

ЕНЕРГІЯ ЕКСИТОНА В НАПІВПРОВІДНИКОВИХ НАНОПЛІВКАХ

В. М. Крамар

*Чернівецький національний університет ім. Юрія Федьковича
вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, 58012, Україна*

(Отримано 21 листопада 2009 р.; в остаточному вигляді — 7 серпня 2009 р.)

Варіаційним методом Бете встановлено аналітичну залежність енергії зв'язку основного екситонного стану від товщини плоскої напівпровідникової наноплівки без урахування взаємодії з фононами. Це дає змогу обчислювати енергію безфононного екситонного переходу у наноплівках різної товщини. Розрахунки виконано на прикладі наноплівок $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ та $\text{CdS}/\text{HgS}/\text{CdS}$ у моделі прямокутної квантової ями скінченної глибини.

Ключові слова: наногетеросистема, квантова яма, наноплівка, екситон.

PACS number(s): 71.35.Cc; 72.20.Mf; 78.67.De

I. ВСТУП

Квантові обмеження електронів і дірок у напівпровідникових наноструктурах із квантовими ямами (КЯ) спричиняють збільшення енергії зв'язку (ЕЗ), сили осцилятора та тривалості життя екситонів. Як наслідок, екситони в таких структурах спостерігаються при досить високих, аж до кімнатних, температурах, що посилює їх роль у різноманітних процесах, важливих для оптоелектроніки [1–3]. До того ж, з очікувано двовимірним (2D) характером руху екситонів у КЯ пов'язуються надії на спостереження низькотемпературних колективних явищ, таких, як конденсація та надтекучість екситонів [4]. Тому проблемі дослідження екситонних станів у наноструктурах з КЯ, особливостям їх формування, взаємодії з іншими квазічастинками та розпаду присвячено багато праць. Наприклад, у роботах [5–12] вивчали екситонні ефекти у спектрах поглинання, відбивання та фотолюмінесценції у плоских напівпровідникових наногетероструктурах з КЯ. Експериментально встановлено домінування безфононних ліній екситонних переходів у спектрах фотолюмінесценції [13], а також залежність енергії екситона від ширини КЯ, температури та зовнішніх полів.

Проблемі визначення енергії екситона й енергії його зв'язку в наноструктурах з КЯ присвячено велику кількість праць, неповний перелік яких наведений у [14]. Енергію екситонного переходу в таких структурах визначають значеннями енергії електрона й дірки у КЯ, які залежать від ширини КЯ, та ЕЗ. Величину ЕЗ вважають незалежною від ширини КЯ [15, 16] або розраховують теоретично.

Теоретичні розрахунки ЕЗ у плоских напівпровідникових наноструктурах з одиночною КЯ (наноплівках) здійснювали варіаційним методом Рітца, використовуючи як пробні тричастинкові функції з одним [14, 17–19] або декількома [14, 20, 21] параметрами, з урахуванням взаємодії з фононами [17–21] або без [14]. Проте, навіть у найпростішому варіанті цього методу одержати аналітичну залежність ЕЗ від ширини

КЯ неможливо [14]. У ролі такої в роботі [22] використано формулу, емпірично знайдену для напружених КЯ на основі $\text{Ge}_x\text{Si}_{1-x}/\text{Si}$, а у [14] — аналітичний вираз, отриманий обудовою самоузгодженого потенціалу електрон–діркової пари у КЯ. Недоліком підходу в праці [22] є те, що там залежність ЕЗ від ширини КЯ a вважається пропорційною до $a^{-2/3}$, що дає некоректний результат у граничних випадках дуже тонких та товстих плівок. Із фізичних міркувань зрозуміло, що при $a \rightarrow 0$ величина ЕЗ набуває значень, характерних для масивного (3D) матеріалу плівки, а при суттєвому зростанні a — для масивного бар'єрного середовища [20]. Можливості використання теорії [14] обмежуються випадками мілких КЯ з малою кількістю рівнів.

У цій статті подано аналітичні вирази для обчислення ЕЗ екситона у плоскій напівпровідниковій наноплівці, одержані в моделі прямокутної КЯ скінченної глибини для кожного з таких припущень: а) ймовірності проникнення кожної з квазічастинок електрон–діркової пари в бар'єрне середовище нехтовно малі; б) таке проникнення можливе. Конкретні розрахунки, виконані в наближенні ізотропних ефективних мас електрона й дірки для наноплівок $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ та $\text{CdS}/\text{HgS}/\text{CdS}$, показали, що для достатньо товстих плівок обчислені в межах обох моделей значення ЕЗ екситона узгоджуються з теоретичними результатами інших авторів та відомими експериментальними даними, а у випадку тонких — модель В дає більш виправданий результат.

II. ЕКСИТОН У ПЛОСКІЙ НАПІВПРОВІДНИКОВІЙ НАНОПЛІВЦІ

Розглянуто плоску напівпровідникову наноплівку (середовище “0”), вміщену в масивне зовнішнє напівпровідникове середовище “1” із ширшою забороненою зоною. Декартову систему координат вибрано так, щоб її початок був посередині плівки товщиною a , а площина XOY — паралельна до поверхні.

Використано наближення ефективних мас для вільних носіїв у припущенні про ізотропність і невиродженість їхнього енергетичного спектра та модель прямокутної КЯ скінченної глибини. Отже, ефективні маси

m_j і обмежувальні потенціали V_j електрона ($j = e$) та дірки ($j = h$), а також діелектрична проникність ε середовища, в якому вони перебувають, вважаються відомими функціями

$$m_j(z_j) = \begin{cases} m_j^{(0)}, \\ m_j^{(1)}, \end{cases} \quad V(z_j) = \begin{cases} 0, \\ V_j, \end{cases} \quad \varepsilon(z_j) = \begin{cases} \varepsilon^{(0)}, & |z| \leq \frac{a}{2} \\ \varepsilon^{(1)}, & |z| > \frac{a}{2} \end{cases}$$

z -ої компоненти радіус-вектора квазічастинки $\mathbf{r}_j = (\rho_j, z_j)$.

Сполука	a_0	ε_0	ε_∞	m_e	m_h	Ω_L	Ω_T	E_g	V_e	V_h
GaAs ^a	5.653	13.18	10.89	0.067	0.62	36.25	33.29	1.424		
AlAs ^a	5.661	10.06	8.16	0.150	0.76	50.09	44.88	2.168	0.2279 ^c	0.1519 ^c
β -HgS ^b	5.851	18.20	11.36	0.036	0.044	27.80	21.96	0.5		
β -CdS ^b	5.818	9.10	5.50	0.20	0.70	57.20	44.47	2.5	1.35	0.8

Таблиця 1. Фізичні параметри сполук: стала ґратки a_0 (Å), діелектричні проникності ε_0 і ε_∞ , ефективні маси електрона й дірки $m_{e,h}$ (в одиницях маси вільного електрона m_0), енергії оптичних фоновів Ω_L і Ω_T (меВ); ширина забороненої зони E_g та обмежуючі потенціали V_e (еВ).

^a За даними [17].

^b За даними, наведеними у [25].

^c Розраховане для Ga_{0.7}Al_{0.3}As/GaAs/Ga_{0.7}Al_{0.3}As за даними [17].

Обмежуючись розглядом наногетероструктур з малою різницею сталих ґраток і діелектричних проникностей її складників (таблиця), знехтуємо силами взаємодії носіїв зі своїми електростатичними зображеннями [23], вважаючи кулонівську взаємодію домінуючою в електронній системі.

Відділивши вільний рух центра мас електрона й дірки в напрямках, паралельних до площини плівки, подамо гамільтоніан екситона у вигляді

$$\hat{H}_{\text{ex}} = \hat{H}_e^\perp + \hat{H}_{\text{ph}}^\perp + \hat{H}_{\text{SS}} + \hat{H}_p = \hat{H}_0 + \hat{H}_p, \quad (1)$$

де перші два доданки —

$$\hat{H}_j^\perp = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z_j} \frac{1}{m_j(z_j)} \frac{\partial}{\partial z_j} + V_j(z_j), \quad (2)$$

— описують обмежений рух носія в напрямку осі OZ , а

$$\hat{H}_{\text{SS}} = -\frac{\hbar^2 \nabla_\rho^2}{2\mu} - \frac{\beta e^2}{\varepsilon \rho} \quad (3)$$

— модифікований уведенням варіаційного параметра Бете (β) гамільтоніан Шінада-Сугано [24], що описує $2D$ -екситон з приведеною масою μ ;

$$\hat{H}_p = \frac{\beta e^2}{\varepsilon \rho} - \frac{e^2}{\varepsilon |\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} \quad (4)$$

— оператор збурення, який враховує відмінності рухів у наноплівці $3D$ - та $2D$ -екситонів; $\rho = \rho_e - \rho_h$.

Вважаючи \hat{H}_p малим збуренням системи з гамільтоніаном \hat{H}_0 , енергію екситона в наноплівці можна подати у вигляді

$$E_{n_e, n_h}(\mathbf{k}) = E_{n_e}^{(e)}(\mathbf{k}_\parallel) + E_{n_h}^{(h)}(\mathbf{k}_\parallel) + E_N + \Delta E_{n_e, n_h}(\mathbf{k}_\parallel), \quad (5)$$

де $E_{n_j}^{(j)}(\mathbf{k}_\parallel)$ — енергія вільного носія у стані з квантовим числом n_j і поздовжнім складником хвильового вектора \mathbf{k}_\parallel , $E_N = -\beta^2 R_{\text{ex}} / (N + 1/2)^2$ ($N = 0, 1, 2, \dots$) — енергія двовимірного екситона Шінада-Сугано, а R_{ex} — ефективна стала Рідберга екситона. Останній доданок у (5) є поправкою до власного значення гамільтоніана \hat{H}_0 внаслідок збурення, яке визначається оператором \hat{H}_p .

Нормована хвильова функція основного стану системи з гамільтоніаном \hat{H}_0 має вигляд

$$\Psi(\rho, z_e, z_h) = \sqrt{\frac{8}{\pi a_{\text{ex}}^2}} \times \exp\left(-\frac{2\beta\rho}{a_{\text{ex}}}\right) \cdot \psi_1(z_e) \cdot \psi_1(z_h). \quad (6)$$

Тут a_{ex} — ефективний радіус Бора екситона,

$$\psi_n(z) = \frac{C_n}{\sqrt{a}} \begin{cases} \text{cs}(k_{0n}z), & |z| \leq \frac{a}{2}; \\ \text{cs}[\text{sign}(z)k_{0n}\frac{a}{2}] \exp([k_{1n}(\frac{a}{2} - |z|)], & |z| > \frac{a}{2} \end{cases} \quad (7)$$

— хвильова функція носія у квантовому стані з енергією $E_n < V$ ($n = 1, 2, \dots$),

$$C_n = \sqrt{\frac{2}{1 + (-1)^n \frac{\sin(k_{0n}a)}{k_{0n}a} + 2 \frac{\text{cs}^2(k_{0n}a/2)}{k_{1n}a}}}, \quad (8)$$

$$\text{cs}(x_n) = \begin{cases} \cos x_n, \\ \sin x_n, \end{cases} \quad \text{sc}(x_n) = \begin{cases} \sin x_n, & n = 1, 3, \dots; \\ \cos x_n, & n = 2, 4, \dots, \end{cases}$$

а $k_{0n} = \sqrt{2m_0E_n}/\hbar$ і $k_{1n} = \sqrt{2m_1(V_0 - E_n)}/\hbar$ — поперечні компоненти хвильового вектора квазічастинки в наноплівці та в бар'єрному середовищі відповідно.

Поправка до власного значення оператора \hat{H}_0 , визначена на функції (6), залежить від товщини наноплівки a і варіаційного параметра β . Тоді енергія основного стану екситона

$$E_{\text{ex}}(a) = E_g^{(0)} + E_1^{(e)}(a) + E_1^{(h)}(a) - E_b(a) \quad (9)$$

та ЕЗ

$$E_b(a) = 4R_{\text{ex}}\beta_0 - \Delta E(a, \beta) \quad (10)$$

виявляються функціями товщини наноплівки a . Тут $E_g^{(0)}$ — ширина забороненої зони масивного кристала — матеріалу наноплівки, $E_1^{(j)}(a) \equiv E_1^{(j)}(\mathbf{k}_{\parallel} = 0)$ —

положення основного енергетичного рівня електрона або дірки у відповідній КЯ, $\Delta E(a, \beta) \equiv \Delta E_{1,1}(\mathbf{k}_{\parallel} = 0)$ — значення варіаційного параметра, яке мінімізує енергію основного стану екситона.

Отже, для визначення енергії екситона при кожному значенні a потрібно знайти поправку $\Delta E(a, \beta)$, а потім — виконати процедуру мінімізації $E_{\text{ex}}(a)$ за параметром β , використовуючи функції (6), які містять хвильові функції квантованих станів електрона та дірки $\psi_n(z_j)$.

Поправку $\Delta E(a, \beta)$ знайдено у двох підходах:

а) нехтуючи, подібно до авторів праць [17–19], імовірно проникнення електрона та дірки за межі КЯ, тоді

$$\Delta E(a, \beta) = 8R_{\text{ex}}^{(0)}\beta^2 \left(1 - \frac{2a}{\pi a_{\text{ex}}^{(0)} S_e(a) S_h(a)} \times \int_0^{\pi/a} \frac{D_e(a, x) D_h(a, x)}{x^2 - (2a\beta/a_{\text{ex}}^{(0)})^2} \ln \frac{1 + (\frac{\pi a_{\text{ex}}^{(0)}}{4a_0\beta})^2}{1 + (\frac{\pi a}{2a_0x})^2} dx \right); \quad (11)$$

б) узявши до уваги можливість їх проникнення в бар'єрне середовище ($|z| > a/2$). У цьому випадку

$$\Delta E(a, \beta) = 8R_{\text{ex}}(a)\beta^2 \left(1 - \frac{a}{2\pi a_B W(a)} \int_0^{\pi/a} \left[\frac{\mu_{00}^2}{\tilde{\varepsilon}_{00}^2} P_{00}(a, \beta, x) + 2 \frac{\mu_{01}^2}{\tilde{\varepsilon}_{01}^2} \cos^2 \frac{k_{01}^{(h)} a}{2} P_{01}(a, \beta, x) D_e(a, x) Q_h(a, x) + 2 \frac{\mu_{10}^2}{\tilde{\varepsilon}_{10}^2} \cos^2 \frac{k_{01}^{(e)} a}{2} P_{10}(a, \beta, x) D_h(a, x) Q_e(a, x) + 4 \frac{\mu_{11}^2}{\tilde{\varepsilon}_{11}^2} \cos^2 \frac{k_{01}^{(e)} a}{2} \cos^2 \frac{k_{01}^{(h)} a}{2} P_{11}(a, \beta, x) Q_e(a, x) Q_h(a, x) \right] dx \right). \quad (12)$$

Тут

$$W(a) = \frac{1}{4} \left[\frac{\mu_{00}}{\tilde{\varepsilon}_{00}^2} S_e(a) S_h(a) + \frac{\mu_{01}}{\tilde{\varepsilon}_{01}^2} \frac{\cos^2 \frac{k_{01}^{(h)} a}{2}}{\frac{k_{11}^{(h)} a}{2}} S_e(a) + \frac{\mu_{10}}{\tilde{\varepsilon}_{10}^2} \frac{\cos^2 \frac{k_{01}^{(e)} a}{2}}{\frac{k_{11}^{(e)} a}{2}} S_h(a) + \frac{\mu_{11}}{\tilde{\varepsilon}_{11}^2} \frac{\cos^2 \frac{k_{01}^{(e)} a}{2}}{\frac{k_{11}^{(e)} a}{2}} \frac{\cos^2 \frac{k_{01}^{(h)} a}{2}}{\frac{k_{11}^{(h)} a}{2}} \right];$$

$$S_j(a) = 1 + \frac{\sin(k_{01}^{(j)} a)}{k_{01}^{(j)} a}; \quad D_j(a, x) = \frac{\sin x}{x} + \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(k_{01}^{(j)} a + x)}{k_{01}^{(j)} a + x} + \frac{\sin(k_{01}^{(j)} a - x)}{k_{01}^{(j)} a - x} \right];$$

$$Q_j(a, x) = \frac{k_{11}^{(j)} a \cdot \cos x - x \sin x}{x^2 + (k_{11}^{(j)} a)^2}, \quad (j = e, h);$$

$$P_{l'l'}(a, \beta, x) = \frac{1}{x^2 - (\frac{2a\mu_{l'l'}\beta}{a_B\tilde{\varepsilon}_{l'l'}})^2} \ln \frac{1 + (\frac{\pi a_B \tilde{\varepsilon}_{l'l'}}{4a_0\mu_{l'l'}\beta})^2}{1 + (\frac{\pi a}{2a_0x})^2}; \quad \mu_{l'l'} = \frac{1}{m_0} \cdot \frac{m_e^l m_h^{l'}}{m_e^l + m_h^{l'}}; \quad \tilde{\varepsilon}_{l'l'} = \sqrt{\varepsilon^l \varepsilon^{l'}};$$

$$R_{\text{ex}}(a) = R_y W(a) (C_1^e C_1^h)^2, \quad (13)$$

a_B і R_y — радіус Бора і стала Рідберга для атома водню, а $a_{\text{ex}}^{(0)} = a_B \varepsilon^{(0)} / \mu^{(0)}$ і $R_{\text{ex}}^{(0)} = R_y \mu^{(0)} \mu^{(0)} / \varepsilon^{(0)2}$ — для екситона в наноплівці відповідно; C_1^e (C_1^h) — нормувальний множник хвильової функції основного стану електрона (дірки); $\mu^{(l)}$ — приведена маса екситона (в одиницях маси вільного електрона m_0) у середовищі з діелектричною проникністю $\varepsilon^{(l)}$ ($l = 0, 1$); a_0 — стала кристалічної ґратки наноплівки.

III. АНАЛІЗ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Енергію екситона в основному стані і ЕЗ в наноплівках різної товщини обчислювали з використанням у ролі $R_{\text{ex}}(a)$ величини $R_{\text{ex}}^{(0)}$ (модель А) або функції (13) (модель В) та поправок $\Delta E(a, \beta)$, що визначаються формулами (11) та (12), відповідно. Необхідні для розрахунку параметри наведені в таблиці 1.

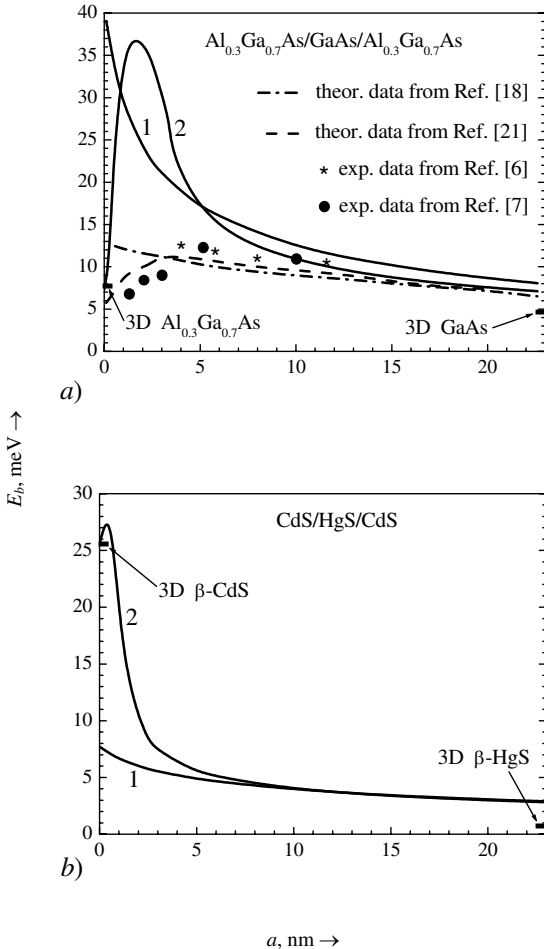


Рис. 1. Залежності енергії зв'язку екситона E_b від товщини наноплівки a , розраховані з використанням моделі А(1) та В(2).

На рис. 1 а показано графіки залежності ЕЗ екситона E_b від товщини наноплівки $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$. Розрахунки, виконані в межах

моделі А, дають, аналогічно до результатів роботи [17], монотонно спадну залежність ЕЗ від товщини наноплівки (крива 1). Наші значення E_b у плівках товщиною понад 20 нм узгоджуються з даними розрахунків праць [17, 20], а в області $a \geq 40$ нм — наближаються до величини $R_{\text{ex}}^{(0)} \approx 4.7$ меВ, обчисленої з використанням параметрів масивного кристала GaAs. При менших товщинах плівки результати, одержані в межах цієї моделі, значно перевищують дані праць [17, 20].

Розрахунки, виконані в межах моделі В, виявили немонотонну залежність ЕЗ від товщини плівки (крива 2). Для плівок товщиною понад 20 нм результати обох моделей практично не відрізняються. При $a \geq 10$ нм хід кривої 2 узгоджується з даними теоретичних [17, 20] та експериментальних [5, 6] досліджень інших авторів. В області менших товщин залежність $E_b(a)$ виявляється немонотонною — при зменшенні a ЕЗ стрімко зростає, досягаючи максимуму у плівках товщиною близько 2 моношарів GaAs, а потім швидко спадає, досягаючи при $a \rightarrow 0$ значення $R_{\text{ex}}^{(1)} \approx 7.3$ меВ, розрахованого з використанням параметрів масивного кристала $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$. З фізичних міркувань хід кривої 2 свідчить про те, що модель В враховує вплив структури наносистеми повніше, ніж модель А. Одержані в межах цієї моделі результати якісно узгоджуються з даними теоретичних розрахунків й експериментальних вимірювань, опублікованих відповідно в роботах [20] і [5, 6], проте дають завищені результати в області максимуму кривої 2. Це цілком зрозуміло, оскільки наближення ефективних мас та припущення про їхню ізотропність, які ми використали, виявляються досить грубими саме у плівках дуже малої товщини. Втім ця модель дає змогу отримати якісно правильний результат і при $a \rightarrow 0$.

Аналогічні залежності ЕЗ екситона від товщини наноплівки CdS/HgS/CdS показані на рис. 1, b. У плівках, товщина яких перевищує подвоєний радіус полярона ($R_p \approx 6$ нм), результати обох моделей практично збігаються, наближаючись при $a \geq 100$ нм до значення ЕЗ екситона, розрахованого для масивного кристала β -HgS — $R_{\text{ex}}^{(0)} \approx 0.8$ меВ. При менших товщинах залежність, показана кривою 2, є більш стрімкою і немонотонною — зменшення a приводить до зростання ЕЗ, досягаючи максимуму у плівках товщиною в один моношар β -HgS, а потім спадає, наближаючись до значення $R_{\text{ex}}^{(1)} \approx 25.6$ меВ, характерного для масивного кристала β -CdS, при $a \rightarrow 0$.

Суттєва відмінність результатів розрахунків ЕЗ екситона в обох наносистемах полягає в тому, що в наноплівках CdS/HgS/CdS обидві моделі дають практично однаковий результат (за винятком дуже малих товщин, де застосування моделі А необґрунтоване). Це пов'язано з тим, що висота потенціального бар'єра для електрона й дірки на гетеропереході β -HgS/CdS значно вища, ніж для GaAs/ $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ (таблиця 1). Отже, екситон справді можна вважати “затисненим” усередині наноплівки CdS/HgS/CdS при $a > R_p$ [17]. При менших товщинах плівки зростають впливи просторового обмеження і бар'єрного середовища,

що зумовлює немонотонність зміни ЕЗ. З фізичних міркувань хід кривої 2 виглядає цілком виправданим, а кількісні результати моделі В — задовільними для аналізу характеру трансформацій енергії екситона в наноплівках при зміні їхньої товщини, температури й зовнішніх полів.

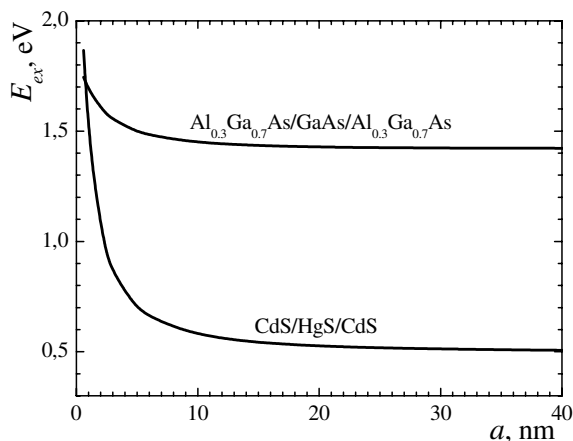


Рис. 2. Енергія екситона E_{ex} як функція товщини наноплівки a .

Одержані аналітичні вирази для визначення ЕЗ екситона дають змогу дослідити, з урахуванням зміщення рівнів електрона й дірки у КЯ при зміні товщини наноплівки, залежність від неї енергії основного екситонного стану E_{ex} . Графіки такої залежності, наведені на рис. 2, ілюструють нелінійне (слабке в об-

ласті великих і стрімке в області малих значень a) зростання величини E_{ex} при зменшенні товщини наноплівки, зумовлене стрімким підняттям рівня електрона (дірки) у КЯ зі зменшенням її ширини та слабкою нелінійною залежністю $E_b(a)$.

IV. ВИСНОВКИ

Результати виконаних обчислень свідчать про наявність нелінійної, немонотонної залежності ЕЗ екситона від товщини досліджуваних наноплівок. Величина її зростає зі зменшенням товщини наноплівки, перевищуючи в досить тонких плівках значення, характерні для обох середовищ — власне плівки та бар'єрного матеріалу.

Енергія основного стану екситона в досліджуваних наноплівках також залежить від їхньої товщини, нелінійно змінюючись, з її зменшенням, від значень, характерних для масивного кристала — матеріалу наноплівки, до величин, характерних для масивного кристала — матеріалу навколишнього середовища.

Побудована теорія не претендує на високу точність відтворення кількісних характеристик екситонних спектрів у напівпровідникових наноплівках, оскільки в її основу покладено досить спрощені моделі й наближення, проте дає змогу фізично обґрунтовано встановити характер їхніх змін при змінах геометричних розмірів наногетероструктури та зовнішніх впливів.

- [1] V. V. Mitin, V. A. Kochelap, M. A. Strosio, *Quantum Heterostructures. Microelectronics and Optoelectronics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999).
- [2] P. Harrison, *Quantum Wells, Wires, and Dots: Theoretical and Computational Physics* (Wiley, Chichester, 1999).
- [3] D. D. Nolte, *J. Appl. Phys.* **85**, 6259 (1999).
- [4] Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, *Журн. эксп. теор. физ.* **71**, 738 (1976); Yu. E. Lovik, V. I. Yudson, *Sov. Phys. JETP* **44**, 389 (1976).
- [5] M. Gurioli, J. Martinez-Pastor, M. Colocci, A. Bosacchi, S. Franchi, L. C. Andreani, *Phys Rev B* **47**, 15755 (1993).
- [6] V. Voliotis, R. Grousson, P. Lavallard, R. Planel, *Phys. Rev. B* **52**, 10725 (1995).
- [7] И. А. Авруцкий, В. Г. Литовченко, *Физ. тех. полупр.* **31**, 875 (1997).
- [8] M. Y. Ryu *et al.*, *Phys. Soc.* **33**, S316 (1998).
- [9] L. V. Butov, A. Imamoglu, A. V. Mintsev, K. L. Campman, A. C. Gossard, *Phys. Rev. B* **59**, 1625 (1999).
- [10] H. Ch. Jeon, T. W. Kang, T. W. Kim, Y. H. Cho, Ch. M. Lee, *J. Korean Phys. Soc.* **47**, S477 (2005).
- [11] B. Deveaud, L. Kappei, J. Berney, F. Morier-Genoud, M. T. Portella-Oberli, J. Szczytko, C. Piermarocchi, *Chem. Phys.* **318**, 104 (2005).
- [12] S. Nojima, *Phys Rev B* **37**, 9087 (1988).
- [13] C. Weisbuch, R. C. Miller, R. Dingle, A. C. Gossard, W. Wiegmann, *Solid State Commun.* **37**, 219 (1981).
- [14] I. V. Ponomarev, L. I. Deych, V. A. Shuvayev, A. A. Lisyansky, *Physica E* **25**, 539 (2005).
- [15] X. Xiao, C. W. Liu, J. C. Sturm, L. C. Lenchyshyn, M. L. W. Thewalt, R. B. Gregory, P. Fejes, *Appl. Phys. Lett.* **60**, 2135 (1992).
- [16] S. Fukatsu, H. Yoshida, A. Fujiwara, Y. Takahashi, Y. Shiraki, R. Ito, *Appl. Phys. Lett.* **61**, 804 (1992).
- [17] R. Zheng, M. Matsuura, *Phys. Rev. B* **57**, 1749 (1998).
- [18] R. Zheng, M. Matsuura, *Phys. Rev. B* **58**, 10769 (1998).
- [19] R. Zheng, M. Matsuura, T. Taguchi, *Phys. Rev. B* **61**, 9960 (2000).
- [20] B. Gerlach, M. A. Smondyrev, arXiv: cond-mat/0002156v2 (2000).
- [21] R. T. Senger, K. K. Bajaj, *Phys. Rev. B* **68**, 205314 (2003).
- [22] W. Z. Shen, W. G. Tang, S. C. Shen, *Phys. Status Solidi (b)* **189**, K45 (1995).
- [23] В. И. Бойчук, Д. Ю. Кубай, *Физ. тврд. тела* **43**, 226 (2001).
- [24] M. Shinada, S. Sugano, *J. Phys. Soc. Jpn* **21**, 1936 (1966).
- [25] М. В. Ткач, *Квазічастинки у наногетеросистемах. Квантові точки і дроти* (Вид-во ЧНУ ім. Юрія Федьковича, Чернівці, 2003).

B. M. KPAMAP

EXCITON'S ENERGY IN SEMICONDUCTOR NANOFILMS

V. M. Kramar

*Yuriy Fed'kovych Chernivtsi National University,
2, Kotsyubynsky Str., Chernivtsi, 58012, Ukraine*

An analytical dependence of the exciton's ground state binding energy on the thickness of the flat semiconductor nanofilm disregarding interactions with phonons has been found by Bethe's variational method. This allows calculating non-phonon transitions energy in various thickness films. Calculations have been made by using model of rectangular quantum well with the finite depth for $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ and $\text{CdS}/\text{HgS}/\text{CdS}$ nanofilms as an example.