ВПЛИВ МАГНЕТНОГО ПОЛЯ НА ТЕРМОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СПІН-1 ІЗИНІ́ІВСЬКОЇ МОДЕЛІ З БІЛІНІЙНИМИ ТА КВАДРУПОЛЬНИМИ ВЗАЄМОДІЯМИ. КЛАСТЕРНЕ НАБЛИЖЕННЯ

Р. Р. Левицький, О. Р. Баран

Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України вул. Свенціцького, 1, Львів, 79011, Україна

(Отримано 4 грудня 2003 р.; в остаточному вигляді — 18 квітня 2006 р.)

У кластерному наближенні вивчено вплив зовнішнього магнетного поля на спін-1 ізингівську модель із білінійними та квадрупольними взаємодіями. Побудовано фазові діяграми в площині (магнетне поле, температура) при різних значеннях квадрупольної взаємодії та отримано температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту при різних значеннях параметрів моделі. Показано, що при значеннях квадрупольної взаємодії, за яких у нульовому магнетному полі в системі наявний температурний фазовий перехід квадрупольна → парамагнетна фаза, включення магнетного поля не просто індукує ненульову намагнеченість у "парамагнетній" та "квадрупольній" фазах, а може приводити до розділення цього фазового переходу на каскад фазових переходів "квадрупольна" → феромагнетна → "парамагнетна" фази.

Ключові слова: спін-1 ізинґівська модель, магнетне поле, кластерне наближення.

PACS number: 75.10.Hk, 75.10.-b

I. ВСТУП

Для адекватного опису багатьох магнетних матеріялів недостатньо використовувати спінові моделі лише з білінійними обмінними взаємодіями, оскільки в них обміни вищих порядків за спіном, природа яких для різних магнетиків є різною [1–3], відіграють суттєву роль. У зв'язку з цим теоретичному дослідженню спінових моделей із тензорними членами в гамільтоніяні як обмінної (зокрема біквадратна взаємодія), так і необмінної (зокрема однойонна анізотропія) природи приділяють значну увагу [4–14].

Однією з найпростіпих моделей, що містить у своєму гамільтоніяні тензорні обміни, є спін-1 ізинґівська модель ($S_i = S_i^z = 0, \pm 1$) з білінійними K та квадрупольними $K^{(q)}$ короткосяжними взаємодіями:

$$H = -\sum_{i=1}^{N} \Gamma S_{i}$$
(1.1)
$$-\frac{1}{2} \sum_{i,\delta} \left[K S_{i} S_{i+\delta} + K^{(q)} \left(S_{i}^{2} - \frac{2}{3} \right) \left(S_{i+\delta}^{2} - \frac{2}{3} \right) \right].$$

Тут Γ — магнетне поле; сумування i, δ пробігає по парах найближчих сусідів.

На основі цієї моделі в наближенні молекулярного поля (НМП) у випадку $\Gamma = 0$ досліджували квадрупольне впорядкування в магнетних матеріялах [4], причому квадрупольний момент в НМП виявляється параметром порядку. В наближенні ж константи зв'язку та наближенні двочастинкового кластера (НДК) квадрупольний момент не є параметром порядку [1,15,16]. Варто тут нагадати, що наближення константи зв'язку і двочастинкового кластера, а також наближення Бете (див., наприклад, [17]) передбачають однакові результати, які, проте, отримуємо з різних міркувань.

Модель (1.1) є частковим випадком загальнішої моделі Блюма–Емері–Ґріфітса

$$H = -\sum_{i=1}^{N} \left[\Gamma S_{i} + D S_{i}^{2} \right]$$
(1.2)
$$-\frac{1}{2} \sum_{i,\delta} \left[K S_{i} S_{i+\delta} + K' S_{i}^{2} S_{i+\delta}^{2} \right],$$

де *D* — однойонна анізотропія, *K*′ — константа біквадратної короткосяжної взаємодії. Цю модель уведено в праці [18] для опису суміші Не³–Не⁴. Вона є однією з найінтенсивніше досліджуваних моделей у теорії конденсованих систем. Це пов'язано як з відносною простотою проведення на її основі наближених розрахунків та тестування різних наближених методів, так і з можливістю моделювання нею широкого класу реальних об'єктів. Вона ефективна і при дослідженні простих та багатокомпонентних рідин [11, 19, 20], дипольних та квадрупольних упорядкувань у магнетиках [1,4,11], двокомпонентних сплавів з феромагнетними та немагнетними компонентами [11,21], упорядкування в напівпровідникових сплавах [22]. Крім того, багата фазова діяграма [17,23–29] зумовлює і суто теоретичний інтерес до цієї моделі.

У своїй роботі ми вивчимо вплив магнетного поля на термодинамічні характеристики моделі (1.1) на простій кубічній ґратці при додатніх білінійній та квадрупольній взаємодіях у наближенні двочастинкового кластера. Буде показано, що магнетне поле не просто індукує ненульову намагнеченість у "парамагнетній" та "квадрупольній" фазах, а може приводити до розділення температурного фазового переходу на каскад фазових переходів.

Слід зауважити, що у випадку моделі Блюма-Емері-Гріфітса НДК, на відміну від НМП (яким часто обмежуються або приймають як перше наближення при побудові фазових діяграм моделей магнетних систем із спін-спіновими та квадрупольквадрупольними взаємодіями [4-7]), коректно реаґує не лише на конкуренцію феромагнетної білінійної взаємодії з від'ємною однойонною анізотропією, а й на конкуренцію феромагнетної білінійної та від'ємної біквадратної взаємодій. Отримані в НДК фазові діяграми на площині (біквадратна взаємодія, температура) для моделі Блюма-Емері-Гріфітса на різних типах ґраток при нульовій однойонній анізотропії [16, 17, 30] якісно узгоджуються з результатами моделювання Монте-Карло [31, 32]. Стосовно робіт [16, 30, 31] слід, однак, ще зауважити, що наведені в них фазові діяграми на площині (біквадратна взаємодія, температура) при нульовій однойонній анізотропії є неповними: відсутня лінія, яка розділяє квадрупольну та нестійку квадрупольну фази, оскільки в цих роботах обмежилися однопідґратковою задачею. Про точність НДК свідчить і той факт, що для спін-1 ізинґівської моделі воно приводить до результатів, які збігаються з точними (див. [15]).

II. КЛАСТЕРНЕ НАБЛИЖЕННЯ

Для послідовного (з урахуванням залежности варіяційного поля від величини псевдоспіну) здійснення кластерного наближення для моделі (1.1) зручно виходити з гамільтоніяна моделі Блюма-Емері-Гріфітса (1.2).

Вираз для вільної енергії моделі (1.2) в НДК отримуємо на основі одночастинкового

$$H_1 = -\tilde{\varkappa}S_1 - \tilde{\varkappa}'S_1^2; \qquad (2.1)$$

$$\tilde{\varkappa} = \Gamma + z\varphi; \qquad \tilde{\varkappa}' = D + z\varphi'$$

(г — кількість найближчих сусідів) та двочастинкового

$$H_{12} = -\tilde{\tilde{\varkappa}}(S_1 + S_2) - \tilde{\tilde{\varkappa}}'(S_1^2 + S_2^2)$$
(2.2)
$$-KS_1S_2 - K'S_1^2S_2^2;$$

$$\tilde{\tilde{\varkappa}} = \Gamma + (z-1)\varphi; \qquad \tilde{\tilde{\varkappa}}' = D + (z-1)\varphi'$$

гамільтоніянів стандартно [16, 33, 34].

$$F = -k_{\rm B}TN[(1-z)\ln Z_1 + \frac{z}{2}\ln Z_{12}]; \qquad (2.3)$$

$$Z_{\rm c} = 2e^{\beta\tilde{z}'} \cdot \cosh(\beta\tilde{z}) + 1; \qquad (2.4)$$

$$Z_{1} = 2e^{\beta \tilde{\varkappa}'} \cdot \cosh(\beta \tilde{\varkappa}) + 1; \qquad (2.4)$$
$$Z_{12} = 2e^{\beta(2\tilde{\varkappa}' + K')} [e^{\beta K} \cdot \cosh(2\beta \tilde{\tilde{\varkappa}}) + e^{-\beta K}] + 4e^{\beta \tilde{\varkappa}'} \cdot \cosh(\beta \tilde{\tilde{\varkappa}}) + 1.$$

Тут $\beta = (k_{\rm B}T)^{-1}$. Кластерні поля φ та φ' є варіяцій-

ними параметрами. Їх знаходимо з умови мінімуму вільної енергії, що дає систему рівнянь:

$$\frac{e^{\beta \tilde{\varkappa}' \cdot \sinh(\beta \tilde{\varkappa})}}{Z_{1}} = (2.5)$$

$$\frac{e^{\beta (2\tilde{\varkappa}' + K' + K) \cdot \sinh(2\beta \tilde{\varkappa}) + e^{\beta \tilde{\varkappa}' \cdot \sinh(\beta \tilde{\varkappa})}}{Z_{12}};$$

$$\frac{e^{\beta \tilde{\varkappa}' \cdot \cosh(\beta \tilde{\varkappa})}}{Z_{1}} = \frac{e^{\beta (2\tilde{\varkappa}' + K')} [e^{\beta K \cdot \cosh(2\beta \tilde{\varkappa}) + e^{-\beta K}] + e^{\beta \tilde{\varkappa}' \cdot \cosh(\beta \tilde{\varkappa})}}{Z_{12}}.$$

Вирази для намагнечености $m = \langle S \rangle = -\frac{1}{N} \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\Gamma}$ і квадрупольного моменту $q = \langle S^2 \rangle = -\frac{1}{N} \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}D}$ з урахуванням (2.5) матимуть такий вигляд:

$$m = \frac{2\mathrm{e}^{\beta\tilde{\varkappa}'}\cdot\sinh(\beta\tilde{\varkappa})}{Z_1}; \qquad q = \frac{2\mathrm{e}^{\beta\tilde{\varkappa}'}\cdot\cosh(\beta\tilde{\varkappa})}{Z_1}.$$
 (2.6)

III. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВОГО дослідження

На основі наведених вище результатів, покладаючи $K^{(q)} = K'$ та D = -2zK'/3, проведено числове дослідження впливу магнетного поля на термодинамічні характерстики моделі (1.1) на простій кубічній ґратці (z=6) при додатних K та $K^{(q)}$.

Використовуватимемо позначення для відносних величин: $t = 3k_{\rm B}T/(2zK), h = \Gamma/K, k^{(q)} = K^{(q)}/K.$

Результати при ненульовому магнетному полі легше описати, якщо ми спочатку нагадаємо й дещо доповнимо результати при нульовому полі. У цьому випадку в НДК [1, 15, 16], за аналогією до результатів НМП [4], розрізнятимемо три фази:

• феромагнетну фазу ($m \neq 0, q \neq 2/3$; характерним є спадні опуклі вверх m(t), q(t);

• парамагнетну фазу ($m = 0, q \neq 2/3, q(t \to \infty) = 2/3;$ характерним є спадна опукла вниз або зростаюча опукла вверх q(t);

• квадрупольну фазу ($m = 0, q \neq 2/3$; характерним є зростаюча опукла вниз q(t)).

Яка поведінка термодинамічних характеристик із зміною температури є характерною для згаданих фаз, ми визначали тільки при таких значеннях $k^{(q)}$, коли можна чітко сказати, у якій з фаз перебуває система: коли зі зміною температури в системі відбувається фазовий перехід (ФП). Слід зауважити, що в наближенні молекулярного поля критерій для розрізнення фаз є чіткішим, оскільки в НМП не тільки намагнеченість, а й квадрупольний момент моделі (1.1) є параметрами порядку (у парафазі q = 2/3) [4, 16, 30].

норядку (у парафазі q — 2/0) (з) (з, ю, ю). На рис. 1 зображено отриману в НДК фазову ді-яграму на $(k^{(q)}, t)$ площині. При $k^{(q)} < k^{(q)}_{\text{TCP}}$ (ТСР — трикритична точка; $k^{(q)}_{\text{TCP}} = 2.28$) НДК передба-чає температурні фазові переходи феромагнетна —

7

парамагнетна фаза другого роду. В точці ФП відбувається занулення намагнечености, квадрупольний момент має злам (див. рис. За). При $k_{\text{TCP}}^{(q)} < k_{\text{TP}}^{(q)}$ (TP — потрійна точка; $k_{\text{TP}}^{(q)} = 3.0$) у системі відбуваються температурні фазові переходи феромагнетна — парамагнетна фаза першого роду, причому $m(t_c + 0) = 0, q(t_c - 0) > q(t_c + 0)$ (див. рис. 4а; t_c температура ФП). При $k_{\text{TP}}^{(q)} < k_{\text{CP}}^{(q)}$ (CP — критична точка; $k_{\text{CP}}^{(q)} = 3.2$) відбуваються температурні фазові переходи квадрупольна — парамагнетна фаза першого роду. В точці ФП квадрупольний момент має розрив, причому $q(t_c - 0) < q(t_c + 0)$ (див. рис. 5а, 6а). При $k_{\text{CP}}^{(q)} > k_{\text{CP}}^{(q)}$ НДК не передбачає фазового переходу зі зміною температури. Проте при низьких температурах поведінка q(t) є такою, як характерно для квадрупольної, а при високих — для парамагнетної фази (див. рис. 7а).



Рис. 1. Фазова діяграма на $(k^{(q)}, t)$ площині при нульовому зовнішньому магнетному полі. Товсті штрихована та суцільна лінії відповідають ФП феромагнетна — парамагнетна фаза другого та першого родів відповідно. Тонка суцільна лінія відповідає ФП квадрупольна — парамагнетна фаза першого роду. Товстий штрих-пунктир відповідає ФП феромагнетна — квадрупольна фаза першого роду. Тонкі штрихована та пунктирна лінії відповідають перегинам та максимумам у температурних залежностях квадрупольного моменту та статичної магнетної сприйнятливости відповідно. TCP — трикритична точка; TP — потрійна точка; CP — критична точка; $k_{\chi}^{(q)}$ — координата перетину лінії температурного ФП з лінією, яка відповідає максимумам у $\chi(t)$.

На рис. 1 також зображено лінію, що відповідає максимумам статичної магнетної сприйнятливости $\chi(t)$, та лінію, яка відповідає перегинам q(t). Важливо відзначити, що лінія, яка відповідає максимумам $\chi(t)$, збігається з лінією фазового переходу квадрупольна — парамагнетна фаза лівіше від критичної точки при $k^{(q)} = k_{\chi}^{(q)}$. У парамагнетній фазі при $k_{\chi}^{(q)} < k_{\rm CP}^{(q)} \chi(t)$ не є спадною функцією, а має максимум [35]. Лінія ж, яка відповідає перегинам q(t), збігається з лінією фазового переходу квадрупольна — парамагнетна фаза у критичній точці при $k^{(q)} = k_{\rm CP}^{(q)}$. Тому зручно вибирати як характеризуючу

функцію квадрупольний момент (при $k^{(q)} < k^{(q)}_{CP} q(t)$ має характерну поведінку в різних фазах).

Фазова діяграма, отримана в наближенні молекулярного поля, є якісно інакшою [4,16,30]. При $k^{(q)} < 1.5$ та 1.5 < $k^{(q)} < 3.0$ НМП, подібно як і НДК, передбачає температурні фазові переходи феромагнетна — парамагнетна фаза другого та першого родів, відповідно ($k^{(q)} = 1.5$ та $k^{(q)} = 3.0$ — координати трикритичної та потрійної точок). Проте НМП не передбачає критичної точки: ФП квадрупольна — парамагнетна фаза першого роду передбачається НМП при будь-яких $k^{(q)} > 3.0$, причому величина стрибка квадрупольного моменту не залежить від значення параметра $k^{(q)} > 3.0$, с

У ненульовому магнетному полі, за аналогією до випадку з нульовим полем, будемо розрізняти також три фази: феромагнетну, "парамагнетну" та "квадрупольну". "Парамагнетна" та "квадрупольна" фази відрізняються, відповідно, від парамагнетної та квадрупольної фаз лише ненульовою, індукованою магнетним полем, намагнеченістю, причому для "квадрупольної" фази характерним є зростаюча m(t) (див., наприклад, рис. 5b), а для "парамагнетної" характерним є спадна випукла вниз m(t) (див., наприклад, рис. 4b).

При ненульовому магнетному полі температурні фазові переходи можуть бути лише першого роду, причому в точці фазового переходу мають розриви всі розглянуті термодинамічні характеристики (намагнеченість, квадрупольний момент, статична сприйнятливість [35], теплоємність).

На рис. 2 зображено отримані в НДК фазові діяграми на (h, t) площині при різних значеннях квадрупольної взаємодії. На них наведено також лінії, які відповідають максимумам та перегинам у температурних залежностях статичної магнетної сприйнятливости та квадрупольного моменту відповідно.

Із рис. 2 можна бачити основний аспект зміни топологій фазових діяграм на (h, t) площині зі зміною $k^{(q)}$. Зупинимося на цьому докладніше.

При величинах квадрупольної взаємодії, за яких у випадку h = 0 в системі з підвищенням температури відбувається
 $\Phi\Pi$ феромагнетна \rightarrow парамагнетна фаза другого роду $(k^{(q)} < k^{(q)}_{\rm TCP})$, включення поля приводить до "розмиття" (зникнення) температурного фазового переходу (див. рис. 3). Замість занулення намагнечености та зламу квадрупольного моменту, як при фазовому переході феромагнетна \rightarrow парамагнетна фаза другого роду, при ненульовому полі наявні перегини в температурних залежностях намагнечености і квадрупольного моменту, а $\chi(t)$ не розбігається, а має максимум [35]. Топології фазових діяграм на (h,t) площині для $k^{(q)} \in [0, k_{\text{TCP}}^{(q)}]$ є такими, як на рис. 2а для $k^{(q)} = 1.4$ та $k^{(q)} = 2.2$. На цих фазових діяграмах наявні критичні точки. Причому точки, які відповідають температурам фазового переходу феромагнетна — парамагнетна фаза другого роду при h = 0, є на фазових діяграмах на (h, t) площині критичними точками: $h_{\rm CP} = 0, t_{\rm CP} = t_c$.



Рис. 2. Фазові діяграми на (h, t) площині при різних значеннях величини квадрупольної взаємодії: а $-k^{(q)} = 1.4$, 2.2, 2.8, 2.996; b $-k^{(q)} = 3.02$; c $-k^{(q)} = 3.06$; d $-k^{(q)} = 3.12$; e $-k^{(q)} = 3.4$; f $-k^{(q)} = 6.0$. Товсті суцільні лінії відповідають фазовим переходам першого роду. Тонкі штрихована та пунктирна лінії відповідають перегинам та максимумам у температурних залежностях квадрупольного моменту та статичної магнетної сприйнятливости відповідно. TP — потрійна точка; CP — критична точка; OP — точка межі фаз в основному стані; $h_{1\chi}$, h_{χ} та h_q — координати перетину лінії температурного ФП з лініями, які відповідають максимумам у $\chi(t)$ та перегинам у q(t).



Рис. 3. Температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту при $k^{(q)} = 2.2$ і різних значеннях поля: a - h = 0.0; b - h = 0.05.



Рис. 4. Температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту при $k^{(q)} = 2.996$ і різних значеннях поля: a - h = 0.0; b - h = 0.025; c - h = 0.05.

При величинах квадрупольної взаємодії, за яких у системі в нульовому магнетному полі з підвищенням температури відбувається фазовий перехід феромагнетна — парамагнетна фаза першого роду $(k_{\text{TCP}}^{(q)} < k_{\text{TP}}^{(q)})$, збільшення магнетного поля приводить спочатку до зменшення стрибків термодинамічних характеристик у точці ФП феромагнетна — "парамагнетна" фаза першого роду, а пізніше, при $h = h_{\text{CP}}$, до їх зникнення та "розмиття" цього температурного фазового переходу (див. рис. 2a, 4). Топології фазових діяграм на (h, t) площині при $k_{\text{TCP}}^{(q)} < k_{\text{TP}}^{(q)} \in$ такими, як на рис. 2а для $k^{(q)} = 2.8$ і $k^{(q)} = 2.996$.

При величинах квадрупольної взаємодії, за яких у системі в нульовому магнетному полі з підвищенням температури відбувається ФП квадрупольна \rightarrow парамагнетна фаза першого роду ($k_{\text{TP}}^{(q)} < k_{\text{CP}}^{(q)} < k_{\text{CP}}^{(q)}$; див. рис. 5а, 6а), із включенням магнетного поля ситуація не така однозначна, як у двох описаних вище випадках. Із погляду різних топологій фазових діяграм на (h, t) площині (див. рис. 2b, 2c, 2d) проміжок $k^{(q)} \in]k_{\text{TP}}^{(q)}, k_{\text{CP}}^{(q)}$ [можна поділити на три частини: $k^{(q)} \in]k_{\text{TP}}^{(q)}$, 3.048[, $k^{(q)} \in]$ 3.048, 3.099[, $k^{(q)} \in]$ 3.099, $k_{\text{CP}}^{(q)}$ [.

При $k^{(q)} \in]k^{(q)}_{\text{TP}}, 3.048[$ фазові діяграми на (h, t) площині мають топології такі, як фазова діяграма на рис. 2b. На них наявні потрійні точки при $h = h_{\rm TP}$, критичні точки при $h = h_{\rm CP}$ та точки межі фаз в основному стані (0Р) при $h = h_{0P} = k^{(q)} - 3$ (у яких зникає фазовий перехід при нульових температурах), причому $h_{0P} < h_{CP}$. При малих полях у системі відбувається температурний фазовий перехід "квадрупольна" → "парамагнетна" фаза (див. рис. 5b). Збільшення поля спричиняє розділення цього ФП у потрійній точці на каскад фазових переходів "квадрупольна" — феромагнетна — "парамагнетна" фаза (див. рис. 5с). Подальше збільшення поля приводить до зниження температури ФП "квадрупольна" — феромагнетна фаза аж до його зникнення при нульовій температурі, при $h = h_{0P}$, та до зменшення стрибків термодинамічних характеристик при
 $\Phi\Pi$ феромагнетна \rightarrow "парамагнетна" фаза (див. рис. 5с, 5d) аж до їх зникнення та "розмиття" цього ФП.

При $k^{(q)} \in]3.048, 3.099[$ фазові діяграми на (h, t) площині мають топології такі, як фазова діяграма на рис. 2с і відрізняються від фазових діяграм із описаною вище топологією тим, що $h_{\rm CP} < h_{0P}$. При $h \in]0, h_{\rm TP}[$ у системі спостерігаємо температурний фазовий перехід "квадрупольна" — "парамагнетна" фаза. При $h \in]h_{\rm TP}, h_{\rm CP}[$ в системі відбувається каскад фазових переходів "квадрупольна" — феромагнетна — "парамагнетна" фаза, а при $h \in]h_{\rm CP}, h_{0P}[- \Phi\Pi$ "квадрупольна" — феромагнетна —

Слід зауважити, що лінії, які відповідають максимумам $\chi(t)$ та перегинам q(t) в усіх описаних вище випадках (див. рис. 2а–2с), збігаються у критичну точку.

При $k^{(q)} = 3.099$ на фазовій діяграмі на (h, t) площині потрійна і критична точки збігаються та зникають разом із лінією фазового переходу феромагнетна — "парамагнетна" фаза, і при $k^{(q)} > 3.099$ вже немає межі між феромагнетною та "парамагнетною" фазами. При $k^{(q)} \in]3.099, k^{(q)}_{\rm CP}[$ фазові діяграми мають топологію, як фазова діяграма на рис. 2d. Тут лінії, що відповідають максимумам $\chi(t)$, збігаються з лінією ФП при $h = h_{1\chi}$ та $h = h_{\chi}$, а лінія, що відповідає перегинам q(t), — при $h = h_q$, причому $h_{\chi} \neq h_q$. Як змінюються температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту зі зміною магнетного поля, показано на рис. 6. Із рис. 2d, 6 видно, що при $h \in [0, h_{0P}]$ у системі відбувається температурний $\Phi \Pi$, причому при малих полях температурні залежності термодинамічних характеристик в околі t_c є такими, як при ФП "квадрупольна" — "парамагнетна" фаза, а при значеннях поля, близьких до $h_{0\rm P},-$ як при $\Phi\Pi$ "квадрупольна" — феромагнетна фаза. При значеннях поля, близьких до h_q , у високотемпературній фазі в околі t_c температурні залежності одних термодинамічних характеристик є такими, як притаманно "парамагнетній" фазі, а інших — як притаманно феромагнетній фазі (наприклад, температура, при якій відбувається перегин q(t), не збігається з температурою, при якій спостерігаємо перегин m(t)).

Якщо $k^{(q)} > k^{(q)}_{\rm CP}$, коли в системі в нульовому магнетному полі відсутній температурний ФП (див. рис. 7а), фазові діяграми на (h, t) площині мають топології, як фазові діяграми на рис. 2е, 2f. На цих фазових діяграмах наявні критичні точки при $h = h_{\rm CP}$ та точки межі фаз в основному стані при $h = h_{0P}$. Тут критичні точки іншого типу, аніж критичні точки на фазових діяграмах на рис. 2а-2с. У цих критичних точках зі збільшенням поля температурний фазовий перехід не зникає, а появляється. Слід також зауважити (див. рис. 2e, 2f), що лінії, які відповідають максимумам $\chi(t)$ та перегинам q(t), при малих полях збігаються з лінією фазового переходу у критичній точці (при $h = h_{\rm CP}$), а лінії, які відповідають максимумам $\chi(t)$ та перегинам q(t), при великих значеннях поля збігаються з лінією фазового переходу не в одній точці $(h_{\chi} < h_q).$

Окрім того, треба сказати, що при досить великих значеннях $k^{(q)}$ лінія, яка відповідає максимумам $\chi(t)$ при $h < h_{\rm CP}$, розділяється на дві гілки (що якісно не міняє самих фазових діяграм). Фазові діяграми разом із лініями, що відповідають максимумам у температурних залежностях магнетної сприйнятливости, при квадрупольній взаємодії, значно більшій від $k_{\rm CP}^{(q)}$, будуть наведені в окремій праці.

Як змінюються температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту зі зміною магнетного поля, якщо $k^{(q)} > k_{\rm CP}^{(q)}$, показано на рис. 7. Включення магнетного поля індукує ненульову намагнеченість, причому m(t) має максимум (див. рис.7b). Збільшення поля приводить до появи температурного ФП, причому спочатку намагнеченість у високотемпературній фазі має максимум (див. рис. 7c), пізніше m(t) в околі t_c поводиться, як при ФП "квадрупольна" — "парамагнетна" фаза (див. рис. 7d), а при досить великих значеннях поля m(t) та q(t) в околі t_c поводяться, як при ФП "квадрупольна" — феромагнетна фаза (див. рис. 7е). Подальше збільшення поля приводить до зменшення температури

 $\Phi \Pi$, аж до його зникнення при нульовій температурі (при $h = h_{0P}$).



Рис. 5. Температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту при $k^{(q)} = 3.02$ і різних значеннях поля: a -h = 0.0; b -h = 0.01; c -h = 0.015; d -h = 0.025.



Рис. 6. Температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту при $k^{(q)} = 3.12$ і різних значеннях поля: a -h = 0.0; b -h = 0.06; c -h = 0.1; d -h = 0.25.



Рис. 7. Температурні залежності намагнечености та квадрупольного моменту при $k^{(q)} = 3.4$ і різних значеннях поля: a -h = 0.0; b -h = 0.05; c -h = 0.175; d -h = 0.2; e -h = 0.35.

IV. ВИСНОВКИ

У наближенні двочастинкового кластера вивчено вплив магнетного поля на термодинамічні властивості спін-1 ізинґівської моделі магнетика з білінійними та квадрупольними взаємодіями на простій кубічній ґратці. Показано, що при значеннях квадрупольної взаємодії, за яких у системі при нульовому полі відбувається температурний фазовий перехід із феромагнетної в парамагнетну фази першого або другого роду, на фазових діяграмах у площині (температура, магнетне поле) наявна критична точка. При значеннях квадрупольної взаємодії, за яких у системі при нульовому полі відбувається температурний фазовий перехід із квадрупольної в парамагнетну фазу першого роду, на фазових діяграмах у площині (температура, магнетне поле) можуть бути наявні потрійна точка, критична точка і точка межі фаз в основному стані або лише точка межі фаз в основному стані. При значеннях квадрупольної взаємодії, за яких у системі при нульовому полі температурний фазовий перехід відсутній, на фазових діяграмах у площині (температура, магнетне поле) наявні критична точка і точка межі фаз в основному стані.

Установлено, що якщо на фазовій діяграмі на площині (температура, магнетне поле) наявна критична точка, то в ній збігається лінія фазового переходу з лініями, які відповідають перегинам та максимумам у температурних залежностях квадрупольного моменту та статичної магнетної сприйнятливости відповідно.

Також показано, що на фазових діяграмах на площині (температура, магнетне поле) критичні точки є трьох типів. У критичних точках одного типу відбувається при нульовому магнетному полі температурний фазовий перехід із феромагнетної в парамагнетну фазу другого роду, і включення поля "розмиває" цей перехід. У критичних точках другого типу зі збільшенням магнетного поля зникає температурний фазовий перехід з феромагнетної в "парамагнетну" фазу першого роду. У критичних точках третього типу зі збільшенням поля температурний фазовий перехід появляється, причому в цьому випадку в околі температури фазового переходу термодинамічні характеристики поводяться, як при фазовому переході з "квадрупольної" в "парамагнетну" фазу першого роду.

- Э. Л. Нагаев, Магнетики со сложсными обменными взаимодействиями (Наука, Москва, 1988).
- [2] E. Čižmár, M. Kačmár, M. Orendáč, A. Orendáčová, J. Černák, A. Feher, J. Magn. Magn. Mater. **196–197**, 433 (1999).
- [3] Th. Strässle, F. Juranyi, M. Schneider, S. Janssen, A. Furrer, K. W. Krämer, H. U. Güdel, Phys. Rev. Lett. 92, 257202 (2004).
- [4] H. Chen, P. Levy, Phys. Rev. B 7, 4267 (1973).
- [5] J. Sivardiere, M. Blume, Phys. Rev. B 5, 1126 (1972).
- [6] D. K. Ray, J. Sivardiere, Phys. Rev. B 18, 1401 (1978).
- [7] F. P. Onufrieva, I. P. Shapovalov, J. Moscow Phys. Soc. 1, 63 (1991).
- [8] H. A. Brown, Phys. Rev. B 31, 3118 (1985).
- [9] Yu. K. Rudavsky, O. Z. Vatamaniuk, V. P. Savenko, Condens. Matter Phys. (Lviv) iss. 5, 143 (1995).
- [10] O. Z. Vatamaniuk, Yu. K. Rudavsky, Phys. Status Solidi B 197, 199 (1996).
- [11] J. Sivardiere, in Proc. Internat. Conf. Static critical phenomena in inhomogeneous systems, Karpacz 1984, Lecture notes in physics 206 (Springer-Verlag, Berlin, 1984).
- [12] T. Iwashita, N. Uryû, Phys. Status Solidi B 137, 65 (1986).
- [13] T. Iwashita, N. Uryû, Phys. Status Solidi B 139, 597 (1987).
- [14] T. Iwashita, N. Uryû, Phys. Status Solidi B 158, 347 (1990).
- [15] K. Takahashi, M. Tanaka, J. Phys. Soc. Jpn 46, 1428 (1979).
- [16] С. І. Сороков, Р. Р. Левицький, О. Р. Баран, Укр. фіз. журн. 41, 490 (1996).
- [17] K. Kasono, I. Ono, Z. Phys. B 88, 205 (1992).

- [18] M. Blume, V. J. Emery, R. B. Griffiths, Phys. Rev. A 10, 1071 (1971).
- [19] D. Mukamel, M. Blume, Phys. Rev. A 10, 610 (1974).
- [20] D. Furman, S. Dattagupta, R. B. Griffiths, Phys. Rev. B 15, 441 (1977).
- [21] J. Bernasconi, F. Rys, Phys. Rev. B 4, 3045 (1971).
- [22] K.E. Newman, J. D. Dow, Phys. Rev. B 27, 7495 (1983).
- [23] K. Takahashi, M. Tanaka, J. Phys. Soc. Jpn 48, 1423 (1980).
- [24] W. Hoston, A. N. Berker, Phys. Rev. Lett. 67, 1027 (1991).
- [25] R. R. Netz, A. N. Berker, Phys. Rev. B 47, 15019 (1993).
- [26] T. Balcerzak, M. Gzik-Szumiata, Phys. Rev. B 60, 9450 (1999).
- [27] M. Keskin, A. Erdinç, J. Magn. Magn. Mater. 283, 392 (2004).
- [28] O. R. Baran, R. R. Levitskii, Phys. Status Solidi B 219, 357 (2000).
- [29] O. R. Baran, R. R. Levitskii, Phys. Rev. B 65, 172407 (2002).
- [30] Р. Р. Левицький, О. Р. Баран, С. І. Сороков, препринт ICMP-97-22U, Львів, 1997.
- [31] O. F. de Alcantara Bonfim, C. H. Obcemea, Z. Phys. B 64, 469 (1986).
- [32] R. J. C. Booth, Lu Hua, J. W. Tucker, C. M. Care, I. Halliday, J. Magn. Magn. Mater. **128**, 117 (1993).
- [33] S. I. Sorokov, R. R. Levitskii, O. R. Baran, Condens. Matter Phys. (Lviv) iss. 9, 57 (1997).
- [34] Дж. Смарт, Эффективное поле в теории магнетизма (Наука, Москва, 1968).
- [35] Р. Р. Левицький, О. Р. Баран, препринт ICMP-01-36U, Львів, 2001.

MAGNETIC FIELD INFLUENCE ON THERMODYNAMIC CHARACTERISTICS OF SPIN-1 ISING MODEL WITH BILINEAR AND QUADRUPOLAR INTERACTIONS. CLUSTER APPROXIMATION

R. R. Levitskii, O. R. Baran Institute for Condensed Matter Physics 1 Svientsitskii St., Lviv, 79011, Ukraine e-mail: ost@icmp.lviv.ua

The influence of external magnetic field on spin-1 Ising model with bilinear and quadrupolar interactions is studied within the cluster approximation. Phase diagrams in the (magnetic field, temperature) plane are constructed at different values of quadrupolar interaction. Temperature dependences of magnetization and quadrupolar moment are obtained at different values of the model parameters. We show that at those values of the quadrupolar interaction when at zero magnetic field the system undergoes the temperature phase transition between quadrupolar and paramagnetic phases, the external magnetic field not only induces a non-zero magnetization in "paramagnetic" and "quadrupolar" phases, but also can split this transition into a cascade of phase transitions: "quadrupolar" \rightarrow ferromagnetic \rightarrow "paramagnetic" phase.