

ПРО СТАЦІОНАРНЕ РОЗШИРЕННЯ ПЛАЗМИ У ВАКУУМ З УРАХУВАННЯМ ГРАВІТАЦІЙНИХ І ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ

В. М. Єфіменко¹, В. В. Токий², Н. В. Токий²

¹Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка,
вул. Обсерваторна, 3, Київ, 04053, Україна

²Донецький фізико-технічний інститут ім. А. А. Галкіна НАН України,
вул. Р. Люксембург, 72, Донецьк, 83114, Україна

(Отримано 1 вересня 2003 р.; в остаточному вигляді — 20 квітня 2004 р.)

Розглянуто класичну задачу про стаціонарне сферично-симетричне розширення плазми у вакуум з урахуванням як електричного, так і гравітаційного полів. Записано систему з 4-х рівнянь неперервності, руху йонів, локальної рівноваги електронів і квазінейтральності стаціонарного потоку плазми при однорідних температурах компонент. З урахуванням граничних умов отримано вирази для залежності швидкості й концентрації йонів, електричного поля та концентрації електронів від відстані до центра джерела плазми. Оцінено електричний заряд джерела потоку плазми. Отримані результати застосовано до сонячного вітру й лабораторної плазми. Відзначено суттєві відмінності в напрямку поля і знака заряду для лабораторного джерела й Сонця при однакових граничних швидкостях, менших за критичні.

Ключові слова: плазма, електричне поле, заряд, сонячний вітер.

PACS number(s): 96.60.Pb

I. ВСТУП

Розширення плазми у вакуум — одне з важливих явищ фізики плазми. Пов'язані з ним ефекти відіграють істотну роль у прискоренні заряджених частинок у лабораторній [1, 2] і космічній плазмі [3, 4] при витoku плазми із зірок, у лазерному термоядерному синтезі. Система рівнянь, які описують плазму, настільки складна, що тяжко знайти нестационарну нелінійну задачу, яка мала б ясний фізичний сенс і розв'язок якої був би доведений до кінця. Ось чому досі багато аспектів цього явища все ще не з'ясовано.

Природно, при розгляді лабораторної плазми нехтували гравітаційними полями. У працях з розширення космічної плазми у вакуум урахування гравітаційних полів супроводжувалось виключенням із вихідних рівнянь електричного поля з посиланням на нейтральність плазми та Сонця.

Метою нашої статті є розгляд стаціонарної задачі розширення плазми у вакуум з урахуванням як гравітаційних, так і електричних полів.

II. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

Будемо розглядати рух квазінейтральної з постійними однорідними температурами компонентів плазми. Основною йонною компонентою плазми вважати мемо водень.

Для сферично-симетричної задачі за відсутності магнетних полів і нехтування в'язкістю, силою тертя, температурними градієнтами, з урахуванням гравітаційного поля сферичного джерела плазми рівняння руху електронів і протонів матимуть такий вигляд:

$$m_e \frac{\partial V_e}{\partial t} + m_e V_e \frac{\partial V_e}{\partial r} = -\frac{kT_e}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial r} - eE - m_e \frac{M_\odot G}{r^2}, \quad (1)$$

$$m_i \frac{\partial V}{\partial t} + m_i V \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{kT_i}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial r} + eE - m_i \frac{M_\odot G}{r^2}, \quad (2)$$

де G — гравітаційна стала, M_\odot — маса сферичного джерела плазми, E — радіальна компонента напруженості електричного поля, V_e — радіальна компонента швидкості електрона, V — радіальна компонента швидкості йона, m_e — маса електрона, m_i — маса йона.

Система рівнянь неперервності для електронів і йонів простої плазми є такою:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_e V_e) = 0. \quad (3)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_i V) = 0, \quad (4)$$

Нехтуючи інерційними властивостями електронів для стаціонарної задачі, рівняння руху електронів перетворимо в умову локальної рівноваги

$$0 = -\frac{kT_e}{n_e} \frac{dn_e}{dr} - eE - m_e \frac{M_\odot G}{r^2}. \quad (5)$$

Рівняння руху йонів для стаціонарної задачі набере вигляду

$$m_i V \frac{dV}{dr} = -\frac{kT_i}{n_i} \frac{dn_i}{dr} + eE - m_i \frac{M_\odot G}{r^2}. \quad (6)$$

Умова квазінейтральності плазми позначається [5]

$$n_e = n_i = n. \quad (7) \quad \text{де введено позначення}$$

Рівняння неперервності

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (nVr^2) = 0. \quad (8)$$

Рівняння (5)–(7) утворюють систему рівнянь для стаціонарного розширення квазінейтральної плазми з однорідним розподілом температур електронів і протонів, яка дає змогу при заданих граничних умовах знайти сферично-симетричні розподіли електронів, протонів, швидкість протонів (йонів) і самоузгоджене електричне поле.

III. РОЗВ'ЯЗОК СТАЦІОНАРНОЇ СФЕРИЧНО-СИМЕТРИЧНОЇ ЗАДАЧІ

Електричне поле з рівняння (5) дорівнює

$$E = -\frac{kT_e}{en_e} \frac{dn_e}{dr} - m_e \frac{M_\odot G}{er^2}. \quad (9)$$

З урахуванням квазінейтральності плазми (7) рівняння для електричного поля (9) має вигляд

$$E = -\frac{kT_e}{en} \frac{dn}{dr} - m_e \frac{M_\odot G}{er^2}. \quad (10)$$

Підставивши (10) в (6), отримаємо такий вираз для рівняння руху йонів:

$$m_i V \frac{dV}{dr} = -\frac{k(T_i + T_e)}{n} \frac{dn}{dr} - (m_i + m_e) \frac{M_\odot G}{r^2}. \quad (11)$$

Проінтегрувавши рівняння неперервності (8), одержимо зв'язок між концентрацією і швидкістю йонів

$$n(r)V(r) = n_0 V_0 \left(\frac{a}{r}\right)^2, \quad (12)$$

де a — внутрішній радіус плазмової корони, V_0 — радіальна компонента швидкості йона на відстані від центра джерела, n_0 — концентрація йонів на відстані від центра джерела.

Логарифмуючи й диференціюючи (12), отримаємо

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} = -V^{-1} \frac{dV}{dr} - \frac{2}{r}. \quad (13)$$

Підставляючи (13) в (11), перепишемо рівняння руху йонів

$$\left(V - \frac{V_c^2}{V}\right) \frac{dV}{dr} = \frac{2V_c^2}{r} - \frac{2r_c V_c^2}{r^2}, \quad (14)$$

$$V_c = \sqrt{\frac{k(T_i + T_e)}{m_i}}, \quad (15)$$

$$r_c = \frac{GM_\odot(m_i + m_e)}{2k(T_i + T_e)}. \quad (16)$$

Проінтегрувавши рівняння руху йонів (14), одержимо таку залежність для $V(r)$:

$$\left(\frac{V}{V_c}\right)^2 - \ln\left(\frac{V}{V_c}\right)^2 = 4 \ln \frac{r}{r_c} + \frac{2GM_\odot}{rV_c^2} + \text{Const.} \quad (17)$$

Константу можна визначити з граничних умов $V(a) = V_0$, $n(a) = n_0$,

$$\text{Const} = \left(\frac{V_0}{V_c}\right)^2 - \ln\left(\frac{V_0}{V_c}\right)^2 - 4 \ln \frac{a}{r_c} - \frac{2GM_\odot}{aV_c^2}.$$

При малих відношеннях $\frac{V}{V_c} \ll 1$ із (17) отримаємо наближений вираз для розподілу швидкостей йонів

$$V(r) = V_0 \left(\frac{a}{r}\right)^2 \exp\left(\frac{2r_c}{a} - \frac{2r_c}{r}\right). \quad (18)$$

Підставляючи (18) у (12), одержимо наближений вираз для розподілу йонів і електронів

$$n(r) = n_0 \exp\left(\frac{2r_c}{r} - \frac{2r_c}{a}\right). \quad (19)$$

Підставляючи (19) у (10), матимемо вираз для електричного поля у стаціонарному сферично-симетричному потоці плазми

$$E = \frac{GM_\odot m_i}{er^2 \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right)} \left(1 - \frac{T_i m_e}{T_e m_i}\right). \quad (20)$$

IV. ЕЛЕКТРИЧНИЙ ЗАРЯД ДЖЕРЕЛА СТАЦІОНАРНОГО СФЕРИЧНО-СИМЕТРИЧНОГО ПОТОКУ ПЛАЗМИ

Використовуючи теорему Остроградського–Гауса для інтеграла по замкнутій сферичній поверхні S радіуса r та рівняння (20) при наближенні $r \rightarrow a$, отримаємо заряд джерела стаціонарного сферично-симетричного потоку плазми при малих початкових швидкостях $V_0 < V_c$

$$q = \frac{4\pi\varepsilon_0 GM_\odot m_i}{e \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right)} \left(1 - \frac{T_i m_e}{T_e m_i}\right). \quad (21)$$

Застосуємо одержані результати до відомого явища сонячного вітру [6]. Джерелом сонячного вітру є корона, тому значення температури й густини, які спостерігаємо в короні, є вихідними для використання нашої теорії. Густина електронів у короні визначають із розсіяння короною видимого світла. Обговорення відповідного методу й пов'язаних із ним труднощів і невизначеностей можна знайти у Ван де Хюльста [7].

Температуру сонячної корони визначено на основі ряду спостережень різних типів, які підсумували Ван де Хюльст [7] і Біллінгс [8]. Сучасні оцінки температури за градієнтом густини і профілями спектральних ліній дають для йонної температури величину в межах від декількох сотень тисяч градусів до $\sim 2 \cdot 10^6$ К. Згідно з радіоастрономічними даними, температура корони близька до 10^6 К [9]. Температура, яка отримана за шкалою висот, напевне характеризує певні гідродинамічні процеси в сонячній короні. Тому Паркер [10] за ефективну температуру корони приймає значення $\sim 2 \cdot 10^6$ К.

Крім суперечностей між різними методами визначення температури в певній точці корони, добре відомі температурні відмінності між різними точками корони в певний момент часу та різкі зміни температури під час потужних хромосферних спалахів. Тому будь-яке середнє значення температури, наприклад $\sim 2 \cdot 10^6$ К, — це не більше ніж робоча цифра, придатна для ідеалізованої математичної моделі корони, у якій локальних змін температури не враховують.

Підставляючи у (21) параметри Сонця (M_\odot — маса Сонця) і сонячної корони (T_i , T_e), можна оцінити електричний заряд Сонця

$$q_\odot = 155 \frac{\left(1 - \frac{T_i m_e}{T_e m_i}\right)}{\left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right)} \text{ Кл.} \quad (22)$$

Величина електричної сили кулонівського притягання електрона біля внутрішнього краю сонячної корони до центра Сонця дорівнює електричній силі відштовхування приповерхневого протона від центра і становить

$$F = \frac{GM_\odot m_i \left(1 - \frac{T_i m_e}{T_e m_i}\right)}{\left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right) a^2}. \quad (23)$$

Ця сила в $\left(\frac{m_i}{m_e} - \frac{T_i}{T_e}\right) / \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right)$ раз перевищує силу гравітаційного притягання електрона до центра Сонця. Для протона вона компенсує гравітаційне притягання його до Сонця на долю, яка дорівнює відношенню $\left(1 - \frac{T_i m_e}{T_e m_i}\right) / \left(1 + \frac{T_i}{T_e}\right)$.

В. ПОРІВНЯННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ Й ЗАРЯДУ В КОСМІЧНІЙ І ЛАБОРАТОРНІЙ ПЛАЗМІ

Для лабораторної плазми параметр теорії r_c задовольняє нерівності $r_c \ll a$ (де a — радіус сферичного джерела плазми). З урахуванням цієї нерівності для лабораторної плазми (тобто нехтуючи гравітаційним полем) залежність (17) можна спростити

$$\frac{r^4}{a^4} \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = \exp\left(\frac{V^2 - V_0^2}{V_c^2}\right). \quad (24)$$

Поблизу лабораторного сферичного джерела, коли $(V^2 - V_0^2) \ll V_c^2$, залежність $V(r)$ можна подати у явному вигляді

$$V(r) = V_0 a^2 \sqrt{\frac{V_c^2 - V_0^2}{r^4 V_c^2 - a^4 V_0^2}}. \quad (25)$$

Тоді, підставляючи (25) у (12), легко отримати розподіл йонів поблизу лабораторного джерела

$$n(r) = \frac{n_0}{r^2} \sqrt{\frac{r^4 V_c^2 - a^4 V_0^2}{V_c^2 - V_0^2}}. \quad (26)$$

Підставляючи (26) у (10) і нехтуючи гравітацією, отримаємо вираз для напруженості електричного поля поблизу джерела

$$E = -\frac{2kT_e}{e} \frac{a^4 V_0^2}{r (r^4 V_c^2 - a^4 V_0^2)}. \quad (27)$$

Використовуючи теорему Остроградського–Гауса для інтеграла по замкнутій сферичній поверхні S радіуса r та рівняння (27) при наближенні $r \rightarrow a$, одержимо заряд джерела стаціонарного сферично-симетричного потоку лабораторної плазми

$$q = -\frac{8\pi\varepsilon_0 k T_e a V_0^2}{e (V_c^2 - V_0^2)}. \quad (28)$$

VI. ВИСНОВКИ

Отже, ми показали, що модель стаціонарного розширення сонячної корони [11] дає змогу визначити електричний позитивний заряд Сонця, про існування якого та його рушійну роль в утворенні корпускулярних потоків Сонця вперше було відзначено в роботах В. Крата [12] і київської групи дослідників корони С. К. Всехсвятського, Т. М. Нікольського, Є. А. Поньмарьова, В. І. Чередниченка [13].

Аналіз отриманих результатів показує, що заряд і поле лабораторного джерела стаціонарного сферично-симетричного потоку плазми при граничній швидкості $V_0 < V_c$ будуть протилежними до знака заряду й напрямку поля поблизу джерела космічної плазми — Сонця.

Для того щоб у лабораторних умовах (нехтуючи гравітацією) отримати позитивний заряд ізольованого джерела стаціонарного сферично-симетричного потоку плазми, потрібно на поверхні джерела забезпечити граничну швидкість $V_0 > V_c$.

-
- [1] Н. Г. Находкін, Г. А. Зиков, В. Т. Матвеев, Укр. фіз. журн. **31**, 1017 (1986).
 [2] Т. Бистренко, А. Загородний, Укр. фіз. журн. **47**, 341 (2002).
 [3] С. В. Кошева, В. В. Гримальський, Г. Н. Бурлак, А. М. Коцаренко, Укр. фіз. журн. **47**, 142 (2002).
 [4] O. Lie-Svendsen, V. H. Hansteen, E. Leer, T. E. Holzer, *Astrophys. J.* **566**, 562 (2002).
 [5] S. I. Braginskii, *Rev. Plasma Phys. Consultants Bureau* **1**, 205 (1965).
 [6] L. Biermann, *Mem. Soc. Roy. Scien.* **13**, 274 (1953).
 [7] X. K. Ван де Хюльст, в кн. *Солнечная система. Т. 1. Солнце*, под ред. Дж. Койпера (Иностр. л-ра, Москва, 1957), с. 184.
 [8] D. E. Billings, *Astrophys. J.* **130**, 961 (1959).
 [9] Дж. Л. Поуси, С. М. Смерд, в кн. *Солнечная система. Т. 1. Солнце*, под ред. Дж. Койпера (Иностр. л-ра, Москва, 1957), с. 378.
 [10] E. N. Parker, *Interplanetary dynamical processes* (Interscience, New York, 1963).
 [11] E. N. Parker, *Astrophys. J.* **128**, 664 (1958).
 [12] В. Крат, Докл. Акад. наук СССР, **61**, № 1, 31 (1948).
 [13] С. К. Всехсвятский, Е. А. Пономарев, Г. М. Никольский, В. И. Чередниченко, в сб. *Физика солнечных корпускулярных потоков и их воздействие на верхнюю атмосферу Земли* (Изд-во Акад. Наук СССР, Москва, 1957), с. 51.

**ABOUT A STATIONARY PLASMA EXPANSION INTO VACUUM
 IN THE PRESENCE OF GRAVITATIONAL AND ELECTRIC FIELDS**

V. M. Efimenko¹, V. V. Tokiy², N. V. Tokiy²

¹*Taras Shevchenko National University of Kyiv, Astronomical Observatory,
 3 Observatorna Str., Kyiv, UA-04053, Ukraine,
 e-mail: efm@observ.univ.kiev.ua,*

²*A. A. Galkin Physic-Technical Institute of Donetsk NAS of Ukraine,
 72 R. Luxemburg Str., Donetsk, UA-83114, Ukraine,
 e-mail: nat1976@mnogo.ru*

A classical solution for stationary spherically symmetric plasma expansion into vacuum taking into account both the gravitational and electric fields is examined. A system of four equations including continuity, ion motion, local electron equilibrium equations and equation of quasineutrality of stationary spherically symmetric plasma flux under homogeneous temperature of the components is presented. Considering boundary conditions, a set of dependences of the ion velocity and concentration, electric field and electron density on distance from the center of a plasma source is derived. The electric charge of the source of the stationary spherically symmetric plasma flux is assessed. The obtained results are applied to the solar wind and laboratory plasma. A significant discrepancy between the field direction and charge sign of the laboratory source and Sun is observed at the same boundary speed smaller than the critical one.