ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 9, № 2 (2005) с. 112–117

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 9, No. 2 (2005) p. 112–117

ДО ЗАДАЧІ ТРЬОХ ВЗАЄМОДІЮЧИХ ЧАСТИНОК У КОНТИНУУМІ

В. К. Тартаковський, І. В. Козловський
Інститут теоретичної фізики ім. М. Боголюбова НАН України
вул. Метрологічна, 14 б, Київ, 03143, Україна

(Отримано 15 травня 2003 р.; в остаточному вигляді —25 жовтня 2004 р.)

Задачу трьох незв'язаних взаємодіючих частинок розглянуто в межах рівнянь Фаддєєва із залученням методу гіперсферичних гармонік. У першому наближенні розкладу за гіперсферичними гармоніками у сферичній системі відносних координат шестивимірного простору система рівнянь Фаддєєва зводиться до одного одновимірного рівняння.

Ключові слова: задача трьох частинок, рівняння Фаддєєва, метод гіперсферичних гармонік, парна короткодійна взаємодія, континуум.

PACS number(s): 21.45.+v

Докладне вивчення тричастинкових систем постійно й небезпідставно привертало підвищену увагу і є актуальним упродовж досить тривалого часу. Серед методів дослідження станів тричастинкових (трикластерних) систем вирізняються рівняння Фаддєєва та метод гіперсферичних гармонік, які від часу свого виникнення утвердили себе як високо ефективні й такі, що використовуються частіше за інші. Перший підхід — передусім завдяки вишуканій математичній коректності, другий — за рахунок відносної простоти та прозорости. Особливо ефективним метод гіперсферичних гармонік виявився для розв'язання задач про зв'язані стани систем декількох частинок (до речі, не тільки ядерних). Одначе, коли в системі наявний неперервний спектр, обидва підходи призводять до неабияких ускладнень. Розв'язання рівнянь Фаддєєва в цьому випадку виявляється переобтяженим більш ніж суттєвими обчислювальними труднощами [1], а в методі гіперсферичних гармонік у хвильовій функції виникають характерні синґулярності, внаслідок чого збіжність розкладу за гіперсферичними гармоніками катастрофічно погіршується.

Спробу поєднання двох згаданих підходів зроблено в нашій статті, яка являє собою органічне продовження й подальший розвиток праці [2], де цей метод був використаний для опису процесів розсіяння в системі трьох частинок, дві з яких перебувають у зв'язаному стані. А саме, тут пропонується метод розв'язання рівнянь Фаддєєва із залученням розвинення за гіперсферичними гармоніками для системи трьох незв'язаних частинок, що взаємодіють за допомогою короткодійних та інтенсивних (ядерних) потенціялів.

Отже, для знаходження хвильової функції системи трьох незв'язаних взаємодіючих частинок,

$$\Psi_{123} = \Phi_{123} + \Psi_{123}^{(1)} + \Psi_{123}^{(2)} + \Psi_{123}^{(3)}, \tag{1}$$

виходимо з точних рівнянь Фаддєєва, що описують інфінітний рух усіх трьох частинок, у вигляді [3,4]:

$$\begin{aligned}
\Psi_{123}^{(1)} &= \Phi_{1(23)} - \Phi_{123} + G_0(Z)T_{23}(Z)\left(\Psi_{123}^{(2)} + \Psi_{123}^{(3)}\right), \\
\Psi_{123}^{(2)} &= \Phi_{2(31)} - \Phi_{123} + G_0(Z)T_{31}(Z)\left(\Psi_{123}^{(3)} + \Psi_{123}^{(1)}\right), \\
\Psi_{123}^{(3)} &= \Phi_{3(12)} - \Phi_{123} + G_0(Z)T_{12}(Z)\left(\Psi_{123}^{(1)} + \Psi_{123}^{(2)}\right).
\end{aligned} \tag{2}$$

Тут Φ_{123} — асимптотична хвильова функція інфінітного руху трьох частинок, що в системі центра мас має вигляд $\Phi_{123} = \exp(i\mathbf{p}_1\boldsymbol{\rho}_1 + i\mathbf{k}_{23}\mathbf{r}_{23})$ і є інваріянтною стосовно заміни координат Якобі, а $\Phi_{i(jk)}$ відрізняються від Φ_{123} врахуванням взаємодії між частинками j та k, тобто $\Phi_{i(jk)} = \exp(i\mathbf{p}_i\boldsymbol{\rho}_i)\varphi_{\mathbf{k}_{jk}}(\mathbf{r}_{jk})$, де $\varphi_{\mathbf{k}_{jk}}(\mathbf{r}_{jk})$ — це розв'язок рівняння $(-\Delta_{jk}/2\mu_{jk} + V_{jk} - E_{jk})\varphi_{\mathbf{k}_{jk}}(\mathbf{r}_{jk}) = 0$ для додатних значень енерґії відносного руху $E_{jk} = k_{jk}^2/2\mu_{jk} > 0$, що на нескінченності має вигляд суми плоскої хвилі та розбіжної (або збіжної) сферичної хвилі. При цьому різниця $\Phi_{i(jk)} - \Phi_{123}$, як неважко переконатися, є розбіжною (або збіжною) хвилею для великих значень відносної координати r_{jk} між частинками j та k; $G_0(Z) = (Z - H_0)^{-1}$, де $Z = E \pm i0$, є оператором Ґріна системи при відсутності взаємодії. Використовуючи для двочастинкових операторів переходу T_{ij} операторні рівняння [3–5]

$$T_{ij}(Z) = V_{ij} + V_{ij} G_0(Z) T_{ij}(Z),$$

отримуємо для компонент $\Psi^{(i)}$ повної хвильової функції Ψ_{123} систему рівнянь, що містить у явному вигляді двочастинкові потенціяли V_{ij}:

$$\begin{aligned}
\Psi_{123}^{(1)} &= \Phi_{1(23)} - \Phi_{123} + G_0(Z) V_{23} \Big\{ \Psi_{123}^{(2)} + \Psi_{123}^{(3)} + \Psi_{123}^{(1)} - \Big[\Phi_{1(23)} - \Phi_{123} \Big] \Big\}, \\
\Psi_{123}^{(2)} &= \Phi_{2(31)} - \Phi_{123} + G_0(Z) V_{31} \Big\{ \Psi_{123}^{(3)} + \Psi_{123}^{(1)} + \Psi_{123}^{(2)} - \Big[\Phi_{2(31)} - \Phi_{123} \Big] \Big\}, \\
\Psi_{123}^{(3)} &= \Phi_{3(12)} - \Phi_{123} + G_0(Z) V_{12} \Big\{ \Psi_{123}^{(1)} + \Psi_{123}^{(2)} + \Psi_{123}^{(3)} - \Big[\Phi_{3(12)} - \Phi_{123} \Big] \Big\}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Зважуючи на короткодійність двочастинкових потенціялів, доданки в правих частинах (3), що містять потенціяли, доцільно розвинути в ряд за гіперсферичними гармоніками, тобто

$$\begin{aligned}
\Psi_{123}^{(1)} &= \Phi_{1(23)} - \Phi_{123} + \sum_{Kn} W_{Kn}^{(1)}(\rho) u_{Kn}(\Omega), \\
\Psi_{123}^{(2)} &= \Phi_{2(31)} - \Phi_{123} + \sum_{Kn} W_{Kn}^{(2)}(\rho) u_{Kn}(\Omega), \\
\Psi_{123}^{(3)} &= \Phi_{3(12)} - \Phi_{123} + \sum_{Kn} W_{Kn}^{(3)}(\rho) u_{Kn}(\Omega).
\end{aligned} \tag{4}$$

Схожу процедуру поєднання рівнянь Фаддєєва та методу гіперсферичних гармонік для дослідження трикластерних систем також застосовано в [6] з використанням гіперсферичного адіябатичного наближення. А саме, кожний з доданків $\Psi^{(i)}$ (а не тільки їхні частини, що містять потенціяли взаємодії) повної тричастинкової функції, що задовольняє рівняння Фаддєєва у диференціяльній формі, було розвинуто в ряд за повним набором так званих узагальнених кутових функцій $\Phi_\lambda^{(i)}(\rho, \Omega)$. Функції $\Phi_\lambda^{(i)}(\rho, \Omega)$ залежать від єдиної розмірної змінної ("ґлобального радіуса") ρ та п'яти кутових змінних Ω, що визначають орієнтацію шестивимірного вектора $\boldsymbol{\rho}$ сферичної системи координат у шестивимірному просторі і є власними функціями оператора $\hat{\lambda} = -\Delta_\Omega + (2m\rho^2/\hbar^2) \sum V_{ij}$. Δ_Ω — кутова частина шестивимірного оператора Лапласа, m — нормувальна маса, що виникає з означення ρ [6]. (Зазвичай, розглядаючи нуклонні системи, під m розуміють масу нуклона.) Якщо з оператора $\hat{\lambda}$ вилучити двочастинкові потенціяли V_{ij}, процедура розвинення буде тотожною класичному методу гіперсферичних гармонік [7] і функції $\Phi_\lambda^{(i)}$ залежатимуть тільки від кутових змінних Ω, тобто перетворюються у відомі гіперсферичні функції (K-гармоніки) $u_{Kn}(\Omega)$, що є власними функціями оператора Δ_Ω ,

$$\Delta_\Omega u_{Kn}(\Omega) = -K(K+4) u_{Kn}(\Omega), \tag{5}$$

і задовольняють умову нормування

$$\int d\Omega \, u_{Kn}^*(\Omega) u_{K'n'}(\Omega) = \delta_{KK'} \delta_{nn'}. \tag{6}$$

Тут квантове число K характеризує значення повного моменту в шестивимірному просторі, а n — сукупність усіх інших квантових чисел. Наявність в операторі $\hat{\lambda}$, окрім оператора Лапласа Δ_Ω, короткодійних потенціялів сприяє, на думку авторів [6], швидшій збіжності ряду

$$\Psi^{(i)}(\rho, \Omega) = \sum_\lambda f_\lambda(\rho) \Phi_\lambda^{(i)}(\rho, \Omega). \tag{7}$$

Процедура знаходження радіяльних функцій (коефіцієнтів) $f_\lambda(\rho)$ і повної тричастинкової хвильової функції досить складна і громіздка.

Щодо ідеї розвинення за K-гармоніками лише частини повної хвильової функції тричастинкової системи, що відповідає малим відстаням між всіма компонентами системи, слід зауважити, що вона була використана ще при побудові так званої інтерполяційної моделі ядра [8], а також у нещодавній праці [9] і походить від давньої ідеї поділу конфіґураційного простору на "внутрішню" та "зовнішню" ділянки.

Повернімось до розкладів (4) і виділімо в них першу гармоніку з $K = 0$:

$$\begin{aligned}
\Psi_{123}^{(1)} &= \Phi_{1(23)} - \Phi_{123} + W^{(1)}(\rho) \frac{1}{\sqrt{\pi^3}} + \Delta_1, \\
\Psi_{123}^{(2)} &= \Phi_{2(31)} - \Phi_{123} + W^{(2)}(\rho) \frac{1}{\sqrt{\pi^3}} + \Delta_2, \\
\Psi_{123}^{(3)} &= \Phi_{3(12)} - \Phi_{123} + W^{(3)}(\rho) \frac{1}{\sqrt{\pi^3}} + \Delta_3,
\end{aligned} \tag{8}$$

де Δ_i містять усі інші гармоніки з $K \neq 0$, а $W^{(i)}(\rho) \equiv W_{00}^{(i)}(\rho) (i = 1, 2, 3)$.

Якщо тепер розклади (8) підставити в рівняння (3) і проінтеґрувати за $d\Omega$, ураховуючи умову нормування функцій $u_{Kn}(\Omega)$ (6), отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned}
W^{(1)}(\rho) &= \int \frac{d\Omega}{\pi^3} G_0(Z) V_{23} [W^{(1)}(\rho) + W^{(2)}(\rho) + W^{(3)}(\rho) + \\
&\quad + \sqrt{\pi^3}(\Phi_{2(31)} - \Phi_{123} + \Phi_{3(12)} - \Phi_{123})] + \int \frac{d\Omega}{\sqrt{\pi^3}} G_0(Z) V_{23} (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3), \\
W^{(2)}(\rho) &= \int \frac{d\Omega}{\pi^3} G_0(Z) V_{31} [W^{(1)}(\rho) + W^{(2)}(\rho) + W^{(3)}(\rho) + \\
&\quad + \sqrt{\pi^3}(\Phi_{3(12)} - \Phi_{123} + \Phi_{1(23)} - \Phi_{123})] + \int \frac{d\Omega}{\sqrt{\pi^3}} G_0(Z) V_{31} (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3), \\
W^{(3)}(\rho) &= \int \frac{d\Omega}{\pi^3} G_0(Z) V_{12} [W^{(1)}(\rho) + W^{(2)}(\rho) + W^{(3)}(\rho) + \\
&\quad + \sqrt{\pi^3}(\Phi_{1(23)} - \Phi_{123} + \Phi_{2(31)} - \Phi_{123})] + \int \frac{d\Omega}{\sqrt{\pi^3}} G_0(Z) V_{12} (\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3).
\end{aligned} \tag{9}$$

Інтеґрали в правих частинах системи (9) запишемо формально так:

$$J(\rho) = \int d\Omega \, G_0(Z) \psi(\rho, \Omega) \tag{10}$$

і розвинемо $\psi(\rho, \Omega)$ за гіперсферичними гармоніками

$$\psi(\rho, \Omega) = \sum_{Kn} \psi_{Kn}(\rho) u_{Kn}(\Omega).$$

Нагадаємо, що оператор кінетичної енерґії у сферичній системі координат, що розглядається, має вигляд

$$H_0 = T_0 - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta_\Omega}{\rho^2}, \; T_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{\rho^5} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^5 \frac{\partial}{\partial \rho} \right). \tag{11}$$

Як показано в [2], у (10) можна, по-перше, частково продіяти оператором $G_0(Z) = (Z - H_0)^{-1}$ і, по-друге, поміняти місцями дію оператора $G_0(Z)$ та інтеґрування за $d\Omega$, тобто

$$J(\rho) = \int d\Omega \, (Z - H_0)^{-1} \psi(\rho, \Omega) = (Z - T_0)^{-1} F(\rho), \tag{12}$$

де

$$F(\rho) = \int d\Omega \, \psi(\rho, \Omega). \tag{13}$$

Обмежимось надалі врахуванням лише однієї гармоніки $K = 0$, а саме, знехтуємо в (9) величинами Δ_i. Тоді система рівнянь для коефіцієнтів $W^{(i)}(\rho)$ з використанням (9) та (12) набирає вигляду

$$\begin{aligned}
W^{(1)}(\rho) &= (Z - T_0)^{-1} [W^{(1)}(\rho) + W^{(2)}(\rho) + W^{(3)}(\rho) + \sqrt{\pi^3} \; \overline{(\Phi_{2(31)} - \Phi_{123} + \Phi_{3(12)} - \Phi_{123}) V_{23}}], \\
W^{(2)}(\rho) &= (Z - T_0)^{-1} [W^{(1)}(\rho) + W^{(2)}(\rho) + W^{(3)}(\rho) + \sqrt{\pi^3} \; \overline{(\Phi_{3(12)} - \Phi_{123} + \Phi_{1(23)} - \Phi_{123}) V_{31}}], \\
W^{(3)}(\rho) &= (Z - T_0)^{-1} [W^{(1)}(\rho) + W^{(2)}(\rho) + W^{(3)}(\rho) + \sqrt{\pi^3} \; \overline{(\Phi_{1(23)} - \Phi_{123} + \Phi_{2(31)} - \Phi_{123}) V_{12}}],
\end{aligned} \tag{14}$$

де введено позначення $\overline{A} \equiv \int \frac{d\Omega}{\pi^3} A$.

Використовуючи явний вигляд (11) радіальної частини оператора кінетичної енерґії T_0, можна показати (див. [2]), що власними функціями оператора T_0 є функції

$$\omega_q(\rho) = \frac{\sqrt{q}}{\rho^2} J_2(q\rho)$$

($\hbar^2 q^2/2m$ — власне значення оператора T_0, $J_2(q\rho)$ — функція Бесселя), які, завдяки умові ортогональності функцій Бесселя [10] $\int\limits_0^\infty dx\, x J_k(bx) J_k(b'x) = \frac{1}{b}\delta(b - b')$, задовольняють умови ортонормування та повноти

$$\int\limits_0^\infty d\rho\, \rho^5 \omega_q^*(\rho)\omega_\kappa(\rho) = \delta(q-\kappa),$$

$$\int\limits_0^\infty dq\, \omega_q^*(\rho)\omega_q(\rho') = \frac{1}{\rho^5}\delta(\rho-\rho'),$$

тобто утворюють повний набір, і тому розвинемо $F(\rho)$ з (13) за цими функціями

$$F(\rho) = \int\limits_0^\infty dq\, \omega_q(\rho) F_q. \tag{15}$$

Після підстановки розкладу (15) в (12) отримаємо

$$J(\rho) = \int\limits_0^\infty dq\, F_q \left(Z - \frac{\hbar^2 q^2}{2m}\right)^{-1} \omega_q(\rho). \tag{16}$$

Отже, завдяки розвиненню $\psi(\rho, \Omega)$ у швидкозбіжний ряд за гіперсферичними гармоніками, а також розкладу (15) за власними функціями $\omega_q(\rho)$ оператора T_0, частково, але досить суттєво виконана дія резольвенти $G_0(Z)$. Якщо тепер домножити співвідношення (15) на $\omega_q^*(\rho)$ і проінтеґрувати за $d\rho$, використовуючи умову ортонормування функцій $\omega_q(\rho)$, знайдемо обернене до (15) перетворення

$$F_q = \int\limits_0^\infty d\rho'\, \rho'^5 F(\rho')\omega_q^*(\rho'). \tag{17}$$

А з урахуванням умови повноти функцій $\omega_q(\rho)$ співвідношення (16) набирає вигляду

$$J(\rho) = \int\limits_0^\infty d\rho'\, \frac{\rho'^3}{\rho^2} F(\rho') \int\limits_0^\infty dq\, q \frac{J_2(q\rho')J_2(q\rho)}{Z - \hbar^2 q^2/2m}. \tag{18}$$

Інтеґрал за dq в (18) при $Z_\pm = (\hbar^2 k_0^2/2m) \pm i0$ (для дійсного k_0), де $E = \hbar^2 k_0^2/2m$ — повна енерґія системи, з використанням відповідного значення інтеґрала з [11] запишемо так:

$$\int\limits_0^\infty dq\, q \frac{J_2(q\rho')J_2(q\rho)}{Z_\pm - \hbar^2 q^2/2m} = \mp i \frac{\pi m}{\hbar^2} \Big\{ J_2(\rho(k_0 \pm i0)) H_2^{(1,2)}(\rho'(k_0 \pm i0))\Theta(\rho' - \rho)$$
$$+ J_2(\rho'(k_0 \pm i0)) H_2^{(1,2)}(\rho(k_0 \pm i0))\Theta(\rho - \rho') \Big\},$$

де $H_2^{(1,2)}$ — функції Ганкеля, $\Theta(x)$ — функція Гевісайда.

Отже, система рівнянь (14) нарешті набирає вигляду

$$\begin{aligned}
W^{(1)}(\rho) &= \frac{\pi m}{\hbar^2 \rho^2} \int\limits_0^\infty d\rho' \rho'^3 [(W^{(1)}(\rho') + W^{(2)}(\rho') + W^{(3)}(\rho'))\overline{V}_{23} \\
&+ \sqrt{\pi^3}\, \overline{(\Phi_{2(31)} - \Phi_{123} + \Phi_{3(12)} - \Phi_{123})V_{23}}] P_\pm(k_0, \rho, \rho'), \\
W^{(2)}(\rho) &= \frac{\pi m}{\hbar^2 \rho^2} \int\limits_0^\infty d\rho' \rho'^3 [(W^{(1)}(\rho') + W^{(2)}(\rho') + W^{(3)}(\rho'))\overline{V}_{31} \\
&+ \sqrt{\pi^3}\, \overline{(\Phi_{3(12)} - \Phi_{123} + \Phi_{1(23)} - \Phi_{123})V_{31}}] P_\pm(k_0, \rho, \rho'), \\
W^{(3)}(\rho) &= \frac{\pi m}{\hbar^2 \rho^2} \int\limits_0^\infty d\rho' \rho'^3 [(W^{(1)}(\rho') + W^{(2)}(\rho') + W^{(3)}(\rho'))\overline{V}_{12} \\
&+ \sqrt{\pi^3}\, \overline{(\Phi_{1(23)} - \Phi_{123} + \Phi_{2(31)} - \Phi_{123})V_{12}}] P_\pm(k_0, \rho, \rho'),
\end{aligned} \tag{19}$$

де

$$P_{\pm}(k_0,\rho,\rho') = \mp i\left[J_2(k_0\rho)H_2^{(1,2)}(k_0\rho')\Theta(\rho'-\rho) + J_2(k_0\rho')H_2^{(1,2)}(k_0\rho)\Theta(\rho-\rho')\right]. \tag{20}$$

Наявне тут інтеґрування за кутами частково можна виконати аналітично, так що будемо мати:

$$\overline{V}_{ij} = \frac{16}{\pi}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sin^2\theta\cos^2\theta V_{ij}(\alpha_{ij}\rho'\cos\theta), \tag{21}$$

$$\overline{\Phi_{123}V}_{ij} = \frac{16}{\pi\alpha_{ij}\beta_k k_{ij} p_k \rho'^2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\sin\theta\cos\theta V_{ij}(\alpha_{ij}\rho'\cos\theta)\sin(\alpha_{ij}k_{ij}\rho'\cos\theta)\sin(\beta_k p_k\rho'\sin\theta), \tag{22}$$

$$\overline{\Phi_{i(jk)}V}_{ij,ki} = \frac{1}{\pi^3}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\sin^2\theta\cos^2\theta\int\limits_0^{\pi} d\theta_x\sin\theta_x\varphi_{\mathbf{k}_{jk}}(\mathbf{r}_{jk})$$
$$\times\int\limits_0^{\pi} d\theta_y\sin\theta_y\int\limits_0^{2\pi} d\varphi_x\int\limits_0^{2\pi} d\varphi_y e^{i\beta_i p_i\rho'\sin\theta\cos\theta_{py}} V_{ij,ki}(|\mathbf{r}_{ij,ki}|), \tag{23}$$

$$|\mathbf{r}_{ij,ki}| = \rho'\sqrt{\frac{m}{m_j+m_k}\left(\frac{m_{k,j}}{m_{j,k}}\cos^2\theta + \frac{M}{m_i}\sin^2\theta \mp 2\sqrt{\frac{m_{k,j}M}{m_i m_{j,k}}}\sin\theta\cos\theta\cos\theta_{xy}\right)}, \tag{24}$$

$$\cos\theta_{xy} = \cos\theta_x\cos\theta_y + \sin\theta_x\sin\theta_y\cos(\varphi_x-\varphi_y), \quad \cos\theta_{py} = \cos\theta_p\cos\theta_y + \sin\theta_p\sin\theta_y\cos\varphi_y,$$

$$\alpha_{ij} = \sqrt{\frac{m(m_i+m_j)}{m_i m_j}}, \qquad \beta_i = \sqrt{\frac{mM}{m_i(m_j+m_k)}}, \tag{25}$$

m_i — маса i-частинки, $M = m_1+m_2+m_3$.

Неважко побачити, що в застосованому наближенні систему рівнянь (19) можна звести навіть до одного рівняння. Позначмо $W^{(1)}(\rho)+W^{(2)}(\rho)+W^{(3)}(\rho) \equiv W_{123}(\rho)$. Тоді остаточно маємо

$$W_{123}(\rho) = \frac{\pi m}{\hbar^2\rho^2}\int\limits_0^{\infty} d\rho'\rho'^3\left\{W_{123}(\rho')(\overline{V}_{23}+\overline{V}_{31}+\overline{V}_{12}) + \sqrt{\pi^3}[\overline{(\Phi_{2(31)}+\Phi_{3(12)})V}_{23} + \overline{(\Phi_{3(12)}+\Phi_{1(23)})V}_{31}\right.$$
$$\left. + \overline{(\Phi_{1(23)}+\Phi_{2(31)})V}_{12} - 2\overline{\Phi_{123}(V_{23}+V_{31}+V_{12})}]\right\}P_{\pm}(k_0,\rho,\rho'). \tag{26}$$

Підінтеґральні величини $\overline{V}_{ij}$, $\overline{\Phi_{123}V}_{ij}$, $\overline{\Phi_{i(jk)}V}_{ij,ki}$ в (26) залежать від ρ', згідно з (21)–(24). Це рівняння, звісно, набагато легше чисельно розв'язувати, ніж систему з трьох зв'язаних рівнянь (19), що спочатку було запропоновано в праці [2] для системи дейтрон–нуклон. Наостанку зауважимо, що отримане інтеґральне рівняння містить необхідні асимптотики і граничні умови, і, таким чином, зникає потреба накладати їх додатково.

Отже, одержане одновимірне інтеґральне рівняння (26) дає змогу в першому наближенні методу гіперсферичних гармонік обчислити чисельно хвильову функцію

$$\Psi_{123} = \Phi_{1(23)} + \Phi_{2(31)} + \Phi_{3(12)} - 2\Phi_{123} + \frac{1}{\sqrt{\pi^3}}W_{123} \tag{27}$$

системи трьох незв'язаних частинок у неперервному спектрі для інтенсивної короткодійної взаємодії.

[1] Э. Шмид, Х. Цигельман, *Проблема трех тел в квантовой механике* (Наука, Москва, 1979).
[2] А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский, И. В. Козловский, Изв. РАН, сер. физ. **67**, 129 (2003).
[3] Л. Д. Фаддеев, Журн. эксп. теор. физ. **39**, 1459 (1960).
[4] А. Г. Ситенко, В. Ф. Харченко, Усп. физ. наук **103**, 469 (1971).
[5] О. Г. Ситенко, В. К. Тартаковський, *Теорія ядра* (Либідь, Київ, 2000).
[6] E. Nielsen, D. V. Fedorov, A. S. Jensen, E. Garrido, Phys. Rep. **347**, 373 (2001).
[7] Ю. А. Симонов, Яд. физ. **3**, 630 (1966).
[8] А. И. Базь, препринт ИТФ–71–79Р (Киев, 1971).
[9] І. В. Козловський, О. М. Малярж, В. К. Тартаковський, Укр. фіз. журн. **46**, 415 (2001).
[10] Г. Корн, Т. Корн, *Справочник по математике* (Наука, Москва, 1968).
[11] И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов* (Наука, Москва, 1971).

TO THE PROBLEM OF THREE INTERACTING PARTICLES IN CONTINUUM

V. K. Tartakovsky, I. V. Kozlovsky
Bogolyubov Institute for Theoretical Physics,
National Academy of Sciences of Ukraine,
14b Metrologichna St., Kyiv, UA–03143, Ukraine,
e-mail: ntnritp@bitp.kiev.ua

The problem of three unbound interacting particles is considered in terms of Faddeev equations involving the hyperspherical harmonics method. In the first approximation of the expansion in hyperspherical harmonics in the spherical system of relative coordinates of the six-dimensional space, the Faddeev set of equations reduces to a single one-dimensional equation.