МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПЕРЕРІЗІВ НИЗЬКОЕНЕРГЕТИЧНОГО ПРОТОН–ДЕЙТРОННОГО РОЗСІЯННЯ

В. І. Ковальчук[1], В. К. Тартаковський[1,2]
[1] *Київський національний університет імені Тараса Шевченка, фізичний факультет, просп. акад. Глушкова, 2/1, Київ, 03022*
[2] *Інститут ядерних досліджень НАН України, просп. Науки, 47, Київ, 03028*

(Отримано 16 лютого 2007 р.)

З використанням формалізму Фаддєєва та методу K-гармонік запропоновано метод аналізу експериментальних кутових залежностей перерізів низькоенерґетичного протон–дейтронного розсіяння. Розраховані перерізи розсіяння протонів на дейтронах при енерґіях 1.51 та 1.993 МеВ задовільно узгоджуються з відповідними експериментальними даними.

Ключові слова: рівняння Фаддєєва, K-гармоніки, кулонова взаємодія, протон, дейтрон, низькі енерґії.

PACS number(s): 21.45.+v, 25.10.+s, 25.40.Cm

У запропонованій статті розглянуто процес пружного розсіяння протонів на дейтронах при енерґіях падаючих частинок близько 1–2 МеВ, тобто при енерґіях, нижчих за поріг розщеплення дейтрона. Як відомо [1–4], інтеґральні рівняння Фаддєєва [5] не можна безпосередньо використати в задачі розсіяння за участю трьох частинок, де враховано кулонову взаємодію (КВ). Ці рівняння необхідно переформулювати, усунути синґулярності в ядрах інтеґральних рівнянь (що зумовлені КВ) та виділити зручні для аналізу складники повної хвильової функції. Уперше таку модифікацію рівнянь Фаддєєва виконано в праці [1], де КВ була включена до незбуреної функції Ґріна. Потім на підставі праць [1, 5] були розвинуті також інші методи розв'язку подібних задач з використанням кулонової функції Ґріна [2–4]. Водночас, строгий чисельний розв'язок таких модифікованих рівнянь для тричастинкової системи в неперервному спектрі поки що не виконано через надмірні математичні складнощі. Наближене ж використання цих рівнянь [6–9] не завжди було обґрунтованим і не завжди приводило до задовільного опису експериментів із pd-розсіяння.

У нашій статті запропоновано одне досить нескладне наближення для розрахунку диференціальних перерізів розсіяння протонів дейтронами при низьких енерґіях (близько 1 МеВ) з урахуванням як КВ, так і ядерної взаємодії (ЯВ).

Будемо виходити з того, що в зоні порівняно малих кутів розсіяння протонів дейтронами в системі центра інерції $\theta \leq 35^\circ$ (назвемо це першою зоною) основну роль грає КВ (як і для pp-розсіяння [10]), а ЯВ тут можна знехтувати. У другій невеликій проміжній зоні $35^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ кутова залежність перерізу характеризується інтерференцією між кулоновим і ядерним розсіянням, причому КВ і ЯВ — одного порядку за величиною. А в третій зоні кутів $\theta \geq 45^\circ$ переважає тільки ядерне розсіяння.

При малих кутах розсіяння падаючий протон (1-й нуклон) практично не взаємодіє за ядерним типом з протоном (2-м нуклоном) та нейтроном (3-м нуклоном) дейтрона-мішені, оскільки рухається на великій відстані від дейтрона. Тому для зони малих кутів розсіяння тричастинкової задачі не виникає і повна амплітуда реакції A для цих кутів буде просто A_C — резерфордівською амплітудою розсіяння протона на точковому дейтроні [11]

$$A_C = -\frac{\eta}{2p\sin^2(\theta/2)}\frac{\Gamma(1+i\eta)}{\Gamma(1-i\eta)}\exp\left(-2i\eta\ln[\sin^2(\theta/2)]\right) ,$$

де $\eta = \alpha\sqrt{m/(2E)}$, $\alpha \cong 1/137.036$, m — нуклонна маса, E — енерґія протона в лабораторній системі відліку, $p = (2/3)\sqrt{2mE}$ — його відносний імпульс.

У зоні кутів розсіяння $\theta \geq 45^\circ$ можна знехтувати КВ порівняно з ЯВ, для цього випадку всі три нуклони перебуватимуть на малих відносних відстанях і повна амплітуда розсіяння A визначатиметься лише ядерною амплітудою A_N. Для знаходження A_N необхідно розв'язати окрему тричастинкову задачу, що ми вже виконали раніше в роботі [12].

Отже, в зоні кутів розсіяння $0 < \theta < 180^\circ$ протонів на дейтронах для повної амплітуди можна в гарному наближенні використати вираз

$$A = A_C + A_N\,. \tag{1}$$

При цьому ми вважаємо, що (1) справедливо також і для другої невеликої проміжної зони кутів (хоча, точно кажучи, тут повна амплітуда не дорівнює просто сумі A_C і A_N, але, як буде видно далі, таке наближення виявляється виправданим).

У [12] було показано, що для низьких енерґій E (зі значенням відносного орбітального моменту $\ell = 0$) ядерну частину амплітуди розсіяння можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} A_N &= -\frac{m}{3\pi}\,\left\langle \Phi^{(-)}\middle| V_{12}+V_{31}\middle|\Psi^{(+)}\right\rangle , \\ \Psi &= \Phi + \pi^{-3/2}B, \end{aligned} \tag{2}$$

де $\Phi \equiv \Phi(r_{23}, \rho_{1(23)}) = \varphi(r_{23}) \exp(i\mathbf{p}\,\boldsymbol{\rho}_{1(23)})$ — асимптотична хвильова функція, що відповідає інфінітному рухові частинки 1 відносно зв'язаної системи (23), стан якої описується хвильовою функцією $\varphi(r_{23})$, V_{ij} — парні нуклон–нуклонні потенціали ($ij = 12, 31, 23$), Ψ — повна тричастинкова хвильова функція. Величина B у (2) є розв'язком інтеґрального рівняння Фаддєєва в наближенні основної K-гармоніки

$$B(\rho) = \pi^{-1/2}\rho^{-2}m \int d\rho'\, \rho'^3 P(k,\rho,\rho') \int d\Omega\, (V_{12} + V_{31})\,\Phi + \pi^{-2}\rho^{-2}m \int d\rho'\, \rho'^3\, B(\rho')P(k,\rho,\rho') \int d\Omega\ (V_{12} + V_{31} + V_{23})\,, \tag{3}$$

де ρ — ґлобальний радіус, а Ω — сукупність п'яти кутових змінних, що визначають у сферичній системі координат шестивимірного простору вектор $\boldsymbol{\rho}$ [13]. Функцію $P(k,\rho,\rho')$, що входить до (3), визначимо так [14]:

$$P(k,\rho,\rho') = -i\left[J_2(k\rho)\,H_2^{(1)}(k\rho')\,\Theta(\rho'-\rho) + J_2(k\rho')\,H_2^{(1)}(k\rho)\,\Theta(\rho-\rho')\right],$$

де $k = \sqrt{2m(E-\varepsilon)}$, $\varepsilon = 2.226$ МеВ — енерґія зв'язку дейтрона, $J_2(x)$ і $H_2^{(1)}(x)$ — функції Бесселя та Ганкеля другого порядку, $\Theta(x)$ — функція Гевісайда.

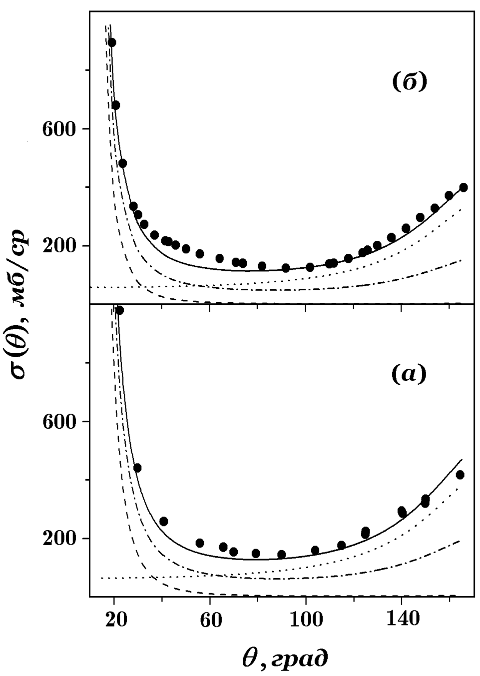

Рис. 1. Кутові розподіли перерізів pd-розсіяння для $E = 1.51$ МеВ (а) та $E = 1.993$ МеВ (б). Експериментальні дані з [15,16]. Позначення кривих — у тексті.

Обчислюючи $B(\rho)$ та матричний елемент у (2), ми використовували нуклон–нуклонний потенціял Хюльтена [13]

$$V_{ij} \equiv V(r_{ij}) = -V_0\, \frac{\exp\left[(\alpha-\beta)r_{ij}\right]}{1-\exp\left[(\alpha-\beta)r_{ij}\right]}$$

із параметрами $V_0 = 35$ МеВ, $\alpha = \sqrt{m\varepsilon}$, $\beta \simeq 7\alpha$. Хвильова функція дейтрона $\varphi(r_{23})$ для цього потенціалу має вигляд

$$\varphi(r_{23}) = \sqrt{\frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{2\pi(\beta-\alpha)^2}}\,\frac{\exp(-\alpha r_{23}) - \exp(-\beta r_{23})}{r_{23}}\,.$$

Для зручности аналізу результатів розрахунків запишемо ядерну амплітуду (2) як суму складників $A_N = A_{N0} + A_{NB}$, де

$$A_{N0} = -\frac{m}{3\pi}\ \left\langle \Phi^{(-)} \middle| V_{12} + V_{31} \middle| \Phi^{(+)} \right\rangle,$$
$$A_{NB} = -\frac{m}{3\pi^{5/2}}\ \left\langle \Phi^{(-)} \middle| V_{12} + V_{31} \middle| B^{(+)} \right\rangle.$$

На рис. 1 показано обчислені диференціяльні перерізи $\sigma(\theta) = |A|^2$ розсіяння дейтронами протонів з енерґіями $E = 1.51$ та 1.993 МеВ. Відповідні значення параметра потенціялу β у розрахунках становили $\beta = 1.53$ та 1.54 Фм$^{-1}$. Пунктирні криві відповідають $\sigma_1(\theta) = |A_C|^2$, штрихпунктирні — $\sigma_2(\theta) = |A_C + A_{N0}|^2$, точкові — $\sigma_3(\theta) = |A_{N0} + A_{B0}|^2$, суцільні — $\sigma_4(\theta) = |A_C + A_{N0} + A_{B0}|^2$. З аналізу залежностей $\sigma_{1-4}(\theta)$, зображених на рис. 1, випливає, що, як ми і припускали на початку, кулонова амплітуда цілком визначає поведінку вислідної кривої σ_4 на малих кутах розсіяння (див. σ_1 у першій ділянці), а ядерна — в другій та третій (крива σ_3). Із порівняння кривих σ_2 і σ_4 також видно, що врахування парної тричастинкової NN-взаємодії в задачі низькоенерґетичного pd-розсіяння є необхідною умовою для задовільного опису відповідних експериментів у межах запропонованого методу. Це і є головним результатом нашої роботи.

[1] J. V. Noble, Phys. Rev. **161**, 945 (1967).
[2] А. М. Веселова, Теор. мат. физ. **3**, 326 (1970).
[3] В. Ф. Харченко, С. А. Шадчин, Укр. физ. журн. **23**, 1651 (1978).
[4] В. К. Тартаковський, І. В. Козловський, В. І. Ковальчук, Укр. фіз. журн. **51**, 824 (2006).
[5] Л. Д. Фаддеев, Журн. эксп. теор. физ. **39**, 1459 (1960).
[6] S. Adya, Phys. Rev. **166**, 991 (1968).
[7] S. Adya, Phys. Rev. **177**, 1406 (1969).
[8] E. O. Alt, W. Sandhas, H. Zankel, H. Ziegelmann, Phys. Rev. Lett. **37**, 1537 (1976).
[9] D. Eyre, A. C. Phillips, F. Roig, Nucl. Phys. **A275**, 13 (1977).
[10] Дж. Блатт, В. Вайскопф, *Теоретическая ядерная физика* (Изд. иностр. лит., Москва, 1954).
[11] А. С. Давыдов, *Квантовая механика* (Наука, Москва, 1973).
[12] V. K. Tartakovsky, V. I. Kovalchuk, I. V. Kozlovsky, Збірн. наук. праць Ін-ту ядерн. досл. **16**, 24 (2005).
[13] О. Г. Ситенко, В. К. Тартаковський, *Теорія ядра* (Либідь, Київ, 2000).
[14] О. Г. Ситенко, В. К. Тартаковський, І. В. Козловський, Укр. фіз. журн. **46**, 1251 (2001).
[15] R. Sherr *et al.*, Phys. Rev. **8**, 662 (1972).
[16] D. C. Kocher, T. B. Clegg, Nucl. Phys. **A132**, 455 (1969).

THE METHOD OF CROSS SECTION CALCULATION OF PROTON–DEUTERON SCATTERING AT LOW ENERGIES

V. I. Kovalchuk[1], V. K. Tartakovsky[1,2]
[1] *Taras Shevchenko National University of Kyiv, Faculty of Physics, prosp. akad. Hlushkova, 2/1, Kyiv, UA–03022, Ukraine*
[2] *Institute for Nuclear Research NAS of Ukraine prosp. Nauky, 47, Kyiv, UA–03028, Ukraine*

Using Faddeev's formalizm and K-harmonics method we proposed a method of analysis of experimental angular dependencies for proton–deuteron cross sections at low energies. Calculated cross sections for 1.51 and 1.993 MeV were found to fit the corresponding experimental data in a satisfactory fashion.