

СПЕКТР ПОТУЖНОСТІ ЗБУРЕНЬ КОНЦЕНТРАЦІЇ ЕЛЕКТРОНІВ В ЕПОХУ КОСМОЛОГІЧНОЇ РЕКОМБІНАЦІЇ

Б. Венгльовська, Б. Новосядлий

*Астрономічна обсерваторія Львівського національного університету імені Івана Франка,
вул. Кирила і Мефодія, 8, 79005, Львів*

(Отримано 31 січня 2008 р.; в остаточному вигляді — 3 червня 2008 р.)

Отримано спектр потужності збурень концентрації вільних електронів в епоху космологічної рекомбінації водню. Показано, що амплітуда спектра збурень електронів на масштабах, більших за акустичний горизонт, більша за амплітуду збурень концентрації баріонної речовини (атоми та йони водню і гелію) у ≈ 17 разів. У ділянці першого і другого акустичних піків таке відношення становить ≈ 18 , третього — 16. Проаналізовано вплив космологічних параметрів на співвідношення амплітуд збурень вільних електронів та баріонної речовини.

Ключові слова: космологічна рекомбінація, адіабатичні збурення густини речовини, збурення концентрації вільних електронів, спектр потужності.

PACS number(s): 98.80.Ft, 98.80.Es, 98.65.Dx

ВСТУП

Спостережувані дані про флюктуації температури реліктового випромінювання, отримані в ряді наземних, стратосферних та космічних експериментів, стали основним тестом космологічних моделей нашої Всесвіту та ключовими даними у визначенні їхніх фундаментальних параметрів. Найбільшим надбанням сучасної космології є дані трьох років спостережень усього неба в мікрохвильовому діапазоні, отримані за допомогою космічного телескопа WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) [1]. Вони дали змогу визначити космологічні параметри з точністю [2, 3], яка визначається глибиною врахування всіх фізичних процесів, відповідальних за формування анізотропії температури й поляризації реліктового випромінювання, та точністю тих наближень, що лежать в основі аналітичних та числових розрахунків. Важливим складником теорії анізотропії реліктового випромінювання є кінетика космологічної рекомбінації первинної плазми та розрахунок швидкості зміни концентрації вільних електронів у період відриву теплового електромагнітного випромінювання від речовини. Основи теорії космологічної рекомбінації закладено в роботах [4] та [5] у 1968 році. У наступних працях [6–11] було докладно вивчено основні процеси, а точність розрахунку кінетики рекомбінації доведена до кількох відсотків. Найповніший сучасний аналіз кінетики космологічної рекомбінації здійснено в роботі [12], де враховувано багаторівневу структуру атома водню й гелію (≈ 300 рівнів), нерівноважну кінетику та, практично, всі процеси, що визначають термічний стан плазми. Ці ж автори створили програму RECFAST [13], яка забезпечує точність розрахунку концентрації вільних електронів $\sim 1\%$. Її використовують у програмах SMBFAST [14, 15], SAMBCODE [16], SMBEASY [17] та ін. для розрахунку спектра потужності флюктуацій густини речовини, температури та поляризації реліктового випромінювання. Оскільки точність експериментальних даних,

отриманих в експерименті WMAP, уже сумірна з точністю теоретичних передбачень, а в запланованому експерименті PLANCK очікується ще в кілька разів вища, то актуальним стає завдання врахувати ті фізичні процеси, що досі не бралися до уваги, серед яких: переходи між високими рівнями атомів водню та гелію, їхня тонка структура та ширина, поглинання й перевипромінювання теплового випромінювання. Ці та інші ефекти активно вивчають останніми роками [18–22] з метою підняти точність розрахунку кінетики космологічної рекомбінації до часток відсотка. У наших роботах [23, 24] досліджено вплив адіабатичних збурень густини на концентрацію йонізованих фракцій. Показано, що в момент рекомбінації в ділянці максимуму функції видимості амплітуда відносних збурень концентрації електронів у 4–5 разів більша, ніж амплітуда відносних збурень повної густини баріонів. Причиною такої різниці є значно вища чутливість до флюктуацій температури швидкості фотоіонізації водню й гелію, ніж спонтанної рекомбінації. Це зрозуміло, оскільки йонізація водню й гелію у цей час здійснюється квантами фонового теплового випромінювання зони Віна ($h\nu \gg kT$). Більша амплітуда збурень електронної компоненти не відображається на амплітуді флюктуацій температури реліктового випромінювання в лінійному наближенні за амплітудою збурень. Однак не виключено, що вона проявиться в розрахунках ступеня поляризації реліктового випромінювання. Тому в цій статті ми докладніше вивчаємо цей ефект для адіабатичних збурень різного масштабу в ділянці акустичних піків (сахаровських осциляцій), щоб порівняти спектри потужності збурень густини різних складників на момент рекомбінації. Усі розрахунки в цій роботі проведено за допомогою програми *drecfast.for*, яка детально описана у працях [23, 24] і виставлена для вільного користування на сайті <http://astro.franko.lviv.ua/novos>. Дослідження цієї статті обмежено Λ CDM-моделлю з параметрами, визначеними на основі даних про анізотропію температури реліктового випромінювання, даних про характеристики великомасштабної структури та дина-

міку розширення Всесвіту. Комбінація даних WMAP [1] із різними наборами даних про великомасштабну структуру Всесвіту та динаміку його розширення дає дещо відмінні значення параметрів. Діапазон значень основних із них, наприклад у визначеннях [2], такий: $\Omega_\Lambda = 0.7 \div 0.8$, $\Omega_m = 0.23 \div 0.31$, $\Omega_b = 0.04 \div 0.05$, $h = 0.68 \div 0.75$, $A_s = 0.75 \div 0.92$, $n_s = 0.9 \div 0.96$, де $\Omega_\Lambda \equiv \Lambda/3H_0^2$, $\Omega_b \equiv \rho_b/\rho_{cr}$, $\Omega_m \equiv \rho_m/\rho_{cr}$, — космологічна стала, густина баріонної матерії та густина всієї матерії (баріони + темна матерія) в одиницях критичної густини $\rho_{cr} \equiv 3H_0^2/8\pi G$ відповідно, $h = H_0/100\text{км/с/Мпк}$ — безрозмірна стала Габбла, A_s — амплітуда початкового спектра потужності збурень густини речовини, n_s — спектральний індекс скалярної моди збурень. Розрахунки космологічної рекомбінації та спектри потужності збурень густини електронів проводяться у ΛCDM -моделі з найбільш оптимальними параметрами за двома визначеннями: $\Omega_\Lambda = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$, $\sigma_8 = 0.73$, $n_s = 0.96$ [3] та $\Omega_\Lambda = 0.76$, $\Omega_m = 0.24$, $\Omega_b = 0.042$, $h = 0.73$, $A_s = 0.83$, $n_s = 0.958$ [2]. Куткові спектри потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання для них практично збігаються [3].

І. ЗАЛЕЖНІСТЬ ВІДНОСНОЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНІВ ВІД ЧЕРВОНОГО ЗМІЩЕННЯ У ΛCDM -МОДЕЛІ

Особливістю космологічної рекомбінації водню та гелію в ΛCDM -моделі є те, що вона відбувається в умовах, коли повна густина енергії теплового випромінювання сумірна з густиною баріонної речовини: $\epsilon_\gamma \approx c^2 \rho_b$. Надалі використаємо такі позначення: n_{HI} і n_{HII} — концентрації нейтральних атомів та йонів водню відповідно, n_{HeI} , n_{HeII} і n_{HeIII} — концентрації нейтральних атомів, один раз і двічі йонізованого гелію, $n_e = n_{\text{HII}} + n_{\text{HeII}} + 2n_{\text{HeIII}}$ — концентрація вільних електронів, $n_{\text{H}} = n_{\text{HI}} + n_{\text{HII}}$ — загальна концентрація водню, $n_{\text{He}} = n_{\text{HeI}} + n_{\text{HeII}} + n_{\text{HeIII}}$ — загальна концентрація гелію. Зручно перейти до відносних концентрацій: $x_{\text{HI}} \equiv n_{\text{HI}}/n_{\text{H}}$ — відносний уміст нейтрального водню, $x_{\text{HII}} \equiv n_{\text{HII}}/n_{\text{H}}$ — відносний уміст йонізованого водню, $x_{\text{HeI}} \equiv n_{\text{HeI}}/n_{\text{He}}$ — відносний уміст нейтрального гелію, $x_{\text{HeII}} \equiv n_{\text{HeII}}/n_{\text{He}}$ — відносний уміст один раз йонізованого гелію, $x_{\text{HeIII}} \equiv n_{\text{HeIII}}/n_{\text{He}}$ — відносний уміст двічі йонізованого гелію, $x_e \equiv n_e/n_{\text{H}}$ — відносний уміст вільних електронів. Відношення загальних концентрацій гелію й водню позначимо $f_{\text{He}} \equiv n_{\text{He}}/n_{\text{H}}$, яке виражається через масову частку первинного гелію Y_P , так що $f_{\text{He}} = Y_P/4(1 - Y_P)$ (надалі в розрахунках покладемо $Y_P = 0.24$ [25]). Для “ x ”-ів виконуються очевидні співвідношення: $x_e = x_{\text{HII}} + f_{\text{He}}x_{\text{HeII}} + 2f_{\text{He}}x_{\text{HeIII}}$, $x_{\text{HI}} + x_{\text{HII}} = 1$, $x_{\text{HeI}} + x_{\text{HeII}} + x_{\text{HeIII}} = 1$. Масову густина баріонної речовини можна виразити через концентрацію водню так: $\rho_b \approx m_p n_b = m_p (n_{\text{H}} + 4n_{\text{He}}) = m_p n_{\text{H}}(1 + 4f_{\text{He}})$, де n_b — середня концентрація частинок баріонної речовини (протони, нейтрони), m_p — маса спокою протона.

На ранніх етапах розвитку Всесвіту ($z > 10^4$) всі атоми водню й гелію повністю йонізовані квантами теплового випромінювання, так що $x_{\text{HII}} = 1$, $x_{\text{HI}} = 0$, $x_{\text{HeIII}} = 1$, $x_{\text{HeI}} = x_{\text{HeII}} = 0$ і $x_e = 1 + 2f_{\text{He}}$ [12, 13]. На $z \sim 8000$ кількості квантів електромагнітного випромінювання з енергією, більшою від потенціалу йонізації HeII з основного стану недостатньо, щоб утримувати весь гелій у стадії двократної йонізації. HeIII починає рекомбінувати, і з’являються йони HeII. Рекомбінація HeIII відбувається в умовах докладного балансу для всіх рівнів у кожен момент часу, тобто в умовах термодинамічної рівноваги. Відносно концентрацію двічі йонізованого гелію x_{HeIII} описуємо формулою Саха:

$$\frac{x_e x_{\text{HeIII}}}{x_{\text{HeII}}} = \frac{(2\pi m_e k T_m)^{3/2}}{h^3 n_{\text{H}}} e^{-\chi_{\text{HeII}}/k T_m}, \quad (1)$$

де T_m — температура матерії, m_e — маса електрона, k — стала Больцмана, h — стала Планка, а χ_{HeII} — потенціал йонізації з основного стану йонів HeII. Оскільки в цей час водень і гелій повністю йонізовані ($x_{\text{HI}} = 0$, $x_{\text{HII}} = 1$, $x_{\text{HeI}} = 0$), то $x_{\text{HeII}} = 1 - x_{\text{HeIII}}$, а $x_e = 1 + f_{\text{He}}(1 + x_{\text{HeIII}})$, і рівняння легко розв’язується щодо x_e . За його допомогою можна перекоонатися, що вже на $z \sim 5000$ практично весь гелій перебувають в стадії однократної йонізації. Такий стан зберігається до $z \sim 3500$ — початку рекомбінації HeI. У цей період умови ще близькі до стану термодинамічної рівноваги. Поки частка n_{HeI} від усього гелію менша від 1%, роль метастабільного рівня $2s$ в кінетиці рекомбінації HeI незначна, і концентрація йонізованого гелію x_{HeII} досить точно описується формулою Саха:

$$\frac{x_e x_{\text{HeII}}}{x_{\text{HeI}}} = 4 \frac{(2\pi m_e k T_m)^{3/2}}{h^3 n_{\text{H}}} e^{-\chi_{\text{HeI}}/k T_m}. \quad (2)$$

Тепер $x_{\text{HeIII}} = 0$ і $x_{\text{HeI}} = 1 - x_{\text{HeII}}$, а χ_{HeI} — потенціал йонізації з основного стану атомів HeI. Для точного розрахунку x_{HeII} необхідно знати точне значення $x_e = x_{\text{HII}} + f_{\text{He}}x_{\text{HeII}}$. І хоча $x_{\text{HII}} \approx 1$, зменшення частки n_{HII} від усього водню внаслідок рекомбінації на 0.1% приводить до сумірної зміни x_e внаслідок рекомбінації HeII через переважаючий уміст водню ($f_{\text{He}} = 0.079$). Отже, на цьому етапі необхідно уже враховувати рекомбінацію водню, яка в цей час ще досить точно описується формулою Саха:

$$\frac{x_e x_{\text{HII}}}{x_{\text{HI}}} = \frac{(2\pi m_e k T_m)^{3/2}}{h^3 n_{\text{H}}} e^{-\chi_{\text{HI}}/k T_m}, \quad (3)$$

де χ_{HI} — потенціал йонізації з основного стану атомів HI. Система цих двох рівнянь зводиться до одного алгебраїчного кубічного рівняння для x_e , яке має один дійсний корінь:

$$x_e = 2\sqrt{-A/3} \cos(\alpha/3) - B/3, \quad (4)$$

де $B = R_{\text{HI}} + R_{\text{HeI}}$, R_{HeI} і R_{HI} — праві частини рівнянь (2) і (3), $\cos \alpha = C/2\sqrt{-A^3/27}$, $A = D - B^2/3$, $D = R_{\text{HI}}R_{\text{HeI}} - R_{\text{HI}} - f_{\text{He}}R_{\text{HeI}}$, $C = 2B^3/27 - BD/3 - E$, $E = -R_{\text{HI}}R_{\text{HeI}}(1 - f_{\text{He}})$. Програма RECFAST доповнена цим розв’язком для коректного розв’язання задач про збурення концентрацій йонізованого водню і

гелію, який, однак, не міняє суттєво результатів обчислення значень x -ів [23, 24].

Метастабільні стани $2s$ HeI та HI зумовлюють затримку рекомбінації HeII \rightarrow HeI та HII \rightarrow HI, порушення рівноважного заселення рівнів та йонізаційно-

рекомбінаційної рівноваги (ефект “горловини пляшки”). Рівняння Саха вже адекватно не описує стану йонізації атомів, тому необхідно розв’язувати рівняння нерівноважної рекомбінації [13]:

$$\frac{dx_{\text{HeII}}}{dz} = \left(x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{HeI}} - \beta_{\text{HeI}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-h\nu_{\text{HeI}2^1s}/kT_m} \right) \times \frac{1 + K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-h\nu_{ps}/kT_m}}{H(z)(1+z) (1 + K_{\text{HeI}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-h\nu_{ps}/kT_m})} \quad (5)$$

та

$$\frac{dx_{\text{HII}}}{dz} = \left(x_e x_{\text{HII}} n_{\text{H}} \alpha_{\text{H}} - \beta_{\text{H}} (1 - x_{\text{HII}}) e^{-h\nu_{\text{H}2s}/kT_m} \right) \times \frac{1 + K_{\text{H}} \Lambda_{\text{H}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HII}})}{H(z)(1+z) (1 + K_{\text{H}} (\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{H}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HII}}))}, \quad (6)$$

де

$$\alpha_{\text{HeI}} = q \left[\sqrt{\frac{T_m}{T_2}} \left(1 + \sqrt{\frac{T_m}{T_2}} \right)^{1-p} \left(1 + \sqrt{\frac{T_m}{T_1}} \right)^{1+p} \right]^{-1} \text{M}^3 \text{c}^{-1}, \quad (7)$$

$$\alpha_{\text{H}} = F \cdot 10^{-19} a t^b / (1 + c t^d) \text{M}^3 \text{c}^{-1}, \quad t = T_m / 10^4. \quad (8)$$

α_{HeI} і α_{H} — коефіцієнти рекомбінації гелію [26] і водню [27] відповідно. $K_{\text{HeI}} \equiv \lambda_{\text{HeI}2^1p}^3 / [8\pi H(z)]$ — множник, який ураховує “почервоніння” квантів резонансної лінії основної серії HeI ($2^1p - 1^1s$ переходу), $K_{\text{H}} \equiv \lambda_{\text{H}2p}^3 / [8\pi H(z)]$ — множник, який ураховує червоне зміщення Ly $_{\alpha}$ квантів, зумовлене розширенням Всесвіту. Коефіцієнти фотойонізації в (5) і (6) розраховуються через коефіцієнти рекомбінації так:

$$\beta = \alpha (2\pi m_e k T_m / h^2)^{3/2} e^{-h\nu_{2s-1s}/kT_m}. \quad (9)$$

Температура матерії T_m практично дорівнює температурі випромінювання T_R аж до $z \sim 800$, оскільки до цього моменту характерний час томсонівського розсіювання квантів теплового випромінювання на вільних електронах значно менший від характерного часу розширення Всесвіту, $t_{\text{Th}}/t_{\text{Hubble}} < 10^{-3}$. Отже, до цього моменту швидкість зміни температури описується адіабатичним охолодженням випромінювання ($\gamma = 4/3$) внаслідок розширення Всесвіту:

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{T_m}{(1+z)}. \quad (10)$$

І лише після рекомбінації на червоних зміщеннях $z < 800$ адіабатичне охолодження ідеального газу ($\gamma = 5/3$) починає переважати нагрівання за рахунок ефекту Комптона, який “підтягує” температуру газу до температури випромінювання. Охолодження газу за рахунок вільно-вільних, зв’язано-вільних та зв’язано-зв’язаних переходів, ударної йонізації, як і

нагрів за рахунок фотойонізацій та ударної рекомбінації, дають внесок у швидкість зміни температури, який не перевищує соті частки відсотка від основних процесів — адіабатичного охолодження та ефекту Комптона [12]. Отже, в цю епоху досить точним є таке рівняння для швидкості зміни температури матерії [13]:

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{8\sigma_{\text{Th}} a_{\text{R}} T_{\text{R}}^4}{3H(z)(1+z)m_e c} \frac{x_e}{1 + f_{\text{He}} + x_e} (T_m - T_{\text{R}}) + \frac{2T_m}{(1+z)}. \quad (11)$$

Значення всіх атомних сталей і коефіцієнтів, які входять у рівняння (1)–(11), наведені в табл. 1.

На рис. 1 показано відносний уміст вільних електронів x_e в діапазоні червоних зміщень $400 \leq z \leq 10000$. Точковою лінією зображено функцію видимості $d\tau/dze^{-\tau}$, де τ — оптична глибина за томсонівським розсіюванням, $z = (a^{-1} - 1)$ — червоне зміщення. Вона окреслює зону космологічної рекомбінації. Розрахунки, представлені на рис. 1, проведені для ΛCDM -моделі з параметрами $\Omega_{\Lambda} = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$ [3] та $\Omega_{\Lambda} = 0.76$, $\Omega_m = 0.24$, $\Omega_b = 0.042$, $h = 0.73$ [2]. Криві $x_e(a)$ для цих двох наборів параметрів практично наклалися: різниця $\sim 4\%$ досягається в області максимуму функції видимості ($z_{\text{dec}} \approx 1080$) і сягає $\sim 6\%$ для “загартовувального” значення $x_e \sim 10^{-3}$ на $z \leq 900$.

Стала	Значення	Джерело
χ_{H}	$2.17871122 \cdot 10^{-18}$ Дж	[13]
χ_{HeI}	$3.9393393 \cdot 10^{-18}$ Дж	[13]
χ_{HeII}	$8.71869443 \cdot 10^{-18}$ Дж	[13]
$h\nu_{\text{H}2s}$	$1.63403509 \cdot 10^{-18}$ Дж	[13]
$h\nu_{ps}$	$3.30301387 \cdot 10^{-18}$ Дж	[13]
$h\nu_{\text{HeI}2^1s}$	$9.64908312 \cdot 10^{-20}$ Дж	[13]
$h\nu_{2s-1s}$ (HI)	$5.4467613 \cdot 10^{-19}$ Дж	[27]
$h\nu_{2s-1s}$ (HeI)	$6.36325429 \cdot 10^{-19}$ Дж	[26]
$\lambda_{\text{H}2p}$	121.567 нм	[13, 37]
$\lambda_{\text{HeI}2^1p}$	58.4334 нм	[13, 37]
F	1.14	[13]
a	4.309	[27]
b	-0.6166	[27]
c	0.6703	[27]
d	0.5300	[27]
q	$1.80301774 \cdot 10^{-17}$	[26]
p	0.711	[26]
T_1	$1.30016958 \cdot 10^5$ К	[26]
T_2	3К	[26]
Λ_{H}	$8.22458 c^{-1}$	[38]
Λ_{He}	$51.3 c^{-1}$	[39]

Таблиця 1. Атомні сталі і константи апроксимаційних формул.

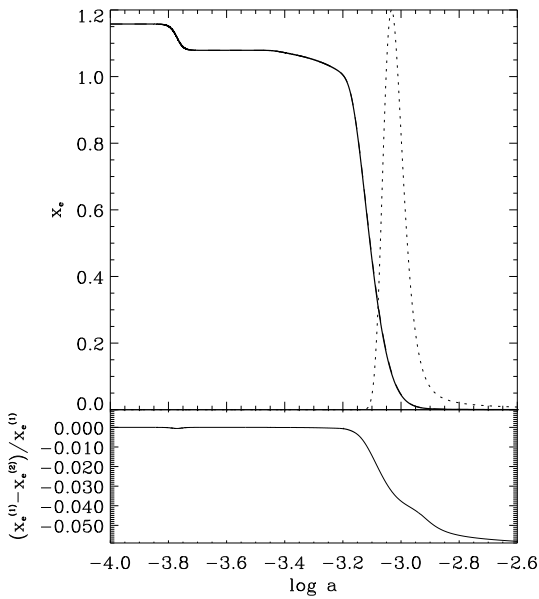


Рис. 1. Залежність відносного вмісту вільних електронів від червоного зміщення у Λ CDM-моделі з параметрами $\Omega_{\Lambda} = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$ [3] (суцільна лінія) та $\Omega_{\Lambda} = 0.76$, $\Omega_m = 0.24$, $\Omega_b = 0.042$, $h = 0.73$ [2] (штрихова лінія накладася на суцільну). Точкова лінія — функція видимості $d\tau/dz e^{-\tau}$ ($\times 270$). На нижній панелі — відносна різниця x_e для двох наборів параметрів Λ CDM-моделі.

II. ЗБУРЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЙ ЙОНІВ ТА АТОМІВ

A. Означення

Нехай середні по всьому простору на фіксований момент часу значення відносних концентрацій HI, HII, HeI, HeII, HeIII та електронів є x_i , де “ i ” позначає кожну з них. Локальні значення концентрації цієї ж фракції в ділянці малого за амплітудою відносного збурення густини баріонної матерії $\delta_b \equiv \delta\rho_b/\rho_b \ll 1$, де ρ_b — середня густина баріонної речовини, позначмо \hat{x}_i . Його відхилення від середнього позначмо δx_i , так що $\hat{x}_i = x_i + \delta x_i$, і назвімо збуренням i -ої фракції. Відносні збурення відносних концентрацій атомів та йонів водню, гелію і вільних електронів означимо так: $\Delta_i \equiv \delta x_i/x_i$, де x_i — будь-яка з цих фракцій. Легко переконатись, що $\Delta_e = \delta n_e/n_e - \delta n_{\text{H}}/n_{\text{H}}$, $\Delta_{\text{HII}} = \delta n_{\text{HII}}/n_{\text{HII}} - \delta n_{\text{H}}/n_{\text{H}}$, $\Delta_{\text{HeII}} = \delta n_{\text{HeII}}/n_{\text{HeII}} - \delta n_{\text{He}}/n_{\text{He}}$, $\Delta_{\text{HeIII}} = \delta n_{\text{HeIII}}/n_{\text{HeIII}} - \delta n_{\text{He}}/n_{\text{He}}$. Оскільки для гомогенного середовища¹ $\delta_b \equiv \delta\rho_b/\rho_b = \delta n_b/n_b = \delta n_{\text{H}}/n_{\text{H}} = \delta n_{\text{He}}/n_{\text{He}}$, то

$$\Delta_i = \delta_{n_i} - \delta_b, \quad (12)$$

де $\delta_{n_i} \equiv \delta n_i/n_i = \Delta_i + \delta_b$ — відносне збурення концентрації i -ої фракції. Слід відзначити, що у Всесвіті, який розширюється, рекомбінація не завершується повністю, а відбувається загартування йонізації, тобто жодна з величин n_i не досягає нуля і розбіжності δ_{n_i} відсутні. Із (12) випливає, що Δ_i також не розбігаються. Числові розрахунки, представлені в [23, 24], підтверджують це.

Таким чином, Δ_i це різниця двох відносних збурень: концентрації i -ої фракції та густини баріонної матерії. Оскільки δ_{n_i} і δ_b — скалярні функції координат у заданій системі відліку, то при калібрувальних перетвореннях, які не змінюють властивостей космологічного фону, кожна з них перетворюється шляхом додавання одного й того ж виразу із складника перетворення часової координати (див. [28–30]). Оскільки у (12) вони входять із різним знаком, то Δ_i залишається незмінною при таких перетвореннях, тобто є калібрувально-інваріантною величиною.

Якщо з часом стан йонізації не змінюється (атоми водню чи гелію повністю йонізовані), то $\delta_{n_i} = \delta_b$ і $\Delta_i = 0$. Коли швидкості рекомбінації та фотойонізації змінюються й відбувається зміна йонізаційного стану довільної компоненти, тоді δ_{n_i} і δ_b можуть змінюватися з різною швидкістю, оскільки зміна δ_b визначається гравітацією та пружністю середовища, а δ_{n_i} — ще й кінетикою йонізаційно-рекомбінаційних процесів. Тобто Δ_i є мірою відхилення збурення концентрації цієї фракції від збурення густини баріонної компоненти внаслідок зміни швидкості йонізаційно-рекомбінаційних процесів в області збурення густини

¹Окрім того, баріонно-фотонна плазма є макроскопічно електронейтральною — $n_e = n_p$ всюди і завжди.

баріонної речовини щодо швидкості на космологічно-матеріальному фоні.

Для адіабатичних збурень на ранніх етапах розвитку Всесвіту відносні збурення густини баріонної матерії δ_b й енергії теплового випромінювання $\delta_R \equiv \delta\epsilon_R/\epsilon_R$ пов'язані співвідношенням: $\delta_R = 4\delta_b/3$. Оскільки $\epsilon_R = aT_R^4$, то $\delta_{T_R} \equiv \delta T_R/T_R = \delta_b/3$.

В. Рівняння

Амплітуди флюктуацій густини речовини δ_b та температури теплового випромінювання δ_{T_R} , згенеровані в ранньому Всесвіті, зростають унаслідок гравітаційної нестійкості й на момент рекомбінації сягають величини $\simeq 10^{-4}$ – 10^{-5} у діапазоні масштабів 30 – $300h^{-1}\text{Мпк}$ (залежать також від спектра потужності початкових збурень). Локальні флюктуації густини речовини приведуть до відповідних флюктуацій концентрацій йонів, $\delta_e \propto \delta_b$. Оскільки швидкість протікання йонізаційно-рекомбінаційних процесів залежить від густини й температури речовини, то в ділянці таких флюктуацій розподіл елементів за станами йонізації вже буде дещо відмінним від фонового, тобто в цих областях можна очікувати $\Delta_i \neq 0$. Ми розглядаємо малі за амплітудою збурення густини й температури баріонно-фотонної плазми, тому в ділянці збурень чинними є всі рівняння (1)–(11), а зв'язок між збуреннями концентрацій йонів та космологічними збуреннями густини й температури речовини можна отримати варіюванням цих рівнянь.

Проваріювавши рівняння (1) для збурення електронної фракції $\Delta_e = x_{\text{HeIII}}f_{\text{He}}\Delta_{\text{HeIII}}/x_e$, отримаємо:

$$\Delta_e = \frac{x_{\text{HeIII}}(1 - x_{\text{HeIII}})f_{\text{He}}}{x_e + (1 - x_{\text{HeIII}})x_{\text{HeIII}}f_{\text{He}}} \times \left[\left(\frac{3}{2} + \frac{\chi_{\text{HeII}}}{kT_m} \right) \delta_{T_m} - \delta_b \right]. \quad (13)$$

Як бачимо, відносне збурення концентрації електронів є лінійною комбінацією початкового відносного збурення температури й густини баріонної речовини. У ділянці адіабатичних збурень флюктуація Δ_e має той самий знак, що й флюктуація температури матерії, а флюктуація густини речовини входить у цю комбінацію з протилежним знаком. Значення x_e і x_{HeIII} розраховуємо з рівняння (1). Із (13) випливає асимптотична поведінка відносного збурення концентрації HeIII: на червоних зміщеннях $z > 7000$, коли $x_{\text{HeIII}} \rightarrow 1$ (весь гелій переходить у двічі йонізований стан), $\Delta_{\text{HeIII}} \rightarrow 0$ ($\delta_{n_{\text{HeIII}}} = \delta_b$), на червоних зміщеннях $z < 5000$ при $x_{\text{HeIII}} \rightarrow 0$ $\Delta_{\text{HeIII}} \rightarrow \frac{\chi_{\text{HeII}}}{kT_m}\delta_{T_m}$ і зростає зі зниженням температури. Очевидно, що таке зростання зумовлене стрімким спадом x_{HeIII} , а не відображає реальну еволюцію збурення фракції HeIII.

На $3500 < z < 5000$ водень і гелій (однократно) повністю йонізовані ($x_{\text{HII}} = x_{\text{HeII}} = 1$, $x_{\text{HI}} = x_{\text{HeI}} = x_{\text{HeIII}} = 0$), тому відносні збурення концентрацій усіх фракцій дорівнюють нулеві. Із подальшим зниженням температури починає рекомбінувати HeI, а згодом і HI, кінетику яких описують рівняння Саха (2) і (3). Варіюючи ці рівняння, отримуємо вирази для відносних збурень концентрацій йонів гелію Δ_{HeII} і водню Δ_{HI} , з яких одержуємо вираз для збурення фракції вільних електронів Δ_e :

$$\begin{aligned} \Delta_e = & \frac{(1 - x_{\text{HII}})x_{\text{HII}}\frac{\chi_{\text{HII}}}{kT_m}(1 + (1 - x_{\text{HeII}})x_{\text{HeII}}/x_e)}{(1 - x_{\text{HII}})x_{\text{HII}} + (1 - x_{\text{HeII}})x_{\text{HeII}}f_{\text{He}} - x_e} \delta_{T_m} \\ & + \frac{(1 - x_{\text{HeII}})x_{\text{HeII}}\frac{\chi_{\text{HeI}}}{kT_m}(f_{\text{He}} - (1 - x_{\text{HII}})x_{\text{HII}}/x_e)}{(1 - x_{\text{HII}})x_{\text{HII}} + (1 - x_{\text{HeII}})x_{\text{HeII}}f_{\text{He}} - x_e} \delta_{T_m} \\ & + \frac{(1 - x_{\text{HII}})x_{\text{HII}} + (1 - x_{\text{HeII}})x_{\text{HeII}}f_{\text{He}}}{(1 - x_{\text{HII}})x_{\text{HII}} + (1 - x_{\text{HeII}})x_{\text{HeII}}f_{\text{He}} - x_e} \left[\frac{3}{2} \delta_{T_m} - \delta_b \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

При $x_{\text{HeII}} \rightarrow 1$ і $x_{\text{HII}} \rightarrow 1$ $\Delta_e \rightarrow 0$, як і очікувалося. Друга асимптотика, коли $x_{\text{HeII}} \rightarrow 0$ і $x_{\text{HII}} \rightarrow 0$, не має фізичного змісту, оскільки вже при $x_{\text{HeII}} \leq 0.99$ і $x_{\text{HII}} \leq 0.99$ необхідно застосовувати рівняння нерівноважної кінетики рекомбінації й енергетичного балансу (5)–(11). Для цього випадку отримуємо аналогічні диференціальні рівняння еволюції для відносних збурень концентрацій фракцій Δ_{HII} , Δ_{HeII} і температури матерії δ_{T_m} шляхом варіювання (5)–(11). У розгорнутому вигляді вони наведені у [23, 24], тут подаємо їх узагальнено так:

$$\begin{aligned} x_i \frac{d\Delta_i}{dz} = & \frac{dx_i}{dz} \left[A_i \Delta_e + \left\{ \frac{x_i}{1 - x_i} (B_i - C_i + D_i) + A_i - 1 \right\} \Delta_i + \{A_i + C_i - D_i\} \delta_b \right. \\ & \left. + \left\{ F_i - \frac{3}{2}B_i - D_i \frac{\beta_i}{\Lambda_i + \beta_i} \left(\frac{3}{2} + F_i \right) - \left(B_i + D_i \frac{\beta_i}{\Lambda_i + \beta_i} \right) \frac{h\nu_{2si}}{kT_m} + \Theta_i \frac{h\nu_{ips}}{kT_m} (C_i - D_i) - B_i \frac{h\nu_{i2s}}{kT_m} \right\} \delta_{T_m} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

де індекс “ i ” набуває двох значень, що відповідають HeII та III, а значення функцій A_i , B_i , C_i , D_i , F_i , Θ_i визначаються концентрацією йонів атомів водню або гелію та кінетикою їх рекомбінації (див. Додаток). Рівняння нерівноважної рекомбінації (5) і (6), вираженні через ці функції, матимуть вигляд:

$$\frac{dx_i}{dz} = \frac{x_i x_e n_H \alpha_i}{H(z)(1+z)} \frac{D_i}{A_i C_i} \frac{\Lambda_i}{\Lambda_i + \beta_i}. \quad (16)$$

Із (16)–(16) знаходимо вираз для відносних збурень концентрацій вільних електронів

$$\begin{aligned} \Delta_e = & \frac{H(z)(1+z)}{x_e n_H \alpha_i} \frac{\Lambda_i + \beta_i}{\Lambda_i} \frac{C_i}{D_i} \frac{d\Delta_i}{dz} - \frac{1}{A_i} \left[\left\{ \frac{x_i}{1-x_i} (B_i - C_i + D_i) A_i - 1 \right\} \Delta_i + \{A_i + C_i - D_i\} \delta_b \right. \\ & \left. + \left\{ F_i - \frac{3}{2} B_i - D_i \frac{\beta_i}{\Lambda_i + \beta_i} \left(\frac{3}{2} + F_i \right) - \left(B_i + D_i \frac{\beta_i}{\Lambda_i + \beta_i} \right) \frac{h\nu_{2si}}{kT_m} + \Theta_i \frac{h\nu_{ips}}{kT_m} (C_i - D_i) - B_i \frac{h\nu_{i2s}}{kT_m} \right\} \delta_{T_m} \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

Для опису еволюції відносних збурень температури матерії отримаємо рівняння

$$T_m \frac{d\delta_{T_m}}{dz} = \frac{8\sigma_{Th} a_R T_R^4}{3H(z)(1+z)m_e c} \frac{x_e}{1 + f_{He} + x_e} \left[(T_m - T_R) \frac{1 + f_{He}}{1 + f_{He} + x_e} \Delta_e + (4T_m - 5T_R) \delta_{T_R} + T_R \delta_{T_m} \right]. \quad (18)$$

Отже, рівняння (16)–(18) становлять систему звичайних лінійних диференціальних рівнянь першого порядку для збурень відносних концентрацій йонізованого водню й гелію та збурення температури матерії, які можна розв’язати за допомогою загальнодоступної програми DVERK [31].

Рівняння (13)–(18) використовуємо для аналізу еволюції збурень концентрації йонів при заданих збуреннях густини й температури баріонної речовини. Усі ці рівняння містять розв’язки незбуреної задачі, тому програма RECFAST [13] доповнена блоком для розрахунку збурень концентрацій фракцій, що реалізовано в програмі *drecfast.f*, яку надалі використовуємо в аналізі еволюції збурень концентрації йонізованих фракцій.

III. ЕВОЛЮЦІЯ ЗБУРЕНЬ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНІВ

Еволюція амплітуди збурення густини баріонної речовини і температури теплового випромінювання залежить від співвідношення масштабу збурення і масштабу акустичного горизонту [32]. Якщо масштаб збурення значно менший за акустичний горизонт (масштаб Джинса) на момент рекомбінації, то збурення до цього часу вело себе як стояча акустична хвиля. Наслідком рекомбінації є швидке падіння масштабу Джинса і зміна закону еволюції амплітуди збурень — перехід на монотонне зростання амплітуди в пилоподібній епосі. Амплітуди збурень, які до рекомбінації мали масштаб значно більший від горизонту частинки, зростали весь час: спочатку $\delta_b \propto t^{1/2}$, а після рекомбінації $\delta_b \propto t^{2/3}$. У працях [28–30, 33–35] можна знайти як аналітичні розв’язки для ідеалізованих ви-

падків однокомпонентного середовища, так і числові розв’язки в реалістичніших моделях із різними типами матерії та енергії. В [23, 24] оцінено вплив ефекту кінетики рекомбінації на відхилення збурень концентрації вільних електронів від збурень густини баріонів, які еволюціонують згідно з теорією гравітаційної нестійкості.

Розрахуймо еволюцію збурень концентрації вільних електронів δ_e в ділянці космологічних збурень густини речовини $\delta_b(z \gg z_{dec}) > 0$ різних масштабів у Λ CDM-моделі [3] для червоних зміщень $10000 \leq z \leq 200$. Для цього використаємо програму *drecfast.f* [36]. На рис. 2 наведені результати розрахунків збурень концентрації вільних електронів δ_e , густини баріонів δ_b та випромінювання δ_R для адіабатичних збурень із хвильовими числами $k = 0.01, \dots, 0.1 \text{ Мпк}^{-1}$. На кожному рисунку зображена також функція видимості $d\tau/dz e^{-\tau}$, пік якої покаже положення сфери останнього розсіювання реліктового випромінювання на шкалі червоних зміщень. У Λ CDM-моделі з параметрами [3] він знаходиться на $z_{dec} = 1080$. Хвильове число, яке відповідає радіусові акустичного горизонту на момент z_{dec} , у цій моделі дорівнює $k_{dec}^s \simeq 0.037 \text{ Мпк}^{-1}$, а горизонту частинки — $k_{dec} \simeq 0.021 \text{ Мпк}^{-1}$.

Як бачимо, до початку рекомбінації водню ($z \geq 1500$, див. рис. 1) відносні збурення концентрації електронів δ_e і баріонів δ_b збігаються за амплітудою й фазою в усіх масштабах: $\Delta_e \approx 0$. В епоху космологічної рекомбінації співвідношення між ними залежить від масштабу збурення. Якщо $k \leq k_{dec}$, то амплітуда відносного збурення концентрації вільних електронів приблизно в 4 рази більша, ніж амплітуда відповідного збурення баріонної речовини. Для менших масштабів, $k > k_{dec}$, різниця між значеннями амплітуд відносних збурень електронної й баріонної компонент

суттєво менша, а її знак визначається еволюцією збурення температури баріонно-фотонної плазми. Після рекомбінації $\delta_e < \delta_b$ для всіх масштабів. Це пояснюється тим, що ми розглядаємо адіабатичні додатні початкові збурення, які в холодній темній матерії зрос-

тали за амплітудою весь час, і збурення в баріонній речовині після рекомбінації визначалися саме ними, а не фазою осциляції збурення баріонно-фотонної плазми в момент рекомбінації.

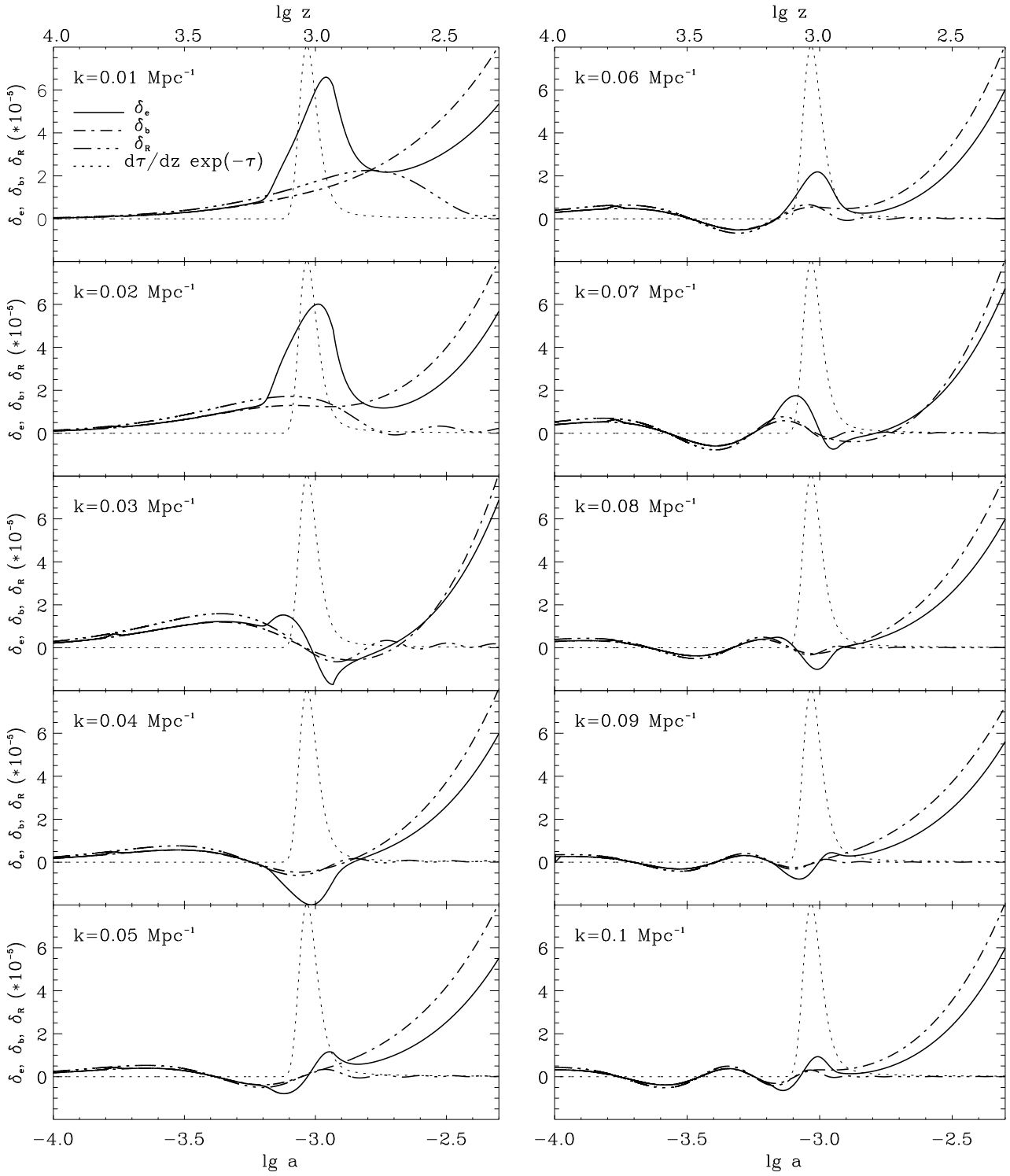


Рис. 2. Еволюція збурень концентрації вільних електронів в області адіабатичних збурень густини в Λ CDM-моделі [3] для $k = 0.01, \dots, 0.1 \text{ Mpc}^{-1}$.

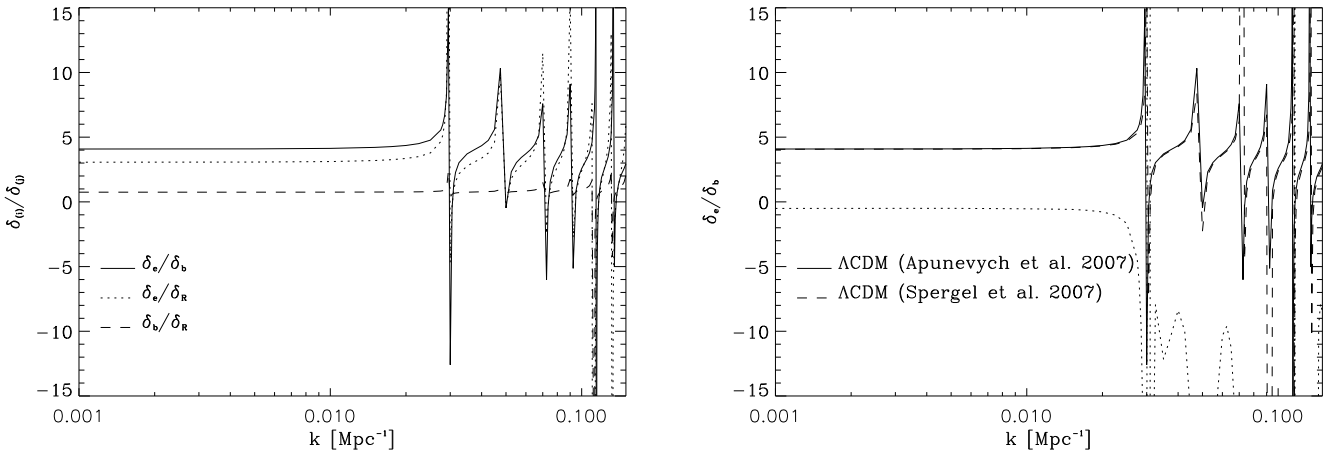


Рис. 3. Зліва: відношення амплітуд збурень концентрації вільних електронів та загального числа баріонів δ_e/δ_b (суцільна лінія), збурень концентрації вільних електронів та випромінювання δ_e/δ_R (точкова лінія), збурень загального числа баріонів та випромінювання δ_b/δ_R (пунктирна лінія). Справа: відношення амплітуд збурень концентрації вільних електронів та баріонів δ_e/δ_b для Λ CDM моделі з параметрами $\Omega_\Lambda = 0.736$, $\Omega_m = 0.278$, $\Omega_b = 0.05$, $h = 0.68$ [3] (суцільна лінія) та $\Omega_\Lambda = 0.76$, $\Omega_m = 0.24$, $\Omega_b = 0.042$, $h = 0.73$ [2] (пунктирна лінія). Точковою лінією показана відносна різниця між ними у відсотках.

Основна частка квантів реліктового випромінювання, що приходять до нас, останній раз розсіялися на вільних електронах в області максимуму функції видимості. Таким чином, співвідношення амплітуд відносних збурень концентрацій електронів і баріонів δ_e/δ_b у момент $z = z_{\text{dec}}$ може бути визначальним у формуванні спостережуваних характеристик анізотропії реліктового випромінювання. Тому проаналізуємо його докладніше саме для цього моменту часу. На рис. 3 суцільною лінією показано відношення амплітуд збурень концентрації електронів та загального числа баріонів (δ_e/δ_b), точковою лінією — відношення амплітуд збурень концентрації електронів та випромінювання (δ_e/δ_R) і пунктирною лінією — відношення амплітуд збурень загального числа баріонів та випромінювання (δ_b/δ_R) на момент $z = z_{\text{dec}}$ у діапазоні масштабів $0.001 \leq k \leq 0.15$. На масштабах, більших за горизонт частинки ($k < k_{\text{dec}}$), ці відношення є приблизно сталими: $\delta_e/\delta_b \approx 4.2$, $\delta_e/\delta_R \approx 3.2$ і $\delta_b/\delta_R \approx 3/4$. На менших масштабах ($k > k_{\text{dec}}$) вони змінюються в широких межах, що зумовлено різними фазами коливань збурень різних масштабів електронної, баріонної та фотонної компонент у момент z_{dec} . Видимі на рис. 3 піки відповідають значенням амплітуд δ_b та δ_R , близьким до нуля (для δ_b нулі знаходимо при $k \approx 0.0298, 0.0485, 0.0718, 0.0915, 0.114, 0.134 \text{ Мпк}^{-1}$ та для δ_R — при $k \approx 0.0296, 0.0483, 0.0710, 0.0907, 0.112, 0.132 \text{ Мпк}^{-1}$). У порівнянні з ними нулі δ_e зміщені в бік дещо менших масштабів: $k \approx 0.0305, 0.0501, 0.0737, 0.0941, 0.117, 0.137 \text{ Мпк}^{-1}$.

Для оцінки залежності відношення δ_e/δ_b в епоху космологічної рекомбінації від значень космологічних параметрів ми розрахували його для двох Λ CDM-моделей, описаних у розділі I (див. також рис. 1). Результати таких розрахунків зображені на рис. 3. Точковою лінією на ньому показано відносну різницю (у %) цієї величини для двох моделей. Як бачимо, для

збурень із масштабом, більшим за горизонт частинки, δ_e/δ_b практично не залежить від параметрів космологічної моделі (різниця в цій ділянці масштабів не перевищує 0.5%). Для менших масштабів різниця суттєва ($\geq 10\%$) і зростає зі зменшенням масштабу. Скачки в області нулів δ_b зумовлені їх зміщенням. У Λ CDM-моделі з параметрами [2] нулі δ_b знаходяться на $k \approx 0.0302, 0.0489, 0.0726, 0.0924, 0.116, 0.135 \text{ Мпк}^{-1}$, а нулі δ_R на $k \approx 0.0300, 0.0488, 0.0718, 0.0917, 0.114, 0.134 \text{ Мпк}^{-1}$. Нулі δ_e у цій моделі знаходяться на $k \approx 0.0310, 0.0506, 0.0745, 0.0951, 0.118, 0.139 \text{ Мпк}^{-1}$.

IV. СПЕКТР ПОТУЖНОСТІ ЗБУРЕНЬ КОНЦЕНТРАЦІЇ ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНІВ

Щоб розрахувати спектр потужності збурень густини кожного складника на довільний момент часу t , необхідно спочатку розрахувати їхню перехідну функцію, яку означимо так:

$$T_i(k, t) \equiv |\delta_i(k, t)|/|\delta_i(k_{\text{min}}, t)|,$$

$$(k_{\text{min}} \ll k_{\text{dec}}, k_{\text{max}} \gg k_{\text{dec}}),$$

за умови, що $|\delta_i(k_{\text{min}}, t_{\text{init}})| = |\delta_i(k, t_{\text{init}})|$ у ранню епоху ($t_{\text{init}} \ll t$) задовго до входження збурення з k_{max} в горизонт частинки. Тобто перехідна функція — це відношення модулів амплітуд збурень двох масштабів $k_{\text{min}} \ll k_{\text{dec}}$ і k в довільний момент часу, початкові амплітуди яких були однаковими у фіксований момент часу t_{init} у ранню епоху еволюції Всесвіту. Якщо перехідна функція розрахована, то спектр потужності збурень густини речовини на z_{dec} “ i ”-ої компоненти можна обчислити так:

$$P_i(k, z_{\text{dec}}) = A_s k^{n_s} T_i^2(k, z_{\text{dec}}),$$

де A_s — стала нормування амплітуди скалярної моди збурень, n_s — спектральний індекс. Оскільки в цій праці ми аналізуємо співвідношення амплітуд збурень концентрації вільних електронів і баріонів, то стали нормування можна покласти довільною величиною. Результати обчислень спектрів потужності космологічних збурень густини різних компонент на момент космологічної рекомбінації зображено на рис. 4 безрозмірною величиною $P_i(k)k^3$. Він підтверджує висновки, зроблені на основі обчислення еволюції збурень різних масштабів (рис. 2), про те, що в момент космологічної рекомбінації амплітуда відносних збурень концентрації вільних електронів у кілька разів більша (за абсолютною величиною) від амплітуди відносних збурень густини баріонної речовини, а також дає змогу докладніше проаналізувати залежність цього відношення від масштабу збурення.

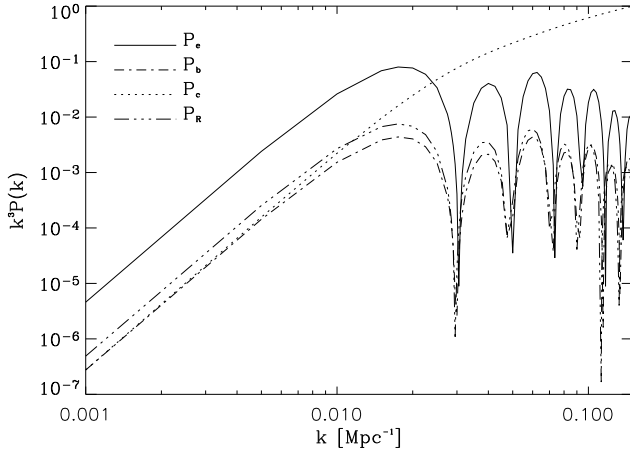


Рис. 4. Спектри потужності збурень концентрації вільних електронів (суцільна лінія), збурень густини баріонів (штрих-пунктирна), збурень густини енергії теплового випромінювання (штрих-3-точкова) та збурень густини холодної темної матерії (точкова) на момент космологічної рекомбінації z_{dec} .

Для збурень із масштабом, значно більшим від радіуса горизонту частинки ($k \ll k_{\text{dec}}$) нахил спектра однаковий у всіх компонентах $P_i(k) \propto k^{n_s}$, а співвідношення амплітуд стає $P_b : P_c : P_R : P_e \approx 1 : 1 : 1.8 : 17$. На менших масштабах спостерігаємо осциляції амплітуди в баріонно-фотонній плазмі й монотонне зростання амплітуди в безіткнювальній компоненті (холодна темна матерія). Співвідношення амплітуд різних компонент залежить від масштабу збурення. Положення максимумів у спектрах потужності збурень густини складників баріонно-фотонної плазми приблизно збігається:

- теплове випромінювання — $k \approx 0.0175, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12, 0.1425 \text{ Мпк}^{-1}$;
- баріонна речовина — $k \approx 0.0175, 0.04, 0.06, 0.0825, 0.1025, 0.125, 0.145 \text{ Мпк}^{-1}$;
- вільні електрони — $k \approx 0.0175, 0.04, 0.0625, 0.0825, 0.105, 0.1275, 0.1475 \text{ Мпк}^{-1}$.

Очевидно, що для додатних космологічних збурень густини ($\delta_c(k, t_{\text{init}}) = \delta_b(k, t_{\text{init}}) > 0$) перший максимум — це збурення, які у момент z_{dec} були у фазі 1-го максимального стиску; другий максимум — це збурення, які у момент z_{dec} перебували у фазі 1-го максимального розширення; третій — це збурення, які у момент z_{dec} були у фазі 2-го максимального стиску і т.д. Для адіабатичних збурень із $\delta_c(k, t_{\text{init}}) = \delta_b(k, t_{\text{init}}) < 0$ максимуми мають протилежний характер — максимальне розширення, максимальний стиск, максимальне розширення, максимальний стиск і т.д. Положення впадин на цьому рисунку відповідають нулям амплітуди збурень густини і збігаються з положеннями відповідних скачків на рис. 3. Оскільки експериментальне визначення положень й амплітуд акустичних піків у спектрах потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання та їх інтерпретація є надзвичайно актуальною задачею, у табл. 2 наведено співвідношення між амплітудами спектрів різних компонент для двох ΛCDM -моделей [2, 3], передбачення яких добре узгоджуються з даними спостережувальної космології.

N п/п	k [Мпк ⁻¹]	$P_b : P_c : P_R : P_e$
1	0.0175	1 : 3.7 : 1.70 : 18.2
	0.0175	1 : 3.5 : 1.72 : 18.0
2	0.0400	1 : 67.4 : 1.65 : 18.9
	0.0400	1 : 69.8 : 1.67 : 18.3
3	0.0625	1 : 79.4 : 1.30 : 16.2
	0.0625	1 : 76.2 : 1.34 : 15.4
4	0.0825	1 : 203.8 : 1.29 : 13.6
	0.0850	1 : 262.8 : 1.21 : 16.1
5	0.1050	1 : 231.9 : 0.83 : 11.1
	0.1050	1 : 221.8 : 0.91 : 10.0
6	0.1275	1 : 778.7 : 0.63 : 12.2
	0.1275	1 : 685.1 : 0.79 : 10.2

Таблиця 2. Співвідношення амплітуд акустичних піків у спектрах потужності відносних збурень густини баріонів, холодної темної матерії, теплового випромінювання та вільних електронів на момент космологічної рекомбінації z_{dec} для кожного піка у двох ΛCDM -моделях: [3] — верхній рядок, [2] — нижній рядок.

Якщо порівнювати положення та амплітуди акустичних піків у спектрах потужності збурень густини всіх компонент (табл. 2) та нулів δ_R , δ_b і δ_e у цих двох моделях, то знайдемо, що різниця між ними не перевищує $\sim 1\text{--}2\%$, що й пояснює однакову (добру) відповідність їхніх спектрів потужності флюктуацій температури реліктового випромінювання спостережуваним даним — $\chi_{\text{min}}^2 = 37.2$ [3] і 37.8 [2] для степенів вільності системи.

Для перших двох акустичних піків амплітуда збурення концентрації вільних електронів у ≈ 18 разів більша від амплітуди збурення густини баріонної речовини, для третього — у ≈ 16 разів, тобто є приблизно такими ж, як і для збурень із масштабом, більшим від радіуса горизонту частинки на момент рекомбінації. Для наступних піків таке відношення зменшується.

Тут ми не обговорюємо співвідношення амплітуд спектрів потужності збурень густини баріонної речовини, холодної темної матерії та теплового випромінювання, оскільки вони вже обговорені в деталях у численних працях (див., наприклад, [34] і посилаючись на ній), а наводимо їх для повноти картини.

ВИСНОВКИ

В епоху космологічної рекомбінації амплітуда відносного збурення концентрації вільних електронів $\delta_e \equiv \delta n_e/n_e$ в ділянці адіабатичних збурень густини речовини не дорівнює амплітуді відносного збурення концентрації баріонної речовини $\delta_b \equiv \delta n_b/n_b$ внаслідок різної залежності швидкості рекомбінації й фотойонізації від густини та температури середовища. Різниця між ними стає сумірною з амплітудою космологічних збурень густини баріонно-фотонної плазми тоді, коли починається рекомбінація водню ($z \leq 1600$, рис. 1 і 2). Момент відриву теплового випромінювання від речовини відповідає максимуму функції видимості $d\tau/dz e^{-\tau}$ (τ —

оптична глибина за томсонівським розсіюванням), який у Λ CDM-моделі з параметрами [3] є на $z_{\text{dec}} \approx 1080$. Обчислені для цього моменту спектри потужності відносних збурень концентрацій вільних електронів $P_e(k, z_{\text{dec}}) \equiv \langle \delta_e(k, z_{\text{dec}}) \delta_e^*(k, z_{\text{dec}}) \rangle$ та баріонів $P_b(k, z_{\text{dec}}) \equiv \langle \delta_b(k, z_{\text{dec}}) \delta_b^*(k, z_{\text{dec}}) \rangle$ (рис. 4) вказують на співвідношення їхніх амплітуд у різних масштабах. Воно є сталим на масштабах, більших від радіуса горизонту частинки ($k \ll k_{\text{dec}}$): $P_e(k, z_{\text{dec}})/P_b(k, z_{\text{dec}}) \approx 17$. На менших масштабах ($k \geq k_{\text{dec}}$) спектри потужності збурень концентрації вільних електронів, баріонів та густини енергії теплового випромінювання осцилюють. Максимуми амплітуди спектра потужності збурень концентрації вільних електронів у цій Λ CDM-моделі спостерігаємо на $k_m \approx 0.0175, 0.04, 0.0625, 0.0825, 0.105, 0.1275, 0.1475$. У них $P_e(k_m, z_{\text{dec}})/P_b(k_m, z_{\text{dec}}) \approx 18.2, 18.9, 16.2, 13.6, 11.1, 12.2$ відповідно. Отримані результати і висновки слабо залежать від зміни параметрів Λ CDM-моделі.

Робота виконана в межах держбюджетної теми МОН України “Лінійна та нелінійна стадія розвитку космологічних збурень у моделях багатокомпонентного Всесвіту з темною енергією” (державний реєстраційний номер 0107U002062) та за підтримки цільової програми наукових досліджень НАН України “Дослідження структури та складу Всесвіту, прихованої маси і темної енергії (Космомікрофізика)” (державний реєстраційний номер 0107U007279).

Автори висловлюють подяку рецензенту за корисні зауваження.

ДОДАТОК

Вирази для обчислень A_i, B_i, C_i, D_i, F_i , коефіцієнти та атомні сталі апроксимаційних формул:

$$A_i = \left\{ \frac{x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{HeI}}}{x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{HeI}} - \beta_{\text{HeI}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{HeI}2^1s}}{kT_m}}}; \frac{x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{H}}}{x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{H}} - \beta_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{H}2s}}{kT_m}}} \right\},$$

$$B_i = \left\{ \frac{\beta_{\text{HeI}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{HeI}2^1s}}{kT_m}}}{x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{HeI}} - \beta_{\text{HeI}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{HeI}2^1s}}{kT_m}}}; \frac{\beta_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{H}2s}}{kT_m}}}{x_{\text{HeII}} x_e n_{\text{H}} \alpha_{\text{H}} - \beta_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{H}2s}}{kT_m}}} \right\},$$

$$C_i = \left\{ \frac{K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{ps}}}{kT_m}}}{1 + K_{\text{HeI}} \Lambda_{\text{He}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{ps}}}{kT_m}}}; \frac{K_{\text{H}} \Lambda_{\text{H}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}})}{1 + K_{\text{H}} \Lambda_{\text{H}} n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}})} \right\},$$

$$D_i = \left\{ \frac{K_{\text{HeI}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{ps}}}{kT_m}}}{1 + K_{\text{HeI}} (\Lambda_{\text{He}} + \beta_{\text{HeI}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}}) e^{-\frac{h\nu_{\text{ps}}}{kT_m}}}; \frac{K_{\text{H}} (\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{H}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}})}{1 + K_{\text{H}} (\Lambda_{\text{H}} + \beta_{\text{H}}) n_{\text{H}} (1 - x_{\text{HeII}})} \right\},$$

де $\nu_{\text{HeI}2^1s}$ — частота переходу HeI $2^1s - 1^1s$, $\nu_{\text{H}2s}$ — частота переходу H $2s - 1s$. На відміну від водню, для гелію

потрібно брати до уваги розчеплення $\text{HeI } 2^1p$ і 2^1s , тому є додатковий множник з $\nu_{\text{HeI}2^1p2^1s} = \nu_{\text{HeI}2^1p} - \nu_{\text{HeI}2^1s} \equiv \nu_{ps}$ у (5) порівняно з (6). Також ураховано значення функції Θ_i : $\Theta_{\text{HeII}} = 1$ і $\Theta_{\text{HeI}} = 0$.

Варіації коефіцієнтів фотойонізації розраховано так:

$$\frac{\delta\beta_i}{\beta_i} = \frac{\delta\alpha_i}{\alpha_i} + \frac{3}{2}\delta T_m + \frac{h\nu_{2si}}{kT_m}\delta T_m,$$

де $h\nu_{2si}$ — енергія йонізації з $2s$ стану. Варіації значень коефіцієнтів рекомбінації пов'язані зі збуреннями температури матерії

$$\frac{\delta\alpha_i}{\alpha_i} = F_i\delta T_m,$$

де

$$F_i = \left\{ -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{(1-p)\sqrt{T_m/T_2}}{1 + \sqrt{T_m/T_2}} + \frac{(1+p)\sqrt{T_m/T_1}}{1 + \sqrt{T_m/T_1}} \right); \left(b - \frac{d \cdot c \cdot t^d}{1 + c \cdot t^d} \right) \right\}.$$

-
- [1] G. Hinshaw *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **170**, 288 (2007).
 [2] D. N. Spergel *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **170**, 377 (2007).
 [3] С. Апуневич, Б. Венгльовська, Ю. Кулініч, Б. Новосядлий, *Кинем. физ. небес. тел* **23**, N2, 67 (2007).
 [4] Я. Б. Зельдович, В. Г. Курт, Р. А. Сюняев, *Журн. эксп. теор. физ.* **55**, 278 (1968).
 [5] P. J. E. Peebles, *Astrophys. J.* **153**, 1 (1968).
 [6] T. Matsuda, H. Sato, H. Takeda, *Prog. Theor. Phys.* **46**, 416 (1971).
 [7] Н. А. Заботин, П. Д. Насельский, *Астрон. Журн.* **59**, 447 (1982).
 [8] Yu. E. Liubarskii, R. A. Sunyaev, *Astron. Astrophys.* **123**, 171 (1983).
 [9] B. J. T. Jones, R. F. G. Wyse, *Astron. Astrophys.* **149**, 144 (1985).
 [10] J. H. Krolik, *Astrophys. J.* **353**, 21 (1990).
 [11] G. B. Rubicki, I. P. Dell'Antonio, *Astrophys. J.* **427**, 603 (1993).
 [12] S. Seager, D. D. Sasselov, D. Scott, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **128**, 407 (2000).
 [13] S. Seager, D. D. Sasselov, D. Scott, *Astrophys. J. Lett.* **523**, 1 (1999).
 [14] U. Seljak, M. Zaldarriaga, *Astrophys. J.* **469**, 437 (1996).
 [15] M. Zaldarriaga, U. Seljak, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **29**, 431 (1999).
 [16] A. Challinor, A. Lewis, *Phys. Rev. D* **71**, 103010 (2005).
 [17] M. Doran, *J. Cosm. Astrop. Phys.* **0510**, 011 (2005).
 [18] P. G. Leung, C. W. Chan, V. C. Chu, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **349**, 632 (2004).
 [19] V. K. Dubrovich, S. I. Grachev, *Astron. Lett.* **31**, 359 (2005).
 [20] J. Chluba, R. A. Sunyaev, *Astron. Astrophys.* **446**, 39 (2006).
 [21] E. E. Kholupenko, A. V. Ivanchik, *Astron. Lett.* **32**, 795 (2006).
 [22] J. Chluba, J. A. Rubino-Martin, R. A. Sunyaev, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* **374**, 1310 (2007).
 [23] Б. Новосядлий, *Кинем. физ. небес. тел* **22**, 199 (2006).
 [24] B. Novosyadlyj, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **370**, 1771 (2006).
 [25] D. N. Schramm, M. S. Turner, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 303 (1998).
 [26] D. G. Hummer, P. J. Storey, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **297**, 1073 (1998).
 [27] D. Péquignot, P. Petitjean, C. Boisson, *Astron. Astrophys.* **251**, 680 (1991).
 [28] J. M. Bardeen, *Phys. Rev. D* **22**, 1882 (1980).
 [29] H. Kodama, M. Sasaki, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **78**, 1 (1984).
 [30] R. Durrer, *J. Phys. Stud.* **5**, 177 (2001).
 [31] T. E. Hull, W. H. Enright, K. R. Jakson, <http://www.cs.toronto.edu/NA/dverk.f.gz>.
 [32] Е. М. Лифшиц, *Журн. эксп. теор. физ.* **16**, 585 (1946).
 [33] С.-Р. Ма, Е. Bertschinger, *Astrophys. J.* **455**, 7 (1995).
 [34] W. Hu, N. Sugiyama, *Astrophys. J.* **444**, 489 (1995).
 [35] Б. Новосядлий, *Журн. фіз. досл.* **11**, 226 (2007).
 [36] Б. С. Новосядлий, <http://astro.franko.lviv.ua/~novos/drecaff.f.gz>.
 [37] D. A. Verner, G. J. Ferland, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **103**, 467 (1996).
 [38] S. P. Goldman, *Phys. Rev. A* **40**, 1185 (1989).
 [39] G. W. F. Drake, G. A. Victor, A. Dalgarno, *Phys. Rev.* **180**, 25 (1969).

Б. ВЕНГЛЮВСЬКА, Б. НОВОСЯДЛИЙ

**THE POWER SPECTRUM OF NUMBER DENSITY PERTURBATIONS OF ELECTRONS
IN THE EPOCH OF COSMOLOGICAL RECOMBINATION**

B. Venhlovska, B. Novosyadlyj
*Astronomical Observatory of Ivan Franko National University of Lviv,
8, Kyryla i Mefodija St., Lviv, UA-79005, Ukraine*

The power spectrum of number density perturbations of free electrons is obtained for the epoch of cosmological recombination of hydrogen. It is shown that the amplitude of the power spectrum of electron perturbations of the scales greater than acoustic horizon exceeds by the factor of ≈ 17 the amplitude of baryon matter density (atoms and ions of hydrogen and helium). In the range of the first and second acoustic peaks such relation is ≈ 18 , in the range of the third one is 16. The influence of cosmological parameters on the relation of amplitudes of number density perturbations of electrons and baryon matter is analysed.