ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 11, № 4 (2007) с. 396–403

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 11, No. 4 (2007) p. 396–403

СПЕКТРОСКОПІЯ ВАЖКИХ МЕЗОНІВ У РЕЛЯТИВІЗОВАНІЙ ПОТЕНЦІЯЛЬНІЙ МОДЕЛІ

С. С. Піх

Кафедра теоретичної фізики Львівського національного університету імені Івана Франка, вул. Драгоманова, 12, Львів, 79005, Україна

(Отримано 07 серпня 2007 р.)

Досліджено спектроскопію чармонію, боттомонію та B_c-мезона в релятивізованій потенціяльній моделі, що містить релятивістську кінетичну енерґію, потенціял Корнеля з нестатичною спін-незалежною та спін-залежними релятивістськими поправками на основі формалізму Солпітера. Обговорено також Лоренц-структуру ув'язнювального потенціялу.

Ключові слова: спектроскопія кварконію, потенціяльні моделі, узагальнене рівняння Солпітера.

PACS number(s): 14.40.−n, 11.10.St

I. ВСТУП

Нові експериментальні відкриття збуджених станів чармонію та боттомонію [1–7] відновили зацікавленість теоретичними дослідженнями спектроскопії важких мезонів. Порівнюючи теоретичні передбачення, що випливають із квантової хромодинаміки (КХД), ґраткових обчислень, із наявними експериментальними даними, можна отримати інформацію про динаміку важких кварків. Ця інформація підтверджує найважливіші риси КХД-асимптотичної свободи та ув'язнення (конфайнмент) кварків.

Але з основних принципів КХД неможливо отримати потенціял кварк–антикваркової взаємодій. Унаслідок зростання константи сильної взаємодії теорія збурень не застосовна на великих віддалях. Це призводить до теоретичної невизначености потенціялу на великих та проміжних віддалях. Саме тому існує так багато різних феноменологічних підходів для опису непертурбативної частини КХД. Серед них значних успіхів досягнуто в потенціяльних кваркових моделях [7].

У цих моделях зазвичай потенціял кварк–антикваркової взаємодії є статичним, тобто залежить тільки від віддалі між кварком й антикварком, не залежить від аромату кварків і містить такі складники:

- короткосяжну частину, яку отримують із КХД;
- далекосяжну частину, яку виводять із ґраткової теорії;
- проміжну частину — це гладка екстраполяція між двома попередніми.

Дослідження тонкої та надтонкої структури P-станів мезонів і ширин розпадів виявили суттєву залежність їх від релятивістських ефектів, зокрема від Лоренц-трансформаційних властивостей міжкваркового потенціялу [8–12]. Тому до статичного потенціялу слід додавати нестатичні поправки, що залежать від аромату через посередництво мас кварків. Ці поправки містять спін-залежні та спін-незалежні члени. Спін-залежні отримують з КХД. Нестатичні спін-незалежні члени виникають частково з далекосяжної частини потенціялу і отже, їх неможливо визначити з КХД.

Розв'язуючи рівняння Шредингера з цими потенціялами або інші рівняння з релятивістською кінематикою, одержують масовий спектр. Порівняння цього спектра з експериментальним дає підстави стверджувати, що потенціял має бути сумою Лоренц-векторної та Лоренц-скалярної частин. Найчастіше припускають, що скалярною частиною має бути далекосяжна ув'язнювальна частина взаємодії, тоді як векторною — короткосяжна кулоноподібна взаємодія з деякою домішкою скалярної [13, 14]. Однак дотепер існує певна неузгодженість сучасних експериментальних даних та теоретичних передбачень стосовно масових спектрів [11, 12], ось чому врахування та оцінка внесків релятивістських ефектів усе ще актуальна задача. Саме такий аналіз проведено в цій статті на основі узагальненого безспінового рівняння Солпітера.

II. КВАЗІРЕЛЯТИВІСТСЬКЕ НАБЛИЖЕННЯ

Розгляньмо узагальнене безспінове рівняння Солпітера [15] для мезона як зв'язаного стану кварка масою m_1 та антикварка масою m_2, покладаючи, що потенціял кварк–антикваркової взаємодії $V(r)$ є сумою скалярної $V_\mathrm{s}(r)$ і векторної $V_\mathrm{v}(r)$ частин,

$$\Big\{[p^2+(m_1+\beta_1 V_\mathrm{s}(r))^2]^{1/2} + [p^2+(m_2+\beta_2 V_\mathrm{s}(r))^2]^{1/2} + V_\mathrm{v}(r)\Big\}\Psi = E\Psi, \qquad (1)$$

$$V(r) = V_\mathrm{s}(r) + V_\mathrm{v}(r), \qquad (2)$$
$$\beta_{1,2} = \frac{m_{2,1}}{m_1+m_2}, \quad \beta_1+\beta_2 = 1.$$

Якщо $m_{1,2} > p$, $m_{1,2} > V_\mathrm{s}(r)$, то рівняння (1) можна спростити, розкладаючи корені в ряд за степенями $p^2/m_{1,2}^2$, $V_\mathrm{s}(r)/m_{1,2}$. Обмежимося лише нестатичною релятивістською поправкою, спричиненою скалярним ув'язнювальним потенціялом, отже,

$$\Big\{\sqrt{p^2+m_1^2}+\sqrt{p^2+m_2^2}+V(r) -\frac{1}{2}\left(\frac{\beta_1}{m_1^2}+\frac{\beta_2}{m_2^2}\right)V_{\mathrm{s}}(r)p^2\Big\}\Psi=E\Psi. \quad (3)$$

Ми не взяли до уваги той факт, що p^2 і V_{s} не комутують, оскільки далі обчислимо середнє значення релятивістської поправки, яке не залежить від порядку p^2 і V_{s}. Зведімо рівняння (3) до інтеґральної форми за алґоритмом, наведеним у [16, 17]. Оскільки потенціял $V(s)$ сферично-симетричний, відокремимо змінні в рівнянні, для цього запишімо хвильову функцію як добуток

$$\Psi(r,\vartheta,\varphi)=R(r)Y(\hat{r}),\qquad \hat{r}=(\vartheta,\varphi) \quad (4)$$

і підставмо в (3). Розгляньмо дію нелокального оператора $\sqrt{p^2+m^2}$ на хвильову функцію, зробивши фур'є-перетворення $\delta(r-r')$

$$\sqrt{p^2+m^2}\Psi=\sqrt{p^2+m^2}R(r)Y(\hat{r})=\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3r'd^3p\sqrt{p^2+m^2}e^{ip(r-r')}R(r')Y(\hat{r}')$$

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3r'd^3p\frac{1}{\sqrt{p^2+m^2}}\,e^{ip(r-r')}Y_l^m(\hat{r}')(-\nabla_l'^2+m^2)R(r'),$$

$$\nabla_l'^2=\frac{1}{r'}\frac{d^2}{dr'^2}r'-\frac{l(l+1)}{r'^2}.$$

Використавши розклад експоненти за сферичними гармоніками [18]

$$e^{ipr}=4\pi\sum_{l,m}i^lJ_l(pr)Y_l^m(\hat{p})Y_l^{m*}(\hat{r}),$$

де $J_l(pr)$ — сферична функція Бесселя, а також ортогональність сферичних гармонік, отримаємо

$$\sqrt{p^2+m^2}R(r)Y_l^m(\hat{r}) =Y_l^m(\hat{r})\frac{1}{\pi}\int_0^\infty dr'\,I_l(r,r')(-\nabla_l'^2+m^2)R(r'). \quad (5)$$

Інтеґрал

$$I_l(r,r')=\int_0^\infty dp\,p^2\frac{J_l(pr)J_l(pr')}{\sqrt{p^2+m^2}}$$

виразимо через циліндричні функції $K_l(z)$ [19]

$$I_l(r,r')=2^lz^{l+1}\left(\frac{1}{z}\frac{\partial}{\partial z}\right)^l\frac{1}{z}\Big[(y-z)^{1/2}K_l((y-z)^{1/2}) -(y+z)^{1/2}K_l((y+z)^{1/2})\Big],$$

$$y=m^2(r^2+r'^2),\qquad z=2m^2rr',$$

або

$$I_l(r,r')=\sum_{k=0}^{l}\frac{(-1)^ll!2^k}{(l-k)!(mrr')^k} \times\Big[(-1)^{l-k}(m|r-r'|)^kK_k(m|r-r'|) -(m(r+r'))^kK_k(m(r+r'))\Big], \quad (6)$$

тоді рівняння (3) для радіяльної функції $U_{nl}(r)=rR_{nl}(r)$ набере вигляду

$$T_{nl}(r)+(V(r)+\Delta T_{nl}(r))U_{nl}(r)=E_{nl}U_{nl}(r), \quad (7)$$

де

$$T_{nl}(r)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty dr'\,I_l(r,r') \times\left(-\frac{\partial^2}{\partial r'^2}+\frac{l(l+1)}{r'^2}+m_{1,2}^2\right)U_{nl}(r'), \quad (8)$$

$$\Delta T_{nl}(r)=-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta_1}{m_1^2}+\frac{\beta_2}{m_2^2}\right)V_s(r) \times\left(-\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{l(l+1)}{r^2}\right). \quad (9)$$

Розгляньмо окремо T_{nl}. Якщо підставити $I_l(r,r')$ у (8), зробити заміну змінних та використати співвідношення [19]

$$(-r)^kK_k(m_{1,2},r)=\frac{\partial^kK_0(m_{1,2},r)}{\partial m_{1,2}^k},$$

то одержимо

$$T_{nl}(r)=\sum_{k=0}^{l}\frac{l!}{(l-k)!(m_{1,2},r)^k}\frac{\partial^k}{\partial m_{1,2}^k}\int_0^\infty dr'\,K_0(m_{1,2},r')$$

$$\times\left\{\frac{1}{(r+r')^k}\left[-\frac{\partial^2}{\partial(r+r')^2}+\frac{l(l+1)}{(r+r')^2}+m_{1,2}^2\right]U_{nl}(r+r')\right. \tag{10}$$
$$\left.+\frac{1}{|r-r'|^k}\left[-\frac{\partial^2}{\partial(r-r')^2}+\frac{l(l+1)}{(r-r')^2}+m_{1,2}^2\right]U_{nl}(r-r')\right\}$$

та інтеґро-диференціяльне рівняння (7) для знаходження енерґетичного спектра.

III. МЕЗОННИЙ СПЕКТР

Тепер на основі рівняння (7) дослідимо енерґетичний спектр важких мезонів у потенціяльній кварковій моделі Корнеля

$$V_v(r)=-\frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r}+(1-\varepsilon)ar,$$
$$V_s(r)=\varepsilon ar, \tag{11}$$

α_s, a — параметри моделі, ε — константа скаляр-векторного змішування ув'язнювального потенціялу. Для аналізу релятивістських ефектів, крім нестатичного члена ΔT_{nl}, додамо до потенціялу спін-залежні члени $V_{\mathrm{SD}}(r)$ [13, 14]

$$V_{\mathrm{SD}}(r)=V_{\mathrm{SS}}(r)+V_{\mathrm{LS}}(r)+V_{\mathrm{T}}(r), \tag{12}$$

$V_{\mathrm{SS}}(r)$ відповідає спін-спіновій взаємодії

$$V_{\mathrm{SS}}(r)=\frac{2}{3}\frac{(\mathbf{S}_1\cdot\mathbf{S}_2)}{m_1m_2}\Delta V_v(r), \tag{13}$$

$\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_2$ — спін кварка й антикварка відповідно, $V_{\mathrm{LS}}(r)$ — спін-орбітальна взаємодія

$$V_{\mathrm{LS}}(r)=\frac{1}{4}\frac{(\mathbf{LS})}{r}\left[\left(\frac{1}{m_1^2}+\frac{1}{m_2^2}+\frac{4}{m_1m_2}\right)\frac{\partial V_v(r)}{\partial r}\right.$$
$$\left.-\left(\frac{1}{m_1^2}+\frac{1}{m_2^2}\right)\frac{\partial V_s(r)}{\partial r}\right], \tag{14}$$

$\mathbf{S}=\mathbf{S}_1+\mathbf{S}_2$ — спін мезона, $\mathbf{L}=[\mathbf{r}\cdot\mathbf{p}]$ — орбітальний момент, $V_{\mathrm{T}}(r)$ — тензорна частина спін-залежного потенціялу

$$V_{\mathrm{T}}(r)=\frac{1}{m_1m_2}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial V_v(r)}{\partial r}-\frac{\partial^2V_v(r)}{\partial r^2}\right]S_{12},$$
$$S_{12}=\left[\frac{(\mathbf{S}_1\mathbf{r})(\mathbf{S}_2\mathbf{r})}{r^2}-\frac{1}{3}(\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2)\right]. \tag{15}$$

Енерґетичний спектр обчислимо за формулою

$$E_{nl}=\langle T_{nl}+\Delta T_{nl}+V+V_{\mathrm{SD}}\rangle, \tag{16}$$

де

$$\langle T_{nl}\rangle=\int_0^\infty U_{nl}(r)T_{nl}(r)\,dr, \tag{17}$$

$$\langle\Delta T_{nl}+V(r)+V_{\mathrm{SD}}(r)\rangle=\int_0^\infty U_{nl}(r)$$
$$\times(\Delta T_{nl}(r)+V(r)+V_{\mathrm{SD}}(r))U_{nl}(r)\,dr, \tag{18}$$

обираючи за радіяльну функцію кулонівського типу функцію [20]

$$U_{nl}(r)=C_{nl}r^{l+1}e^{-\gamma r}L_{n-1}^{2l+2}(2\gamma r), \tag{19}$$

$C_{nl}=\left[\frac{(2\gamma)^{2l+3}(n-1)!}{\Gamma(2l+2+n)}\right]^{1/2}$ — константа нормування, $L_{n-1}^{2l+2}(2\gamma r)$ — приєднані функції Лаґерра [19], γ — варіяційна стала, яку визначають з умови $\frac{\partial E_{nl}}{\partial\gamma}=0$. Підставмо (19) в (10) і проінтеґруймо по r'

$$T_{nl}(r)=\frac{C_{nl}}{\pi}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{l}(-1)^{l-k}\frac{l!(n+2l+1)!}{i!(l-k)!(2l+2+i)!}G_{ik}(m_{1,2},\gamma,r),$$

$$G_{ik}(m_{1,2},\gamma,r)=\frac{(2\gamma)^i}{(m_{1,2},r)^k}\left[-Q^2\frac{\partial^{j+1}}{\partial\gamma^{j+1}}+2\gamma(l+i+1)\frac{\partial^j}{\partial\gamma^j}+i(2l+i+1)\frac{\partial^{j-1}}{\partial\gamma^{j-1}}\right]\frac{\partial^kJ(m_{1,2},\gamma,r)}{\partial m_{1,2}^k},\qquad j=i+l-k,$$

$$J(m_{1,2},\gamma,r)=2e^{-\gamma r}\int_0^\infty dr'\,\mathrm{ch}(\gamma r')K_0(mr')=\frac{\pi e^{-\gamma r}}{Q},$$

$$Q=\sqrt{m_{1,2}^2-\gamma^2}.$$

Тоді кінцевий вираз для енерґетичного спектра (16) буде таким:

$$\langle T_{nl}(r)\rangle=(2\gamma)^{l+1}\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{l}(-1)^{l-k}\frac{l!}{i!(l-k)!(2l+i+2)!}\frac{(2\gamma)^{i+k}}{m_{1,2}^k}$$

$$\times \left\{ -Q^2 \frac{\partial^k}{\partial m_{1,2}^k} A_{j+1} + \frac{\partial^k}{\partial m_{1,2}^k} \left[2\gamma(l+i+1)A_j + i(2l+i+1)A_{j-1} \right] \right\},$$

$$A_j = \sum_{p=0}^{j} \frac{(-1)^p j!}{(j-p)!} \frac{\Gamma(l-k+p+2)\Gamma(l+n+k-p)}{(2\gamma)^P (n-1)!\Gamma(l+k+1-p)} \frac{\partial^{j-p}}{\partial \gamma^{j-p}} \frac{1}{Q},$$

$$\langle V(r) \rangle = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s \gamma}{(l+1)} + \frac{a}{2\gamma}(2n+2l+1),$$

$$\langle \Delta T_{nl}(r) \rangle = -\frac{\varepsilon a \gamma}{2} \left(\frac{\beta_1}{m_1^2} + \frac{\beta_2}{m_2^2} \right) \left(l + n - \frac{1}{2} \right),$$

де враховано [21]

$$\int_0^\infty L_n^\nu(x) e^{-x} x^{\alpha-1}\, dx = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(1+\nu+n-\alpha)}{n!\Gamma(1+\nu-\alpha)}.$$

У додатку наведено вирази для енерґій S- та P-станів чармонію, боттомонію, B_c-мезона, числові розрахунки містяться в таблицях 2–6.

IV. ВИСНОВКИ

У цій статті одержано аналітичний вираз для обчислення масового спектра важких мезонів у релятивізованій кварковій потенціяльній моделі на основі узагальненого безспінового рівняння Солпітера. Як приклад досліджено спектри чармонію, боттомонію та B_c-мезона. Наведені в таблицях 2, 4 енергії S-, P-станів чармонію й боттомонію узгоджуються з експериментальними значеннями в межах декількох МеВ, за винятком 2^1S_0-стану чармонію, де відхилення від нових експериментальних даних [2] є значно більшим. Така неузгодженість частково пов'язана з недостатньо великою масою c-кварка, щоб використовувати розклад за v^2/c^2. Релятивістські поправки в чармонію становлять (0.1–0.8)% енерґії, тоді як у боттомонію — (0.05–0.15)%.

Щодо спектра B_c-мезона, то експериментально виміряна маса лише основного стану $^1S_0$, тому в таблиці 6 для порівняння подано результати інших авторів.

Оцінка синґлет–триплетного розщеплення P-станів чармонію, боттомонію (таблиці 3, 5) передбачає скалярну структуру ув'язнюючого потенціялу, для чармонію таке передбачення збігається з результатами деяких інших кваркових потенціяльних моделей [9, 10]. Крім того, одержано, що $M(^3P_{\text{ц.м.}} < M(^1P_1)$, де $M(^3P_{\text{ц.м.}} = \frac{1}{9}[5M(1^3P_2) + 3M(1^3P_1) + M(1^3P_0)]$ — центр мас спінового триплета. На сьогодні є широкий діяпазон іноді суперечливих теоретичних передбачень щодо P-станів чармонію. Зокрема у кварковій моделі [22], ґраткових обчисленнях [23] $M(^3P_{\text{ц.м.}} > M(^1P_1)$ і, навпаки, у кварковій моделі [24], де враховано спін-незалежні релятивістські поправки, $M(^3P_{\text{ц.м.}} < M(^1P_1)$, такий самий результат дає й пертурбативна КХД [25]. Однак підтвердити чи спростувати ці передбачення зможуть лише майбутні експерименти та збільшення точности наявних.

A. Додаток

Наведімо явні вирази для обчислення енерґій S-, P-станів для чармонію, боттомонію та B_c-мезона
1S-стани

$$T_{10} = \frac{C_{10}}{\pi} G_{00}(m_{1,2}, \gamma, r) = \frac{C_{10}}{\pi} \left[-Q^2 \frac{\partial}{\partial \gamma} + 2\gamma \right] J(m_{1,2}, \gamma, r) = \sqrt{4\gamma^3}[Q^2 r + \gamma] J(m_{1,2}, \gamma, r),$$

$$\langle T_{10} \rangle = \frac{m_{1,2}^2}{\sqrt{m_{1,2}^2 - \gamma^2}},$$

$$\Delta T_{10} = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_1}{m_1^2} + \frac{\beta_2}{m_2^2} \right) V_s(r) \frac{\partial^2}{\partial r^2},$$

$$\langle \Delta T_{10} \rangle = -\frac{\gamma}{4} \varepsilon a \left(\frac{\beta_1}{m_1^2} + \frac{\beta_2}{m_2^2} \right),$$

$$\langle V \rangle = -\frac{4}{3} \gamma \alpha_s + \frac{3}{2} \frac{a}{\gamma}, \qquad \langle V_{\text{SD}} \rangle = \begin{cases} -\dfrac{8}{3} \dfrac{\alpha_s \gamma^3}{m_1 m_2} & S = 0, \\[2ex] \dfrac{8}{9} \dfrac{\alpha_s \gamma^3}{m_1 m_2} & S = 1. \end{cases}$$

2S-стани

$$T_{20} = \frac{C_{20}}{\pi}[3G_{00}(m_{1,2},\gamma,r) + G_{10}(m_{1,2},\gamma,r)] = -\frac{C_{20}}{\pi}\left[3\frac{\partial}{\partial\gamma} + 2\gamma\frac{\partial^2}{\partial\gamma^2}\right]Q^2 J(m_{1,2},\gamma,r)$$
$$= \sqrt{\frac{4\gamma^3}{3}}\left[(5\gamma - 4\gamma^2 r) + (3r - 2\gamma r^2)Q^2 + \frac{2\gamma^3}{Q^2}\right]J(m_{1,2},\gamma,r),$$
$$\langle T_{20}\rangle = \frac{m_{1,2}^2}{\sqrt{m_{1,2}^2 - \gamma^2}} + \frac{2}{3}\frac{\gamma^2 m_{1,2}^2}{(m_{1,2}^2 - \gamma^2)^{3/2}},$$
$$\langle \Delta T_{20}\rangle = -\frac{3}{4}\varepsilon a\gamma\left(\frac{\beta_1}{m_1^2} + \frac{\beta_2}{m_2^2}\right),$$
$$\langle V\rangle = -\frac{4}{3}\gamma\alpha_s + \frac{5a}{2\gamma}, \qquad \langle V_{\mathrm{SD}}\rangle = \begin{cases} -\dfrac{8}{9}\dfrac{\alpha_s\gamma^3}{m_1 m_2} & S = 0, \\[2ex] \dfrac{8}{27}\dfrac{\alpha_s\gamma^3}{m_1 m_2} & S = 1. \end{cases}$$

1P-стани

$$T_{11} = \frac{C_{11}}{\pi}[-G_{00}(m_{1,2},\gamma,r) + G_{01}(m_{1,2},\gamma,r)] = \frac{C_{11}}{\pi}\left[Q^2\frac{\partial^2}{\partial\gamma^2} - 4\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}\right]J(m_{1,2},\gamma,r)$$
$$+\frac{1}{m_{1,2}r}\left[-Q^2\frac{\partial}{\partial\gamma} + 4\gamma\right]\frac{\partial J(m_{1,2},\gamma,r)}{\partial m} = \gamma\sqrt{\frac{(2\gamma)^3}{6}}\left[r^2Q^2 + 2r\gamma - \frac{\gamma(\gamma r - 1)}{rQ^2}\right]J(m_{1,2},\gamma,r),$$
$$\langle T_{11}\rangle = \frac{m_{1,2}^2}{(m_{1,2}^2 - \gamma^2)^{1/2}} - \frac{2}{3}\frac{\gamma^4}{(m_{1,2}^2 - \gamma^2)^{3/2}},$$
$$\langle \Delta T_{11}\rangle = -\frac{3}{4}\,\varepsilon a\gamma\left(\frac{\beta_1}{m_1^2} + \frac{\beta_2}{m_2^2}\right), \qquad \langle V\rangle = -\frac{2}{3}\alpha_s\gamma + \frac{5a}{2\gamma},$$

$$\langle V_{\mathrm{SD}}\rangle = \begin{cases} \left[\dfrac{1}{4}(2\varepsilon - 1)a\gamma - \dfrac{2}{9}\alpha_s\gamma^3\right]C' - \left[\dfrac{7}{6}(1-\varepsilon)a\gamma + \dfrac{4}{3}\alpha_s\gamma^3\right]C'' & S = 1,\ J = 0, \\[2ex] \left[\dfrac{1}{8}(2\varepsilon - 1)a\gamma - \dfrac{1}{9}\alpha_s\gamma^3\right]C' - \left[\dfrac{5}{12}(1-\varepsilon)a\gamma + \dfrac{2}{9}\alpha_s\gamma^3\right]C'' & S = 1,\ J = 1, \\[2ex] \left[-\dfrac{1}{8}(2\varepsilon - 1)a\gamma + \dfrac{1}{9}\alpha_s\gamma^3\right]C' - \left[\dfrac{29}{60}(1-\varepsilon)a\gamma + \dfrac{2}{5}\alpha_s\gamma^3\right]C'' & S = 1,\ J = 2, \\[2ex] C' = \dfrac{1}{m_1^2} + \dfrac{1}{m_2^2},\ C'' = \dfrac{1}{m_1 m_2}. \end{cases}$$

Модель	α_s	a (ГеВ^2)	m_c (ГеВ)	m_b (ГеВ)
$\varepsilon = 0$	0.5201	0.1451	1.512	4.923
$\varepsilon = 1$	0.5154	0.1487	1.463	4.894

Таблиця 1. Параметри моделі.

Мезонний стан	Теорія (модель)		Експеримент	
$^{2s+1}L_J$	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$	[5]	[2]
$1^1S_0(\eta_c)$	2.9513	2.9513	2.9798	2.9796
$1^3S_1(J/\Psi)$	3.0969	3.0969	3.09688	3.09692
$1^3P_0(\chi_{c_0})$	3.4307	3.4170	3.4173	3.41519
$1^3P_1(\chi_{c_1})$	3.5380	3.5132	3.51053	3.51059
$1^3P_2(\chi_{c_2})$	3.6003	3.5591	3.55617	3.55626
$1^1P_1(h_c)$	3.5651	3.5346	3.52614	3.5244
$1^3P_{\text{ц.м.}}$	3.5600	3.5280	3.5254	3.5254
$2^1S_0(\eta_c')$	3.5875	3.5875	3.5940	3.6374
$2^3S_1(\Psi')$	3.6861	3.6844	3.6860	3.68609

Таблиця 2. Масовий спектр чармонію (в ГеВ).

ΔE	Модель		Експеримент	
	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$	[5]	[2]
$1^3P_1 - 1^1S_0$	0.145	0.145	0.117	0.117
$2^3S_1 - 2^1S_0$	0.098	0.098	0.092	0.049
$1^3P_2 - 1^3P_1$	0.062	0.045	0.046	0.046
$1^3P_1 - 1^3P_0$	0.107	0.096	0.093	0.095
$1^1P_1 - 1^3P_{\text{ц.м.}}$	0.005	0.007	0.0007	−0.0010

Таблиця 3. Надтонка структура спектра чармонію (в ГеВ).

Мезонний стан	Теорія (модель)		Експеримент	
$^{2s+1}L_J$	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$	[5]	[6]
$1^1S_0(\eta_b)$	9.3871	9.3765	—	—
$1^3S_1(\Upsilon)$	9.4604	9.4604	9.46037	9.46030
$1^3P_0(\chi_{b_0})$	9.8131	9.8564	9.8598	9.8599
$1^3P_1(\chi_{b_1})$	9.8627	9.8892	9.8918	9.8927
$1^3P_2(\chi_{b_2})$	9.9085	9.9111	9.9132	9.9126
$1^1P_1(h_b)$	9.8831	9.99026	—	—
$1^3P_{\text{ц.м.}}$	9.8826	9.8977	9.9001	9.9001
$2^1S_0(\eta_b')$	9.9655	9.9623	—	—
$2^3S_1(\Upsilon')$	10.0233	10.0233	10.02330	10.02326

Таблиця 4. Масовий спектр боттомонію (в ГеВ).

ΔE	Модель		Експеримент	
	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$	[5]	[6]
$1^3S_1 - 1^1S_0$	0.073	0.077	—	—
$2^3S_1 - 2^1S_0$	0.058	0.060	—	—
$1^3P_1 - 1^3P_0$	0.0496	0.0328	0.0320	0.0328
$1^3P_2 - 1^3P_1$	0.0435	0.0219	0.0214	0.0199
$1^1P_1 - 1^3P_{\text{ц.м.}}$	0.005	0.093	—	—

Таблиця 5. Надтонка структура спектра боттомонію (в ГеВ).

Мезонний стан $^{2s+1}L_J$	Теорія							Експеримент
	модель							
	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$	[22]	[8]	[9]	[26]	[7]	[2]
1^1S_0	6.360	6.352	6.286	6.286	6.270	6.286	6.280	6.287
1^3S_1	6.423	6.432	6.338	6.341	6.332	6.380	6.321	
1^3P_0	6.510	6.532	6.706	6.701	6.699	6.750	6.727	
1^3P_2	6.582	6.581	6.768	6.772	6.762	6.768	6.783	
2^1S_0	6.950	6.941	6.855	6.882	6.835	6.856	6.960	
2^3S_1	6.989	6.973	6.887	6.914	6.881	6.918	6.990	

Таблиця 6. Масовий спектр B_c-мезона (в ГеВ).

[1] A. Tomaradze, hep-ex/0410090.
[2] S. Eidelman *et al.*, Phys. Lett. B **592**, 1 (2004); D. Acosta *et al.*, hep-ex/0505076.
[3] S. Bagnasco *et al.*, Phys. Lett. B **533**, 237 (2002); C. Patrignani, hep-ex/040085.
[4] S. K. Choi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 102001 (2002).
[5] C. Caso *et al.*, Eur. Phys. J. C **3**, 1 (1998).
[6] K. Hagiwara *et al.*, Phys. Rev. D **66**, 01001 (2002).
[7] N. Brambilla *et al.*, hep-ph/0412158.
[8] L. P. Falcher, hep-ph/9806444.
[9] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, hep-ph/021038.
[10] E. Eichten, C. Quigg, Phys. Rev. D **49**, 5845 (1994).
[11] S. Godfrey, hep-ph/0501083.
[12] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, hep-ph/05030112.
[13] В. Люха, Ф. Шеберл, *Сильное взаимодействие. Теория потенциальных моделей* (Академ. Экспресс, Львов, 1996).
[14] D. C. Johannsen, P. Kaus, Nuovo Cimento A **89**, 55 (1985).
[15] C. Goebel, D. La Course, M. G. Ollson, Phys. Rev. D **41**, 2917 (1990).
[16] L. J. Nickisch, L. Durand, B. Durand, Phys. Rev. D **30**, 660 (1984).
[17] F. Brau, hep-ph/9711482.
[18] Л. И. Шифф, *Квантовая механика* (Иностр. лит., Москва, 1959).
[19] М. Абрамовиц, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям* (Наука, Москва, 1979).
[20] W. Lucha, F. Schoberl, hep-ph/9812368.
[21] И. С. Градштейн, Й. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений* (Физматгиз, Москва, 1963).
[22] S. Godfrey, N. Isgur, Phys. Rev. D **32**, 189 (1985).
[23] T. Manke *et al.*, Phys. Rev. D **62**, 114508 (2000) [hep-lat/0005022].
[24] R. McClary, N. Byers, Phys. Rev. D **28**, 1692 (1983).
[25] J. Pautaleone, S. H. H. Tye, Phys. Rev. D **37**, 3337 (1988).
[26] O. Oliveira, R. A. Coimbra, hep-ph/0603046.

СПЕКТРОСКОПІЯ ВАЖКИХ МЕЗОНІВ У РЕЛЯТИВІЗОВАНІЙ ПОТЕНЦІЯЛЬНІЙ МОДЕЛІ

SPECTROSCOPY OF HEAVY MESONS IN THE RELATIVIZED POTENTIAL MODEL

S. S. Pikh
Department for Theoretical Physics, Ivan Franko National University of Lviv,
12, Drahomanov St., Lviv, UA–79005, Ukraine

Spectroscopy of the charmonium, bottomonium and B_c-meson in relativized potential model consisting of a relativistic kinetic energy term and the Cornell potential with nonstatic spin-independent and spin-dependent relativistic corrections is ivestigated in the framework of Salpeter formalism. The Lorentz nature of the confining potential is also discussed.