

КОСМОЛОГІЧНІ ОБМЕЖЕННЯ НА АМПЛІТУДУ РЕЛІКТОВИХ ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ

Б. Новосядлий, С. Апуневич

*Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка
вул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005*

(Отримано 7 лютого 2005 р.; в остаточному вигляді — 2 липня 2005 р.)

Проаналізовано розвиток амплітуди реліктових гравітаційних хвиль (РГХ), згенерованих у ранньому Всесвіті. Наведено аналітичну апроксимацію кутового спектра потужності флюктуацій температури реліктового електромагнетного випромінювання (РЕВ), зумовлених такими гравітаційними хвилями через ефект Сакса–Вольфа. Отримано оцінку найбільш імовірного значення цієї амплітуди на основі даних спостережень анізотропії температури реліктового електромагнетного випромінювання, одержаних в експериментах COBE, WMAP і BOOMERanG, та даних спостережень великомасштабної структури Всесвіту. Показано, що сукупність сучасних даних про великомасштабну структуру Всесвіту та РЕВ укаже на відсутність або малу амплітуду реліктових гравітаційних хвиль, так що на 95% рівні достовірності їх внесок у квадрупольну компоненту анізотропії температури реліктового випромінювання не перевищує 60% навіть при екстремально різкому ($n_t = -1$) спектрі потужності тензорних збурень. Для плоского спектра ($n_t = 0$) та моделей з $n_t \sim (n_s - 1)$ цей внесок не перевищує 18% на рівні достовірності 2σ .

Ключові слова: реліктові гравітаційні хвилі, реліктове електромагнетне випромінювання, великомасштабна структура Всесвіту.

PACS number(s): 04.50.+h, 04.20.Jb

І. ВСТУП

У певні моменти еволюції Всесвіту, внаслідок зміни його фізичних характеристик, деякі компоненти маси-енергії припиняли взаємодію з рештою середовища, поширюючись далі практично безперешкодно, і тому отримали назву “реліктів”. Реліктові (космологічні) гравітаційні хвилі, як найстаріший із реліктів, відіграють особливу роль у вивченні раннього Всесвіту. Пряме експериментальне детектування будь-якого гравітаційного випромінювання, а особливо космологічного, — справа майбутніх прецизійних експериментів. Але завдяки широкому обсягові зібраної інформації стосовно формування великомасштабної структури Всесвіту вже тепер непрямими статистичними методами можна встановити обмеження на характеристики первинних тензорних збурень метрики простору-часу, реліктових гравітаційних хвиль.

Упродовж останнього десятиліття швидкий поступ у техніці та методології експерименту, підвищення якості й інформативності космологічних спостережень виводять космологію на новий етап. Його початок ознаменований новим поколінням приладів для вимірювання флюктуацій температури мікрохвильового електромагнетного реліктового випромінювання: аеростатних експериментів (BOOMERanG [1], MAXIMA [2], Archeops [3]), наземних (наприклад, DASI [4]) та другим після COBE [5] супутниковим експериментом з вимірювання анізотропії температури реліктового випромінювання — Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP), який на початку 2003 року опублікував результати першого року спостережень усієї небесної сфери [6].

Успіхи у вимірюваннях реліктового випромінювання супроводжуються поступом у вивченні просторового розподілу скупчень галактик, галактик та квазарів — нещодавно опубліковані дані цифрових оглядів неба SDSS [7], 2dF GRS [8]. У 1998–1999 роках також виміряно прискорення розширення Всесвіту за болометричними відстанями до наднових типу Ia. Вони вперше незаперечно довели існування ще однієї компоненти енергії Всесвіту — темної енергії, найпростішим варіантом опису якої є космологічна стала Айнштейна.

Удосконалення статистичної якості космологічних спостережень (похибки зменшилися на порядок) наполегливо вимагає побудови самоузгодженої моделі, яка зможе пояснити всю сукупність накопичених даних. Для найпоширенішого типу інфляційних космологічних моделей, а саме такий розглядається тут, необхідно 13 параметрів, які можна розділити на 4 групи:

- Група параметрів, що визначають динаміку розширення фонові космологічної моделі: стала Габбла $H_0 = 100h$ км/(с · Мпк), що характеризує швидкість розширення Всесвіту, кривизна 3-простору K (часто використовують її зображення параметром $\Omega_k \equiv -K/H_0^2$), космологічна стала Айнштейна Λ ($\Omega_\Lambda = \Lambda/3H_0^2$), від значення якої залежить величина і знак прискорення розширення, та відносна густина матерії (світної й темної всіх видів) в одиницях критичної густини $\Omega_m = \rho_m/\rho_{cr}$. Одне з рівнянь Фрідмана в наведених позначеннях на сьогодні пов'язує їх таким рівнянням: $\Omega_k + \Omega_\Lambda + \Omega_m = 1$ (див. огляд [18]). Сучасні дані космологічних спостережень укажуть, що $\Omega_k \approx 0$.

- Група параметрів, що задають складові матерії, від яких залежить формування елементів великомасштабної структури на нелінійній стадії розвитку та анізотропія реліктового випромінювання: густина баріонів Ω_b , гарячої (нейтринної) складової темної матерії Ω_ν , холодної темної матерії (Cold Dark Matter) Ω_{cdm} . Густина енергії реліктового випромінювання відома зі спостережень — $\Omega_\gamma = 4.12 \times 10^{-5} h^{-2} (T_0/2.725\text{K})^4$ і сьогодні є нехтівно малою порівняно з іншими. Отже, $\Omega_m = \Omega_b + \Omega_\nu + \Omega_{\text{cdm}}$.
- Група параметрів, що визначають спектр первинних збурень метрики простору-часу: флюктуацій густини речовини (скалярні збурення) $P_s(k) = A_s k^{n_s}$ та тензорних збурень метрики простору-часу $P_t(k) = A_t k^{n_t}$. В інфляційному сценарії великомасштабна структура Всесвіту (галактики, скупчення галактик тощо) утворюється внаслідок зростання амплітуди первинних збурень через гравітаційну нестійкість. Збурення мають адіабатичний характер, а первинні збурення походять від квантових флюктуацій, які були розтягнуті до макроскопічних масштабів під час експоненціального розширення — інфляції.
- Група параметрів, що пов'язані з формуванням елементів великомасштабної структури: параметр, що характеризує реїонізацію міжгалактичного середовища на пізніх етапах еволюції внаслідок утворення перших об'єктів (імовірно перших зір) — оптична глибина τ_c , що створюється непрозорим для фотонів реїонізованим середовищем та параметр байсингу (зміщення) b_{cl} , який відображає зміщення між амплітудами кореляційної функції збурень густини речовини та кореляційної функції просторового розподілу скупчень галактик.

Із них незалежними є 11: h , Ω_m , Ω_Λ (або Ω_k), Ω_b , Ω_ν (або Ω_{cdm}), A_s , n_s , A_t , n_t , τ_c і b_{cl} . Саме така сукупність параметрів потрібна для побудови передбачень моделі, які порівнюються з даними спостережень структури Всесвіту від субгалактичних масштабів до масштабу горизонту частинки. Оскільки такі теоретичні передбачення залежать від космологічних параметрів суттєво нелінійно, то визначення оптимального значення навіть одного параметра можливе лише шляхом визначення всіх параметрів за допомогою числових методів оптимізації.

Загальна теорія відносності передбачає існування гравітаційних хвиль, явища поширення збурень гравітаційного поля (метрики простору-часу) у просторі. Слабкі гравітаційні хвилі, як і електромагнетні, є поперечними й поширюються у вакуумі зі швидкістю світла. Згідно з загальною теорією відносності, такі хвилі генеруються будь-якою фізичною системою з внутрішніми рухами, що не є сферично-симетричними. Низка астрофізичних систем — подвійні масивні зорі, нейтронні зорі або чорні діри в

зіткненнях, несиметричні вибухи Наднових — вважаються потенційними джерелами гравітаційних хвиль [9]. Однак поки що немає прямого експериментального підтвердження їх існування через малу інтенсивність і дуже слабку взаємодію з речовиною.

Для детектування гравітаційних хвиль від астрофізичних об'єктів необхідно розробити методику вимірювання відстані між пробними масами на рівні $\approx 10^{-21}$ частки від її величини. Наземні й космічні обсерваторії гравітаційних хвиль нового покоління, які будуються й будуть введені в дію ще в цьому десятилітті (LIGO, TAMA, VIRGO, GEO, LISA [10]), окрім розв'язання проблеми експериментального підтвердження існування гравітаційних хвиль, можливо, відкриють ще один інформаційний канал для вивчення астрофізичних явищ. Але чутливості навіть цих обсерваторій, очевидно, забракне для того, щоб зареєструвати гравітаційні хвилі, які згенеровані на ранніх етапах еволюції нашого Всесвіту.

Однак, як впливає з численних досліджень останніх років у галузі спостережувальної космології, такі первісні чи реліктові гравітаційні хвилі (РГХ) можна вивчати за їх впливом на електромагнетне мікрохвильове фонове випромінювання, яке реєструється і теж є продуктом фізичних процесів у ранньому Всесвіті. Космічний спеціалізований телескоп PLANCK [11], запуск якого запланований на 2006 рік, за кілька років спостережень мав би розвіяти сумніви щодо існування реліктового гравітаційного випромінювання й виміряти його інтенсивність, енергетичний розподіл та просторовий спектр потужності.

Деякі оцінки й обмеження на амплітуду реліктових гравітаційних хвиль можна отримати вже сьогодні. Саме цьому присвячена наша стаття. Для цього проаналізуємо внесок від тензорної моди у спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, побудуємо для нього аналітичну апроксимацію залежності від космологічних параметрів, яку використаємо для визначення внеску гравітаційних хвиль у результати вимірювань флюктуацій температури реліктового випромінювання в експерименті WMAP. Таку оцінку здійснимо шляхом порівняння з даними спостережень обчисленого спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання на великих кутових масштабах ($\geq 10^\circ$), зумовлених скалярною й тензорною модами. Амплітуда спектра потужності скалярної моди, в основному, визначатиметься характеристиками великомасштабної структури Всесвіту. У дослідженні скористаємось методикою аналізу функції найбільшої правдоподібності, яка дає змогу оцінити довірчі інтервали отриманих результатів.

II. ҐЕНЕРАЦІЯ РГХ У РАНЬОМУ ВСЕСВІТІ ТА ЇХНЯ ЕВОЛЮЦІЯ

Сам факт існування у Всесвіті реліктових гравітаційних хвиль впливає з доволі простих припущень, що опираються на чинність загальної теорії відносності й основних принципів квантової теорії поля. Су-

часна космологічна модель світу включає фазу експоненціального розширення на дуже ранніх етапах його еволюції — 10^{-35} – 10^{-10} секунд після Великого Вибуху. Згенеровані впродовж інфляції квантові флюктуації метрики простору-часу збільшилися до макроскопічних масштабів, їх наступне розширення та зростання амплітуди привели до формування великомасштабної структури Всесвіту та її елементів.

Згідно з класифікацією Ліфшица [12], малі збурення метрики простору-часу розкладаються на три моди, які розвиваються незалежно, — скалярну, векторну й тензорну. До формування великомасштабної структури спричиняється лише скалярна мода, оскільки вона пов'язана зі збуреннями густини й швидкості матерії. Тензорна мода — це слабкі гравітаційні хвилі, які поширюються від моменту генерації практично вільно, слабо взаємодіючи з речовиною і не зазнаючи змін форми спектра потужності.

Рівняння Айнштайна для еволюції амплітуди калібрувально-інваріантної величини тензорних збурень $H^{(T)}$ у Всесвіті, який розширюється, набирає вигляду рівняння згасаючих коливань:

$$\ddot{H}^{(T)} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{H}^{(T)} + (2K + k^2)H^{(T)} = 0, \quad (1)$$

де крапкою зверху позначена похідна за конформним часом η , що означається співвідношенням $c dt = a(\eta) d\eta$ і має фізичний зміст горизонту частинки в момент космологічного часу t , a — масштабний фактор, K — кривизна 3-простору, k — хвильове число фур'є-розкладу.

Фізичний зміст амплітуди $H^{(T)}$ впливає з означення збурень метрики та виділення тензорної складової. Тут застосовано традиційні означення для компонент метрики простору-часу:

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + a^2 h_{\mu\nu}, \quad \bar{g}_{00} = -a^2, \quad \bar{g}_{ij} = a^2 \gamma_{ij} \\ |h_{\mu\nu}| \ll 1, \quad (2)$$

де позначені рискою величини — це незбурені фонові величини (грецькі індекси пробігають значення 0, 1, 2, 3; латинські — 1, 2, 3). Малі збурення метрики математично зображуються як тензорне поле $h_{\mu\nu}$, задане в 4-просторі з фоновією метрикою $\bar{g}_{\mu\nu}$, так що всі тензорні операції над цим тензорним полем виконуються з використанням незбуреної метрики, $\bar{g}_{\mu\nu}$. Очевидно, що $h_{\mu\nu}$, як і $\bar{g}_{\mu\nu}$, є симетричним тензором 2-го рангу в 4-просторі і містить 10 незалежних компонент:

$$h_{00} \equiv -2A, \quad h_{0i} \equiv -B_i, \quad h_{ij} \equiv 2H_{ij}. \quad (3)$$

Щоб знайти співвідношення між фізичними й координатними ступенями вільності, зручно розщепити компоненти тензора за модами — скалярною, векторною та тензорною, як це було запропоновано вперше у статті Ліфшица 1946 року [12]. Суть цього розщеплення полягає в такому: будь-яке 3-векторне чи

3-тензорне поле можна зобразити як суму поздовжньої (англ. *longitudinal*), поперечної (англ. *transverse*) складових чи їх комбінацій за кожним із індексів. У розкладі на плоскі хвилі поздовжня складова паралельна до хвильового вектора, а поперечна — перпендикулярна. Поздовжню складову можна зобразити градієнтом відповідної скалярної функції, тоді як поперечна є вихровим вектором, який не можна отримати шляхом коваріантного диференціювання скалярної функції. Ці складові незалежні й у лінійній теорії збурень не впливають на розвиток одна одної.

Для тензора 2-го рангу $H_{ij}(\mathbf{x})$ такий розклад має вигляд:

$$H_{ij} = H_{ij}^{(LL)} + H_{ij}^{(LT)} + H_{ij}^{(TT)}, \quad (4)$$

де перші два доданки пов'язані тільки зі скалярною та векторною модами. Останній є вихровим безслідовим тензорним полем з нульовою дивергенцією: $\gamma^{jk}\nabla_k H_{ij}^{(TT)} = 0$ (значком ∇_j позначено коваріантні похідні за просторовими координатами). Його залежність від просторових координат запишемо у вигляді розкладу за ортогональними тензорними функціями, які є розв'язком узагальненого тензорного рівняння Гельмгольца $\Delta Y_{ij}^{(TT)} = -k^2 Y_{ij}^{(TT)}$, де $Y_{ij}^{(TT)}$ — симетричний поперечний безслідовий тензор, для якого $Y_j^{(TT)j} = \nabla^i Y_{ij}^{(TT)} = 0$:

$$H_{ij}^{(TT)} = H^{(T)}(\eta) Y_{ij}^{(T)}(x^k). \quad (5)$$

Загальним розв'язком рівняння (1) для радіаційно-домінованої епохи є

$$H^{(T)} = C_1^{(T)} \frac{\sin x}{x} + C_2^{(T)} \frac{\cos x}{x}, \quad (6)$$

а для післярекомбінаційної пилоподібної епохи

$$H^{(T)} = \tilde{C}_1^{(T)} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3} + \tilde{C}_2^{(T)} \frac{x \sin x + \cos x}{x}, \quad (7)$$

де $x = \eta\sqrt{2K + k^2}$, а $C_1^{(T)}$, $C_2^{(T)}$, $\tilde{C}_1^{(T)}$ і $\tilde{C}_2^{(T)}$ — константи інтегрування. У ранню епоху, коли $x \ll 1$, розв'язки (6) набувають асимптотичної форми: $H^{(T)} \approx C_1^{(T)} + C_2^{(T)} x^{-1}$. Тобто, як і в скалярній моді збурень, є два розв'язки — регулярний при $\eta \rightarrow 0$ (константа інтегрування $C_1^{(T)}$) і нерегулярний, або розбіжний, при $\eta \rightarrow 0$ (константа інтегрування $C_2^{(T)}$). Регулярність — це вимога виконання припущення про однорідність та ізотропність Всесвіту у великих масштабах та метрики (2) в основному порядку в епоху генерації збурень. З цього випливає, що $C_2^{(T)} \ll \eta_{\text{gen}} \ll 1$, де η_{gen} — епоха генерації космологічних збурень. У той час обмеження на значення першої константи інтегрування значно слабші: $C_1^{(T)} \ll 1$. Звідси випливає, що другий розв'язок у (6) можна опустити з аналізу, оскільки для

$\eta \gg \eta_{\text{gen}}$ він стає нехтівно малим порівняно з першим розв'язком. Другий розв'язок у (7) при $x \rightarrow 0$ теж розбіжний, але оскільки гравітаційна хвиля масштабу сучасного горизонту частинки ($k \sim 0.001 h/\text{Мпк}$) на момент рекомбінації мала $x \sim 0.2$, то його можна використати для “зшивання” розв'язків на межі двох епох.

У плоскому 3-просторі ($K = 0$) роль власної відіграє функція:

$$Y_{ij}^{(T)} = P_{ij} e^{\pm ikr}, \quad (8)$$

де P_{ij} — поляризаційний тензор із згаданими тензорними властивостями. Підставляючи тригонометричні функції в розв'язках для амплітуди (6)–(7) в експоненціальній формі та функції просторового розкладу у вигляді (8) у рівняння (5), отримаємо плоскі хвилі зі спадною в часі амплітудою та поляризацією, яка представляється тензором 2-го рангу P_{ij} . Якщо плоска хвиля поширюється вздовж осі x — $Y_{ij}^{(T)} = P_{ij} e^{\pm ikx}$, то матимемо такі компоненти метричного тензора, які пов'язані з тензорними збуреннями: $H_{22}^{(TT)} = -H_{33}^{(TT)}$, $H_{23}^{(TT)} = H_{32}^{(TT)}$.

На пізніх етапах еволюції Всесвіту, коли $\eta \rightarrow \infty$, $H^{(T)} \approx \tilde{C}_1^{(T)} \frac{\cos x}{x^2}$ у Всесвіті з пилоподібною матерією та $H^{(T)} \approx \tilde{C}_1^{(T)} e^{-H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda t}} \cos(ckt)$ в моделі з матерією й космологічною сталою. Отже, космологічні тензорні збурення на пізніх етапах еволюції, коли довжина хвилі значно менша від горизонту частинки, — це слабкі гравітаційні хвилі зі згасаючою амплітудою.

III. СПОСТЕРЕЖУВАНІ ПРОЯВИ: $\Delta T/T$ І ПОЛЯРИЗАЦІЯ РЕЛІКТОВОГО ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Реліктові гравітаційні хвилі поширюються практично вільно, але існують фізичні ефекти, завдяки яким вони таки залишають “слід” і можуть виявити свою присутність у Всесвіті. Це ефект Сакса–Вольфа [13], або гравітаційне зміщення довжини хвилі реліктового електромагнетного випромінювання (РЕВ), яке поширюється в нестационарному середовищі. Також реліктові гравітаційні хвилі залишили свій відбиток у поляризаційній картині електромагнетного мікрохвильового фонового випромінювання, спричинивши його специфічну (“завиткову”) поляризацію. Оцінки внеску реліктових гравітаційних хвиль у кутовий спектр потужності флюктуацій температури електромагнетного реліктового випромінювання, отримані на основі даних космічного телескопа WMAP у 2003 році [14], зроблено в кількох роботах [15–17]. Для вимірювання поляризації, спричиненої реліктовими гравітаційними хвилями, необхідно ще на порядок підвищити точність вимірювань температури мікрохвильового фону.

Ефект Сакса–Вольфа зумовлює флюктуації температури реліктового випромінювання зі складовими,

які визначаються калібрувально-інваріантною величиною амплітуди тензорної моди збурень:

$$\left(\frac{\Delta T(\mathbf{n})}{T} \right)^{(T)} = \int_{\text{Earth}}^{\text{LSS}} \dot{H}_{ij}^{(T)}(\eta, \mathbf{x}(\eta)) n^i n^j d\lambda, \quad (9)$$

де λ — афінний параметр уздовж геодезійної лінії, яка починається на Землі й закінчується на сфері останнього розсіювання реліктового випромінювання (LSS), \mathbf{n} — тангенціальний вектор до неї.

Кутова 2-точкова кореляційна функція таких флюктуацій у розкладі за поліномами Лежандра має вигляд:

$$\left\langle \frac{\Delta T}{T}(\mathbf{n}) \cdot \frac{\Delta T}{T}(\mathbf{n}') \right\rangle_{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') = \cos \theta} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) C_{\ell}^{(T)} P_{\ell}(\cos \theta), \quad (10)$$

де коефіцієнти $C_{\ell}^{(T)}$ обчислюються 2-кратним інтегруванням за k і η добутку $\dot{H}_{ij}^{(T)}(k, \eta) \dot{H}_{ij}^{*(T)}(k, \eta)$ у досить громіздкій комбінації зі сферичними функціями Бесселя $(\ell - 2) \div (\ell + 2)$ порядків (точний вираз див. [18]). Кутовий спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання $\ell(\ell + 1) C_{\ell}^{(T)} / (2\pi)$, зумовлений тензорною модою, визначається двома параметрами її просторового спектра потужності — амплітудою A_t і нахилом n_t , та залежить від параметрів Ω_{Λ} та $\Omega_0 \equiv \Omega_m + \Omega_{\Lambda}$ через геометрію при розкладі за сферичними чи ультрасферичними функціями. Щоб пришвидшити обчислення внеску тензорної моди у спектр флюктуацій температури реліктового випромінювання, ми побудували його аналітичну апроксимацію для мультиполів $2 \leq \ell \leq 20$ виду

$$\ell(\ell + 1) C_{\ell}^{(T)} = \frac{A(n_t, \Omega_0)}{l + b(n_t, \Omega_0)} \cdot K_{\ell}(\Omega_{\Lambda}) \times \exp(-B(n_t, \Omega_0) \cdot \ell^2 + D(n_t, \Omega_0) \cdot \ell). \quad (11)$$

На нижчих гармоніках вона втрачає фізичний зміст, оскільки монополь і диполь відсутні в розкладі тензорної моди за сферичними гармоніками (див. формули A-15, A-16 статті [18]), і з точністю кілька відсотків відтворює спектр у діапазоні гармонік $2 \leq \ell \leq 20$. Така аналітична апроксимація є оптимальною за числом вільних параметрів, які визначаються методом підгонки за сіткою числових розрахунків спектра, розрахованій за допомогою загальнодоступної програми SMBFast [19]. Вона забезпечує точність апроксимації $\ell(\ell + 1) C_{\ell}$ краю за 5% у заданому діапазоні космологічних параметрів: $-1 \leq n_t \leq 1$, $0.0 \leq \Omega_{\Lambda} \leq 0.8$, $0.2 \leq \Omega_0 \leq 1.2$. Значення коефіцієнтів $A(n_t, \Omega_0)$, $b(n_t, \Omega_0)$, $B(n_t, \Omega_0)$, $D(n_t, \Omega_0)$ і $K_{\ell}(\Omega_{\Lambda})$ обчислено методом мінімізації χ^2 Левенберга–Марквардта для сітки моделей. Через громіздкість їх залежності від па-

раметрів n_t , Ω_m і Ω_Λ вирази для коефіцієнтів винесено в Додаток А.

На рис. 1 показано спектр потужності флюктуацій температури реліктового електромагнетного випромінювання, зумовлених скалярною й тензорною модами, обчислених програмою CMBFast та нашою аналітичною формулою для тензорної (вираз (11)) мод збурень. Форма спектра в обох модах спричинена зміною швидкості розширення фону й еволюцією амплітуди збурення до і після його входження в горизонт частинки на момент космологічної рекомбінації. Як бачимо, реліктові гравітаційні хвилі з $n_t \sim 0$ дають внесок в анізотропію температури реліктового випромінювання на великих кутових масштабах. На цих же кутових масштабах анізотропію реліктового випромінювання зумовлює скалярна мода збурень че-

рез ефекти гравітаційного червоного зміщення, Доплера (разом їх називають ефектом Сакса–Вольфа) та адіабатичний, пов'язаний із малими згущеннями та розрідженнями плазми, на якій востаннє розсіялись кванти реліктового електромагнетного випромінювання. Аналітичні апроксимації для них наведено в нашій праці [20]. Спостережуваний спектр потужності — це сума внесків обох мод, скалярної (S) і тензорної (T): $C_\ell = C_\ell^{(S)} + C_\ell^{(T)}$. Якщо внесок скалярної моди розрахувати на основі її спектра збурень густини $P^{(S)}(k) = A_s k^{n_s}$ з A_s і n_s , визначеними на основі даних про великомасштабну структуру Всесвіту, то шляхом зіставлення спостережуваного й обчисленого спектрів потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання можна оцінити амплітуду A_t і спектральний індекс n_t тензорної моди.

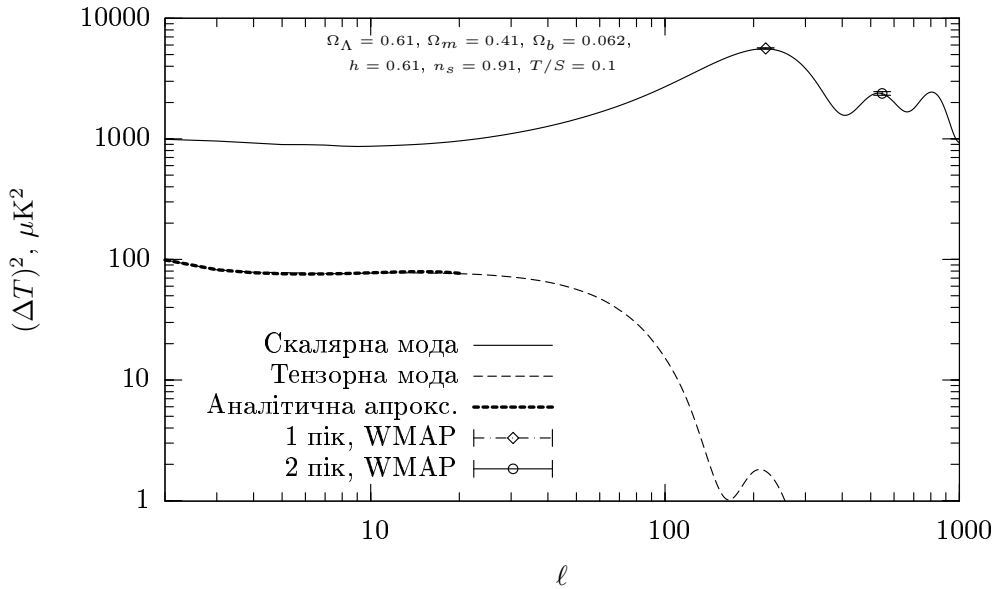


Рис. 1. Спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання, зумовлених скалярною й тензорною модами, у розкладі за сферичними гармоніками, $(\Delta T)^2 = T_{\text{РЕВ}}^2 \frac{\ell(\ell+1)C_\ell}{2\pi}$, $T_{\text{РЕВ}} = 2.725 \pm 0.002$ K[6].

IV. МЕТОД ОТРИМАННЯ ОБМЕЖЕНЬ НА АМПЛІТУДУ ТЕНЗОРНОЇ МОДИ

Фізичні параметри тензорної моди космологічних збурень метрики простору-часу можна визначити на основі спостережуваних даних про:

- амплітуду й нахил спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання у великих кутових масштабах ($\sim 10^\circ - 90^\circ$ або у розкладі за поліномами Лежандра сферичні гармоніки від $\ell = 2$ до 22);
- амплітуду й нахил спектра потужності первісних флюктуацій густини речовини, пов'язаних зі скалярною модою збурень;
- поляризацію реліктового електромагнетного ви-

промінювання, зумовлену тензорною модою збурень у момент космологічної рекомбінації.

На сьогодні оцінку рівня інтенсивності реліктових гравітаційних хвиль можна здійснити на основі лише перших двох класів експериментальних даних. Амплітуду й нахил спектра потужності скалярної моди збурень слід установлювати на основі сукупності даних про структуру Всесвіту в усіх масштабах — від субгалактичного до сучасного горизонту частинки ($10^{-3} - 10^4$ Мпк). Це пов'язано з тим, що амплітуда й нахил спектра в найдоступніших для спостережень масштабах залежить від значень усіх параметрів космологічної моделі.

Отже, нехай у розпорядженні є N вимірних значень характеристик великомасштабної структури, на їх основі шукаємо значення n космологічних параметрів. Припускаємо, що розподіл імовірності збурень за

амплітудами і статистика експериментальних даних є гауссівськими за характером і всі спостережувані дані взаємно незалежні. Покладаємо Ω_Λ і Ω_m вільними параметрами, $\Omega_k = 1 - \Omega_\Lambda - \Omega_m$. Для визначення найоптимальніших значень 11-и космологічних параметрів ($h, \Omega_m, \Omega_\Lambda, \Omega_\nu, \Omega_b, A_s, n_s, A_t, n_t, \tau_c$ і b_{cl}) ми використали метод Левенберґа–Марквардта [21] для мінімізації функції

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\tilde{y}_j - y_j}{\Delta \tilde{y}_j} \right)^2, \quad (12)$$

де \tilde{y}_j — виміряне значення j -ої характеристики структури, y_j — її теоретичне передбачення, $\Delta \tilde{y}_j$ — статистична похибка виміряного значення (докладніше див. [20–26]).

Надалі, як і в попередніх працях, замість розмірної величини амплітуди скалярної моди A_s ми будемо використовувати безрозмірну величину δ_h , яка дорівнює середньоквадратичній величині флюктуації густини речовини в масштабі сучасного горизонту частинки. Обидві ці величини пов’язані очевидним співвідношенням: $A_s = 2\pi^2 \delta_h^2 (3000 \text{ Мпк}/h)^{3+n_s}$.

Отримані так значення космологічних параметрів, однак, не викликають великої зацікавленості, якщо не вказана їхня точність або не знайдені межі довірчих інтервалів. Розроблено кілька поширених способів їх оцінки [21, 27, 28], що базуються на інтегруванні функції правдоподібності. Однак у параметричних просторах великої розмірності (≥ 6) такі методики реалізуються лише на швидкодійних обчислювальних системах рангу суперкомп’ютера. У працях [20, 22–26] запропоновано “економні” методи маргіналізації, які не вимагають інтегрування функції правдоподібності в багатомірному параметричному просторі. Тут ми пропонуємо комбінований метод: функцію правдоподібності для параметра x_k будемо з використанням методу мінімізації χ^2 Левенберґа–Марквардта в підпросторі $n - 1$ параметрів

$$\mathcal{L}(x_k) = e^{-\frac{1}{2}[\chi^2(x_{i \neq k}^{\text{bf}}, x_k) - \chi_{\text{min}}^2]}, \quad (13)$$

де $x_{i \neq k}^{\text{bf}}$ — найоптимальніші (best-fit) значення космологічних параметрів ($i = 1, 2, \dots, 12$, за винятком $i \neq k$), для яких функція χ^2 має мінімум при фіксованому значенні параметра x_k . Таке представлення $\mathcal{L}(x_k)$ отримуємо із загальної інтегральної форми

$$\tilde{\mathcal{L}}(x_k) = \frac{\int \int \dots \int e^{-\frac{1}{2}\chi^2(x_{i \neq k}, x_k)} dx_1 dx_2 \dots dx_{k-1} dx_{k+1} \dots dx_n}{\int \int \dots \int e^{-\frac{1}{2}\chi^2(x_{i \neq k}, x_k^{\text{bf}})} dx_1 dx_2 \dots dx_{k-1} dx_{k+1} \dots dx_n}, \quad (14)$$

якщо $e^{-\frac{1}{2}[\chi^2(x_i)]}$ є функцією Гаусса для кожного x_k . Числовий експеримент показує, що використання запропонованої тут функції $\mathcal{L}(x_k)$ для знаходження довірчих інтервалів значень параметрів практично збігається зі значеннями, одержаними на основі $\tilde{\mathcal{L}}(x_k)$.

V. СПОСТЕРЕЖУВАНІ ДАНІ

Описаний вище метод вимагає взаємно незалежних спостережуваних даних \tilde{y} , тобто таких, для яких коваріантна матриця похибок містить лише діагональні елементи. Тут ми використаємо той самий набір спостережуваних даних, що й у [20, 26], але з деякими змінами. Дані про амплітуди й положення 1-го і 2-го акустичних піків та місце 1-го провалу ми взяли з даних експерименту WMAP [16], положення й амплітуду 3-го піка — з останньої обробки даних експерименту BOOMERanG [29]. Ці дані разом зі спостережуваними характеристиками великомасштабної структури Всесвіту (функція мас та просторовий розподіл багатих скупчень галактик, функція температури рентгенівських скупчень галактик, Лу- α ліс ліній

поглинання у спектрах далеких квазарів, пекулярні швидкості галактик) фіксують амплітуду й форму початкового спектра потужності збурень густини матерії, які пов’язані зі скалярною модою збурень метрики простору-часу.

Для визначення амплітуди й нахилу тензорної моди ми використовуємо дані експериментів COBE [5] і WMAP [14] у великих кутових масштабах ($\geq 10^\circ$). Для надійнішого визначення величин космологічних параметрів, які впливають на амплітуду й форму спектра скалярних збурень, ми використали ті ж обмеження на сталу Габбла, уміст баріонів та параметр прискорення, що й у [20]. Перелік використаних даних із коментарями й джерелами наведено в Додатку Б. Усього перелік спостережуваних величин нараховує 41 експериментальну величину з 1σ статистичною похибкою вимірювань (уважаємо всі виміри незалежними й такими, що їх статистичний розподіл у межах експериментальних похибок відповідає нормальному закону). Самі значення й похибки наведені в цитованих у таблиці літературних джерелах.

Отже, порівняння результатів цієї роботи з [20] дасть також відповідь на запитання — як поліпшення точності вимірювань флюктуації температури ре-

ліктового випромінювання впливає на визначення параметрів космологічної моделі спостережуваного Всесвіту.

VI. РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

У літературних джерелах, присвячених проблемі реліктових гравітаційних хвиль, для опису спектра потужності тензорної моди застосовують кілька відмінних означень. Історично для амплітуди спектра потужності тензорної моди, як правило, використовують відношення амплітуд тензорної (T) і скалярної (S) (ефект Сакса–Вольфа) мод для квадрупольної складової в розкладі $\Delta T/T$ за поліномами Лежандра: $T/S \equiv C_2^T/C_2^S$. Однак статистичний розподіл A_t і T/S різний, що видно з рис. 2, на якому наведено функції правдоподібності $\mathcal{L}(A_t) = \exp[-\frac{1}{2}\Delta\chi^2(A_t)]$ і

$\mathcal{L}(T/S) = \exp[-\frac{1}{2}\Delta\chi^2(T/S)]$, обчислені згідно з (13) для сукупності спостережуваних даних, описаних у попередньому розділі.

Як впливає з результатів обчислень, найоптимальнішою виявляється модель із дуже малим значенням амплітуди тензорної моди ($T/S \ll 1$). Однак моделі з невеликими значеннями A_t чи T/S ще “мають право на життя”. Як бачимо, функція $\mathcal{L}(A_t)$ значно ближча до нормального розподілу, ніж $\mathcal{L}(T/S)$. Тому надалі ми використовуватимемо для розрахунку верхньої межі амплітуди тензорної моди функцію правдоподібності $\mathcal{L}(A_t)$, а відповідне їй значення T/S отримаємо при всіх інших найоптимальніших значеннях космологічних параметрів. Означимо верхню межу $A_t^{2\sigma}$ на рівні достовірності 2σ так: це значення A_t до якого площа під кривою $\mathcal{L}(A_t)$ становить 95.4% від всієї площі під нею від 0 до ∞ .

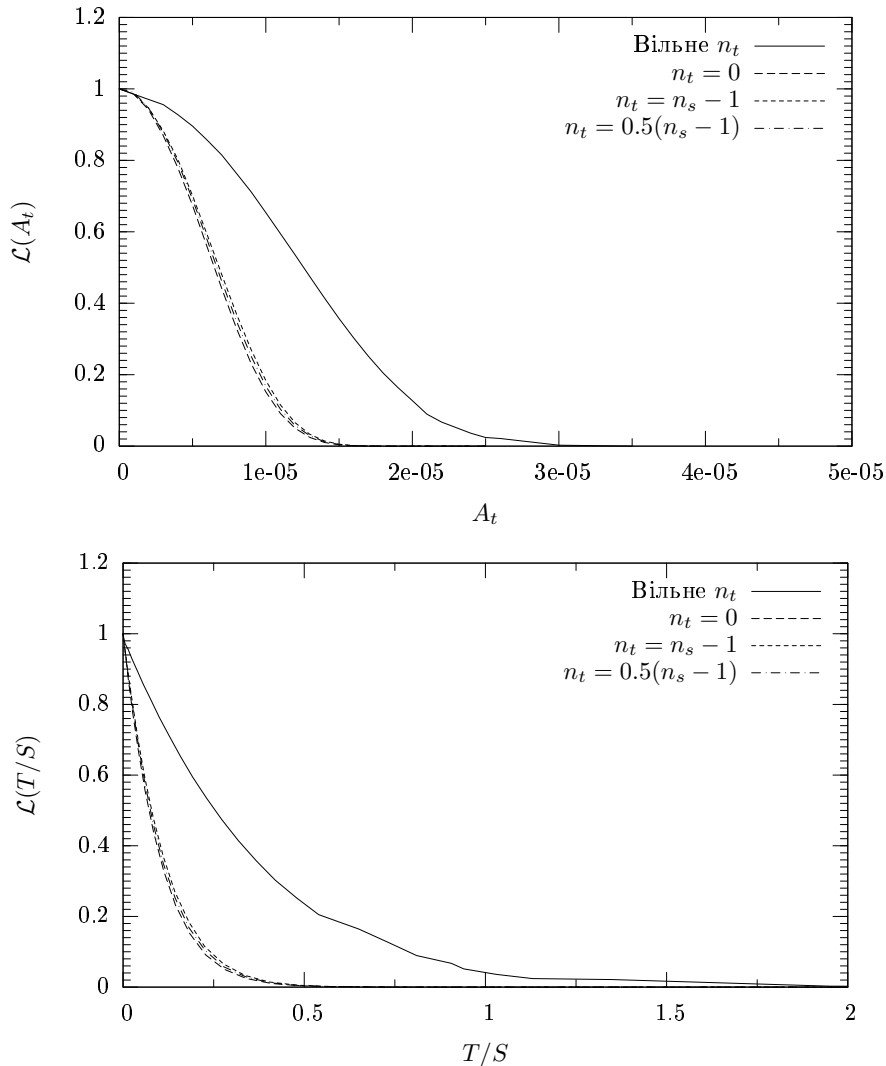


Рис. 2. Функції правдоподібності $\mathcal{L}(A_t) = \exp[-\frac{1}{2}\Delta\chi^2(A_t)]$ і $\mathcal{L}(T/S) = \exp[-\frac{1}{2}\Delta\chi^2(T/S)]$ відповідно для різних моделей інфляції: з n_t як вільний параметр, з $n_t = 0$ і $n_t = n_s - 1$.

Наступний важливий крок — обмежити клас моделей інфляції, у яких визначеним є нахил спектра потужності тензорної моди. Річ у тім, що даних про спектр потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання недостатньо, щоб одночасно встановити й амплітуду, і нахил спектра потужності реліктових ґравітаційних хвиль. Тобто, коли ми покладаємо A_t і n_t вільними параметрами, то A_t може бути як завгодно великим при $n_t \rightarrow -\infty$. Якщо ж ми фіксуємо нижню межу n_t , тоді верхня межа для A_t визначається цим нашим вибором. Чим різкіше спадає спектр, тим менший внесок тензорної моди у $\Delta T/T$ на низьких гармоніках при фіксованому A_t . Це видно з рис. 2, де суцільною кривою показано функцію правдоподібності для n_t як вільного параметра з фіксованою нижньою межею $n_t^{\min} = -1$. У всіх обчисленнях із вільним n_t його значення завжди скочувалось до цієї межі. Там же наведено функції правдоподібності для тих самих спостережуваних даних, але для моделей інфляції з плоским спектром тензорної моди ($n_t = 0$), природної інфляції з $n_t = n_s - 1$ та хаотичної інфляції з $n_t = 0.5(n_s - 1)$.

Верхні 2σ межі для амплітуди спектра A_t такі: $A_t^{2\sigma} = 1.9 \cdot 10^{-5}$ для вільного n_t і $A_t^{2\sigma} = 1.0 \cdot 10^{-5}$ у випадку, коли n_t пов'язується з нахилом спектра потужності скалярних збурень n_s у межах певного варіанта моделі інфляції. Відповідні значення для T/S дорівнюють 0.6 і 0.18.

Оскільки моделі з $n_t \sim 0$ дають відчутніший внесок у спектр флюктуацій температури реліктового електромагнетного випромінювання для гармонік з $\ell > 2$, ніж моделі $n_t \sim -1$, і отже, є цікавішими з погляду проявів тензорної моди в спостереженнях, тому подальший аналіз проведено саме для них. Оскільки функції правдоподібності $\mathcal{L}(A_t)$ для них близькі, то достатньо проаналізувати одну з них. Конкретно розглядатимемо модель із $n_t = 0.5(n_s - 1)$.

На рис. 3 показано, як спостережувані дані впливають на півширину функції правдоподібності. Як

бачимо, включення спостережуваних даних, які вносять додаткові обмеження на значення космологічних параметрів, а саме, визначення сталої Габбла (h), визначення вмісту баріонів по лініях поглинання дейтерію у спектрах далеких квазарів (NS), визначення прискорення розширення Всесвіту по наднових Ia (SNIa) та даних з великомасштабної структури (σ_8 , V_{50} , $P(k)$), зменшують рівень довіри до моделей з великими значеннями амплітуди спектра потужності тензорної моди: на рівні достовірності 2σ (95.4%) вона не перевищує $\sim 20\%$ амплітуди скалярної моди. У наших попередніх оцінках [20], які базувались на даних стратосферного експерименту BOOMERanG, ця межа майже вчетверо вища (на рівні достовірності 1σ вона становила $T/S = 1.7$ для моделі з вільним n_t). Таким є здобуток космічного експерименту WMAP: висока точність і карта $\Delta T/T$ всього неба.

Розгляньмо, як дані експерименту WMAP вплинули на визначені величини й довірчі інтервали решти космологічних параметрів. Функції правдоподібності для основних із них зображено на рис. 4. Найбільш оптимальні значення для них є такими: $\Omega_\Lambda = 0.61$ (0.52–0.69), $\Omega_m = 0.41$ (0.31–0.51), $\Omega_\nu = 0$ (0–0.03), $\Omega_b = 0.062$ (0.046–0.078), $h = 0.61$ (0.52–0.71), $\delta_h = 4.2 \cdot 10^{-5}$ ($3.6 \cdot 10^{-5} - 5.2 \cdot 10^{-5}$), $n_s = 0.92$ (0.89–0.98), $T/S = 0$ (0–0.6), $\tau_c = 0$ (0–0.15). У дужках наведено 2σ (95.4%) межі довірчих інтервалів для кожної з них, обчислені для моделі хаотичної інфляції. Як бачимо, узгодження з попередніми визначеннями [20, 26] оптимальних значень космологічних параметрів цілком задовільне. Точніші дані вимірювань флюктуації температури реліктового випромінювання суттєво звужили довірчі інтервали (невизначеності) їх значень і знизили верхні допустимі значення для Ω_ν , τ_c і T/S . Отримані тут результати визначень космологічних параметрів добре узгоджуються з визначеннями інших авторів іншими методами, які теж використовували дані експерименту WMAP [14–17].

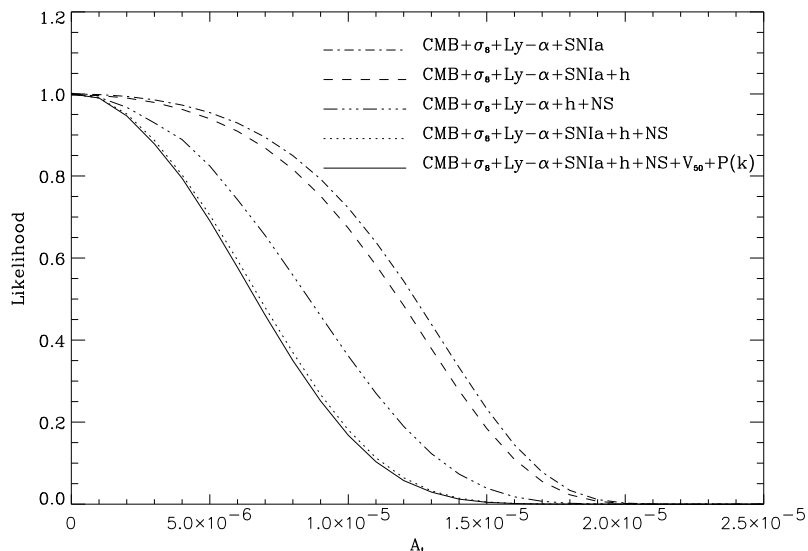


Рис. 3. Функція правдоподібності $\mathcal{L}(A_t) = \exp[-\frac{1}{2} \times \Delta\chi^2(A_t)]$ для різних наборів спостережуваних даних.

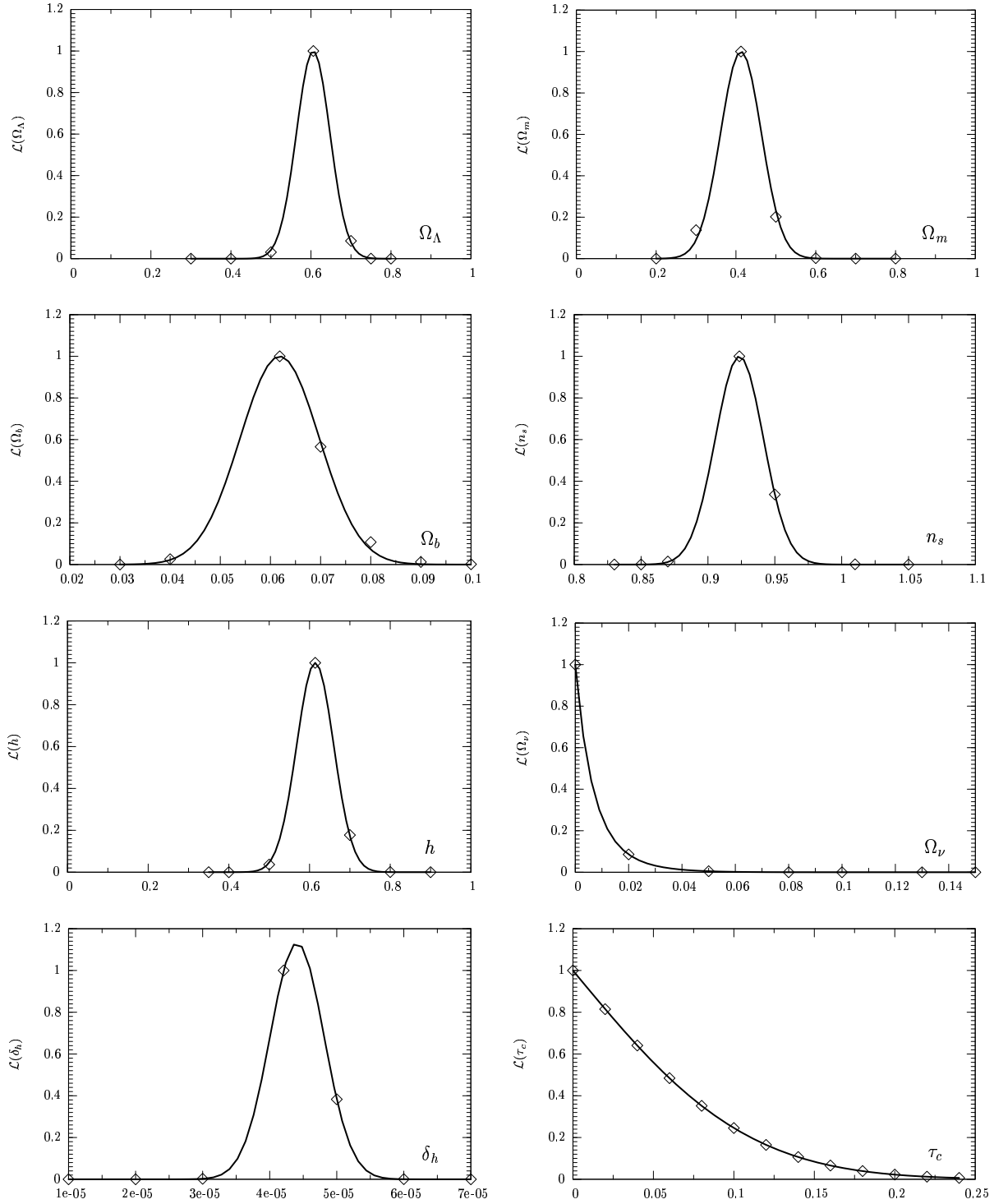


Рис. 4. Функція правдоподібності для різних космологічних параметрів.

VII. ВИСНОВКИ

Отже, інтерпретація сукупності спостережуваних даних про великомасштабну структуру Всесвіту не потребує гіпотези про наявність реліктових гравітаційних хвиль, згенерованих у ранню епоху разом зі скалярними флуктуаціями метрики простору-часу. У межах інфляційного сценарію ці реліктові гравітаційні хвилі такі ж природні, як і брижі флуктуацій густини матерії, з яких утворилась спостережувана великомасштабна структура Всесвіту. Однак їх вплив на структуру більшості моделей інфляції може бути помітним, якщо сама інфляція відбулась при енергіях, близьких до енергії Теорії Великого Об'єднання. Чим пізніше відбулась ін-

фляція, тим слабший відбиток залишають реліктові ґравітаційні хвилі на фоні реліктового електромагнетного випромінювання. Отже, встановлення верхньої межі на амплітуду тензорної моди збурень визначає нижню межу на момент початку інфляційної стадії. У різних моделях інфляції співвідношення між амплітудами та нахилами спектрів потужності обох мод різне, а отже і момент початку інфляції залежатиме від моделі, якщо його прив'язувати до амплітуди тензорної моди.

Збільшення точності визначення спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання в космічному експерименті WMAP суттєво знизило верхню допустиму межу амплітуди тензорної моди збурень — реліктових ґравітаційних хвиль — до рівня $T/S \leq 0.6$ (95.4%) для моделей з вільним параметром нахилу спектра n_t . Для моделей з плоским спектром потужності ґравітаційних хвиль ($n_t = 0$) чи інших близьких до нього ($n_t \sim n_s - 1$) вона ще втричі нижча — $T/S \leq 0.18$ (95.4%).

Автори висловлюють щире подяку Володимирові Лукашеві і Єлені Міхеєвій за корисні обговорення в процесі роботи над статтею.

ДОДАТОК А

Коефіцієнти аналітичної апроксимації спектра потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання (11), зумовлених тензорною модою:

$$\begin{aligned}
 A(n_t, \Omega_0) &= 2.460008 - 7.894210\Omega_0 + 10.837259\Omega_0^2 - 6.23496\Omega_0^3 + 1.316046\Omega_0^4 \\
 &\quad + (-0.320724 - 0.004055\Omega_0 + 1.609264\Omega_0^2 - 1.646116\Omega_0^3 + 0.492073\Omega_0^4)n_t \\
 &\quad + (0.262399 - 0.651288\Omega_0 + 0.531361\Omega_0^2 - 0.121427\Omega_0^3)n_t^2, \\
 b(n_t, \Omega_0) &= 0.422654 - 5.062205\Omega_0 + 5.238528\Omega_0^2 - 1.552968\Omega_0^3 \\
 &\quad + (-0.566823 + 1.468797\Omega_0 - 0.350524\Omega_0^2)n_t + (0.064687 - 0.113492\Omega_0 + 0.166461\Omega_0^2)n_t^2, \\
 B(n_t, \Omega_0) &= -0.007502 + 0.020156\Omega_0 - 0.015003\Omega_0^2 + 0.003829\Omega_0^3 + \\
 &\quad + (0.00019 + 0.009504\Omega_0 - 0.009705\Omega_0^2 + 0.003067\Omega_0^3)n_t, \\
 D(n_t, \Omega_0) &= -0.255936 + 0.723471\Omega_0 - 0.565047\Omega_0^2 + 0.148571\Omega_0^3 + \\
 &\quad + (0.064606 + 0.270482\Omega_0 - 0.276272\Omega_0^2 + 0.08784\Omega_0^3)n_t, \\
 K(\Omega_\Lambda, \ell) &= 1.0226 - 0.1171412\Omega_\Lambda + 0.339625\Omega_\Lambda^2 - (0.0124262 + \\
 &\quad + 0.313168\Omega_\Lambda + 0.49908\Omega_\Lambda^2) \cdot (0.391066 - 0.0174696\Omega_\Lambda + 0.172306\Omega_\Lambda^2)^\ell.
 \end{aligned}$$

ДОДАТОК Б

Анізотропія реліктового електромагнетного випромінювання

Спектр потужності анізотропії температури РЕВ на великих кутових масштабах ($3 < \ell < 20$), 8 точок $\ell(\ell + 1)C_\ell$	COBE, [30]
Спектр потужності анізотропії температури РЕВ на великих масштабах ($3 < \ell < 20$), 5 точок $\ell(\ell + 1)C_\ell$	WMAP, [14]
Положення та амплітуди першого і другого акустичних піків у спектрі потужності анізотропії РЕВ $A_{p1}, \ell_{p1}, A_{p2}, \ell_{p2}$	WMAP, [31]
Положення першої западини у спектрі потужності анізотропії РЕВ, ℓ_{d1}	WMAP, [31]
Положення й амплітуда 3-го піка A_{p3}, ℓ_{p3}	BOOMERanG, [29]

Великомасштабна структура Всесвіту

Спектр потужності збурень густини із просторового розподілу багатих скупчень галактик, 13 точок $P_{A+ACO}(k)$	Abell/ACO, [32]
Середньоквадратичне збурення густини в масштабі $8h^{-1}$ Мпк за даними про рентгенівську функцію розподілу скупчень галактик, $\sigma_8\Omega_m^\alpha$	[33]
Середньоквадратичне збурення густини в масштабі $8h^{-1}$ Мпк із визначень концентрації скупчень галактик, $\sigma_8\Omega_m^\alpha$	[37]
Середньоквадратичне збурення густини в масштабі $8h^{-1}$ Мпк із локальної концентрації багатих скупчень галактик, σ_{cl}	[36]
Середнє значення пекулярних швидкостей галактик у масштабі $50h^{-1}$ Мпк, V_{50}	Mark III, [34]
Просторовий спектр потужності з даних про інтенсивність ліній поглинання у спектрах квазарів, амплітуда й нахил Δ_ρ, n_p	Ly- α , [35]

Додаткові дані

Уміст баріонів із теорії первинного нуклеосинтезу та ліній поглинання міжгалактичного дейтерію, $\Omega_b h^2$	NS, [38]
Середнє значення сталої Габбла, h	[39, 40]
Значення космологічної сталої за визначенням темпів прискорення розширення Всесвіту за далекими надновими зорями типу Ia, SNIa	[41]

Таблиця 1. Експериментальні дані, використані для знаходження параметрів. Позначення використаних величин відповідають тим, що наведені у відповідних джерелах.

- | | |
|---|--|
| [1] C. V. Netterfield <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 571 , 604 (2002). | [24] B. Novosyadlyj, R. Durrer, S. Apunevych, <i>Kinem. Phys. Celest. Bodies, Suppl. Ser.</i> 3 , 146 (2000). |
| [2] A. Jaffe <i>et al.</i> , <i>New Astron. Rev.</i> 47 , 727 (2003). | [25] B. Novosyadlyj <i>et al.</i> , <i>Gravit. Cosmology</i> 6 , 107 (2000). |
| [3] M. Tristram <i>et al.</i> , <i>Astron. Astrophys.</i> 436 , 785 (2005). | [26] R. Durrer, B. Novosyadlyj, <i>Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.</i> 324 , 560 (2001). |
| [4] J. M. Kovac <i>et al.</i> , <i>Nature</i> 420 , 772 (2002). | [27] G. Efstathiou <i>et al.</i> , <i>Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.</i> 303 , 47 (1999). |
| [5] C. L. Bennett <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 464 , L1 (1996). | [28] M. Tegmark, M. Zaldarriaga, <i>Phys. Rev. Lett.</i> 85 , 2240 (2000). |
| [6] C. L. Bennett <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 148 , 1 (2003). | [29] J. E. Ruhl <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 599 , 786 (2003). |
| [7] D. G. York <i>et al.</i> , <i>Astron. J.</i> 120 , 1579 (2000). | [30] M. Tegmark, <i>18th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology</i> , edited by A. V. Olinto, J. A. Friedman, D. N. Schramm, 270 (1998). |
| [8] M. M. Colless <i>et al.</i> , preprint astro-ph/0306581. | [31] L. Page <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J. Suppl. Ser.</i> 148 , 135 (2003). |
| [9] L. P. Grishchuk <i>et al.</i> , <i>Usp. Fiz. Nauk</i> 171 , 3 (2001). | [32] J. Retzlaf <i>et al.</i> , <i>New Astron.</i> 3 , 631 (1998). |
| [10] A. Lobo, <i>Lect. Notes Phys.</i> 617 , 210 (2003). | [33] P. T. P. Viana, A. Liddle, <i>Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.</i> 303 , 535 (1999). |
| [11] J. Delabrouille, <i>Astrophys. Space Sci.</i> 290 , 87 (2004). | [34] A. Dekel <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 522 , 1 (1999). |
| [12] E. M. Лифшиц, <i>Журн. экп. теор. физ.</i> 16 , 585 (1946). | [35] R. Croft <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 581 , 20 (2002). |
| [13] R. K. Sachs, A. M. Wolfe, <i>Astrophys. J.</i> 147 , 73 (1967). | [36] E. Pierpaoli, D. Scott, M. White, <i>Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.</i> 325 , 77 (2001). |
| [14] G. Hinshaw <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J. Suppl. Ser.</i> 148 , 135 (2003). | [37] J.-H. P. Wu, <i>Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.</i> 327 , 629 (2001). |
| [15] D. N. Spergel <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J. Suppl. Ser.</i> 148 , 175 (2003). | [38] S. Burles, K. M. Nollett, M. Turner, <i>Astrophys. J. Lett.</i> 552 , L1 (2001). |
| [16] L. Verde <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J. Suppl. Ser.</i> 195 , 195 (2003). | [39] G. A. Tammann, M. Federspiel, <i>Extragalactic distance scale</i> , edited by M. Livio, (Cambridge, 1997), p. 137. |
| [17] M. Tegmark <i>et al.</i> , <i>Phys. Rev. D</i> 69 , 103501 (2004). | [40] B.F. Madore <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 515 , 2941 (1999). |
| [18] R. Durrer, <i>J. Phys. Stud.</i> 5 , 177 (2001). | [41] S. Perlmutter <i>et al.</i> , <i>Astrophys. J.</i> 517 , 565 (1999). |
| [19] U. Seljak, M. Zaldarriaga, <i>Astrophys. J.</i> 469 , 437 (1996). | |
| [20] R. Durrer, B. Novosyadlyj, S. Apunevych, <i>Astrophys. J.</i> 583 , 33 (2003). | |
| [21] W. H. Press <i>et al.</i> , <i>Numerical recipes in Fortran</i> (Cambridge Univ. Press, New York, 1992). | |
| [22] B. Novosyadlyj <i>et al.</i> , <i>Odessa Astron. Publ.</i> 12 , 73 (1999). | |
| [23] B. Novosyadlyj <i>et al.</i> , <i>Astron. Astrophys.</i> 356 , 418 (2000). | |

**COSMOLOGICAL CONSTRAINTS ON THE AMPLITUDE
OF RELIC GRAVITATIONAL WAVES**

B. Novosyadlyj, S. Apunevych
*Ivan Franko National University of Lviv, Astronomical Observatory
8 Kyryla i Mefodija St., Lviv, UA-79005, Ukraine*

The evolution of the amplitude of relic gravitational waves (RGW) generated in early Universe has been analyzed. The analytical approximation is presented for angular power spectrum of cosmic microwave background anisotropies caused by gravitational waves through Sachs–Wolfe effect. The estimate of the most probable value for this amplitude was obtained on the basis of observational data on cosmic microwave background anisotropies from COBE, WMAP and BOOMERanG experiments along with large-scale structure observations. It has been shown that the aggregate of modern data on large-scale structure and CMB implies the absence or a low amplitude of relic gravitational waves so that at 95% confidence level their contribution to the power of CMB anisotropies at the quadrupole component does not exceed 60% even for extremely steep ($n_t = -1$) spectrum of tensor perturbations. For the flat spectrum ($n_t = 0$) as well as models with $n_t \sim (n_s - 1)$ this contribution does not exceed 18% at the 2σ confidence level.