h^{-1}$Мпк в конусах $\sim 30°$ навколо полюсів нашої Галактики; в) розподіл галактик у просторі та за швидкостями в самих скупченнях указує на їхню динамічну рівновагу, а отже, застосовність основних теорем динаміки ґравітаційних систем до визначення їхніх фізичних характеристик сучасного стану; г) розвинутий для них формалізм Преса–Шехтера та його модифікацій [1–9] пов'язує ці фізичні параметри скупчень із характеристиками початкового спектра потужности збурень густини, яким описується вся спостережувана великомасштабна структура Всесвіту. Цей спектр потужности чутливий як до динамічних (стала Габбла, кривина 3-простору, космологічна стала) параметрів Всесвіту, які визначають швидкість та прискорення його розширення, так і до параметрів густини різних складових матерії (баріони, фотони, нейтрино та гіпотетичні частинки, які становлять приховану масу Всесвіту), що й дозволяє визначати ці параметри на основі спостережуваних даних для багатих скупчень галактик.

Експериментальні програми останніх років з вимірювання флюктуацій температури реліктового випромінювання в різних кутових масштабах (COBE, Boomerang, MAXIMA, DASI, Archeops, Wmap та ін.) зі створенням повніших каталогів галактик і скупчень галактик (Sloan Digital Sky Survey, 2dF Galaxy Redshift Survey та ін.) дають змогу визначити основні космологічні параметри та оцінити рівень достовірности такого визначення. Усе більша точність в експериментах вимагає точнішого теоретичного опису спостережуваних явищ. В основі формалізму Преса–Шехтера лежить феноменологічна залежність функції мас багатих скупчень галактик від середньої густини речовини у Всесвіті ($\bar{\rho}$), дисперсії флюктуацій густини на масштабі скупчень (σ_M) та порогового значення амплітуди флюктуації густини, при якому збурення колапсує в сучасну епоху (δ_c): $n_{\rm PS}(M) = F(M, \bar{\rho}, \sigma_M)\delta_c/\sigma_M \exp(-\delta_c^2/2\sigma_M^2)$, де $F = \sqrt{2/\pi}\bar{\rho}/M^2|d\ln\sigma_M/d\ln M|$. У роботі Еке та ін. (1996) [4] показано, що тогочасні спостережувані дані добре апроксимуються цією залежністю при $\delta_c = 1.686$, яке отримується з динаміки колапсу сферично-симетричної хмари в плоскій моделі Всесвіту без космологічної сталої. Висновок цих авторів про малу залежність значення δ_c від кривини 3-простору й космологічної сталої відкрило дорогу для використання цього канонічного значення $\delta_c = 1.686$ при довільних значеннях кривини 3-простору і космологічної сталої без аналізу помилок, які при цьому вносяться. Але дані тестування видима зоряна величина — червоне зміщення для наднових типу Ia, які почали надходити з 1998 року (див. [10–12], і поклики в них), указують на те, що Всесвіт розширюється з прискоренням, а отже, найбільш правдоподібна модель Всесвіту досить сильно відхиляється від канонічної — моделі з нульовою 3-кривиною та нульовою космологічною сталою. Найімовірніше, що густина матерії (темна плюс баріони) становить тільки 20–30% від критичного значення густини, а решта — 70–80% — це темна енерґія (космологічна стала, енерґія вакууму, або квінтесенція). Усе це вимагає уважнішого підходу до застосування формалізму Преса–Шехтера для розрахунку концентрації, функції мас та рентґенівської функції температури багатих скупчень галактик у різних космологічних моделях для їх зіставлення із спостережуваними даними.

Метою цієї статті є:
– проаналізувати динаміку колапсу сферичносиметричної пилоподібної хмари в моделях з довільною 3-кривиною й космологічною сталою та залежність від них порогового значення початкової амплітуди збурення густини, апроксимованої за законом росту лінійної теорії збурень до сучасного моменту, δ_c, коли збурення вже колапсує, та кінцевої флюктуації густини хмари після встановлення динамічної рівноваги, Δ_c;
– побудувати апроксимації цих залежностей від значень кривини 3-простору та космологічної сталої;
– дослідити відхилення функції мас та рентґенівської температури багатих скупчень галактик при використанні точного й канонічного значень δ_c і Δ_c (1.686 і 178 відповідно) для моделей, які сьогодні аналізують у літературі.

Динаміка колапсу сферично-симетричної пилоподібної хмари для моделей з нульовою кривиною 3-простору та довільним значенням космологічної сталої, а також у загальнішому випадку, моделей з ненульовою 3-кривиною проаналізовано в працях [4,13]. У цій статті ми докладніше вивчаємо динаміку колапсу сферично-симетричних збурень для моделей з довільними параметрами кривини та космологічної сталої та аналізуємо вплив залежности критичної амплітуди від цих параметрів на розрахунок функції мас багатих скупчень галактик. Для цього знаходимо розв'язки відповідних рівнянь, які описують розвиток збурень густини на всіх етапах еволюції такої хмари і будуються на основі рівнянь Айнштайна.

II. РІВНЯННЯ ДИНАМІКИ ПИЛОПОДІБНОЇ ХМАРИ ПРИ $\Lambda \neq 0$ І $k \neq 0$

Для аналізу розвитку сферично-симетричних збурень у Всесвіті з відмінною від нуля космологічною сталою ($\Lambda \neq 0$) розгляньмо динаміку пилоподібної хмари в супутніх координатах. Нагадаймо, що вперше подібну задачу розв'язав для $\Lambda = 0$ Толмен ще в 1934 р. [14]. Ми розглядатимемо динаміку сферично-симетричної хмари до моменту виникнення перших протипотоків, тобто перетинів траєкторій окремих частинок (сферичних оболонок). На цій стадії динаміка речовини добре апроксимується наближенням суцільного середовища, тобто тензором енерґії-імпульсу ідеальної рідини:

$$T_{ik} = (\varepsilon + P)u_i u_k - g_{ik}P, \quad (i,k = 0,1,2,3),$$

де $\varepsilon = \rho c^2$ — густина енерґії, P — гідродинамічний тиск, u_i — компоненти 4-швидкости.

Наближення суцільного пилоподібного середовища з $P = 0$ дозволяє розглядати збурення в системі відліку, що є одночасно синхронною та супутньою ($u_\alpha = 0$, $\alpha = 1,2,3$). У сферичних просторових координатах R, θ та φ метрика такого Всесвіту матиме такий вигляд [15]:

$$ds^2 = d\tau^2 - e^{\lambda(R,\tau)}dR^2 - r^2(R,\tau)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (1)$$

Рівняння Айнштайна з космологічною сталою та з урахуванням того, що часова змінна має розмірність довжини ($\tau = ct$), є відповідно

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^2}T_{ik} + g_{ik}\Lambda.$$

Вираховуючи компоненти тензора R_{ik} для метрики (1) і підставляючи їх у рівняння Айнштайна, а також узявши до уваги, що в нашому випадку $T_{0\alpha} = 0$, отримаємо таку систему рівнянь:

$$-\frac{e^{-\lambda}}{r^2}(2r''r + r'^2 - rr'\lambda') + \frac{1}{r^2}(r\dot{r}\dot{\lambda} + \dot{r}^2 + 1)$$
$$= 8\pi G\rho + \Lambda, \quad (2)$$

$$2\ddot{r}r + \dot{r}^2 + 1 - r'^2 e^{-\lambda} = \Lambda r^2, \quad (3)$$

$$\ddot{\lambda} + 2\frac{\ddot{r}}{r} + \frac{\dot{\lambda}^2}{2} + \frac{\dot{\lambda}\dot{r}}{r} - \frac{e^{-\lambda}}{r}(2r'' - \lambda' r') = 2\Lambda, \quad (4)$$

$$\dot{\lambda}r' - 2\dot{r}' = 0, \quad (5)$$

де $\dot{} \equiv \frac{\partial}{\partial\tau}$, а $' \equiv \frac{\partial}{\partial R}$.

Усі інші компоненти тотожно дорівнюють нулеві. Інтеґралом останнього рівняння є

$$e^{\lambda(R,\tau)} = \frac{(r'(R,\tau))^2}{1 - f(R)},$$

де величина $f(R)$ задовольняє умову $1 - f(R) > 0$. Підставляючи його в (3), отримаємо

$$2\ddot{r}r + \dot{r}^2 - \Lambda r^2 + f = 0. \qquad (6)$$

Першим інтеґралом цього рівняння є

$$\dot{r}^2 - \frac{F(R)}{r} - \frac{\Lambda}{3} r^2 = -f, \qquad (7)$$

де $F(R)$ — незалежна від часу величина.

Цю рівність можна інтерпретувати як рівняння збереження енерґії матеріяльної точки одиничної маси при її русі в потенціяльному полі $U = -(\Lambda/6)r^2 - F/(2r)$ з повною енерґією, рівною $-f/2$. Помноживши (2) на $r'r^2$ і використавши (5) та (7), одержуємо

$$8\pi G\rho = \frac{F'}{r'r^2}.$$

Проінтеґрувавши останню рівність, матимемо

$$F(R) = 8\pi G \int\limits_0^R \rho r^2 r' dR = 2Gm, \qquad (8)$$

де m — повна маса кулі з радіусом R. Інтеґрування здійснюється на гіперповерхні постійного часу, тому $dr = r'dR$. Підставивши в (8) представлення $\rho = \overline{\rho}(1 + \delta(R,\tau))$, де $\delta(R,\tau) \equiv (\rho(R,\tau) - \overline{\rho}(\tau))/\overline{\rho}(\tau)$ ($\overline{\rho}(\tau)$ — середнє значення густини у Всесвіті), отримаємо

$$F(R) = \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho} r^3 (1 + \delta_r) = H_0^2 \Omega_m \left(\frac{r}{a}\right)^3 (1 + \delta_r), \qquad (9)$$

де

$$\delta_r(R,\tau) = \frac{3}{r^3} \int\limits_0^r \delta(y,\tau) y^2 dy.$$

Тут Ω_m — густина звичайної пилоподібної матерії в одиницях критичної густини речовини у Всесвіті

$$\overline{\rho}(\tau) = \frac{3H_0^2\Omega_m}{8\pi G} a^{-3}(\tau),$$

де H_0 — сьогоднішнє значення сталої Габбла, $a(\tau)$ — масштабний фактор фонової космологічної моделі з метрикою

$$ds^2 = d\tau^2 - a^2(\tau)\left[dR^2 + \chi^2(R)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\right].$$

Таким чином,

$$\delta_r(R,\tau) = \frac{F(R)}{H_0^2\Omega_m}\left(\frac{a}{r}\right)^3 - 1, \qquad (10)$$

або

$$\delta_r(R,\tau) = (\delta_r(R,\tau_i) + 1)\left(\frac{r_i}{a_i}\right)^3 \left(\frac{a}{r}\right)^3 - 1, \qquad (11)$$

де індекс i позначає фіксовані в довільний момент часу τ_i величини. Якщо відсутні збурення, компоненти метрики матимуть вигляд

$$e^{\lambda(R,\tau)} \equiv a^2(\tau),$$
$$r(R,\tau) \equiv a(\tau)\chi(R).$$

У цьому випадку система рівнянь (2)–(5) зведеться до:

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho} a^2 - \frac{\Lambda}{3} a^2 = -k, \qquad (12)$$

$$2\ddot{a}a + \dot{a}^2 - \Lambda a^2 + k = 0,$$

$$\chi''(R)\chi(R) - {\chi'}^2(R) + 1 = 0,$$

де $k = (1 - {\chi'}^2(R))/\chi^2(R)$ — параметр кривини. Дійсними розв'язками останнього рівняння є

$$\chi(R) = \begin{pmatrix} \sin(\omega R)/\omega \\ R \\ \mathrm{sh}(\omega R)/\omega \end{pmatrix}$$

і, відповідно,

$$k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Тут $\omega = \pi/R_0$, де R_0 — радіус Всесвіту. Для закритих моделей ($k = 1$) він є дійсною величиною, а для відкритих ($k = -1$) R_0 уявне. Система рівнянь (7), (11) і (12) дозволяє описати розвиток збурень у часі на фоні габблівського розширення. Початковими умовами є $\delta_{r,i} = \delta_r(a_i)$ та $r_i = r(a_i)$.

III. ЛІНЕАРИЗАЦІЯ РІВНЯНЬ МОДЕЛІ ТОЛМЕНА І ЇХ РОЗВ'ЯЗКИ

Розгляньмо цю систему спочатку для малих збурень, тобто при $\delta \ll 1$. У цьому випадку компоненти метрики (1) можна записати так:

$$e^{\lambda(R,\tau)} = a^2(\tau)(1 + h_{11}(R,\tau)),$$

$$r(R,\tau) = a(\tau)\chi(R)(1 + h_{22}(R,\tau)). \qquad (13)$$

Використовуючи (7) і (9), рівняння (6) можна представити у вигляді

$$2\ddot{r}r - \frac{2\Lambda}{3} r^2 + \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho}(1 + \delta_r) r^2 = 0.$$

Для малих збурень ($h_{11} \ll 1$, $h_{22} \ll 1$) в лінійному наближенні останнє рівняння матиме вигляд

$$a^2\ddot{h}_{22} + 2\dot{a}ah_{22} + \frac{4\pi G}{3}\overline{\rho}\delta_r a^2 = 0. \tag{14}$$

Щоб знайти зв'язок між величинами h_{22} та δ_r, підставмо (13) в (10) і обмежимось величинами першого порядку малости

$$\delta_r = \frac{F(R)}{H_0^2\Omega_m\chi^3(R)}\left(1 - 3h_{22}\right) - 1.$$

Оскільки нас цікавитиме лише зростаюча з часом за амплітудою мода збурень, для якої при $\tau \to 0$ $h_{22} \to 0$ та $\delta_r \to 0$, то

$$F(R) = H_0^2\Omega_m\chi^3(R). \tag{15}$$

Інакше кажучи, аналіз поведінки збурень проводимо на основі порівняння розподілів одних і тих самих галактик у просторі і за швидкостями в ділянках з однаковою масою m у межах одного й того ж R. Рівняння для росту збурень речовини (10) з урахуванням (15) має вигляд

$$\delta(R,\tau)_r = \left(\frac{a\chi(R)}{r}\right)^3 - 1$$

і досить часто використовується для корекції лінійного спектра потужности за нелінійність [16]. Воно також являє собою відносну різницю фонових густин двох моделей з різними значеннями сталих інтеґрування космологічних рівнянь. У підсумку можна записати, що

$$h_{22} = -\frac{1}{3}\delta_r(R,\tau). \tag{16}$$

Ця умова фактично виділяє з довільних початкових умов ті, що визначають скалярну моду збурень, найцікавішу в космологічних дослідженнях. Вона аналізується в нашій статті. Підставивши останню рівність у (14), отримаємо таке лінійне рівняння для розвитку збурень (див. також [17]):

$$\ddot{\delta}_r + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta}_r - 4\pi G\overline{\rho}\delta_r = 0. \tag{17}$$

Його загальні розв'язки можна записати як відносну різницю фонових густин двох близьких моделей, що відрізняються сталими інтеґрування рівняння (12) [17]

$$\delta_{r,j} \sim \frac{1}{a}\frac{\partial a}{\partial \alpha_j},$$

де α_j — j-та стала інтеґрування космологічного рівняння.

Для однозначного розв'язку (12) треба задати на деякий довільний момент часу τ_i значення масштабного фактора $a_i \equiv a(\tau_i)$. Зокрема ми приймаємо, що в початковий момент $\tau = 0$ масштабний фактор $a(\tau = 0) = 0$. Доповнення цими початковими умовами рівняння (12) дає змогу розрахувати значення масштабного фактора на будь-який інший момент часу, зокрема на теперішній τ_0. На практиці визначення віку Всесвіту (τ_0) здійснюється на основі вимірювань величини постійної Габбла, яка, за означенням, рівна $H \equiv \dot{a}/a$. Позначимо теперішнє її значення як H_0, а масштабного фактора відповідно a_0. У випадку ненульової кривини ($k = 1, -1$) матимемо, що

$$a_0 = \frac{1}{H_0}\sqrt{\frac{k}{\Omega_m + \Omega_\Lambda - 1}}.$$

Величини $\overline{\rho}_0$ та Λ визначені в теперішній момент часу у фізичних координатах, і їх значення не залежать від a_0. Для випадку нульової кривини величина a_0 невизначена і може бути вибрана довільним чином. Очевидно, що фізичний зміст має не конкретне значення масштабного фактора, а відношення $a(\tau_1)/a(\tau_2)$, де τ_1 і τ_2 деякі довільні моменти часу. Приведемо для зручности масштабний фактор в одиницях його теперішнього значення a_0. Це відношення спочатку позначимо як $\tilde{a} = a/a_0$. Рівняння (12) при цьому набере вигляду

$$\dot{\tilde{a}}^2 - \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho}\tilde{a}^2 - \frac{\Lambda}{3}\tilde{a}^2 = -\tilde{k},$$

де $\tilde{k} = k/a_0^2$ — величина, що може приймати будь-які неперервні значення. Надалі перепозначимо $\tilde{k}$ на k, вважаючи його неперервною величиною, а величину $\tilde{a}$ на a, маючи на увазі, що масштабний фактор у теперішній момент часу для всіх моделей нормований на одиницю. Пара величин τ_0 та k є сталими інтеґрування космологічного рівняння. Отже, матимемо два розв'язки

$$\delta_{r,1} \sim \frac{1}{a}\frac{\partial a}{\partial \tau_0}, \delta_{r,2} \sim \frac{1}{a}\frac{\partial a}{\partial k}.$$

Або, згідно з означенням,

$$\delta_{r,1} \sim \frac{\overline{\rho}(\tau,k,\tau_0 + d\tau_0) - \overline{\rho}(\tau,k,\tau_0)}{\rho_b(\tau,k,\tau_0)},$$

$$\delta_{r,2} \sim \frac{\overline{\rho}(\tau,k + dk,\tau_0) - \rho_b(\tau,k,\tau_0)}{\overline{\rho}(\tau,k,\tau_0)}.$$

Використовуючи інтеґрал рівняння (12), останні вирази можна записати в більш наочній формі

$$\delta_{r,1} \sim \frac{1}{a}X^{1/2}, \quad \delta_{r,2} \sim \frac{1}{a}X^{1/2}\int\limits_0^a X^{-3/2}da,$$

де $X = \frac{\Lambda}{3}a^2 + \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho}a^2 - k$. Тут ураховано, що в початковий нульовий момент часу масштабний фактор дорівнює нулеві. Нас цікавитиме лише зростаючий розв'язок $\delta_{r,2}$. Уведемо позначення [17]

$$D(a) = \frac{5H_0^2\Omega_m}{2a}X^{1/2}\int\limits_0^a X^{-3/2}da. \quad (18)$$

Тоді точний лінійний розв'язок у наростаючій моді збурення речовини запишемо як

$$\delta_r^l(a) = \frac{\delta_r(a_i)}{D(a_i)}D(a). \quad (19)$$

З огляду на те, що збурення на початкових етапах розширення (де $a \ll 1$) було достатньо малим, можна вважати, що

$$\delta_r(a) \simeq \delta_r^l(a) \simeq \frac{\delta_r(a_i)}{D(a_i)}(a + O(a^2)). \quad (20)$$

IV. ПАРАМЕТРИ δ_c ТА Δ_c І ЇХ ЗАЛЕЖНІСТЬ ВІД Λ І k.

Однією з важливих величин, яку використовують у космології, аналізуючи умови формування спостережуваної великомасштабної структури у Всесвіті, є початкова найменша амплітуда збурення густини речовини, яка необхідна для його колапсу в певний момент часу. Вона позначається δ_c і залежить як від параметрів фонової моделі, так і від часу колапсу $\tau_{\rm col}$: $\delta_c \equiv \delta_c(\Omega_m, \Omega_\Lambda, \tau_{\rm col})$. У лінійній теорії розвитку збурень зростаючий розв'язок описується рівнянням (19). Щоб знайти розв'язок, який описував би випадок $\delta \geq 1$, скористаймося фактом, що наростаючу моду скалярного збурення визначає різниця моделей з різною кривиною та однаковим стартовим часом. Це дозволяє виділити із загального розв'язку (10) лише зростаючу його частину шляхом синхронізації за часом інтеґралів рівнянь (7) та (12) відповідно

$$\int\limits_0^a \frac{da}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}a^2 + \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho}a^2 - k}} = \tau, \ \int\limits_0^{r(a)} \frac{dr}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}r^2 + \frac{F}{r} - f}} = \tau.$$

Прирівнявши два останні вирази, матимемо

$$\int\limits_0^a \frac{da}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}a^2 + \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho}a^2 - k}} = \int\limits_0^{r(a)} \frac{dr}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}r^2 + \frac{F}{r} - f}}. \quad (21)$$

У момент зупинки збурення, тобто коли $\dot{r} = 0$, величина r має скінченне значення $r = r_{ta}$, де $r_{ta} = r(a_{ta})$, і визначається з рівняння:

$$\frac{\Lambda}{3}r_{ta}^3 - fr_{ta} + F = 0.$$

У цей момент підінтеґральний вираз правої частини рівности (21) має нескінченно велике значення, проте сам інтеґрал, внаслідок характеру особливости, залишається скінченною величиною. Перепишімо (21) в граничному вигляді:

$$\int\limits_0^{a_{ta}} \frac{da}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}a^2 + \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho}a^2 - k}} = {\rm PV}\int\limits_0^{r_{ta}} \frac{dr}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}r^2 + \frac{F}{r} - f}},$$

де PV — головне значення інтеґрала.

Як уже зазначалося, рівняння (7) еквівалентне рівнянню збереження енерґії руху матеріяльної точки в деякому сферично-симетричному потенціяльному полі. Як відомо, при від'ємній повній енерґії (тобто при $f > 0$) такий рух є симетричним у часі щодо моментів, де $\dot{r} = 0$, а отже,

$$\tau_{\rm col} = 2\tau_{ta},$$

де $\tau_{\rm col}$ — момент колапсу збурення. Тут враховано, що розширення почалося в нульовий момент часу. Цю рівність можна переписати як

$$\int\limits_0^{a_{\rm col}} \frac{da}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}a^2 + \frac{8\pi G}{3}\overline{\rho}a^2 - k}} = 2{\rm PV}\int\limits_0^{r_{ta}} \frac{dr}{\sqrt{\frac{\Lambda}{3}r^2 + \frac{F}{r} - f}},$$

де $a_{\rm col} = a(\tau_{\rm col})$. Зробивши деякі перепозначення та врахувавши (15), матимемо

$$\int\limits_0^{a_{\rm col}} \frac{\sqrt{a}\,da}{\sqrt{\Omega_\Lambda a^3 + \Omega_k a + \Omega_m}} = 2\int\limits_0^{x_{ta}} \frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{\Omega_\Lambda x^3 + \Omega_f x + \Omega_m}}, \quad (22)$$

де $\Omega_\Lambda = \Lambda/(3H_0^2)$, $\Omega_m = 8\pi G\overline{\rho}^0/(3H_0^2)$, $\Omega_k = -k/H_0^2$, $\Omega_f = -f/(H_0^2\chi^2(R))$, $x = r/\chi(R)$, $x_{ta} = r_{ta}/\chi(R)$.

Задаючи момент колапсу і використовуючи останню рівність, можна знайти величину Ω_f для збурення, що колапсує в момент $a_{\rm col}$. Підставмо (13) з урахуванням (16) та (15) в (7) і обмежмося величинами першого порядку малости:

$$\dot{a}^2 a\frac{d\delta_r}{da} + \left(\dot{a}^2 + \frac{4\pi G}{3}\overline{\rho}a^2 - \frac{\Lambda}{3}a^2\right)\delta_r = \frac{3}{2}\left(\frac{f}{\chi^2} - k\right).$$

Розглядаючи цю рівність лише при малих a, підставмо (20) в це рівняння і випишімо доданки при нульових степенях a:

$$\frac{20}{3}\pi G\overline{\rho}^0 \frac{\delta_r(a_i)}{D(a_i)} = \frac{3}{2}\left(\frac{f}{\chi^2} - k\right),$$

звідки

$$\frac{\delta_r(a_i)}{D(a_i)} = \frac{3(\Omega_k - \Omega_f)}{5\Omega_m}.$$

Отже, (19) матиме такий вигляд:

$$\delta_r^l(a) = \frac{3(\Omega_k - \Omega_f)}{5\Omega_m} D(a). \tag{23}$$

Отож, початкова амплітуда наростаючої моди збурень визначається різницею параметрів кривини фонового 3-простору Ω_k і локального в ділянці збурення Ω_f. Фіксуючи час колапсу $\tau_{\rm col}$ деяким довільним чином і визначаючи величину Ω_f з (22), згодом підставляючи її в (23), отримаємо, згідно з означенням, шукану величину δ_c

$$\delta_c(a_{\rm col}, a) = \frac{3(\Omega_k - \Omega_f(a_{col}))}{5\Omega_m} D(a), \tag{24}$$

тут $a_{\rm col}$ — масштабний фактор у момент колапсу, a — масштабний фактор у момент часу, на який, згідно з лінійним законом росту збурень, здійснюється перерахунок критичної амплітуди. Якщо $\Omega_k = 0$, при відповідних перепозначеннях наведена формула еквівалентна до аналогічної величини, отриманої в роботі [4]. Для найпростішого випадку $\Omega_m = 1$ та $\Omega_k = 0$ вона збігається з результатом праць [18,20], адже, як неважко показати, тут критична амплітуда матиме вигляд

$$\delta_c(a_{\rm col}, a) = \frac{3}{5}\left(\frac{3\pi}{2}\right)^{2/3} \frac{a}{a_{\rm col}} \simeq 1.68647 \frac{a}{a_{\rm col}}$$

і при $a = a_{\rm col}$ приймає канонічне значення.

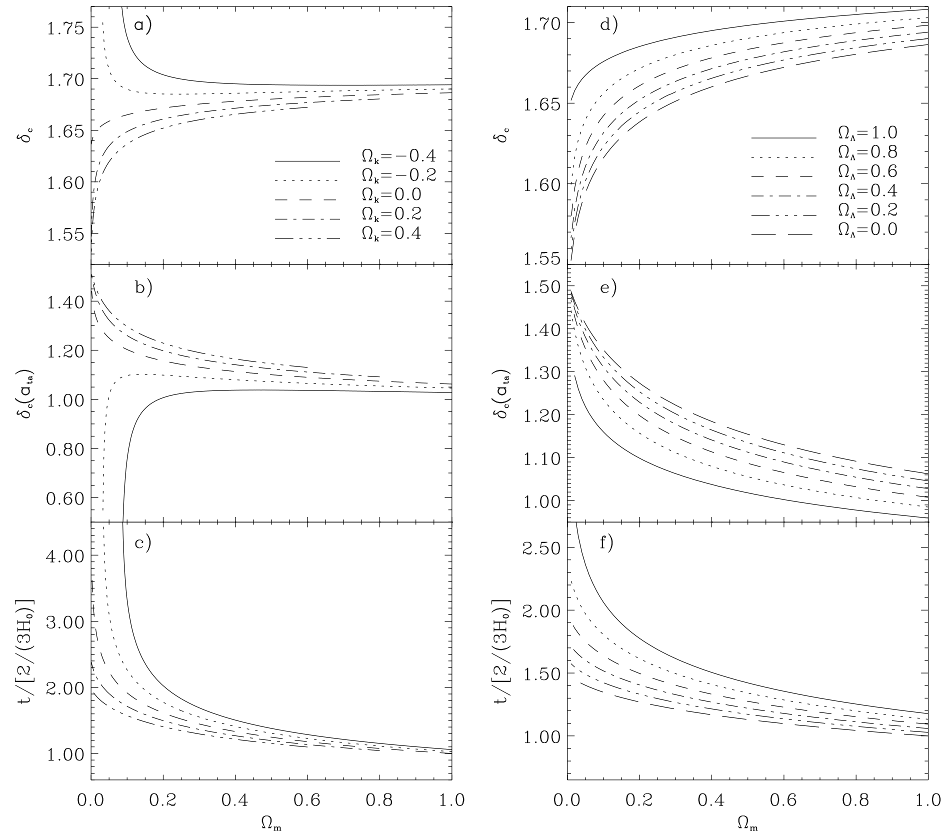

Рис. 1. Залежність найменшої амплітуди колапсуючого в сучасну епоху збурення δ_c, перерахованої на теперішній момент часу (a, d) та на момент зупинки розширення ділянці збурення (b, e), від умісту матерії Ω_m та при інших фіксованих космологічних параметрах Всесвіту. Нижче подано залежність віку Всесвіту для відповідних космологічних моделей в одиницях віку Всесвіту канонічної моделі з $\Omega_m = 1$ і $\Omega_k = \Omega_\Lambda = 0$ (c, f).

На рис. 1 наведені залежності δ_c від Ω_m для моделей з фіксованими значеннями кривини (a) і космологічної сталої (d). Для моделей зі скінченним та додатним значенням космологічної сталої для колапсу неоднорідности не достатньо, щоб локальна кривина ділянки збурення була додатною, оскільки космологічна стала протидіє сповільненню на стадії розширення неоднорідности. Локальна кривина $(f/\chi^2(R))$, потрібна для колапсу, в цьому випадку повинна бути більшою від деякої критичної величини, яка визначається з умови існування моменту зупинки ділянки збурення, де $\dot{r} = 0$. Найменшого екстремального значення величина $\dot{r}^2$ (і відповідно $\dot{r}$), згідно з (7), набере в момент, коли $r = r_{\rm extr} \equiv (\Omega_m/(2\Omega_\Lambda))^{1/3}$. У цьому випадку

$$\dot{r}^2_{\rm min} = \dot{r}^2(r_{\rm extr}) = 3(\Omega_m/2)^{2/3}\Omega_\Lambda^{1/3} + \Omega_f .$$

Для існування моменту зупинки необхідно, щоб $\dot{r}^2_{\rm min} \le 0$ (момент буде лише при умові, коли $\dot{r} = 0$). Це означає, що

$$\Omega_f \le -3(\Omega_m/2)^{2/3}\Omega_\Lambda^{1/3}.$$

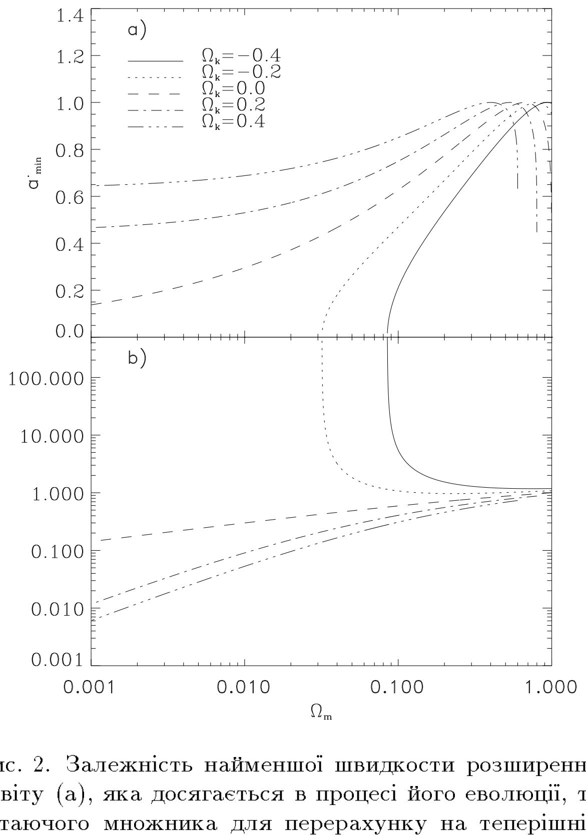

Рис. 2. Залежність найменшої швидкости розширення Всесвіту (a), яка досягається в процесі його еволюції, та зростаючого множника для перерахунку на теперішній момент часу (b) залежно від космологічних параметрів.

Як уже показано вище, початкова величина збурення визначається різницею кривини фону та локальної кривини ділянки збурення (див. (23)). Для моделей від'ємної кривини ($\Omega_k > 0$) початкове значення амплітуди неоднорідности, що колапсуватиме, завжди має бути більшим від певного критичного значення, оскільки ділянка колапсу мусить мати додатну кривину. Причому чим більший Ω_k, тим більше значення амплітуди збурення в момент зупинки його розширення, розрахованої в межах лінійної теорії (див. (24) та рис. 1b та e). Для моделей нульової кривини з відмінним від нуля значенням космологічної сталої скінченність локальної кривини в ділянці збурення, потрібної для колапсу, приводить до скінченних значень як початкової, так і розрахованої на момент a_{ta} амплітуди збурення. Серед фонових моделей з додатною кривиною ($\Omega_k < 0$) можна виділити моделі з суттєвим сповільненням розширення, для яких необхідна для колапсу амплітуда збурення може бути як завгодно малою (рис. 1b). Однак після перерахунку за лінійною теорією на теперішній момент часу (рис. 1a) початково мале збурення густини виростає до великих значень. Річ у тім, що в цих моделях є затяжний період, коли швидкість розширення фонової моделі близька до нуля, $\dot{a} \simeq 0$ (рис. 2a). Як і для ділянки збурення, для фону, згідно з (12), найменшого значення швидкість розширення досягає, коли $a = a_{\rm extr} = (\Omega_m/(2\Omega_\Lambda))^{1/3}$. І аналогічно

$$\dot{a}^2_{\rm min} = \dot{a}^2(a_{\rm extr}) = 3(\Omega_m/2)^{2/3}\Omega_\Lambda^{1/3} + \Omega_k .$$

На відміну від ділянки збурення, найменша швидкість розширення фонових моделей, у яких $\Omega_m < 2\Omega_\Lambda$ ($a_{\rm extr} < 1$), повинна бути більшою від нуля. У протилежному випадку ми спостерігали б зараз стаціонарну або колапсуючу модель Всесвіту. В момент найменшої швидкости розширення, як неважко показати, прискорення дорівнює нулеві. Близька до нуля швидкість розширення та її відносна незмінність у часі приводять до появи затяжного проміжку в розвитку Всесвіту, на якому значення масштабного фактора майже постійне. Згідно з (17), у цей період збурення ростуть за експоненційним законом

$$\delta \sim e^{\alpha\Delta\tau},$$

де $\alpha = \sqrt{4\pi G\overline{\rho}_0}\, a_{\rm extr}^{-3/2}$, а $\Delta\tau$ — тривалість суттєвого сповільнення розширення фону (в одиницях сталої Габбла). Чим ближчою до нуля буде найменша швидкість розширення (див рис. 2a), тим довшим буде цей період і більшим приріст амплітуди (див. рис. 2b). Характерний час цього періоду можна отримати на основі (12)

$$\Delta\tau \simeq \frac{a_{\rm extr}}{\dot{a}_{\rm min}}\epsilon,$$

де $\epsilon = \Delta a/a$ — допустима відносна зміна масштабного фактора. При скінченному малому ϵ та близькій до нуля величині $\dot{a}_{\rm min}$ час експоненційного росту збурень $\Delta\tau$ може приймати як завгодно великі значення. Відповідно, приріст амплітуди збурення за цей період теж великий. Таким чином, фонові моделі із суттєвим сповільненням розширення ґравітаційно нестійкі. Таким моделям для пояснення великомасштабної структури Всесвіту, можливо, достатньо було б лише теплових флюктуацій густини речовини.

У моделях з $\Omega_k \geq 0$ таке сповільнення є значно меншим, що приводить до зворотного співвідношення між $\delta_c(a_{\rm col})$ і $\delta_c(a_{ta})$: $\delta_c(a_{\rm col})/\delta_c(a_{ta})$ зменшується зі зменшенням Ω_m, Ω_k чи Ω_Λ. Особливості такої поведінки криються у зменшенні швидкости наростання збурень на кінцевій стадії їх колапсу внаслідок збільшення впливу космологічної сталої та від'ємної кривини Всесвіту (Рис. 3).

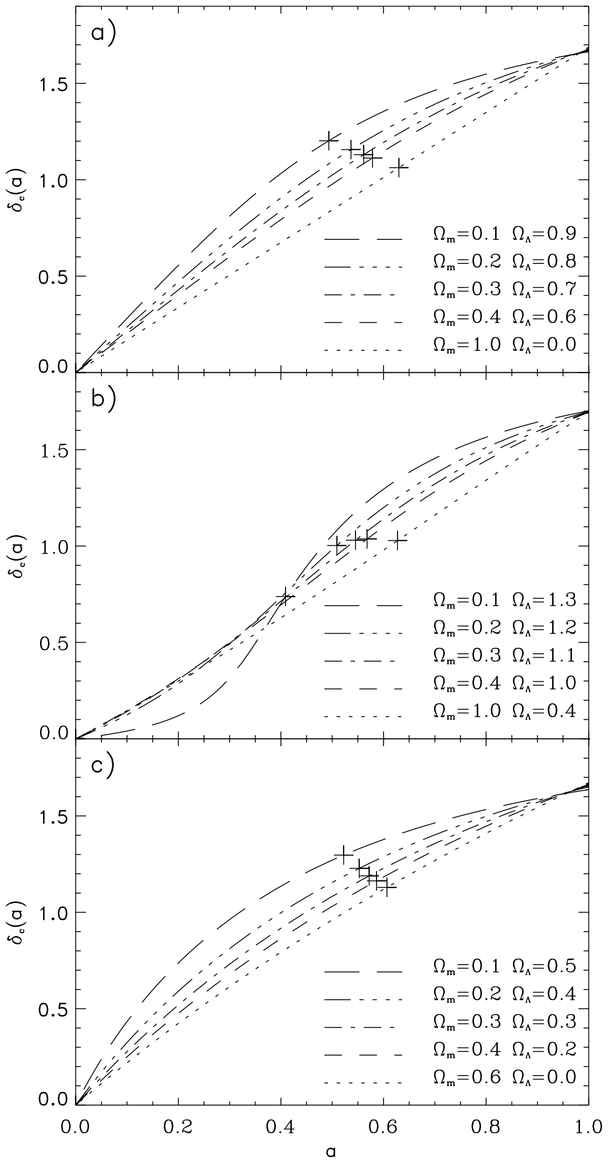

Рис. 3. Залежність амплітуди колапсуючого в сучасну епоху збурення δ_c від масштабного фактора, перерахованої за лінійною теорією для вибірки моделей з нульовою кривиною (a), для моделей з $\Omega_k = -0.4$ (b) та моделей з $\Omega_k = 0.4$ (c). Хрестиками позначено моменти зупинок розширення ділянки збурення для відповідних космологічних моделей.

Залежність критичної амплітуди $\delta_c \equiv \delta_c(z_{\rm col})$, перерахованої на момент колапсу, дає змогу оцінити зміну впливу космологічних параметрів на динаміку розвитку збурень упродовж еволюції Всесвіту (рис. 4а). Цілком зрозуміло, що вплив космологічної сталої зі збільшенням z зменшується, що власне і спостерігаємо на графіках.

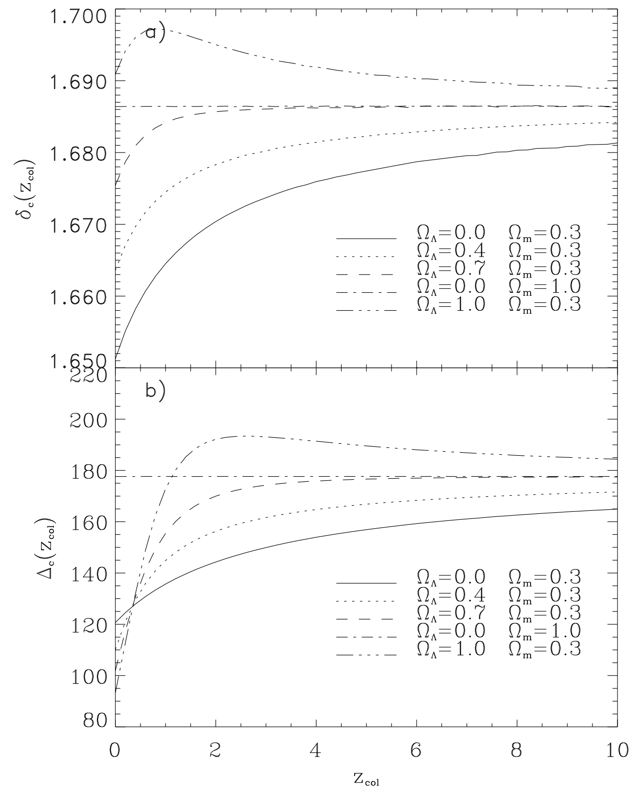

Рис. 4. Залежність перерахованої на момент колапсу за лінійною теорією найменшої амплітуди збурення δ_c (a) та відносної до критичної густини збурення, що сколапсувало Δ_c (b), від моменту колапсу $z_{\rm col}$ при різних значеннях параметрів матерії та космологічної сталої.

Залежність $\delta_c(a_{\rm col} = 1, a = 1)$ від Ω_m і Ω_Λ можна зобразити наближеною формулою:

$$\delta_c = A - B\ln(\Omega_m + C),$$

$$A = 1.687 + 0.021\Omega_\Lambda,$$
$$B = 0.01568(\Omega_\Lambda)^{1.774} - 0.03061,$$
$$C = 0.00195 - 0.01135\Omega_\Lambda + 0.00382(\Omega_\Lambda)^2.$$

Числові коефіцієнти знайдені методом найкращої підгонки. Точність апроксимації для різних параметрів моделі показано на рис. 5а.

Слід відзначити, що розрахована, згідно з (10), амплітуда збурення δ в момент колапсу безмежно велика. Насправді на кінцевому етапі колапсу хмари, внаслідок ближньої взаємодії частинок та за рахунок скінченного прицільного параметра, відбувається перозподіл енерґії з подальшим установленням рівноваги. На дуже малих масштабах потенціяльній силі протидіє близькодія, що визначається природою частинок хмари. На великих масштабах визначальну роль у формуванні стаціонарних структур відіграє баланс інерційної та ґравітаційної сил. Згідно з теоремою віріялу, для системи частинок у момент установлення рівноваги кінетична енерґія на одиницю маси дорівнює [19]

$$T = \frac{1}{2}\sum_i v_i^2 = \frac{1}{2}\sum_i \mathrm{r}_i \nabla_{\mathrm{r}_i} U.$$

У нашому випадку: $U = U_\Lambda + U_\rho = -\frac{\Lambda}{6}r^2 - \frac{F}{2r}$, тому

$$T = -\frac{\Lambda}{6}r^2 + \frac{1}{2}\frac{F}{2r} = U_\Lambda - \frac{1}{2}U_\rho.$$

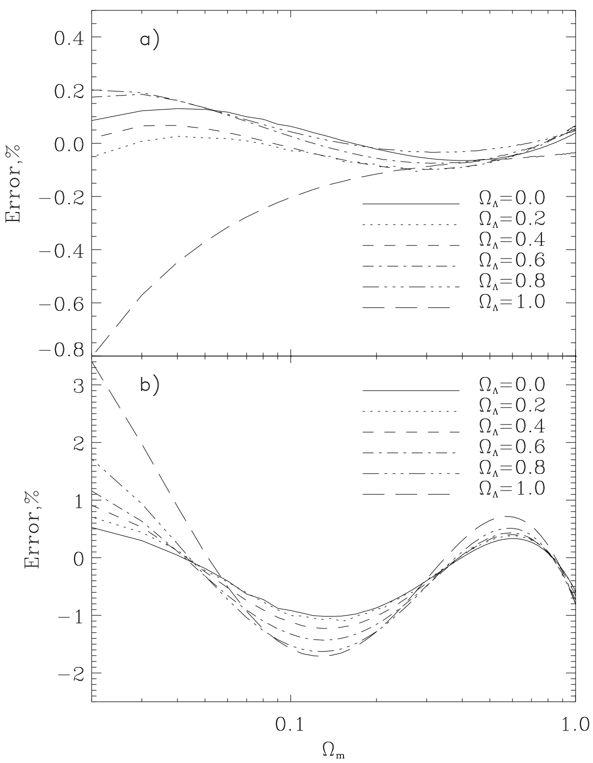

Рис. 5. Залежність відносної похибки аналітичної апроксимації величин δ_c (a) та Δ_c (b) від параметрів космологічної моделі.

Мить, коли настає ця рівність, називатимемо моментом віріялізації і позначатимемо індексом "vir". Використаємо закон збереження, записаний у формі:

$$T + U_\Lambda + U_\rho = U_{\Lambda,ta} + U_{\rho,ta}.$$

У момент віріялізації остання рівність матиме вигляд [19]

$$2U_{\Lambda,\mathrm{vir}} + \frac{1}{2}U_{\rho,\mathrm{vir}} = U_{\Lambda,ta} + U_{\rho,ta},$$

або

$$4\Omega_\Lambda x_{\mathrm{vir}}^3 + 2\Omega_f x_{\mathrm{vir}} + \Omega_m = 0,$$

де $x_{\mathrm{vir}} = r_{\mathrm{vir}}/\chi(R)$.

Тут доцільно ввести величину, що характеризувала б відносну до критичної густину в збуренні з урахуванням процесу віріялізації. Ця величина позначається так:

$$\Delta_c = \frac{\rho_{\mathrm{vir}}}{\rho_c}(a_{\mathrm{col}}) = \frac{\Omega_m H_0^2}{x_{\mathrm{vir}}^3 H^2(a_{\mathrm{col}})}.$$

Неважко показати, що для канонічної моделі $\Delta_c = 18\pi^2 \simeq 178$.

Залежність Δ_c від космологічних параметрів показана на рис. 6a та рис. 6b. Оскільки на масштабах стаціонарних скупчень галактик густина енерґії, що пов'язана з космологічною сталою, набагато менша від енерґії речовини, то на кінцеве значення радіуса r_{vir} вона суттєво не впливає. У цьому випадку можна з великою точністю вважати, що $r_{\mathrm{vir}} \simeq r_{ta}/2$. Таким чином, кінцева амплітуда звіріялізованого збурення визначатиметься масштабом зупинки розширення $x_{ta} \equiv r_{ta}/\chi(R)$. Зі зростанням відносної густини речовини Ω_m амплітуда збурення щодо неї росте майже пропорційно. Проте для моделей з малими значеннями Ω_m ця лінійність, унаслідок зростання ролі космологічної сталої, порушується (див. рис. 6a та рис. 6b).

Поведінку кінцевої амплітуди збурення Δ_c можна пояснити на основі аналізу впливу кожного з параметрів на його динаміку. Оскільки компонета речовини Ω_m сповільнює процес розширення, то з її збільшенням величина r_{ta} спадатиме (один із компонентів Ω_Λ чи Ω_k ми вважаємо фіксованим). Відповідно зростатиме й величина $\Delta_c(a_{\mathrm{col}} = 1) = \Omega_m/x_{\mathrm{vir}}^3$. Аналогічно, оскільки компонента Ω_Λ прискорює розширення, то r_{ta} зростатиме. Це приводитиме до падіння амплітуди Δ_c при фіксованому Ω_m або Ω_k. Як уже показано вище, відносна амплітуда збурення лінійно залежить від різниці кривин $\Omega_k - \Omega_f$. Параметр локальної кривини Ω_f для фіксованого моменту колапсу залежатиме від параметрів фонової моделі. Однак, унаслідок повільної зміни величини Ω_f від Ω_k при фіксованому Ω_m або Ω_Λ, зміна величини $\Omega_k - \Omega_f$ визначатиметься зміною параметра кривини фону Ω_k. Тому зі зростанням Ω_k зростатиме й амплітуда Δ_c. Указані закономірності залежности Δ_c від космологічних параметрів проілюстровано на графіках рис. 6a та рис. 6b.

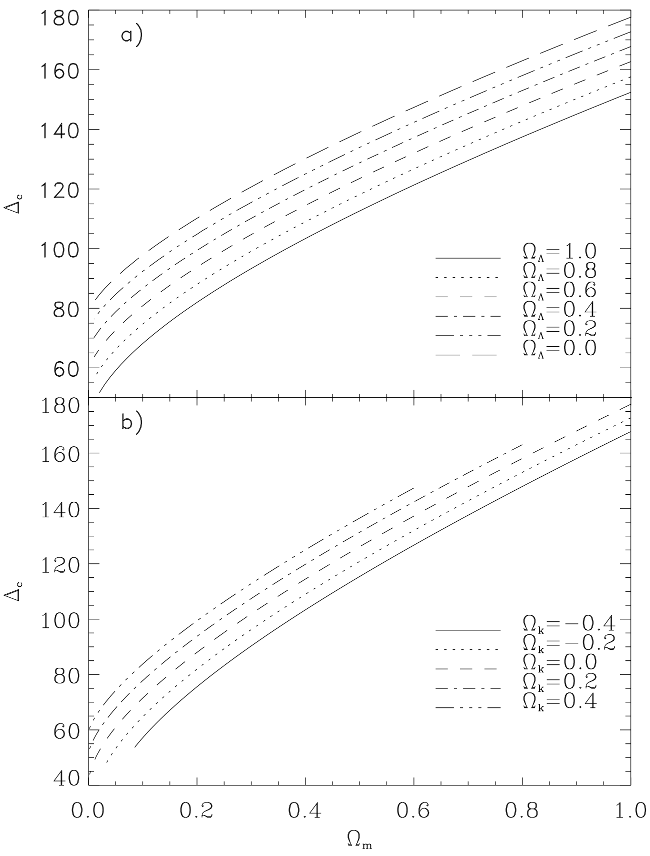

Рис. 6. Залежність відносної до критичної густини сколапсованого збурення від умісту матерії при різних фіксованих значеннях космологічної сталої (a) та кривини (b).

Як уже зазначалося, вплив Ω_Λ та Ω_k на динаміку розширення Всесвіту в ранню епоху зменшується. Це приводить до зменшення різниці величини Δ_c, визначеної у двох довільних моделях (див. рис. 4b). При переході до більш ранніх моментів часу величини δ_c та Δ_c прямуватимуть до своїх канонічних значень $3/5(3\pi/2)^{2/3} \simeq 1.686$ і $18\pi^2 \simeq 178$ відповідно (див. рис. 4a,b).

Аналітична апроксимація згадуваної величини має такий вигляд:

$$\Delta_c = \tilde{A} - \tilde{B}\ln(\Omega_m + \tilde{C}),$$

де

$$\tilde{A} = 110.89 - 12.91\Omega_\Lambda + 7.92(\Omega_\Lambda)^2 - 0.03/\Omega_m,$$
$$\tilde{B} = -113.28 + 6.84\Omega_\Lambda + 7.13(\Omega_\Lambda)^2,$$
$$\tilde{C} = 0.787 - 0.115\Omega_\Lambda - 0.093(\Omega_\Lambda)^2.$$

Числові коефіцієнти знайдені методом найкращої підгонки. Точність апроксимації для різних моделей показано на рис. 5b.

V. ФУНКЦІЯ МАС БАГАТИХ СКУПЧЕНЬ ГАЛАКТИК

Уважається, що багаті скупчення галактик утворилися у високих піках густини речовини (див., наприклад, [29]), які, як відомо, є майже сферичносиметричними [30,31]. Саме тому для опису цих утворень можна обмежитись моделлю сферичного колапсу. Однією з важливих характеристик великомасштабної структури Всесвіту на масштабах ~ 10 Мпк є функція мас, що визначає кількість ґравітаційно зв'язаних утворень, які мають маси, більші від заданої. У випадку сферично-симетричного колапсу для обрахунку цього розподілу зручно використовувати формалізм Преса–Шехтера. Вважається, що амплітуда початкових збурень ($\delta \ll 1$) розподілена згідно з нормальним законом

$$P(\delta, R, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma(R,\tau)} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2(R,\tau)}},$$

де

$$\sigma^2(R,\tau) = \langle\delta^2\rangle = \frac{1}{2\pi^2}\int d^3k\,|\delta_k|^2|W(kR)|^2.$$

Причому доля збурень, що зазнали колапсу, рівна (з урахуванням того, що всі збурення мають додатні амплітуди)

$$2F(R,\tau) = 2\int_{\delta_c}^{\infty} P(\delta,R,\tau)d\delta = 2\int_{\delta_c}^{\infty} \frac{d\delta}{\sqrt{2\pi}\,\sigma(R,\tau)} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma(R,\tau)^2}}.$$

Кількість сколапсованих об'єктів в одиниці об'єму, що мають маси у проміжку від M до $M+dM$, в припущенні малого dM, за Пресом–Шехтером, є [20,21]

$$n(M,\tau)dM = -2\frac{\overline{\rho}}{M}\frac{\partial F}{\partial R}\frac{dR}{dM}dM = -\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\overline{\rho}}{M}\frac{\delta_c}{\sigma^2(R,\tau)}\frac{d\sigma(R,\tau)}{dM}e^{-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2(R,\tau)}}dM. \quad (25)$$

Кількість сколапсованих об'єктів, маси яких є більші за задану M, дорівнює

$$N(>M)=\int_M^\infty n(M')\,dM'.$$

Залежність функції мас від космологічних параметрів проілюстровано на рис. 7a та рис. 7b. Для чисельного розрахунку використано спектр потужности з роботи [22], нормований згідно з [23]. Кружками зображено експериментальні дані, вертикальними лініями — похибки вимірювань [21,28]. Довгою штриховою лінією поблизу кожного графіка позначено аналогічну функцію мас з тією відмінністю, що, замість функціональної залежности $\delta_c\equiv\delta_c(\Omega_m,\Omega_\Lambda)$, для їх розрахунку використовувалось канонічне значення $\delta_c=1.686$. Як бачимо з рис. 7a–c, у логарифмічних масштабах різниця мала і залишається меншою від експериментальних похибок. При переході до лінійних масштабів вони виявляються більшими. На рис. 8 подано графіки відносних похибок функції мас для різних космологічних моделей з фіксованими значеннями Ω_Λ (a) і моделей з нульовою кривиною (b).

$$\mathrm{Error}=\frac{N(>M,\delta_c(\Omega_m,\Omega_\Lambda))-N(>M,\delta_c=1.686)}{N(>M,\delta_c(\Omega_m,\Omega_\Lambda))}\,100\%.$$

Як видно, відносна різниця значень концентрації багатих скупчень галактик, розрахованих у межах формалізму Преса–Шехтера з реальним і канонічним значеннями δ_c, значна, якщо взяти до уваги, що більшість спостережуваних даних є в межах $10\div20\%$. Для найближчої моделі нульової кривини з $\Omega_m=0.36$ та $\Omega_\Lambda=0.64$ (див. рис. 7b) відносна похибка в межах пропонованих мас скупчень змінюється від п'яти до двадцяти відсотків. Ця модель найкраща також за результатами інших тестів [24,25]. Для деяких інших моделей ця похибка може бути не меншою від кількох десятків процентів (рис. 8). Використавши (25), можна показати, що

$$\frac{\Delta n}{n}=\left|1-\frac{\delta_c^2}{\sigma^2}\right|\left|\frac{\Delta\delta_c}{\delta_c}\right|,$$

де $\Delta\delta_c$ — різниця між модельно залежною величиною δ_c та її канонічним значенням 1.686. Для $\sigma(M')\le 0.8$ і $|\Delta\delta_c/\delta_c|\sim 0.06$ величина $\Delta n/n$ (і відповідно Error) прийматиме значення $>20\%$. Це безумовно свідчить про доконечну потребу врахувати залежність критичної амплітуди від космологічних параметрів, якщо ми хочемо втримати похибки в межах 10%. Спостережувані дані з функції мас багатих скупчень галактик не суперечать можливій реалізації моделі з відмінною від нуля кривиною. Для прикладу, на рис. 8 проілюстровано найбільш узгоджену з експериментальними даними функцію мас для моделі з від'ємною кривиною $\Omega_k=0.1$. Тут також наведено теоретичні функції мас для еліптичного колапсу Чета–Тормена (ST) [26] і Лі–Шандаріна (LS) [27]. Як бачимо, теорія сферичного колапсу ліпше узгоджена з експериментальними даними, оскільки багаті скупчення галактик утворилися в максимумах піків густини, які мають переважно сферично-симетричну форму [30,31].

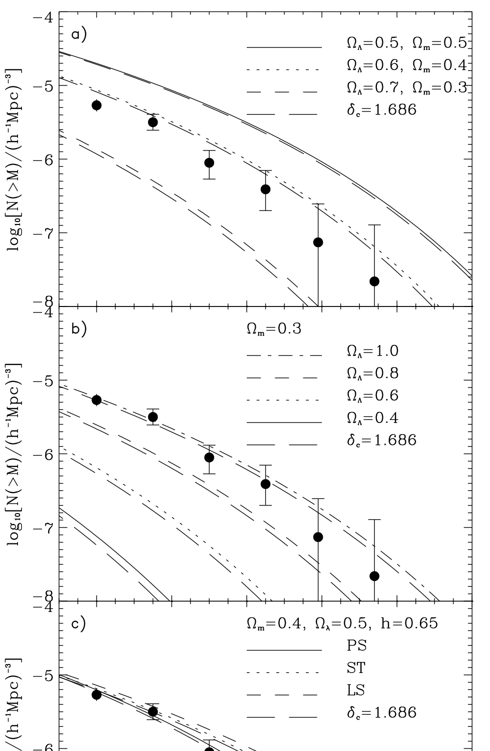

Рис. 7. Функція мас багатих скупчень галактик, порахована, згідно з формалізмом Преса–Шехтера, для моделей з нульовою кривиною (a), фіксованими значенями Ω_Λ (b), та найбільш придатна модель з $\Omega_k=0.1$ (c), порахована за моделями Преса–Шехтера (PS) [1], Чета–Тормена (ST) [27] і Лі–Шандаріна (LS) [28]. $h=0.65$.

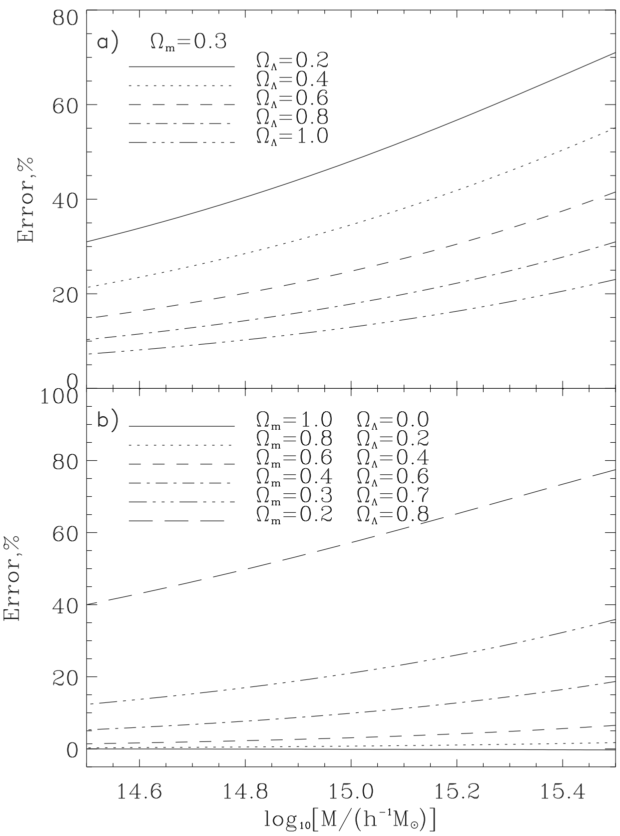

Рис. 8. Відносна різниця значень концентрації багатих скупчень галактик, розрахованих у межах формалізму Преса–Шехтера, що виникає між її розрахунками з реальним і канонічним значеннями δ_c при фіксованих значеннях Ω_Λ (a) та для моделей нульової кривини (b).

VI. ВИСНОВКИ

Ми проаналізували еволюцію сферично-симетричної пилоподібної хмари від ранньої лінійної стадії, коли відносна різниця густин фону і хмари $\delta \ll 1$, до пізньої нелінійної, коли наступає колапс, $\delta \to \infty$, у космологічних моделях з довільною кривиною 3-простору та додатним значенням космологічної сталої. Зручними параметрами для порівняння такої динаміки в різних космологічних моделях є порогове значення початкової амплітуди збурення густини хмари, доведене до сучасного моменту згідно з законом росту лінійних (малих) збурень у кожній моделі, — δ_c, та кінцевої після встановлення динамічної рівноваги, — Δ_c, які використовують у розрахунках функції мас та рентґенівської температури багатих скупчень галактик відповідно.

З аналітичних та числових результатів, поданих на графіках, випливає, що в моделях з від'ємною чи нульовою кривиною ($k \leq 0$) та додатною космологічною сталою ($\Lambda > 0$), незважаючи на необхідність більшої амплітуди початкового збурення, викликану меншою швидкістю росту, δ_c менша від її канонічного значення 1.686 ($k = \Lambda = 0$) внаслідок його тривалішого часу росту. Причому вона падає з ростом Ω_k та зменшенням Ω_m. Основним фізичним чинником, який пояснює таке зменшення δ_c, є сповільнення швидкости росту збурень у моделях з більшими значеннями Ω_k та Ω_Λ.

У моделях з додатною кривиною 3-простору δ_c може бути як меншим від канонічного значення, так і більшим. Причому, коли Ω_m прямує до деякого критично малого значення, критична амплітуда прямуватиме до нескінченности. Це відбувається тому, що для таких моделей є період повільного розширення фону, близький до його зупинки. Тоді збурення наростають дуже швидко, прямуючи до експоненційного закону в моделях із зупинкою. Такі моделі ґравітаційно нестійкі в тому сенсі, що навіть незначні амплітуди збурень приводять до їх колапсу.

Діяпазон зміни величини δ_c в ділянці параметрів $-0.4 \leq \Omega_k \leq 0.4$, $0 \leq \Omega_\Lambda \leq 1$ та $0.1 \leq \Omega_m \leq 1$ невеликий: $1.55 \leq \delta_c \leq 1.75$. Однак різниця значень концентрації багатих скупчень галактик, розрахованих у межах формалізму Преса–Шехтера з реальним і канонічним значеннями δ_c, для деяких моделей сягає кількох десятків відсотків. Ця різниця росте зі збільшенням маси скупчень.

Діяпазон значень величини Δ_c значно ширший: $60 \leq \Delta_c \leq 180$ (для того ж діяпазону значень космологічних параметрів Ω_k, Ω_Λ і Ω_m). Це приводить до відхилень при розрахунку рентґенівської температури газу на $\sim 40\%$ від величини, отриманої в канонічній моделі з $\Delta_c = 178$.

Експериментальні невизначеності функції мас і рентґенівської температури багатих скупчень галактик в околицях Молочного Шляху залишаються ще значно більшими від таких відхилень для моделей з $\Omega_m \sim 0.4$, $\Omega_\Lambda \sim 0.6$ і $\Omega_k \sim 0$ (див. [21] і поклики там). Проте з накопиченням даних сучасними глибокими оглядами неба (такими, як SDSS, 2dF GRS й іншими) і відповідно ростом точности спостережуваних даних отримані залежності δ_c і Δ_c від Ω_m і Ω_Λ треба буде враховувати, порівнюючи теоретичні передбачення зі спостережуваними величинами в задачах пошуку адекватних моделей Всесвіту.

Автори висловлюють щиру подяку канд. фіз.-мат. наук С. Апуневичеві і канд. фіз.-мат. наук Ю. Чорнієві за корисні обговорення результатів роботи. Б. Новосядлий вдячний співробітникам Астрономічної обсерваторії Яґелонського університету (м. Краків) за гостинність та проф. М. Островському і А. Вощині за корисні дискусії.

[1] W. H. Press, P. Schechter, Astrophys. J. **187**, 425 (1974).
[2] A. Cavaliere, S. Colafranchesco, R. Scaramella, Astrophys. J. **380**, 15 (1991).
[3] A. Blanchard, D. Valls-Gabaud, G. A. Mamon, Astron. Astrophys. **264**, 365 (1992).
[4] V.R. Eke, S. Cole, C. S. Frenk, Mon. Not. R. Astron. Soc. **282**, 266 (1996).
[5] P. Monaco, Mon. Not. R. Astron. Soc. **282**, 1096 (1997); ibid, **290**, 439.
[6] E. Audit, R. Teyssier, J. L. Alimi, Astron. Astrophys. **325**, 439 (1997).
[7] J. Lee, S. F. Shandarin, ApJ **500**, 14 (1998).
[8] R. Sheth, J. H. Mo, G. Tormen, Mon. Not. R. Astron. Soc. **307**, 203 (1999).
[9] E. Pierpaoli, D. Scott, M. White, Mon. Not. R. Astron. Soc. **325**, 77 (2001).
[10] A. Riess *et al.*, Astrophys. J. **116**, 1009 (1998).
[11] S. Perlmutter *et al.*, Nature **391**, 51 (1998).
[12] S. Perlmutter *et al.*, Astrophys. J. **517**, 565 (1999).
[13] E. L. Lokas, Y. Hoffman, idm. conf., 121L (2001).
[14] R. C. Tolmen, *Relativity thermodynamics and cosmology* (Clarendon Press, Oxford, 1969).
[15] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (Наука, Москва, 1973).
[16] J. A. Peacock, S. J. Dodds, Mon. Not. R. Astron. Soc. **267**, 1024 (1994).
[17] Ф. Д. Пиблс, *Структура Вселенной в больших масштабах* (Мир, Москва, 1983).
[18] Б. С. Новосядлый, Ю. Б. Чорний, Астрон. журн. **70**, 657 (1993).
[19] O. Lahav, P. B. Lilje, J. R. Primack, M. J. Rees, Mon. Not. R. Astron. Soc. **251**, 128 (1991).
[20] D. M. White, *Formation and Evolution of Galaxies. Lectures given at Les Hauches, August 1993*, astro-ph/9410043.
[21] N. Rahman, S. F. Shandarin, Astrophys. J. 550L, 121R (2001).
[22] D. J. Eisenstein, W. Hu, Astrophys. J. **511**, 5E (1999).
[23] E. F. Bunn, M. White, Astrophys. J. **480**, 6B (1997).
[24] R. Durrer, B. Novosyadlyj, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **324**, 560 (2001).
[25] R. Durrer, B. Novosyadlyj, S. Apunevych, Astrophys. J., 2002 (in press); astro-ph/0111594 (1994).
[26] R. K. Sheth, G. Tormen, Mon. Not. R. Astron. Soc. 308, 119 (1999).
[27] J. Lee, S. F. Shandarin, Astrophys. J. **517**, L5 (1999).
[28] M. Girardi, S. Borgani, G. Giuricin, F. Mardirossian, M. Mazzetti, Astrophys. J. **506**, 45G (1998).
[29] P. Rosati, S. Borgani, C. Norman, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **40**, 539 (2002).
[30] А. Г. Дорошкевич, Астрофизика **6**, 4, 581 (1970).
[31] J. M. Bardeen, J. R. Bond, N. Kaiser, A. S. Szalay, Astrophys. J. **304**, 15 (1986).

SPHERICAL COLLAPSE AND MASS FUNCTION OF RICH CLUSTERS IN MODELS WITH CURVATURE AND COSMOLOGICAL CONSTANT

Yu. Kulinich, B. Novosyadlyj
Astronomical Observatory of Ivan Franko National University of Lviv
8, Kyrylo i Mephodii Str., Lviv, 79005, Ukraine

We have analyzed the dependences of the threshold value of amplitude of linear density fluctuation collapsed at the current epoch, δ_c, and its overdensity after virialization, Δ_c, on matter density content, 3D curvature parameter and cosmological constant. It was shown that in models with negative or zero curvature ($k \le 0$) and positive cosmological constant ($\Lambda > 0$) despite smaller rate of perturbation growth, δ_c appears to be smaller than its canonical value 1.686 ($k = \Lambda = 0$) due to the longer duration of amplitude increase. However, in models with positive 3D curvature, δ_c can be larger when the matter density parameter is small. In this case critical amplitude δ_c approaches infinity when Ω_m converges to its small critical value. Though the range for the threshold values of perturbation amplitude is quite narrow, $1.55 \le \delta_c \le 1.75$ in the region of parameters $-0.4 \le \Omega_k \le 0.4$, $0 \le \Omega_\Lambda \le 1$, $0.1 \le \Omega_m \le 1$, the difference in the concentrations of rich clusters of galaxies (as calculated within the Press–Schechter formalism framework) with real and canonical values of δ_c reaches, and for some models exceeds, 30%. The range of changes for the overdensity after virialization, Δ_c, is considerably wider for the same region of parameters: $60 \le \Delta_c \le 180$. It results in the difference of up to $\sim 40\%$ between the X-ray temperatures of gas, as calculated for these values and for the canonical value of $\Delta_c = 178$. Also we have found analytical approximations of the dependences $\delta_c(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ and $\Delta_c(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ with their accuracies for the above-mentioned region of parameters being no worse than 0.2% and 1.7%, respectively.