

ЗАКОНОМІРНОСТІ ПОХИЛОГО ВІДБИВАННЯ СВІТЛА ПЛІВКОЮ, ЗУМОВЛЕНІ БАГАТОПРОМЕНЕВОЮ ІНТЕРФЕРЕНЦІЄЮ

П. С. Кособуцький¹, О. П. Кушнір²

¹Національний університет "Львівська політехніка", кафедра фізики,
вул. С. Бандери, 12, Львів, 79646, Україна

²Львівський державний аграрний університет, кафедра фізики,
вул. В. Великого, 1, Дубляни, Львівська обл., 80381, Україна

(Отримано 20 березня 2007 р.; в остаточному вигляді — 02 липня 2007 р.)

Методом комп'ютерного моделювання показано, що в прозорих плоскопаралельних одношарових структурах при куті Брюстера для одинарної межі поділу обвідні енергетичних коефіцієнтів відбивання дотикаються, а при псевдобрюстерівському куті рівні між собою модулі френелівських коефіцієнтів відбивання світла від обох меж поділу. Установлено аналітичні вирази для псевдобрюстерівських кутів за відсутності поглинання.

Ключові слова: плівка, брюстерівська і псевдобрюстерівська умови.

PACS number(s): 78.30.-j

I. ВСТУП

Відомо [1–5], що особливо висока кутова чутливість коефіцієнта відбивання в околі кута Брюстера дала змогу розробити метод кутової скануючої спектроскопії відбивання для неруйнівного контролю параметрів тонких шарів, зокрема нанорозмірів [3–5].

Нагадаємо, що суть цього підходу полягає в тому, що в p -поляризації при куті Брюстера α_B дорівнює нулеві енергетичний коефіцієнт відбивання світла одинарною межею поділу ($R_p \rightarrow 0$). Це досягається тоді, коли вона утворена прозорими середовищами. Якщо наявне поглинання, то контур залежності коефіцієнта відбивання від кута падіння $R_p(\alpha)$ має мінімум, тому відповідний кут називається квазікутом.

Існує інший кут, названий псевдобрюстерівським, для якого відношення $R_p/R_s = \min$ має мінімум, і зсув фази між цими поляризаціями дорівнює $\Delta = \phi_p - \phi_s = \pi/2$ [6]. Однак автор [7] називає псевдобрюстерівським кут, при якому перетинаються криві енергетичного коефіцієнта відбивання для різних довжин хвиль від плівки сталої товщини. Щобільше того, на відміну від одинарних меж, у плівкових структурах кутовий мінімум контуру відбивання $R(\alpha)$ може проявлятися для обох поляризацій [8–10].

Ця неоднозначність в інтерпретації експериментальних кутових залежностей коефіцієнта відбивання світла плівками спонукала авторів цієї статті дослідити закономірності формування таких залежностей для одноплівкової структури методом обвідних екстремумів Фабрі–Перо [11–14].

II. МОДЕЛЬ РОЗРАХУНКУ

Відомо [13,15], що для одноплівкової структури обвідні екстремумів Фабрі–Перо в геометрії відбивання описуються функціями

$$R_{\max, \min} = \left(\frac{\sigma_{12} \pm \sigma_{23} \Omega}{1 \pm \sigma_{12} \sigma_{23} \Omega} \right)^2, \quad (1)$$

де $\Omega = \exp(\text{Im } \tilde{\delta})$, $\tilde{\delta} = \frac{4\pi d}{\lambda} (n_2 - i\chi_2) \cos \tilde{\beta} - \text{зсув фази хвилі в плівці товщиною } d \text{ і комплексним показником заломлення } \tilde{n}_2 = n_2 - i\chi_2$, $\tilde{r}_{12,23} = \sigma_{12,23} \exp(i\phi_{12,23})$ — амплітудні коефіцієнти Френеля для одинарних меж, що утворені зовнішнім середовищем із показником заломлення n_1 — плівка (індекс 12) і плівка-підкладка з показником заломлення n_3 (індекс 23). Світло поширюється в напрямку 123 (середовище-плівка-підкладка), заломлюючись на межах поділу за законом $n_1 \sin \alpha = \tilde{n}_2 \sin \tilde{\beta} = n_3 \sin \zeta$, де α — кут падіння, а $\tilde{\beta}$ і ζ — кути заломлення на межах 12 і 23 відповідно.

III. ОДЕРЖАНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

1. Ефект Брюстера. Згідно з (1), амплітуда розмаху між обвідними дорівнює

$$\Delta R = 4\sigma_{12}\sigma_{23}\Omega \frac{1 - \sigma_{12}^2}{1 - \sigma_{12}^2\sigma_{23}^2\Omega^2} \frac{1 - \sigma_{23}^2\Omega^2}{1 - \sigma_{12}^2\sigma_{23}^2\Omega^2}. \quad (2)$$

Бачимо, що в прозорих структурах багатопроменева інтерференція не буде спостерігатися ($\Delta R = 0$) при кутах $\alpha_{B12,23}$, для яких виконуються умови

$$\begin{aligned} \text{а) } & \sigma_{12} = 0, \sigma_{23} \neq 0, \\ \text{б) } & \sigma_{12} \neq 0, \sigma_{23} = 0, \\ \text{в) } & \sigma_{12} = 0, \sigma_{23} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

і обвідні дотикаються.

У p -поляризації умова (3а) відповідає кутів Брюстера α_{B12} для одинарної межі 12, (3б) — кутів Брюстера α_{B23} для межі 23. У несиметричних структурах

$n_1 \neq n_2$, тому для них $\alpha_{B12} \neq \alpha_{B23}$ (умови (3а) і (3б)). У симетричних структурах $n_1 = n_2$, тому для них $\alpha_{B12} = \alpha_{B23}$ (умова (3в)). При кутах $\alpha_{B12,23}$ коефіцієнти відбивання дорівнюють $R(\alpha_{B12}) = \sigma_{23}^2(\alpha_{B12})$ і $R(\alpha_{B23}) = \sigma_{12}^2(\alpha_{B23})$. У прозорій структурі їхні значення, як і $\alpha_{B12,23}$, не залежать від фазової товщини плівки і для них умовою прояву ефекту Брюстера в кутових залежностях енергетичного коефіцієнта відбивання є кут, при якому дотикаються обвідні ($\Delta R(\alpha) \rightarrow 0$). Експериментально значення $\alpha_{B12,23}$ можна визначити як точки перетину кривих $R_p(\alpha)$ при $\lambda = \text{const}$ від плівок різної товщини [7] або виміряних для декількох довжин хвиль від шару заданої товщини.

2. Псевдоефект Брюстера. Як впливає з (1), залежно від оптичних характеристик середовищ, що утворюють одношарову структуру, обвідна мінімумів за умови

$$\sigma_{12} = \sigma_{23}\Omega, \quad (4)$$

приймає мінімум зі значенням $R_{\min} = 0$. Кут, при якому виконується умова (4), ми відносимо до псевдобрюстерівського. Він є аналогом кута Брюстера для одинарної межі і не заборонений для обох поляризацій.

У симетричних прозорих структурах умова (4) виконується для всіх інтерференційних мінімумів і не виконується, якщо плівка поглинальна ($\chi_2 \neq 0$). У несиметричних структурах псевдобрюстерівська кутова умова може виконуватися для декількох кутів [16]. Залежно від значень показників заломлень умова (4) в p -компоненті виконується для кутів падіння

$$\alpha_{PsB1} = \arctan(n_{31}) \quad (5)$$

(при цьому куті виконується класична умова Брюстера для підкладки без плівки),

$$\alpha_{PsB2} = \arctan \sqrt{\frac{2n_{21}^2 n_{31}^2 (n_{21}^4 - n_{31}^2)}{2n_{31}^4 (n_{21}^2 - 1) - n_{21}^6 (n_{31}^2 - 1) + \sqrt{z}}}, \quad (6)$$

$$\alpha_{PsB3} = \arctan \sqrt{\frac{2n_{21}^2 n_{31}^2 (n_{21}^4 - n_{31}^2)}{2n_{31}^4 (n_{21}^2 - 1) - n_{21}^6 (n_{31}^2 - 1) - \sqrt{z}}}, \quad (7)$$

де відносні показники заломлення

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad n_{31} = \frac{n_3}{n_1},$$

$$z = [2n_{31}^4 (n_{21}^2 - 1) - n_{21}^6 (n_{31}^2 - 1)]^2 + 4n_{31}^6 (n_{21}^2 - 1)^2 (n_{21}^4 - n_{31}^2).$$

На відміну від кутів α_{PsB1} та α_{PsB2} , псевдобрюстерівський кут α_{PsB3} існує лише для значень відносного показника заломлення n_{21} , які задовольняють умову

$n_{21} < n'_{21}$ (рис. 1). Значення n'_{21} знаходимо з рівняння $q^2(n'_{21}) + g^3(n'_{21}) = 0$, наближеним розв'язком якого є $n'_{21} \approx 1.0525$.

Тут

$$q = -\frac{[n_{21}^8 + 4n_{21}^2(n_{21}^2 - 1)]^3}{12^3(n_{21}^2 - 1)^3} + \frac{n_{21}^8[n_{21}^8 + 4n_{21}^2(n_{21}^2 - 1)]}{48(n_{21}^2 - 1)^2} - \frac{n_{21}^8}{8(n_{21}^2 - 1)},$$

$$g = -\frac{[n_{21}^8 + 4n_{21}^2(n_{21}^2 - 1)]^2}{12^2(n_{21}^2 - 1)^2} + \frac{n_{21}^8}{6(n_{21}^2 - 1)}.$$

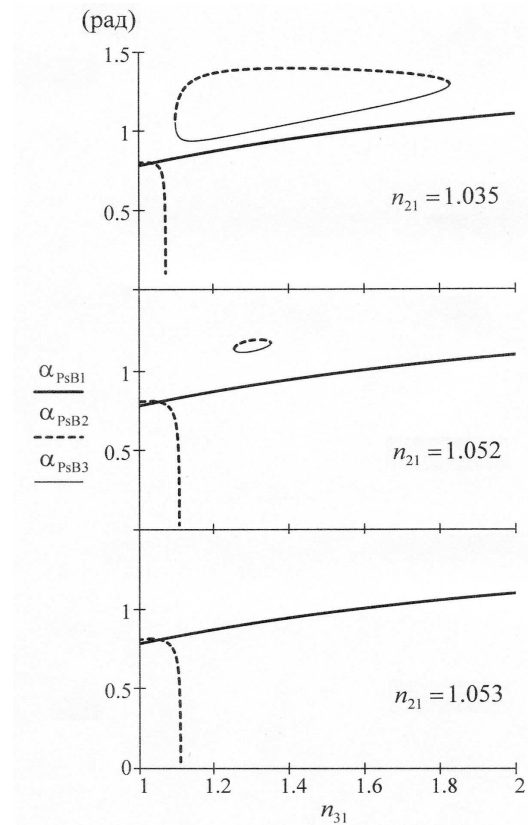


Рис. 1. Залежність псевдобрюстерівських кутів α_{PsB1} , α_{PsB2} і α_{PsB3} від відносного показника заломлення n_{31} .

У s -поляризації умова (4) виконується для кута падіння

$$\alpha_{PsB4} = \arctan \sqrt{\frac{n_{31}^2 - n_{21}^4}{(n_{21}^2 - 1)^2}}. \quad (8)$$

При кутах падіння, близьких до псевдобрюстерівських ($\alpha \rightarrow \alpha_{PsB}$ (5)–(7), (8)), виконується умова (4) і обвідна мінімумів (1) прямує до нуля ($R_{\min} \rightarrow 0$). Але енергетичний коефіцієнт відбивання світла від прозорої структури [9],

$$R = \frac{R_{\min} + b^2 \cos^2 \frac{\phi_{12} - \phi_{23} + \delta}{2}}{1 + b^2 \cos^2 \frac{\phi_{12} + \phi_{23} - \delta}{2}},$$

$$b^2 = \frac{4\sigma_{12}\sigma_{23}}{(1 - \sigma_{12}\sigma_{23})^2},$$

для цих кутів при довільних значеннях довжини світлової хвилі не є близьким до нуля. Лише для випадку, коли $\alpha \rightarrow \alpha_{\text{PсВ}}$ і $\lambda \rightarrow \lambda_k$, де

$$\lambda_k = \frac{4\pi n_2 d \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_{\text{PсВ}}}{n_{21}^2}}}{\phi_{23}(\alpha_{\text{PсВ}}) - \phi_{12}(\alpha_{\text{PсВ}}) + \pi(2k + 1)}$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots),$$

до нуля буде прямувати й обвідна мінімумів ($R_{\text{min}} \rightarrow 0$), і енергетичний коефіцієнт відбивання ($R \rightarrow 0$).

На нашу думку, умова (4) для одноплівкової структури є аналогом умови Брюстера для одинарної межі поділу двох середовищ. У прозорих структурах в обох випадках значення відповідних кутів визначаються лише показниками заломлень. Тому кути $\alpha_{\text{PсВ}}$ ми відносимо до псевдобрюстерівських.

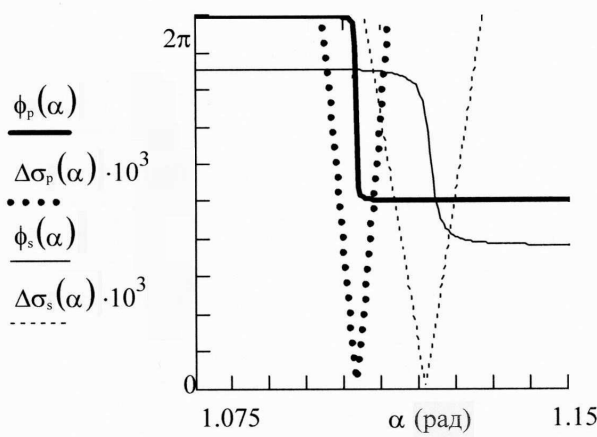


Рис. 2. Ілюстрація виконання псевдобрюстерівських умов (4) $\Delta\sigma_{p,s} \rightarrow 0$ для обох p - ($d = 0.5$ нм) і s - ($d = 2335$ нм) поляризацій. Комплексний показник заломлення плівки $\tilde{n}_2 = 1.25 - i \cdot 0.008$, а підкладки $n_3 = 2$; $\lambda = 8000$ нм. Значення всіх величин вибрано довільно.

На рис. 2 подані ілюстрації виконання псевдобрюстерівських умов (4) $\Delta\sigma_{p,s} = |\sigma_{p,s,12} - \sigma_{p,s,23} \Omega_{p,s}| \rightarrow 0$. Бачимо, що в p -поляризації мінімум обвідної мінімумів локалізується в околі псевдобрюстерівського кута $\alpha_{\text{PсВ}}$. Аналогічний мінімум проявляється і в s -поляризації. Однаковий характер змін проявляється і в кутових залежностях фази: при переході через псевдобрюстерівський кут вони зазнають стрибкоподібної зміни на π .

3. Псевдоефект Брюстера в еліпсомерії відбивання світла прозорою структурою. Основне рівняння еліпсомерії записуємо у вигляді

$$\rho = \frac{\tilde{r}_p}{\tilde{r}_s} = \tan \Psi \cdot \exp[i(\phi_p - \phi_s)] = \tan \Psi \cdot \exp(i \Delta), \quad (9)$$

де

$$\tilde{r}_{s,p} = \frac{\tilde{r}_{s,p12} + \tilde{r}_{s,p23} \exp(-i \tilde{\delta})}{1 + \tilde{r}_{s,p12} \tilde{r}_{s,p23} \exp(-i \tilde{\delta})} = \sqrt{R_{s,p}} \exp(i \phi_{s,p}),$$

а кути Δ і Ψ називаються поляризаційними [17].

Незважаючи на те, що сама по собі задача еліпсомерії вивчена досить добре, метою цієї роботи є встановити основні закономірності формування залежностей між поляризаційними кутами Δ і Ψ в діпазоні кутів падіння, що відповідають псевдоефектові Брюстера (5).

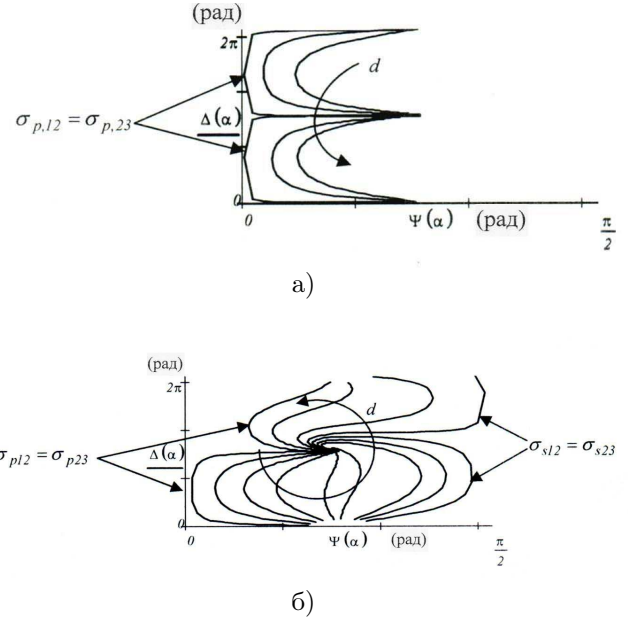


Рис. 3. Еліпсомеричні залежності між поляризаційними кутами. Стрілками вказано напрям зростання товщини плівки. а): $n_{21}^2 > n_{31}$; $d = 5, 40, 45, 47.5, 48.5, 60$ нм; $n_2 = 2.5, n_3 = 1.25$. б): $n_{21}^2 < n_{31}$; $d = 5, 25, 50, 75, 100, 110, 125, 130, 135, 140, 150, 175, 200$ нм; $n_2 = 1.25, n_3 = 2.5$.

Як було встановлено раніше [16], два типи структур зі співвідношенням показників заломлень $n_{21}^2 > n_{31}$ і $n_{21}^2 < n_{31}$ характерні тим, що псевдоефект Брюстера для першого з них проявляється лише в p -поляризації, а для другого — в p - і s -поляризаціях. Тут для спрощення розглянуто випадок, коли плівка оптично гущіша, ніж зовнішнє середовище. Як бачимо з рис. 3, у цих типах одношарових структур принципово різним є характер формування залежностей між поляризаційними кутами $\Delta = f(\Psi)$. Для першого типу зі зростанням товщини плівки криві осцилюють так, що сектор зміни Ψ обмежений інтервалом $0 < \Psi < \pi/4$ (рис. 3,а). Для другого типу структур описані вище поляризаційні залежності доповнюються змінами поляризаційного кута Ψ в діпазоні $\pi/4 < \Psi < \pi/2$ (рис. 3,б).

В обох поляризаціях при переході через мінімум контуру відбивання функція $\tan^2 \Psi$ приймає екстремум: мінімум в p - і максимум в s -поляризаціях. За умови (4) їх амплітуди мають найбільші значення, а поляризаційний кут Δ дорівнює непарній кількості значень $\pi/2$ (рис. 4).

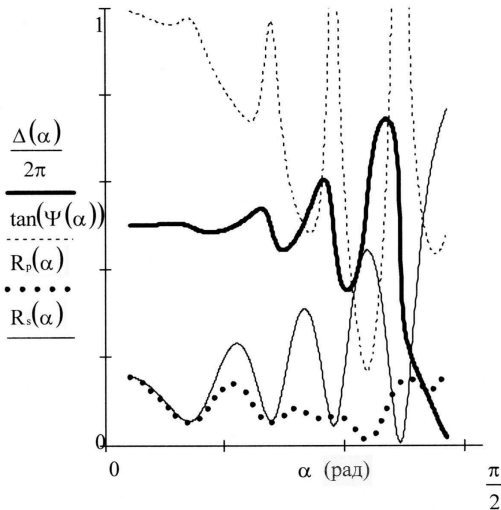


Рис. 4. Кутові залежності $\tan^2\Psi$, Δ і $R_{p,s}$ для плівки товщиною $d = 1750$ нм та показником заломлення $n_2 = 1.25$, показник заломлення підкладки $n_3 = 2.5$.

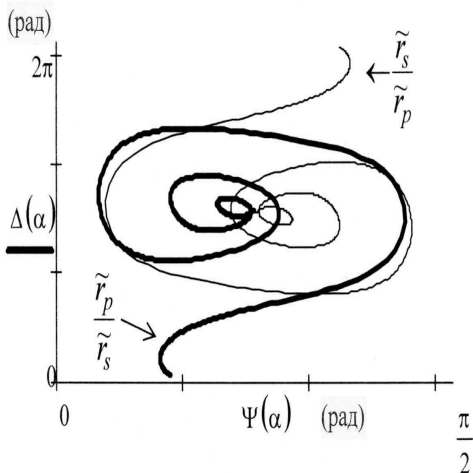


Рис. 5. Ілюстрація дзеркальної симетрії кутових залежностей $\Delta(\alpha)$ і $\Psi(\alpha)$. Параметри розрахунку: $d = 1750$ нм, $n_2 = 1.25$, $n_3 = 2.5$.

У мінімумі контуру $R_p(\alpha)$ функція $\tan^2\Psi$ досягає мінімуму, тоді як в мінімумі $R_s(\alpha)$ функція $\tan^2\Psi$ приймає максимальне значення. Тому, з погляду обґрунтування базового рівняння еліпсометрії (9), у випадку бінарної межі обидва підходи, $\rho = \tilde{r}_p/\tilde{r}_s$ і $\rho = \tilde{r}_s/\tilde{r}_p$, правомірні. Як бачимо з рис. 5, для цих співвідношень залежності поляризаційних кутів $\Delta(\alpha)$ і $\Psi(\alpha)$ у вигляді розкручуваних спіралей зі зростанням кута падіння α дзеркально симетричні.

IV. ВИСНОВКИ

За допомогою обвідних функцій кутових залежностей енергетичного коефіцієнта відбивання світла одноплівковою структурою здійснено порівняльний аналіз закономірностей прояву ефекту та псевдоефекту Брюстера. Показано, що мінімум обвідної мінімумів має інтерференційне походження й може спостерігатися як в p -, так і в s -поляризаціях. Установлено, що при куті Брюстера для одинарних меж поділу прозорих структур обвідні мінімумів і максимумів дотикаються в одній точці. Також показано, що умовою прояву псевдоефекту Брюстера для таких структур є рівність модулів френелівських коефіцієнтів відбивання світла протилежними гранями плівки. Для прозорих структур установлені аналітичні вирази для псевдобрюстерівських кутів. Показано, що при певних співвідношеннях між показниками заломлення середовищ таких кутів для p -поляризації може бути три, а для s -поляризації один. Для кожного з цих кутів установлений вираз для довжини світлової хвилі, при наблизенні до якої енергетичний коефіцієнт відбивання p - або s -поляризованого світла прямує до нуля ($R \rightarrow 0$). Отримані результати вказують на те, що псевдобрюстерівська кутова умова для одноплівкової структури є аналогом відповідної брюстерівської для одинарної межі поділу двох середовищ. Показано також, що псевдобрюстерівська кутова умова актуальна і для залежностей між поляризаційними кутами в еліпсометрії.

[1] M. Elshazly-Zagloul, R. M. A. Azzam, J. Opt. Soc. Amer. **72**, 657 (1982).
 [2] R. M. A. Azzam, J. Opt. Soc. Amer. **73**, 959 (1983).
 [3] С. А. Коваленко, М. П. Лисица, Журн. прикл. спектр. **69**, 388 (2002).
 [4] P. Adamson, J. Mod. Opt. **52**, 1457 (2005).
 [5] J. P. Landry, J. Gray, M. K. O'Toole, X. D. Zhu, Opt. Lett. **31**, 531 (2006).
 [6] H. V. Holl, J. Opt. Soc. Amer. **57**, 683 (1967).
 [7] N. Dietz, Mater. Sci. Engineering **B87**, 1 (2001).
 [8] А. Б. Певцов, А. В. Селькин, Журн. эксп. теор. физ. **83**, 516 (1982).
 [9] П. С. Кособуцький, А. М. Моргуліс, А. Б. Данилов, М. С. Каркульовська, Укр. фіз. журн. **50**, 551 (2005).
 [10] П. С. Кособуцький, Журн. прикл. спектр. **72**, 277 (2005).
 [11] D. B. Kushev, N. N. Zheleva, Y. Demakopoulou, Infrared Phys. **26**, 385 (1986).
 [12] I. Ohlidal, D. Franta, M. Ohlidal, K. Navratil, Appl. Opt. **40**, 5711 (2001).
 [13] П. С. Кособуцький, А. Моргуліс, Опт. журн. **71**, 63 (2004).
 [14] П. С. Кособуцький, А. Моргуліс, Укр. фіз. журн. **49**, 1163 (2004).
 [15] П. С. Кособуцький, А. М. Моргуліс, Укр. фіз. журн. **50**, 230 (2005).
 [16] П. С. Кособуцький, О. П. Кушнір, Укр. фіз. журн. **52**, 226 (2007).
 [17] M. Chezzo, J. Opt. Soc. Amer. **68**, 368 (1968).

**REGULARITIES OF OBLIQUE LIGHT REFLECTION BY A FILM,
CAUSED BY A MULTIBEAM INTERFERENCE**

P. S. Kosobutsky¹, O. P. Kushnir²

¹*National University "Lvivska Polytechnica", Physics Department,
12 Bandery St., Lviv, UA-79646, Ukraine*

²*Lviv State Agrarian University, Physics Department,
1, V. Velykoho St., Dubljany, Lviv region, UA-80381, Ukraine*

Using the method of computer modelling we study transparent parallel-sided single-layer structures. We show that the envelope functions of Fabry–Perot spectra touch each other at the Brewster angle for single interface whereas the modules of Fresnel reflectances for both interfaces become equal to each other at the pseudo-Brewster angle. We derive analytical expressions for the pseudo-Brewster angles in the case of a transparent layer.