

ЕЛЕКТРОННИЙ І ЕКСИТОННИЙ СПЕКТРИ В ЗАКРИТІЙ ПОДВІЙНІЙ КВАНТОВІЙ ТОЧЦІ, ЩО РОЗТАШОВАНА У КВАНТОВІЙ ДРОТИНІ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

М. В. Ткач, О. М. Маханець, М. М. Довганюк
*Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича,
вул. Коцюбинського, 2, 58012, Чернівці*
(Отримано 26 червня 2008 р.; в остаточному вигляді — 13 квітня 2009 р.)

У моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів отримано спектр і хвильові функції електронів, дірок і екситонів у напівпровідниковій закритій тунельно зв'язаній подвійній циліндричній квантовій точці. Запропоновано зручний і надійний математичний метод розрахунку енергії взаємодії електрона й дірки, який дає змогу уникати невласних інтегралів.

Ключові слова: циліндричний квантовий дріт, енергетичний спектр, хвильова функція, енергія зв'язку.

PACS number(s): 73.21.Fg, 73.21.Hb, 73.21.La

I. ВСТУП

Останніми десятиліттями теоретики та експериментатори інтенсивно досліджують багатоямні квантові наногетеросистеми. На практиці їх можна використати як базові елементи транзисторів, діодів, елементів пам'яті, для виготовлення лазерів, здатних працювати в середній інфрачервоній області як хімічні та біологічні сенсори тощо [1–5]. Якщо загальні теоретичні основи вивчення енергетичних спектрів та хвильових функцій електрона у складних багатоямних плоских, сферичних та циліндричних наногетеросистемах уже розроблені [6] і непогано описують фізичні явища та процеси, що спостерігаються експериментально, то теорія електронного й екситонного спектрів у просторово-комбінованих гетеросистемах лише починає розвиватися [7,8].

Крім того, зрозуміло, що знання спектральних властивостей електронів та дірок ще не повністю визначає екситонний спектр досліджуваної наногетеросистеми. Необхідно врахувати взаємодію цих квазічастинок, яка, природно, може бути значною за умови близької локалізації квазічастинок у просторі.

Задачу знаходження енергії зв'язку екситона в наногетеросистемах сферичної симетрії, звичайно, розв'язують методом теорії збурень, і вона зводиться до розрахунку діагональних матричних елементів кулонівського потенціалу на хвильових функціях, що є добутком хвильових функцій невзаємодіючих електрона й дірки [9].

Однак для наногетеросистем циліндричної симетрії дослідження енергії зв'язку екситона стикається із серйозними математичними труднощами, пов'язаними з тим, що необхідно узгоджувати між собою циліндричну симетрію самої наносистеми зі сферичною симетрією кулонівського потенціалу. Тому для вивчення екситонного спектра таких систем часто використовують різноманітні варіаційні методи [10,11], які непогано описують лише основний стан екситона, оскільки прямі розрахунки матричних елементів кулонівського потенціалу надто громіздкі [12].

У цій роботі не тільки досліджено спектральні ха-

рактеристики електрона й дірки в комбінованій наногетеросистемі, що складається з напівпровідникового квантового дроту, який містить дві квантові точки (КТ), розділені тонким шаром-бар'єром, але й запропоновано прямий і зручний спосіб знаходження енергії зв'язку екситона. З метою коректного врахування двох типів симетрій (циліндричної і сферичної) при розрахунку енергії взаємодії електрона й дірки буде використано розклад полюсного множника не за сферичними функціями, як це робиться в переважній більшості робіт, а за системою плоских хвиль. Розроблена теорія дозволяє фізично правильно дослідити залежності основного та збуджених станів екситона від геометричних параметрів двох закритих тунельно-зв'язаних циліндричних квантових точок, що розташовані в циліндричній дротині.

II. ЕНЕРГЕТИЧНИЙ СПЕКТР І ХВИЛЬОВІ ФУНКЦІЇ ЕЛЕКТРОНА ТА ДІРКИ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ КВАНТОВОМУ ДРОТІ З ДВОМА КВАНТОВИМИ ТОЧКАМИ

Розглянуто складний напівпровідниковий циліндричний квантовий дріт, який містить дві квантові точки однакового матеріалу ("1" — β -HgS), розділені тонким шаром іншого матеріалу ("0" — β -CdS). Вважаються відомими радіус нанодроту ρ_0 , висоти квантових точок h_1 і h_2 відповідно, товщина напівпровідникового шару, що відділяє квантові точки Δ . Цей складний квантовий дріт знаходиться в зовнішньому середовищі, яке створює для квазічастинок (електронів, дірок, екситонів) нескінченний потенціальний бар'єр (рис. 1)

Із міркувань симетрії всі подальші розрахунки зручно виконувати в циліндричній системі координат із віссю OZ уздовж аксіальної осі квантового дроту.

Ефективні маси електрона (дірки) у складових наносистемах вважаються відомими і дорівнюють тим, що є у відповідних масивних аналогах:

$$m^{(e,h)} = \begin{cases} m_0^{(e,h)}, & \text{середовище "0"} \\ m_1^{(e,h)}, & \text{середовище "1"}. \end{cases} \quad (1)$$

Припускається також, що сталі ґраток a_0 та a_1 се-

редовищ "0" та "1" близькі за величиною (зокрема для досліджуваної наногетеросистеми — $(a_1 - a_0)/a_1 \leq 0.1\%$). Отже, межі поділу між підсистемами достатньо чіткі, що дозволяє використовувати для електрона й дірки наближення прямокутних потенціалів:

$$U^{(e,h)} = \begin{cases} \infty, & \rho > \rho_0, \quad -\infty \leq z \leq \infty \\ 0, & \rho \leq \rho_0, \quad -h_1 \leq z \leq 0 \quad \text{і} \quad \Delta \leq z \leq \Delta + h_2 \\ U_0^{(e,h)}, & \rho \leq \rho_0, \quad 0 \leq z \leq \Delta \quad \text{і} \quad -\infty \leq z \leq -h_1, \Delta + h_2 \leq z \leq \infty. \end{cases} \quad (2)$$

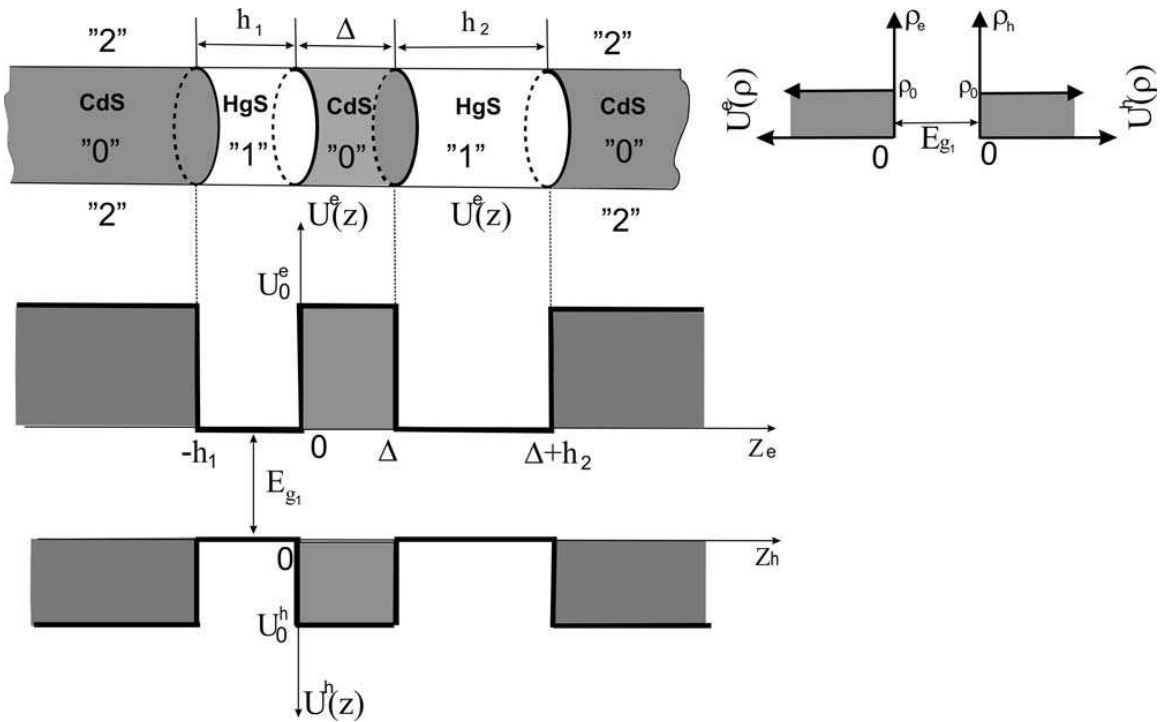


Рис. 1. Геометрична та енергетична схеми досліджуваної наногетеросистеми.

Для дослідження енергетичного спектра екситона спочатку необхідно отримати енергетичний спектр та хвильові функції електрона й дірки. Для цього розв'язуємо стаціонарне рівняння Шрединґера:

$$\hat{H}^{(i)} \Psi^{(i)}(\mathbf{r}) = E^{(i)} \Psi^{(i)}(\mathbf{r}), \quad (i = e, h) \quad (3)$$

з гамільтоніаном:

$$\hat{H}^{(i)} = -\frac{\hbar^2}{2} \nabla \frac{1}{\mu^{(i)}(z)} \nabla + U^{(i)}(\rho, \varphi, z), \quad (i = e, h). \quad (4)$$

Враховуючи циліндричну симетрію задачі й тимчасово для спрощення запису опускаючи індекс "i", хвильову функцію $\Psi(\mathbf{r})$ електрона (дірки) шукаємо у вигляді [13]:

$$\Psi_{n_z m n_\rho}(\mathbf{r}) = R_{m n_\rho}(\rho) F_{n_z m n_\rho}(z) e^{i m \varphi}, \quad (5)$$

де

$$R_{m n_\rho}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho^2 \left(-J_{m-1} \left(\frac{X_{m n_\rho}}{\rho_0} \rho \right) J_{m+1} \left(\frac{X_{m n_\rho}}{\rho_0} \rho \right) \right)}} \times J_m \left(\frac{X_{m n_\rho}}{\rho_0} \rho \right). \quad (6)$$

Тут J_m — функція Бесселя цілого порядку, m — магнітне квантове число, $X_{m n_\rho}$ — нулі функції Бесселя цілого порядку, n_ρ — радіальне квантове число, що визначається кількістю нулів функції Бесселя при фіксованому m . При підстановці (5) у рівняння Шрединґера (3) змінні відділяємо і для z -ої складової хвильової функції отримуємо рівняння:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} F_{n_z m n_\rho}(z) + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E + U(z) - \left(\frac{X_{mn_\rho}}{\rho_0} \right)^2 \right) F_{n_z m n_\rho}(z) = 0. \quad (7)$$

Розв'язки рівнянь (7) у різних інтервалах зміни z такі:

$$F_{n_z m n_\rho}(z) = \begin{cases} A_{n_z m n_\rho} e^{k_1 z}, & -\infty < z \leq -h_1 \\ B_{n_z m n_\rho}^{(+)} \cos(k_0 z) + B_{n_z m n_\rho}^{(-)} \sin(k_0 z), & -h_1 \leq z \leq 0 \\ C_{n_z m n_\rho}^{(+)} e^{k_1 z} + C_{n_z m n_\rho}^{(-)} e^{-k_1 z}, & 0 \leq z \leq \Delta \\ D_{n_z m n_\rho}^{(+)} \cos(k_0 z) + D_{n_z m n_\rho}^{(-)} \sin(k_0 z), & \Delta \leq z \leq \Delta + h_2 \\ G_{n_z m n_\rho} e^{-k_1 z}, & \Delta + h_2 \leq z < \infty \end{cases} \quad (8)$$

де

$$k_0 = \sqrt{\frac{2m_0}{\hbar^2} E - \frac{X_{mn_\rho}^2}{\rho_0^2}}, \quad k_1 = \sqrt{\frac{2m_1}{\hbar^2} (U_0 - E) + \frac{X_{mn_\rho}^2}{\rho_0^2}}. \quad (9)$$

Використовуючи умови неперервності хвильової функції й потоку густини ймовірності на всіх межах поділу наногетеросистеми ($z = -h_1, z = 0, z = \Delta, z = \Delta + h_2$), а також умову нормування хвильових функцій

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |F_{n_z m n_\rho}(z)|^2 dz = 1, \quad (10)$$

одержуємо аналітичні вирази для коефіцієнтів $A_{n_z m n_\rho}, B_{n_z m n_\rho}^{(\pm)}, C_{n_z m n_\rho}^{(\pm)}, D_{n_z m n_\rho}^{(\pm)}, G_{n_z m n_\rho}$, що входять у функцію (8) і які через громіздкість не наводимо, та дисперсійне рівняння для визначення спектра енергій електрона й дірки. Отже, енергетичний спектр $E_{n_z m n_\rho}^{(e,h)}$ та хвильові функції $\psi_{n_z m n_\rho}^{(e,h)}$ електрона (e) (дірки (h)) у досліджуваній наногетеросистемі вже цілком визначені (n_z -аксіальне квантове число, що нумерує розв'язки дисперсійного рівняння за фіксованих n_ρ і m).

III. ЕКСИТОННИЙ СПЕКТР У НАПІВПРОВІДНИКОВОМУ КВАНТОВОМУ ДРОТІ З ДВОМА КВАНТОВИМИ ТОЧКАМИ

Для дослідження екситонних станів у напівпровідниковому квантовому дроті з двома квантовими точками необхідно розв'язати стаціонарне рівняння Шредингера:

$$\hat{H}_{\text{ex}}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) \Psi_{\text{ex}}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = E_{\text{ex}} \Psi_{\text{ex}}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h), \quad (11)$$

де

$$\hat{H}_{\text{ex}}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \hat{H}^{(e)}(\mathbf{r}_e) + H^{(h)}(\mathbf{r}_h) + \hat{U}(|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|) + E_{g1}, \quad (12)$$

E_{g1} — ширина забороненої зони матеріалу квантової точки, $\hat{H}^{(e,h)}$ — гамільтоніани незваємодіючих між собою електрона та дірки (4), $U(|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|)$ — потенціальна енергія взаємодії електрона та дірки

$$U(|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|) = -\frac{e^2}{\varepsilon(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) |\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|}. \quad (13)$$

Тут $\varepsilon(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$ — діелектрична проникність, яка в загальному випадку є складною функцією від просторового розташування електрона та дірки в досліджуваній наногетеросистемі. Рівняння (11) з гамільтоніаном (12) точно не розв'язується. Тому, враховуючи що електрон і дірка в основному перебувають у просторі квантових ям (середовище "1"), а також те, що енергія взаємодії між ними набагато менша за енергію розмірного квантування, далі застосовуємо теорію збурень.

Згідно з теорією збурень повну енергію екситона отримуємо у вигляді:

$$E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^h m^h n_\rho^h} = E_{g1} + E_{n_z^e m^e n_\rho^e} + E_{n_z^h m^h n_\rho^h} + \Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^h m^h n_\rho^h}. \quad (14)$$

Тут енергія електрона ($E_{n_z^e m^e n_\rho^e}$) чи дірки ($E_{n_z^h m^h n_\rho^h}$) визначені раніше, а енергія взаємодії цих квазічастинок задається виразом

$$\Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^h m^h n_\rho^h} = -\frac{e^2}{\varepsilon_1} \times \iint \frac{|\Psi_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^h m^h n_\rho^h}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)|^2}{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} d^3 \mathbf{r}_e d^3 \mathbf{r}_h, \quad (15)$$

де ε_1 — діелектрична проникність матеріалу квантових точок, а хвильові функції стаціонарних станів екситона $\Psi_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h)$ визначаються хвильовими функціями стаціонарних станів електрона і дірки (5)

$$\Psi_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e}(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = \Psi_{n_z^e m^e n_\rho^e}(\mathbf{r}_e) \Psi_{n_z^h m^h n_\rho^h}(\mathbf{r}_h). \quad (16)$$

З урахуванням розкладу [14]:

$$\frac{1}{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} = \frac{4\pi}{V} \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{q^2} e^{i\mathbf{q}(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)} \quad (17)$$

та того, що (17) залежить лише від відстані між електроном та діркою, вираз (15) зводимо до вигляду

$$\Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e} = -\frac{e^2}{\varepsilon_1} \frac{4\pi}{V} \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{q^2} \left(\text{Re} \left(I_{n_z^e m^e n_\rho^e}(\mathbf{q}) \right) \text{Re} \left(I_{n_z^h m^h n_\rho^h}(\mathbf{q}) \right) + \text{Im} \left(I_{n_z^e m^e n_\rho^e}(\mathbf{q}) \right) \text{Im} \left(I_{n_z^h m^h n_\rho^h}(\mathbf{q}) \right) \right), \quad (18)$$

де

$$I_{n_z^{(i)} m^{(i)} n_\rho^{(i)}}(\mathbf{q}) = \int \left| \Psi_{n_z^{(i)} m^{(i)} n_\rho^{(i)}}(\mathbf{r}_i) \right|^2 e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_i} d^3 \mathbf{r}_i, \quad (i = e, h). \quad (19)$$

Перейшовши у виразі (18) від суми по \mathbf{q} до інтеграла за правилом:

$$\sum_{\mathbf{q}} = \frac{V}{(2\pi)^3} \iiint d^3 \mathbf{q}, \quad (20)$$

одержуємо аналітичний вираз для енергії електрон-діркової взаємодії:

$$\Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e} = -\frac{e^2}{\varepsilon_1} \frac{1}{2\pi^2} \iiint \frac{1}{q^2} \left(\text{Re} \left(I_{n_z^e m^e n_\rho^e}(\mathbf{q}) \right) \text{Re} \left(I_{n_z^h m^h n_\rho^h}(\mathbf{q}) \right) + \text{Im} \left(I_{n_z^e m^e n_\rho^e}(\mathbf{q}) \right) \text{Im} \left(I_{n_z^h m^h n_\rho^h}(\mathbf{q}) \right) \right) d^3 \mathbf{q}. \quad (21)$$

Для того, щоб уникнути розбіжності в точці $q = 0$ у (21), доцільно перейти до полярної системи координат. При цьому енергію зв'язку отримуємо у вигляді:

$$\Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e} = -\frac{e^2}{\varepsilon_1} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \cos(\theta) L_{m^e n_\rho^e}(q, \theta) L_{m^h n_\rho^h}(q, \theta) M_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e}(q, \theta) dq d\theta, \quad (22)$$

де

$$M_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e}(q, \theta) = \iint_0^\infty |F_{n_z^e m^e n_\rho^e}(z_e)|^2 |F_{n_z^h m^h n_\rho^h}(z_h)|^2 \cos(q \sin \theta (z_e - z_h)) dz_e dz_h, \quad (23)$$

$$L_{m^{(i)} n_\rho^{(i)}}(q, \theta) = \int_0^{\rho_0} \rho_i J_0(q \cos(\theta) \rho_i) \left| R_{m^i n_\rho^i}(\rho_i) \right|^2 d\rho_i, \quad (i = e, h). \quad (24)$$

Відзначимо, що подвійний інтеграл (23) розраховуємо аналітично, а інтеграли (24) і (22) — числовими методами за допомогою ЕОМ.

IV. АНАЛІЗ І ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Розрахунок енергетичних спектрів електрона, дірки та екситона виконано на прикладі наногетеросистеми, основою якої є напівпровідники β -CdS, β -HgS з

відомими матеріальними параметрами [15], наведеними в таблиці. Результати розрахунку такі.

На рис. 2 показано залежність енергії кількох квантових станів електрона $E_{n_z^e n_\rho^e=1m^e}$ і дірки $E_{n_z^h n_\rho^h=1m^h}$ від висоти (h_2) КТ при фіксованих значеннях $h_1 = 15a_1$, $\rho_0 = 10a_1$ та при різних значеннях товщини (Δ) шару-бар'єра.

З рис. 2а видно, що при $\Delta = 0$ за відсутності другої ями ($h_2 = 0$) у наногетеросистемі існує чотири електронні енергетичні рівні ($n_z^e m^e n_\rho^e = 101; 201; 111; 211$)

та три діркові ($n_z^h m^h n_\rho^h = 101; 201; 111$), які, як і повинно бути з фізичних міркувань, збігаються з рівня-

ми, що є у квантовій точці висотою h_1 , яка є в циліндричному квантовому дроті.

	$m_e(m_0)$	$m_h(m_0)$	$a, \text{Å}$	E_g, eV	V_e, eV	V_h, eV	ϵ_∞	ϵ_0
CdS	0.2	0.7	5.818	2.5	3.65	6.3	5.5	9.1
HgS	0.036	0.044	5.851	0.5	5.0	5.5	11.36	18.2

Таблиця. Параметри складових наносистеми β -CdS/ β -HgS.

Із появою і збільшенням висоти h_2 в наносистемі з'являються нові енергетичні рівні, причому всі вони зміщуються в бік менших енергій, створюючи дві серії при $m = 0, m = 1$ відповідно. Енергетичні рівні при $m^{e,h} \geq 2$ і $n_\rho^{e,h} \geq 2$ не наведені на рис. 2, оскільки при вибраних типових геометричних параметрах наносистеми вони, в основному, знаходяться в надбар'єрній області енергій, а тому відповідають квазістаціонарним станам, які тут не розглядаються. З фізичних міркувань зрозуміло, що при більших геометричних розмірах обох КТ кількість енергетичних рівнів у підбар'єрній області зростатиме, утворюючи серії за квантовими числами $n_\rho^e m^e$ та $n_\rho^h m^h$. Ці серії будуть аналогічними до тих, що бачимо на рис. 2, але розташовуватимуться в більш високоенергетичній об-

ласті спектра. З рис. 2б, в видно, що з появою шару-бар'єра між обома КТ еволюція енергетичних рівнів подібна до описаної, але з суттєвою відмінністю — у спектрі з'явилися антикросинги ("пляшкові горла"). Явище антикросингу зумовлене ефектом розщеплення рівнів унаслідок тунельного зв'язку між обома КТ однакової симетрії [16].

Залежність енергії зв'язку $\Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e n_z^h m^h n_\rho^h}$ екситона, енергій електрона $E_{n_z^e m^e n_\rho^e}$ і дірки $E_{n_z^h m^h n_\rho^h}$ та енергій екситонного збудження $E_{n_z^e m^e n_\rho^e}$ у кількох найнижчих станах при $m = 0$ та при $m = 1$ від висоти однієї з квантових точок h_2 при фіксованих $\rho_0 = 10a_1, h_1 = 15a_1, \Delta = 2a_0$ зображено на рис. 3а.

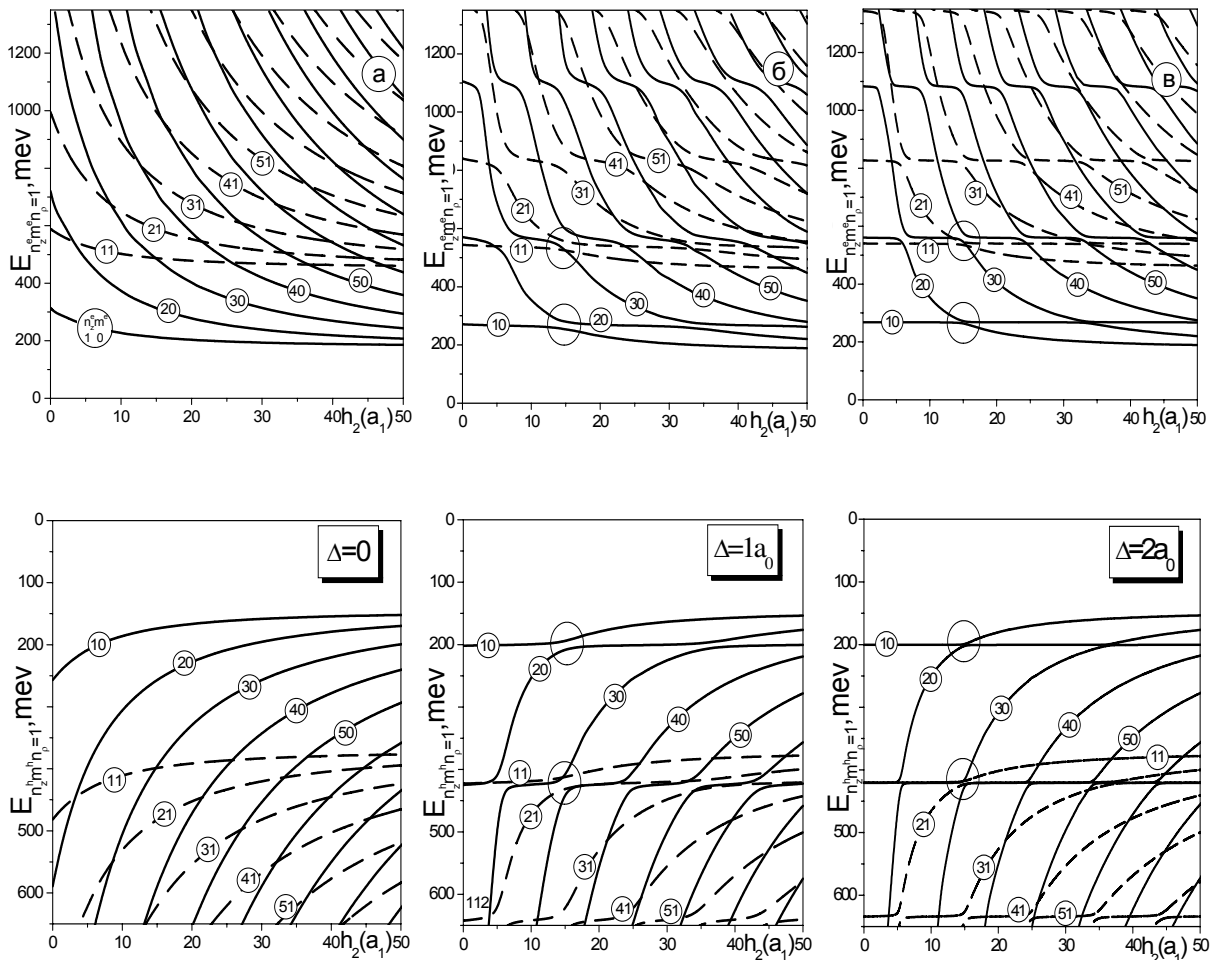


Рис. 2. Залежність енергій електрона $E_{n_z^e m^e n_\rho^e}$ та дірки $E_{n_z^h m^h n_\rho^h}$ від висоти КТ h_2 при $h_1 = 15a_1, \rho_0 = 10a_1$ та при різних значеннях товщини Δ шару-бар'єра.

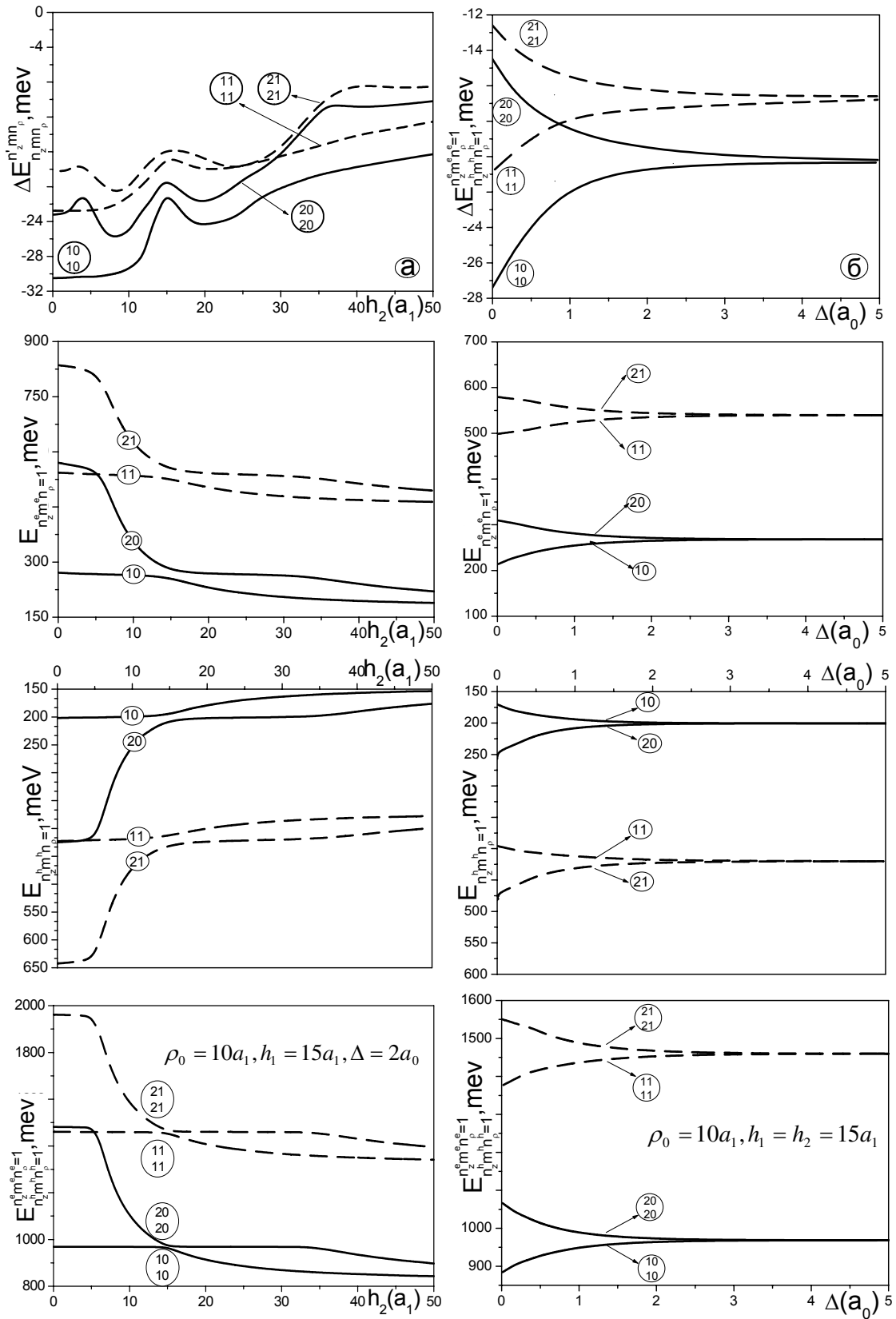


Рис. 3. Залежність енергії зв'язку екситона, енергій електрона й дірки та енергій екситонного збудження від: а) від висоти однієї з квантових точок h_2 ; б) від товщини потенціального бар'єра Δ .

З рисунка видно таке. Енергія зв'язку екситона в усіх станах монотонно залежить від висоти h_2 , досягаючи певних мінімальних та максимальних значень (рис. 3а). Таку поведінку $\Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e}$ легко зрозуміти із простих фізичних міркувань. Справді, якщо електрон і дірка перебувають у своїх основних станах (рис. 3а), то енергія їхнього зв'язку ΔE_{110}^{110} буде максимальною при $h_2 = 0$. Тоді й електрон, і дірка локалізовані в просторі квантової точки висотою $h_1 = 15a_{\text{HgS}}$ і перекриття їхніх хвильових функцій значне. З появою і збільшенням висоти іншої квантової точки h_2 енергія зв'язку зменшується, оскільки хвильові функції як електрона, так і дірки все більше проникають в область КТ висотою h_2 , ефективно зменшуючи при цьому відстань між квазічастинками. Мінімальне значення енергії зв'язку досягається при $h_1 = h_2 = 15a_1$, коли обидві квазічастинки з однаковою ймовірністю перебувають у зоні обох однакових квантових точок (точка антикросинга у залежностях енергій електрона й дірки від h_2 (рис. 3а)). Далі ΔE_{110}^{110} знову дещо зростає, що відповідає збільшенню локалізації електрона й дірки в області КТ висотою h_2 . Перейшовши через максимум, енергія зв'язку далі зменшується, оскільки зменшується локалізація електрона й дірки в просторі широкої квантової ями висотою h_2 .

Аналогічно зміною локалізації електрона й дірки в просторі двох квантових точок, що є у квантовому дроті, легко пояснити немонотонну поведінку енергії зв'язку екситона в його збуджених станах.

На рис. 3б зображено залежність енергії зв'язку ($\Delta E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e}$) екситона, енергій електрона ($E_{n_z^e m^e n_\rho^e}$) і дірки ($E_{n_z^h m^h n_\rho^h}$) та енергій екситонного збудження ($E_{n_z^e m^e n_\rho^e}^{n_z^e m^e n_\rho^e}$) від товщини потенціального бар'єра Δ при $\rho_0 = 10a_0$ і однакових висотах обох КТ $h_1 = h_2 = 15a_1$. З рисунка видно таке.

Зі збільшенням Δ величини антикросингів рівнів однакової симетрії у спектрах електрона й дірки зменшуються (рис. 3б). Це зрозуміло, оскільки чим більша товщина бар'єра Δ , тим слабший тунельний зв'язок між обома КТ. Очевидно, що при $\Delta \rightarrow \infty$ електронний і дірковий спектри наносистеми сформується зі спектрів двох незалежних (ізоляваних між собою) квантових точок. Відзначимо, що енергія зв'язку екситона (рис. 3б) у всіх станах монотонно залежить від товщини потенціального бар'єра Δ із виходом на насичення.

Оскільки розрахована за формулою (21) абсолютна величина енергії зв'язку екситона на два порядки менша, ніж енергія $E_{n_z m n_\rho}^{e(h)}$ електрона чи дірки, то й залежність енергії екситонних станів $E_{n_z n_\rho m}^{n_z n_\rho m}$ від висоти h_2 квантової точки (рис. 3а) чи товщини потенціального бар'єра Δ (рис. 3б) в основному зумовлена особливостями поведінки енергетичних станів електрона й дірки, що добре видно з відповідних рисунків.

V. ВИСНОВКИ

У моделі ефективних мас та прямокутних потенціалів отримано спектр і хвильові функції електронів, дірок та екситонів у напівпровідниковій закритій тунельно зв'язаній подвійній циліндричній квантовій точці.

Запропоновано зручний і надійний математичний метод розрахунку енергії взаємодії електрона й дірки, який дає змогу уникати невласних інтегралів. Показано, що у спектрах квазічастинок (електронів, дірок, екситонів) виникають антикросинги, які дуже чутливі до товщини, що розмежовує обидві точки. Це означає, що незначні зовнішні впливи на потужність бар'єра можуть викликати значну перебудову спектра квазічастинок у системі, а значить, впливати на фізичні процеси, які там відбуваються. Зокрема слід очікувати, що при відкритій подвійній циліндричній квантовій точці управління тунельним бар'єром дасть змогу змінювати частоту каскадного інфрачервоного лазера, а це одна з актуальних проблем експериментальної нанофізики.

-
- [1] Л. Е. Воробьев, В. Ю. Паневин, Физ. техн. полупров. **39**, 49 (2005).
 [2] O. Gauthier-Lafayer *et al.*, Appl.Phys. Lett. **71**,3619 (1997).
 [3] T.Fujisawa *et al.*, Physica E **21**, 1046 (2004).
 [4] S. Vorojtov, E. R. Mucciolo, H. U. Baranger, Phys. Rev. B **71**, 205322 (2005).
 [5] P. A. Cain, H. Ahmed, D. A. Williams, Appl. Phys. Lett. **78**, 3624 (2001).
 [6] М. В. Ткач, *Квазічастинки у наногетеросистемах. Квантові точки та дроти* (Рута, Чернівці, 2003).
 [7] Н. В. Ткач, О. М. Маханец, Физ. тверд. тела **47**, 550 (2005).
 [8] М. В. Ткач, О. М. Маханец, А. М. Гришук, Укр. фіз. журн. **50**, 227 (2005).
 [9] М. V. Tkach, Ju. O. Seti, Condens. Matter Phys. **10**, 23 (2007).
 [10] М. В. Ткач, О. М. Маханец, А. М. Гришук, Журн. фіз. досл. **11**, 220 (2007).
 [11] E. A. Muljarov, E. A. Zhukov, V. S. Dneprovskii, Y. Masumoto, Phys. Rev. B **62**, 4963 (2000).
 [12] A. F. Slachmuylders, B. Partoens, W. Magnus, F. M. Peeters, J. Phys.: Condens. Matter. **18**, 3951 (2006).
 [13] Н. В. Ткач, И. В. Пронишин, А. М. Маханец, Изв. вузов. Физика **2**, 96 (1998).
 [14] І. О. Вакарчук, *Квантова механіка* (ЛНУ ім. І. Франка, Львів, 2004).
 [15] A. T. Yeh, G. Cerullo, Phys. Rev. B **59**, 4973 (1999).
 [16] М. Tkach, V. Holovatsky, O. Voitsekhivska, Ya. Bere-zovsky, Укр. фіз. журн. **46**, 859 (2001).

М. В. ТКАЧ, О. М. МАХАНЕЦЬ, М. М. ДОВГАНЮК

**ELECTRON, HOLE AND EXCITON SPECTRA IN CLOSED DOUBLE CYLINDRICAL
QUANTUM DOT**

M. V. Tkach, O. M. Makhanets, M. M. Dovganiuk

Fedkovich Chernivtsi National University, 2, Kotsyubinskogo St., Chernivtsi, UA-58012, Ukraine
theorphys@chnu.cv.ua

The electron, hole and exciton spectra and wave functions are obtained within the effective masses and rectangular potentials models for the semiconductor closed tunnel-bound double cylindrical quantum dot. A convenient mathematical method of the electron-hole binding energy calculation is proposed. It allows to avoid divergent integrals.