УМОВИ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КОЕФІЦІЄНТА ВІДБИВАННЯ БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУР: ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ПРОПУСКАННЯ ВУЗЬКОСМУГОВИХ ОПТИЧНИХ ФІЛЬТРІВ

О. П. Кушнір

Львівський національний аграрний університет, кафедра фізики, вул. В. Великого, 1, Дубляни, Львівська обл., 80381, Україна (Отримано 24 вересня 2009 р.; в остаточному вигляді — 20 серпня 2010 р.)

Установлено умови нульового відбивання для слабопоглинальних багатошарових структур і умови максимального відбивання для прозорих структур з поглинальною підкладкою. За допомогою цих умов, застосованих для прозорих багатошарових структур, запропоновано два різні способи конструювання оптичних фільтрів з одною або декількома смугами пропускання. Розглянуті способи також можна використати для конструювання фільтрів із надвузькою смугою пропускання. Один зі знайдених способів забезпечує вужчу смугу пропускання при використанні однакової кількості шарів, а в іншому — досягаються менші значення формфакторів. Показано можливість конструювати фільтри із довільним положенням вузької смуги пропускання в межах широкої смуги високого відбивання.

Ключові слова: багатошарова структура, огинаючі спектрів відбивання, вузькосмуговий оптичний фільтр.

PACS number(s): 42.79.Wc, 78.20

I. ВСТУП

Серед різних типів багатошарових плоскопаралельних інтерференційних покриттів вузькосмугові фільтри мають широке практичне застосування в сучасному оптичному приладобудуванні. На сьогодні розроблено чимало різних методів конструювання таких фільтрів [1–8]. Серед них можна виділити метод на основі усунення півхвильових шарів [1,2], серію методів із використанням еквівалентних шарів [2, 4–7], методи із застосуванням поліномів Чебишева [2] та інші. Спільним для них є розрахунок конфіґурації (послідовності чергування шарів) фільтра з потрібними параметрами, а також у деяких методах здійснюється добір матеріалів із показниками заломлення, близькими до розрахованих. Причому характерною особливістю більшості фільтрів, сконструйованих на основі цих методів, є те, що фазові товщини всіх шарів або еквівалентних шарів є кратними $\pi/2$ всередині смуги пропускання. У цій статті запропоновано новий метод конструювання фільтрів на основі структури, у якій чергуються шари з великим і малим показниками заломлення з використанням лише двох різних матеріалів. Особливістю цього методу є можливість

використовувати довільні прозорі або слабопоглинаючі матеріали, оскільки фільтрувальні властивості покриття досягаються лише за рахунок нанесення шарів із потрібними фазовими товщинами. Запропонований метод базується на послідовному застосуванні умов максимального й нульового значення коефіцієнта відбивання багатошарових структур. Для повністю прозорої багатошарової структури умови максимального відбивання [9–11] й умови просвітлення [12] були знайдені раніше.

ІІ. ФУНКЦІЇ ОГИНАЮЧИХ ЕКСТРЕМУМІВ СПЕКТРІВ ВІДБИВАННЯ БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУР

Нехай світло падає з прозорого середовища з показником заломлення n_0 під кутом β_0 на ізотропну багатошарову структуру, складену із шарів з товщинами d_v , і комплексними показниками заломлення $\tilde{n}_v = n_v - i\kappa_v$ (v = 1, 2, ..., k), які нанесені на напівбезмежну підкладку з показником заломлення $\tilde{n}_{k+1} = n_{k+1} - i\kappa_{k+1}$. Енерґетичний коефіцієнт відбивання такої структури можна записати у вигляді [12]

$$R_{0,k+1} = \frac{R_s^{\min} + \frac{4\sigma_{0,s}\sigma_{s,k+1}\chi_{0,s}\Omega_s}{(1 - \sigma_{s,0}\sigma_{s,k+1}\Omega_s)^2}\cos^2\left(\frac{2\operatorname{Re}\tilde{\delta}_s + \phi_{0,s} - \phi_{s,k+1} - \gamma_{0,s}}{2}\right)}{1 + \frac{4\sigma_{s,0}\sigma_{s,k+1}\Omega_s}{(1 - \sigma_{s,0}\sigma_{s,k+1}\Omega_s)^2}\sin^2\left(\frac{2\operatorname{Re}\tilde{\delta}_s - \phi_{s,0} - \phi_{s,k+1}}{2}\right)}$$

$$=\frac{R_{s}^{\max}-\frac{4\sigma_{0,s}\sigma_{s,k+1}\chi_{0,s}\Omega_{s}}{(1+\sigma_{s,0}\sigma_{s,k+1}\Omega_{s})^{2}}\sin^{2}\left(\frac{2\operatorname{Re}\tilde{\delta}_{s}+\phi_{0,s}-\phi_{s,k+1}-\gamma_{0,s}}{2}\right)}{1-\frac{4\sigma_{s,0}\sigma_{s,k+1}\Omega_{s}}{(1+\sigma_{s,0}\sigma_{s,k+1}\Omega_{s})^{2}}\cos^{2}\left(\frac{2\operatorname{Re}\tilde{\delta}_{s}-\phi_{s,0}-\phi_{s,k+1}}{2}\right)},$$
(1)

де s — довільне число з діапазону $0 < s < k+1, \delta_s$ — фазова товщина шару з номером $s, \tilde{h}_{j,u} = \chi_{j,u} e^{i\gamma_{j,u}} = \tilde{t}_{j,u} \tilde{t}_{u,j} - \tilde{r}_{j,u} \tilde{r}_{u,j}, (j = 0, 1, \dots, k+1; u = 0, 1, \dots, k+1);$ $\tilde{r}_{j,u} = \sigma_{j,u} e^{i\phi_{j,u}}, \tilde{t}_{j,u} = \tau_{j,u} e^{i\theta_{j,u}}$ — комплексні амплітудні коефіцієнти відбивання та пропускання;

$$\Omega_s = e^{2\mathrm{Im}\tilde{\delta}_s},\tag{2}$$

$$R_s^{\min,\max} = \left(\frac{\sigma_{0,s} \mp \sigma_{s,k+1}\chi_{0,s}\Omega_s}{1 \mp \sigma_{s,0}\sigma_{s,k+1}\Omega_s}\right)^2.$$
 (3)

Тут знак "+" в " \mp " відповідає R_s^{\max} , а "-" відповідає R_s^{\min} . R_s^{\min} і R_s^{\max} є функціями огинаючих мінімумів та максимумів спектра відбивання для випадку, коли *s* є номером шару з найбільшою фазовою товщиною [12].

III. УМОВИ НУЛЬОВОГО ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЩІЄНТА ВІДБИВАННЯ БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУР

А. Загальні умови просвітлення прозорих структур

Урахувавши те, що в чисельнику рівняння (1) (вираженому через R_s^{\min}) є сума двох невід'ємних доданків, можна зробити висновок, що нульове значення коефіцієнта відбивання можна забезпечити розрахунком лише двох параметрів, при яких досягається нульове значення кожного з доданків. При цьому в повний набір параметрів, від яких залежить коефіцієнт відбивання $R_{0,k+1}$, зручно включати лише кут падіння світла, показники заломлення й фазові товщини всіх шарів, а також показники заломлення напівбезмежних середовищ. Підтвердженням цього є відомі умови просвітлення прозорих структур при нормальному падінні світла з розрахунком лише двох параметрів:

$$n_1 = \sqrt{n_0 n_2}, \quad \delta_1 = \frac{\pi}{2} + \pi \xi, \quad (\xi = 0, 1, \ldots)$$
 (4)

для одношарової структури [13], а також

$$\tan^{2} \delta_{1} = \frac{(n_{0} - n_{3}) (n_{2}^{2} - n_{0}n_{3}) n_{1}^{2}}{(n_{0}n_{2}^{2} - n_{3}n_{1}^{2}) (n_{0}n_{3} - n_{1}^{2})}$$
$$\tan^{2} \delta_{2} = \frac{(n_{0} - n_{3}) (n_{0}n_{3} - n_{1}^{2}) n_{2}^{2}}{(n_{0}n_{2}^{2} - n_{3}n_{1}^{2}) (n_{2}^{2} - n_{0}n_{3})}$$
(5)

для двошарової структури [14,15]. Для двошарової структури відомі ще й інші умови [16] із розрахунком трьох параметрів:

$$\begin{split} n_3 &= n_0, & \delta_1 = \pi\xi, & \delta_2 = \pi\zeta; \\ n_2 &= \sqrt{n_0 n_3}, & \delta_1 = \pi\xi, & \delta_2 = \frac{\pi}{2} + \pi\zeta; \\ n_1 &= \sqrt{n_0 n_3}, & \delta_1 = \frac{\pi}{2} + \pi\xi, & \delta_2 = \pi\zeta; \\ n_2 &= n_1 \sqrt{\frac{n_3}{n_0}}, & \delta_1 = \frac{\pi}{2} + \pi\xi, & \delta_2 = \frac{\pi}{2} + \pi\zeta. \end{split}$$

Однак усі ці умови можна легко отримати з (5), а не навпаки. Крім того, в умовах (4) і (5) є найменша кількість залежних параметрів і тому їх можна вважати загальними умовами. Для того, щоб на основі рівняння (1) знайти загальні умови просвітлення ($R_{0,k+1} = 0$) прозорої багатошарової структури з розрахунком фазових товщин двох довільних шарів δ_s і δ_m (s < m), потрібно розв'язати систему двох рівнянь: 1) $R_s^{\min} = 0$ відносно δ_m (оскільки R_s^{\min} від δ_s не залежить) та 2) $\cos\left(\frac{2\delta_s + \phi_{0,s} - \phi_{s,k+1} - \gamma_{0,s}}{2}\right) = 0$ відносно δ_s . Зрозуміло, що цей самий розв'язок можна також отримати, розв'язуючи іншу систему: 1) $R_m^{\min}=0$ відносно δ_s та 2) $\cos\left(\frac{2\delta_m + \phi_{0,m} - \phi_{m,k+1} - \gamma_{0,m}}{2}\right) = 0$ відносно δ_m . Ураховуючи те, що в обох випадках будуть отримані ті самі вирази як для δ_s , так і для δ_m , розв'язок рівняння $R_{0,k+1} = 0$ зручно шукати як розв'язок двох рівнянь $R_s^{\min} = 0$ та $R_m^{\min} = 0$, що й було зроблено в роботі [12].

В. Структури з двома (або більше) прозорими шарами

Визначаючи умови нульового відбивання для такої структури, зручно узагальнити підхід, використаний у [12] для прозорої багатошарової структури. Розв'язками рівнянь

$$\sigma_{0,s} - \sigma_{s,k+1}\chi_{0,s}\Omega_s = 0,$$

$$\sigma_{0,m} - \sigma_{m,k+1}\chi_{0,m}\Omega_m = 0,$$

(які дають умову нульового значення функцій R_s^{\min} та R_m^{\min}) щодо фазових товщин шарів s і m (s < m) є:

$$\tan\operatorname{Re}\tilde{\delta}_{m}^{\pm} = \frac{2bc\sin(\phi_{b} - \phi_{c}) - 2gp^{2}\sin(\phi_{g}) \pm \sqrt{Q}}{(b - p + gp + c)(b + p - gp + c) - 4cb\cos^{2}\left(\frac{\phi_{b} - \phi_{c}}{2}\right) - 4gp^{2}\cos^{2}\left(\frac{\phi_{g}}{2}\right)}$$

1

$$\tan \operatorname{Re} \tilde{\delta}_{s}^{\pm} = \frac{2pb\sin(\phi_{p} - \phi_{b}) + 2pgc\sin(\phi_{p} + \phi_{g} - \phi_{c}) \pm \sqrt{Q}}{(b + p - gp + c)(b + p + gp - c) - 4bp\cos^{2}\left(\frac{\phi_{b} - \phi_{p}}{2}\right) - 4gcp\cos^{2}\left(\frac{\phi_{c} - \phi_{p} - \phi_{g}}{2}\right)},\tag{6}$$

де

$$Q = (b - p + gp + c)(b + p - gp + c)(b + p + gp - c)(-b + p + gp + c) - 16bgcp^{2}\sin^{2}\left(\frac{\phi_{b} - \phi_{c} + \phi_{g}}{2}\right)$$

$$p \exp(i\phi_p) = \tilde{r}_{0,s}, \quad b \exp(i\phi_b) = \tilde{r}_{s,m}\tilde{h}_{0,s}\Omega_s, \\ c \exp(i\phi_c) = \tilde{r}_{m,k+1}\tilde{h}_{0,s}\tilde{h}_{s,m}\Omega_s\Omega_m, \quad g \exp(i\phi_g) = \tilde{r}_{m,s}\tilde{r}_{m,k+1}\Omega_m.$$

$$\tag{7}$$

Для прозорих шарів із номерами *s* і *m* можна записати: $\Omega_s = \Omega_m = 1$, $\operatorname{Im} \tilde{\delta}_s = \operatorname{Im} \tilde{\delta}_m = 0$, $\delta_s = \operatorname{Re} \tilde{\delta}_s$, $\delta_m = \operatorname{Re} \tilde{\delta}_m$.

Серед розв'язків (6) є дві пари значень фазових товщин: 1) δ_s^+ і δ_m^+ , 2) δ_s^- і δ_m^- , які дають умову нуля коефіцієнта відбивання для *p*- або *s*-поляризації відбитого світла при похилому падінні променя й умову нуля коефіцієнта відбивання для обох поляризацій одночасно при нормальному падінні. Потрібно також зауважити, що ці фазові товщини забезпечують нуль відбивання лише для тих структур, параметри яких задовольняють умову $Q \ge 0$.

З використанням методу комп'ютерного моделювання було оцінено, наскільки рівень поглинання впливає на виконання останньої умови. Для цього взяли різні прозорі структури з різними можливими комбінаціями номерів *s* і *m*, для яких умова $Q \ge 0$ виконувалася. Замінюючи дійсні показники заломлення n_{ν} всіх шарів (крім *s* і *m*) на комплексні $\tilde{n}_{\nu} = n_{\nu} - i\kappa_{\nu}$, перевірили, що для слабопоглинальних структур, коли $\kappa_{\nu} \ll 1$, умова $Q \ge 0$ продовжувала виконуватися завжди. Із досягненням значень $\kappa_{\nu} > 1$ для жодної з розглянутих структур умова $Q \ge 0$ не виконувалася.

С. Визначення фазових товщин двох довільних шарів поглинальних багатошарових структур, при яких досягається нуль коефіцієнта відбивання

Для довільної поглинальної структури рівняння (6) є трансцендентними і їхній розв'язок можна знайти одним із чисельних методів, наприклад, методом ітерацій. Суть його полягає в тому, що на першому кроці розрахунків за допомогою виразів (6) знаходимо $\operatorname{Re} \tilde{\delta}_s$ і $\operatorname{Re} \tilde{\delta}_m$ — дійсні частини фазових товщин шарів із номерами s і m (s < m) в наближенні прозорих шарів, коли $\Omega_s = \Omega_m = 1$. Далі за допомогою рівняння (2) визначаємо значення величин Ω_s і Ω_m , використовуючи співвідношення між уявною й дійсною частинами фазової товщини: $\mathrm{Im}\delta_x =$ $\operatorname{Re} \tilde{\delta}_{x} \operatorname{Im} \left(\tilde{n}_{x} \cos \tilde{\beta}_{x} \right) / \operatorname{Re} \left(\tilde{n}_{x} \cos \tilde{\beta}_{x} \right), \ x = s, m.$ Величини Ω_s і Ω_m використовуватимуться в наступному кроці визначення $\operatorname{Re} \delta_s$ і $\operatorname{Re} \delta_m$ з урахуванням нових значень параметрів (7). Цей цикл розрахунків повторюється стільки разів, поки не буде досягнута необхідна точність для визначення фазових товщин шарів із номерами s і m.

IV. УМОВИ МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ВІДБИВАННЯ ПРОЗОРИХ БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУР ІЗ ПОГЛИНАЛЬНОЮ ПІДКЛАДКОЮ

Умову максимального відбивання для таких структур можна знайти на основі виразу (1), який для s = 1можна переписати так [17]:

$$R_{0,k+1} = \frac{R_{0,k+1}^{\max} - \frac{4\sigma_{0,1}\sigma_{1,k+1}}{(1+\sigma_{0,1}\sigma_{1,k+1})^2}\sin^2\left(\frac{2\delta_1+\phi_{0,1}-\phi_{1,k+1}}{2}\right)}{1 - \frac{4\sigma_{0,1}\sigma_{1,k+1}}{(1+\sigma_{0,1}\sigma_{1,k+1})^2}\sin^2\left(\frac{2\delta_1-\phi_{0,1}-\phi_{1,k+1}}{2}\right)},$$
(8)

де

$$R_{0,k+1}^{\max} = \left(\frac{\sigma_{0,1} + \sigma_{1,k+1}}{1 + \sigma_{0,1}\sigma_{1,k+1}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{0,1} + \sqrt{R_{1,k+1}}}{1 + \sigma_{0,1}\sqrt{R_{1,k+1}}}\right)^2.$$
(9)

Для прозорої структури на прозорій або поглинальній підкладці значеннями фаз френелівських коефіцієнтів відбивання $\phi_{i,i+1}$ (i = 0, 1, ..., k - 1) може бути 0 або π . Тому максимальним значенням енерґетичного коефіцієнта відбивання $R_{0,k+1}$ (8) для деякої довжини хвилі λ_0 буде значення його огинаючої максимумів $R_{0,k+1}^{\max}$ (9) при λ_0 , коли фазова товщина першого шару дорівнює $\delta_1 = \pi \zeta_1 + \frac{\phi_{1,k+1} - \phi_{0,1}}{2}$, $(\zeta_1 = 0, 1, ...)$. Нескладно переконатися в тому, що умові максимуму $R_{0,k+1}^{\max}$ відповідають умови максимуму $\sigma_{0,1}$ і енерґетичного коефіцієнта відбивання $R_{1,k+1}$ від структури $1 - 2 - \cdots - (k+1)$, для якого можна записати аналогічний вираз

$$R_{1,k+1} = \frac{R_{1,k+1}^{\max} - \frac{4\sigma_{1,1}\sigma_{1,k+1}}{(1+\sigma_{1,1}\sigma_{1,k+1})^2} \sin^2\left(\frac{2\delta_2 + \phi_{1,2} - \phi_{2,k+1}}{2}\right)}{1 - \frac{4\sigma_{1,1}\sigma_{1,k+1}}{(1+\sigma_{1,1}\sigma_{1,k+1})^2} \sin^2\left(\frac{2\delta_2 - \phi_{1,2} - \phi_{2,k+1}}{2}\right)},$$

де

$$R_{1,k+1}^{\max} = \left(\frac{\sigma_{1,2} + \sigma_{2,k+1}}{1 + \sigma_{1,2}\sigma_{2,k+1}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{1,2} + \sqrt{R_{2,k+1}}}{1 + \sigma_{1,2}\sqrt{R_{2,k+1}}}\right)^2.$$

Своєю чергою умові максимуму $R_{1,k+1}$ відповідатиме умова $\delta_2 = \pi \zeta_2 + \frac{\phi_{2,k+1} - \phi_{1,2}}{2}$, ($\zeta_2 = 0, 1, ...$) та умови максимумів $\sigma_{1,2}$ й енерґетичного коефіцієнта відбивання $R_{2,k+1}$ від структури $2 - 3 - \cdots - k + 1$. Продовжуючи визначати за цим алґоритмом умови максимумів усіх енерґетичних коефіцієнтів відбивання $R_{i,k+1}$ від структур $i - (i+1) - \cdots - (k+1)$, можна встановити, що умові максимуму $R_{0,k+1}$ відповідають умови для фазових товщин шарів

$$\delta_{\nu} = \pi \zeta_{\nu} + \frac{\phi_{\nu,k+1} - \phi_{\nu-1,\nu}}{2}, \qquad (10)$$
$$(\nu = 1, 2, \dots k; \qquad \zeta_{\nu} = 0, 1, \dots),$$

а також умови максимумів модулів френелівських коефіцієнтів відбивання для всіх меж розділів $\sigma_{i,i+1} =$ $\frac{|N_i-N_{i+1}|}{N_i+N_{i+1}}.$ Ту
т N_i — ефективні показники заломлення [18], які для *p*-поляризації дорівнюють $N_i = \frac{\cos \beta_i}{n_i}$, а для s-поляризації $N_i = n_i \cos \beta_i$. Остання умова стосується до структури, у якій чергуються шари з великим N_H та малим N_L ефективними показниками заломлення, причому різниця цих показників $(N_H - N_L)$ повинна бути максимальною. Для досягнення максимального значення $\sigma_{k,k+1}$ також повинен бути максимальним показник поглинання підкладки κ_{k+1} (рис.1). Оскільки фази $\phi_{\nu,k+1}$ амплітудних коефіцієнтів відбивання $\tilde{r}_{\nu,k+1},$ які входять в умови максимуму $R_{0,k+1}$ (10), залежать від фазових товщин $\delta_{\nu+1}, \delta_{\nu+2}, \ldots, \delta_k$, то для визначення всіх фазових товщин потрібно спочатку визначити фазову товщину шару з номером k, відтак із номером k - 1 і т. д. Потрібно також відзначити, що умови (10) можна використати і для визначення максимального значення коефіцієнта відбивання структури, у якій показники заломлення всіх шарів задані, а змінювати можна лише їх товщини.



Рис. 1. Енергетичний коефіцієнт відбивання чотиришарових покриттів із $n_L = 1.38$, $n_H = 2.36$ та фазовими товщинами шарів, визначеними з використанням виразів (10):

1 | HLHL | 4.0 (пунктирна крива),

1 | HLH 0.9695L | 4.0 - i 0.5 (суцільна крива).

Для прозорої структури без підкладки або з прозорою підкладкою, у якій чергуються шари з великим та малим показниками заломлення, умови (10) дають для всіх фазових товщин значення $\pi/2$. Такі структури були відомі раніше [9,10] і використовували для виготовлення інтерференційних дзеркал.

V. ЗАСТОСУВАННЯ УМОВ ДОСЯГНЕННЯ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КОЕФІЦІЄНТА ВІДБИВАННЯ СВІТЛА ДЛЯ КОНСТРУЮВАННЯ ОПТИЧНИХ ФІЛЬТРІВ ІЗ ВУЗЬКОЮ СМУГОЮ ПРОПУСКАННЯ

Послідовне застосування умов максимального й нульового коефіцієнта відбивання при нормальному падінні світла на багатошарову структуру дає змогу визначити параметри такої структури, яку можна використати як оптичний фільтр із вузькою смугою пропускання. Можливість послідовно використовувати обидві умови зумовлена тим, що для отримання нуля коефіцієнта відбивання достатньо визначити фазові товщини двох довільно вибраних шарів структури при довільних значеннях фазових товщин і показників заломлення всіх інших шарів. З іншого боку, умова максимального відбивання, розглянута в п. IV, забезпечує досить високе значення коефіцієнта відбивання не лише при вибраній довжині хвилі λ_0 , а в деякому інтервалі довжин хвиль від $\lambda_0 - \Delta \lambda_1$ до $\lambda_0 + \Delta \lambda_2$. При цьому виявляється, що відхилення фазових товщин двох шарів від тих значень, які забезпечують умову максимуму (10), може суттєво зменшити коефіцієнт відбивання не в усьому діапазоні з високим коефіцієнтом відбивання, а лише у вузькій області.

Отже, оптичний фільтр можна створити завдяки послідовному використанню обох умов: умови максимального відбивання й умови нульового відбивання. Це можна реалізувати так. Для створення області спектра з високим коефіцієнтом відбивання потрібно вибрати структуру, яка складається із шарів з великим n_H і малим n_L показниками заломлення, які послідовно чергуються, так щоб значення $\sigma_{i,i+1}$ для всіх меж розділу було максимальним. Наступним кроком є визначення фазових товщин шарів для вибраної довжини хвилі λ_0 на основі співвідношень (10), які також забезпечують максимальне відбивання. Для прозорої структури всі фазові товщини вибирають рівними $\pi/2$. І нарешті, за допомогою виразів (6) визначають нові значення фазових товщин δ_s і δ_m двох довільних шарів із номерами s і m, які забезпечать нульове значення коефіцієнта відбивання при вибраній довжині хвилі λ'_0 з інтервалу від $\lambda_0 - \Delta \lambda_1$ до $\lambda_0 + \Delta \lambda_2$.

Для прикладу розгляньмо фільтр 1 | H 0.1103L(HL)⁶ 2.0020H(LH)⁵ | 1.52 (рис. 2 штрих-пунктирна крива), який складається з 25 шарів на скляній підкладці з показником заломлення $n_{k+1} = 1.52$, сконструйований за згаданим алґоритмом. Тут умовне позначення шару 0.1103L відповідає шару з меншим

показником заломлення і фазовою товщиною, рівною $0.1103\pi/2$. Для розрахунку цього фільтра використано показники заломлення $n_L = 1.46$ (SiO₂), $n_H = 2.36$ (ZnS) при $\lambda_0 = 550$ нм (таблиця 12.2 в роботі [2]). Фазові товщини всіх шарів дорівнюють $\pi/2$, крім двох довільно вибраних із номерами s = 2 і m = 15 (при такому виборі Q \geq 0). А фазові товщини цих двох шарів, $\delta_2^- = 0.1732$ рад і δ^-_{15} = 3.1448 рад були знайдені за формулами (6). Для цього фільтру формфактори (таблиця 1) є більшими за відповідні значення інших фільтрів $1.52 | (HL)^3 0.1020 H 0.8371 L (HL)^5 H 0.8371 L 0.1020 H$ (LH)³ | 1.52 (рис. 2 штрихова крива) та 1 | 0.5739H $(LH)^{2}L \ 0.0208H(LH)^{6}L \ 0.0208HL(HL)^{2} \ 0.5739H \ | \ 1.52$ (рис. 2 суцільна крива), алґоритм розрахунку яких описаний у п.VA2. За допомогою формфакторів можна оцінити, наскільки форма розрахованого фільтра є близькою до ідеального прямокутного фільтра, у якому всі формфактори дорівнюють одиниці $S_i = 1$ (i = 1, 2, ...) і їх можна визначити як [19]:

$$S_1 = \frac{\Delta\lambda_{0.1}}{\Delta\lambda_{0.5}}, \quad S_2 = \frac{\Delta\lambda_{0.01}}{\Delta\lambda_{0.5}}, \quad S_3 = \frac{\Delta\lambda_{0.001}}{\Delta\lambda_{0.5}}, \dots,$$

де $\Delta \lambda_{\psi}$ — це ширина смуги пропускання на рівні $\psi T_{\rm max}$, а $T_{\rm max}$ — максимальне значення коефіцієнта пропускання Т. Іншими параметрами розрахованого фільтра є ширина смуги пропускання на рівні половини максимального коефіцієнта пропускання $\Delta \lambda_{0.5}$ (таблиця 1) і оптична густина $OD = -\log(\frac{T}{T_{max}})$ (рис. 3).

Для розглянутого фільтра виконується умова $\lambda'_0 =$ λ_0 . Для конструювання фільтрів, у яких $\lambda_0' \neq \lambda_0$ (рис. 4) фазові товщини δ_s і δ_m при довжині хвилі λ_{0} визначають як: $\delta_{s}\left(\lambda_{0}
ight)=\delta_{s}\left(\lambda_{0}'
ight)\lambda_{0}'/\lambda_{0},\;\delta_{m}\left(\lambda_{0}
ight)=$ $\delta_m(\lambda'_0) \lambda'_0/\lambda_0$, а фазові товщини $\delta_s(\lambda'_0)$ і $\delta_m(\lambda'_0)$ при довжині хвилі λ'_0 визначають за допомогою виразів (6), у яких $\delta_j (\lambda'_0) = \frac{\pi \lambda_0}{2\lambda'_0}, (j \neq s, m).$ При конструюванні фільтрів на основі структур,

у яких використовують слабопоглинаючі матеріали, фазові товщини δ_s
і δ_m також можна визначити за допомогою співвідношень (6), якщо шари s і m прозорі, або з використанням алґоритму, описаному в п.III С в іншому випадку.

А. Конструювання фільтрів на основі симетричних структур

1. Фільтри з двома вузькими смугами пропускання, у яких розраховуються фазові товщини двох шарів

Розгляньмо такі симетричні структури з непарним числом шарів k:

де $x_1, x_2 = 1, 2, \ldots; \eta_{s,m} = 2\delta_{s,m}/\pi, n_{k+1} = n_0.$



Рис. 2. Енергетичний коефіцієнт пропускання вузькосмугових фільтрів:

 $1\mid \rm H \; 0.1103L(\rm HL)^6 \; 2.0020H(\rm LH)^5 \mid 1.52 \; (штрих-пунктирна крива), 1.52 \mid (\rm HL)^3 \; 0.1020H \; 0.8371L(\rm HL)^5 \rm H \; 0.8371L \; 0.1020H(\rm LH)^3 \mid 1.52 \; (штрихова крива), 1.52 \mid (\rm HL)^3 \; 0.1020H \; 0.8371L(\rm HL)^5 \rm H \; 0.8371L \; 0.1020H(\rm LH)^3 \mid 1.52 \; (\rm MTрихова крива), 1.52 \; (\rm MTrихова крива), 1.5$

1 | 0.5739H(LH)²L 0.0208H(LH)⁶L 0.0208HL(HL)² 0.5739H | 1.52 (суцільна крива) та інтерференційного дзеркала 1 | (HL)¹³H | 1.52 (пунктирна крива); $n_L = 1.46, n_H = 2.36.$

(11)

Формула фільтра	S_1	S_2	OD_{\max}	$\Delta\lambda_{0.5}, \text{ hm}$
$1 \mid H \mid 0.1103 L (HL)^{6} \mid 2.0020 H (LH)^{5} \mid 1.52$	3.01	10.2	3.52	1.4
$n_L = 1.46, n_H = 2.36, \lambda_0 = 550$ нм				
$1.52 (\text{HL})^{3} \eta_{7} \text{H} \eta_{8} \text{L} (\text{HL})^{5} \text{H} \eta_{20} \text{L} \eta_{21} \text{H} (\text{LH})^{3} 1.52$	1.75	3.29	3.33	11.4
$\eta_7 = \eta_{21} = 0.1020, \ \eta_8 = \eta_{20} = 0.8371,$				
$n_L = 1.46, n_H = 2.36, \lambda_0 = 550$ нм				
$1 \eta_1 H (LH)^2 L\eta_7 H (LH)^6 L\eta_{21} H L (HL)^2 \eta_{27} H 1.52$	1.85	3.59	3.47	11.2
$\eta_1 = \eta_{27} = 0.5739, \ \eta_7 = \eta_{21} = 0.0208,$				
n_L = 1.46, n_H = 2.36, λ_0 = 550 нм				
$1 \mid 0.1505 \mathrm{H}(\mathrm{LH})^2 \mathrm{L} \; 2.0018 \mathrm{H}(\mathrm{LH})^2 \mid 1$	3.00	10.0	3.93	2.7
n_L = 1.35, n_H = 4.0, λ_0 = 1000 нм				
$1 \mid \mathrm{HL} \; 0.2560 \mathrm{H} \; 0.4261 \mathrm{L} \mathrm{(HL)}^2 \mathrm{H} \; 0.4261 \mathrm{L} \; 0.2560 \mathrm{HLH} \mid 1$	1.75	3.27	3.90	37.1
$n_L = 1.35, n_H = 4.0, \lambda_0 = 1000$ нм				
$1 \mid \mathrm{HLHHLHLHLHL}_1\mathrm{H} \mid 1$	1.78	3.32	4.17	21.9
$n_L = 1.35, n_{L_1} = 1.83, n_H = 4.0, \lambda_0 = 1000$ нм				
$1 \mid (LH)^{3}L \ 0.0672H(LH)^{9}L \ 2.0007H(LH)^{8} \mid 1.45$	3.00	10.0	5.86	0.12
n_L = 1.46, n_H = 2.32, λ_0 = 407.5 нм				
$1 (\mathrm{HL})^{6}\mathrm{H}\eta_{14}\mathrm{L}(\mathrm{HL})^{2}\mathrm{H}\eta_{20}\mathrm{L}(\mathrm{HL})^{8}\mathrm{H}\eta_{38}\mathrm{LH}(\mathrm{LH})^{2}\eta_{44}\mathrm{LH}(\mathrm{LH})^{6} 1.45$	1.87	3.49	8.63	0.22
$\eta_{14} = \eta_{44} = 0.0118, \ \eta_{20} = \eta_{38} = 0.8156,$				
$n_L = 1.46, n_H = 2.32, \lambda_0 = 407.5 \text{ HM}$				

О. П. КУШНІР

Таблиця 1. Формфактори S1, S2, максимальна оптична густина в смузі високого відбивання OD_{max} і ширина смуги пропускання фільтрів на рівні половини максимального пропускання $\Delta \lambda_{0.5}$.



Рис. 3. Оптична густина вузькосмугових фільтрів: $1 \mid H 0.1103L(HL)^{6} 2.0020H(LH)^{5} \mid 1.52$ (штрих-пунктирна крива).

 $1.52 | (HL)^3 0.1020H 0.8371L (HL)^5 H 0.8371L 0.1020H (LH)^3$ | 1.52 (штрихова крива),

 $1 \mid 0.5739 H (LH)^2 L \ 0.0208 H (LH)^6 L \ 0.0208 H (HL)^2 \ 0.5739 H$ | 1.52 (суцільна крива); $n_L = 1.46$, $n_H = 2.36$.

Для таких структур фазові товщини симетричних шарів s і m, розраховані за допомогою (6), будуть рівними між собою: $\delta_s = \delta_m, \, \eta_s = \eta_m$. Справді, якщо розглянути одну зі структур (11): $0 - 1 - \cdots - (k + 1)$, а також структуру, отриману з попередньої шляхом зворотного розташування шарів: $(k + 1) - k - \cdots 0$, то шари з номерами s i m першої структури стануть відповідно шарами з номерами *m* і *s* другої. Оскільки обидві структури є ідентичними внаслідок симетрії, то стає зрозумілою рівність фазових товщин шарів із



Рис. 4. Енергетичний коефіцієнт пропускання вузькосмугових фільтрів:

1 | H 1.9546L(HL)³H 1.9995L(HL)²H | 1 (суцільна крива),

для якого $\lambda_0'=\lambda_0,$ 1 | H
 $1.3536 L{\rm (HL)}^3 {\rm H}$ 1.3690
L(HL)^2 H | 1 (пунктирна кри-

ва), для якого $\lambda_0' = 0.8\lambda_0$, 1 | H 0.0938L(HL)³H 0.2037L(HL)²H | 1 (штрихова крива), для якого $\lambda_0' = 1.2\lambda_0$; $n_L = 1.36$ (MgF₂), $n_H = 4.2$ (Ge) при $\lambda_0 = 5 \ \mu M$.

номерами s між собою, а також із номерами m між собою, а тому $\delta_s = \delta_m$.

Особливістю структур (11) є те, що їх можна використати як фільтри, які мають не одну, а дві смуги пропускання із серединами при довжинах хвиль λ'_0 і λ_0'' , максимум енергетичного коефіцієнта пропускання яких за відсутності поглинання в шарах досягає одиниці. Змінюючи параметри цих фільтрів, можна переконатися в тому, що різниця між довжинами хвиль, які відповідають серединам цих смуг, зростає зі збільшенням n_L , зі зменшенням n_H і зі зменшенням параметра $\mu = (k+1)/2 - s = m - (k+1)/2$ (рис. 5). Параметр μ показує, наскільки шари *s* і *m* є близькими до середнього шару, стосовно до якого структура симетрична. Від кількоті шарів залежить ширина обох смуг пропускання, яка зменшуватиметься зі збільшенням *k*. Для структур, у яких $n_{k+1} \neq n_0$, одна зі смуг у максимумі пропускання досягатиме меншого значення ніж інша (рис. 5, суцільна крива) і фазові товщини шарів *s* і *m* будуть різними ($\delta_s \neq \delta_m$).



Рис. 5. Енерґетичний коефіцієнт пропускання фільтрів із двома вузькими смугами пропускання:

1 | (HL)²H 1.9784L(HL)²H 1.9784LH(LH)² | 1 із n_L = 1.36, n_H = 4.2, μ = 3 (пунктирна крива);

1 | (HL)⁷ 1.8505H(LH)²L 1.7585H(LH)⁷ | 1.52 із $n_L = 1.46$, $n_H = 2.16$, $\mu = 3$ (суцільна крива).



Рис. 6. Енертетичний коефіцієнт пропускання фільтрів із двома вузькими смугами пропускання:

1.52 | (HL)⁵ 0.1256H(LH)²L 0.1256H(LH)⁵ | 1.52 із $n_H = 2.36, n_L = 1.38$ (пунктирна крива); 1.52 | (HL)⁵ 1.8744H(LH)²L 1.8744H(LH)⁵ | 1.52 із $n_H = 2.16, n_L = 1.46$ (суцільна крива). Іншою характерною властивістю фільтрів цього типу є те, що при виборі двох різних пар розв'язків (6), δ_s^+, δ_m^+ або δ_s^-, δ_m^- , положення смуги із серединою при λ_0' не змінюється, а положення іншої смуги може бути як при більшій довжині хвилі, ніж λ_0' , так і при меншій (рис. 6). А саме, вибір пари розв'язків δ_s^+, δ_m^+ забезпечує умову $\lambda_0'' < \lambda_0'$, а вибір δ_s^-, δ_m^- забезпечує умову $\lambda_0'' > \lambda_0'$.

Для обґрунтування причини виникнення другої вузької смуги пропускання фільтрів, розрахованих на основі симетричних структур, позначимо фазові товщини шарів s і m: $\delta_s(\lambda'_0)$ і $\delta_m(\lambda'_0)$ при довжині хвилі λ'_0 , які можна вибрати серед двох можливих розв'язків (6): 1) $\delta_s^+(\lambda'_0)$, $\delta_m^+(\lambda'_0)$ або 2) $\delta_s^-(\lambda'_0)$, $\delta_m^-(\lambda'_0)$. Фазовими товщинами цих шарів при довільній довжині хвилі λ будуть $\delta_s(\lambda'_0)\frac{\lambda'_0}{\lambda}$ і $\delta_m(\lambda'_0)\frac{\lambda'_0}{\lambda}$. Також розглядатимемо дві можливі пари функцій: 1) $\delta_s^+ \left(\frac{\lambda'_0}{\lambda}\right)$, $\delta_m^+\left(\frac{\lambda_0'}{\lambda}\right)$ і 2) $\delta_s^-\left(\frac{\lambda_0'}{\lambda}\right)$, $\delta_m^-\left(\frac{\lambda_0'}{\lambda}\right)$, отриманих на основі виразів (6), у яких, замість фазових товщин $\delta_j(\lambda_0')$ $(j \neq s, m)$, потрібно підставити $\delta_j(\lambda) = \delta_j(\lambda'_0) \frac{\lambda_0}{\lambda}$. Вище було доведено, що фазові товщини симетричних шарів s і m рівні між собою ($\delta_s = \delta_m$), що залишається справедливим для довільної довжини хвилі. При цьому довжина хвилі $\lambda_{0,s}^{\prime\prime},$ яка відповідає точці перетину кривої $\delta_s^+\left(\frac{\lambda_0'}{\lambda}\right)$ або $\delta_s^-\left(\frac{\lambda_0'}{\lambda}\right)$ з кривою $\delta_s(\lambda_0') \frac{\lambda_0'}{\lambda}$, збігатиметься з довжиною хвилі $\lambda_{0,m}''$, при якій перетинаються криві $\delta_m^+\left(\frac{\lambda'_0}{\lambda}\right)$ або $\delta_m^-\left(\frac{\lambda'_0}{\lambda}\right)$ з кривою $\delta_m(\lambda'_0)\frac{\lambda'_0}{\lambda}$ (рис. 7). А це означає, що при довжині хвилі $\lambda''_0 = \lambda''_{0,s} = \lambda''_{0,m}$ задовольнятимуться обидві необхідні умови (6) для досягнення нульового відбивання. Отже, для розглянутих симетричних структур проявлятимуться дві смуги пропускання: одна при довжини хвилі λ_0' , а друга при довжині хвилі λ_0'' . Для отримання фільтра з двома вузькими смугами пропускання необхідною також є умова попадання значення довжині хвилі λ_0'' в інтервал довжин хвиль $\lambda_0 - \Delta \lambda_1 \div \lambda_0 + \Delta \lambda_2$ з високим коефіцієнтом відбивання.

2. Фільтри, у яких розраховуються фазові товщини чотирьох шарів.

Розгляньмо симетричні структури, які відрізняються від (11) тільки тим, що потрібно розраховувати фазові товщини не двох шарів *s* і *m*, які симетричні щодо середнього шару, а чотирьох шарів *s*₁, *m*₁, *s*₂, *m*₂. Причому симетричними повинні бути між собою шари *s*₁ і *s*₂, а також *m*₁ і *m*₂. Фазові товщини δ_{s_1} і δ_{m_1} потрібно розраховувати за допомогою тих самих співвідношень (6), але для структури 0 – 1 – · · · – *c*, де номеру *c* відповідає напівбезмежне середовище з показником заломлення таким самим, як і середнього шару з номером *c* = (*k* + 1)/2. Фазові товщини δ_{s_2} і δ_{m_2} внаслідок симетрії будуть рівними δ_{s_1} і δ_{m_1} : $\delta_{s_2} = \delta_{s_1}, \delta_{m_2} = \delta_{m_1}$. Для такої структури амплітудний коефіцієнт відбивання [20]

$$\tilde{r}_{0,k+1} = \frac{\tilde{r}_{0,c} + \tilde{r}_{c,k+1}\tilde{h}_{0,c}e^{-2i\delta_c}}{1 - \tilde{r}_{c,0}\tilde{r}_{c,k+1}e^{-2i\delta_c}}$$

в середині смуги пропускання ($\lambda = \lambda'_0$) досягатиме нульового значення внаслідок справедливості такого співвідношення при $\lambda = \lambda'_0$: $\sigma_{0,c} = \sigma_{c,0} = \sigma_{c,k+1} = 0$. Ці фільтри, на відміну від фільтрів, розглянутих у п. V можуть мати одну (рис. 2, штрихова крива) або більше смуг пропускання (рис. 8), і основною їхнього перевагою над іншими фільтрами, розглянутими в п. V і п. VA1, є наявність одної смуги з вищими значеннями формфакторів. Цей алґоритм розрахунку фільтрів можна також застосувати і для структури, у якої показники заломлення напівбезмежних середовищ різні $(n_{k+1} \neq n_0)$. Для цього фазові товщини δ_{s_2} і δ_{m_2} потрібно прирівняти відповідно до δ_{s_1} і δ_{m_1} , але в такому разі енерґетичний коефіцієнт пропускання в максимумі досягатиме значення меншого за одиницю (рис. 2, суцільна крива).



Рис. 7. Енерґетичний коефіцієнт пропускання фільтра з двома вузькими смугами пропускання 1 | (HL)²H 1.9738L(HL)³H 1.9738LH(LH)² | 1 із $n_H = 4.2, n_L = 1.45$ (пунктирна крива), $\frac{1}{4}\delta_s^-\left(\frac{\lambda'_0}{\lambda}\right)$ (крива а), $\frac{1}{4}\delta_s^+\left(\frac{\lambda'_0}{\lambda}\right)$ (крива b), $\frac{1}{4}\delta_s(\lambda'_0)\frac{\lambda'_0}{\lambda}$ (крива c), $\frac{1}{5}\delta_m^-\left(\frac{\lambda'_0}{\lambda}\right)$

(крива d), $\frac{\lambda}{5} \delta_m^{\prime} \left(\frac{\lambda'_0}{\lambda} \right)$ (крива e), $\frac{1}{5} \delta_m(\lambda'_0) \frac{\lambda'_0}{\lambda}$ (крива f).

На рис. 9 показані спектри пропускання трьох фільтрів з одною смугою пропускання. Із них два фільтри були розраховані за допомогою алґоритмів описаних у п. V і п. V А 2:

$$1 \mid 0.1505 \mathrm{H}(\mathrm{LH})^{2} \mathrm{L} \ 2.0018 \mathrm{H}(\mathrm{LH})^{2} \mid 1$$
 (12)

(суцільна крива),

$$1 | HL 0.2560H 0.4261L(HL)^{2}H 0.4261L 0.2560HLH | 1$$
(13)

(штрих-пунктирна крива), а третій (рис. 10.3 в роботі [2], узятий для порівняння) був сконструйований із використанням методу аналізу окремих частин фільтра на основі відомого раніше підходу [8]

$$1 \mid \text{HLHHLHLHLHHL}_1\text{H} \mid 1 \tag{14}$$

(пунктирна крива). При розрахунку фільтрів (12), (13) були використані матеріали з такими самими значеннями показників заломлення, як і для (14), причому у фільтрі (14), крім шарів з показниками заломлення $n_L = 1.46$, $n_H = 2.36$, також був використаний один шар із показником заломлення $n_{L1} = 1.83$.



Рис. 8. Енергетичний коефіцієнт пропускання фільтра з трьома вузькими смугами пропускання 1 | (HL)² 2.0054H(LH)² 0.2377LHLH 0.2377L(HL)² 2.0054H(LH)² | 1 із $n_H = 4.2, n_L = 1.36$.



Рис. 9. Енерґетичний коефіцієнт пропускання вузькосмугових фільтрів:

1 | 0.1505H(LH)²L 2.0018H(LH)² | 1 (суцільна крива),

1 | HL 0.2560H 0.4261L(HL)²H 0.4261L 0.2560HLH | 1 (штрих-пунктирна крива),

1 | HLHHLHLHLHHL1
H | 1 (пунктирна крива) із $n_{H}=4.0,$
 $n_{L}{=}$ 1.35, $n_{L_{1}}{=}$ 1.83

Потрібно відзначити, що серед цих трьох фільтрів найнижчі формфактори (таблиця 1) є у фільтра (13), у якому розраховані фазові товщини чотирьох шарів (п. VA2). Однак у фільтра (14), де фазові товщини всіх шарів дорівнюють $\pi/2$ або π , досягаються вищі значення оптичної густини у смузі високого відбивання (таблиця 1). У фільтра (12), у якому розраховуються фазові товщини двох шарів (п. V) досягається найвужча смуга пропускання при використанні однакової з (14) кількості шарів.

Причиною появи додаткових смуг пропускання для фільтрів, де розраховані фазові товщини чотирьох шарів (п. V A 2) є те, що криві $\delta_s^+(\lambda)$ або $\delta_s^-(\lambda)$, які розглядалися в п. V A 1, можуть перетинаються з кривою $\delta_s(\lambda'_0)\frac{\lambda'_0}{\lambda}$ не лише при двох довжинах хвиль λ'_0 і λ''_0 , але і при інших значеннях довжин хвиль λ''_0 і т. д. При цьому, внаслідок симетрії структури, криві $\delta_m^+(\lambda)$ або $\delta_m^-(\lambda)$ перетинатимуться з кривою $\delta_m(\lambda'_0)\frac{\lambda'_0}{\lambda}$ при тих самих значеннях довжин хвиль. А це означає, що при довжинах хвиль λ'_0 , λ''_0 , λ'''_0 і т. д. задовольнятимуться обидві необхідні умови (6) для досягнення нульового відбивання. Кількість смуг пропускання фільтра також залежатиме від того, скільки значень довжин хвиль λ'_0 , λ''_0 , λ'''_0 і т. д. попадуть в інтервал $\lambda_0 - \Delta \lambda_1 \div \lambda_0 + \Delta \lambda_2$ з високим коефіцієнтом відбивання.

В. Фільтри з надвузькою смугою пропускання

Методом комп'ютерного моделювання встановлено, що ширина смуги пропускання фільтрів, розрахованих із використанням запропонованих способів, залежить від вибору номерів *s* і *m*, однак для таких фільтрів проявляється тенденція до її зменшення зі збільшенням кількості шарів. Завдяки цьому знайдені способи також можна застосувати для конструювання фільтрів із надвузькою смугою пропускання. У зв'язку з тим, що в літературі немає точно визначеного діапазону для ширини $\Delta \lambda_{0.5}$ надвузької смуги пропускання, був запропонований [21] орієнтовний діапазон для видимої області спектра: від одного до декількох анґстрем.



Рис. 10. Енергетичний коефіцієнт пропускання фільтрів з надвузькою смугою пропускання:

а), б) (суцільні криві) фільтр, використаний для порівняння [12];

б) фільтри з $n_H = 2.32, n_L = 1.46 \ 1 \mid (LH)^3 L \ 0.0672 H (LH)^9 L \ 2.0005 H (LH)^8 \mid 1.45$ (штрих-пунктирна крива),

 $1 \mid (\mathrm{HL})^{6}\mathrm{H} \ 0.0118 \mathrm{L} (\mathrm{HL})^{2}\mathrm{H} \ 0.8156 \mathrm{L} (\mathrm{HL})^{8}\mathrm{H} \ 0.8156 \mathrm{L} \mathrm{H} (\mathrm{LH})^{2} \ 0.0118 \mathrm{L} \mathrm{H} (\mathrm{LH})^{6} \mid 1.45 \ (\mathrm{штрихова \ крива}).$

На рис. 10б показано спектри пропускання двох фільтрів із надвузькою смугою пропускання, сконструйованих за допомогою знайдених алґоритмів (п.V, VA2):

$$1 | (LH)^{3}L 0.0672H(LH)^{9}L 2.0005H(LH)^{8} | 1.45$$
(15)

(штрих-пунктирна крива),

$$1 | (HL)^{6}H 0.0118L(HL)^{2}H 0.8156L(HL)^{8}H 0.8156LH(LH)^{2} 0.0118LH(LH)^{6} | 1.45$$
(16)

(штрихова крива), для яких $n_H = 2.32$ (TiO₂), $n_L = 1.46$ (SiO₂). Для обох фільтрів була вибрана кварцева підкладка.

Для порівняння на рис. 10 а,6 (суцільна крива) також показані спектри пропускання фільтра з надвузькою смугою пропускання [21], який має приблизно таку саму ширину смуги на рівні половини максимального пропускання $\Delta\lambda_{0.5} = 0.25$ нм при $\lambda_0 = 407.5$ нм. У розрахованого фільтра (15) при використанні значно меншого числа шарів, ніж (16), смуга пропускання вужча (таблиця 1), однак він поступається фільтрові (16) вищими формфакторами. Крім того, у фільтра (16) оптична густина у смузі високого відбивання є більшою.

VI. ВИСНОВКИ

Із використанням функцій огинаючих мінімумів спектрів відбивання багатошарових структур удалось узагальнити умови нульового відбивання при одній довжині хвилі на слабопоглинальні структури, а також максимального відбивання на прозорі структури з поглинальною підкладкою. На основі послідовного застосування умов максимального й нульового відбивання запропоновано два різні способи конструювання вузькосмугових оптичних фільтрів. Описані способи дають змогу просто отримувати фільтри з різною шириною смуги пропускання (в тому числі надвузькі) і кількістю смуг (одна або більше) з використанням

лише двох різних матеріалів із великим і малим показниками заломлення, які можна довільно вибирати. Спосіб із розрахунком фазових товщин двох шарів дає змогу отримувати фільтри з вужчою смугою пропускання, використовуючи однакову кількість шарів. Перевагою іншого способу із розрахунком фазових товщин чотирьох шарів є отримання фільтрів із меншими значеннями формфакторів. Аналіз формфакторів S_1 і S_2 різних фільтрів (таблиця 1) свідчить про їхню слабку залежність від вибраних показників заломлення шарів та від кількості шарів фільтра. При цьому вони сильно залежать від самого способу конструювання фільтрів. Так, формфактори різних фільтрів, розрахованих на основі алґоритму, описаного в розділі V близькі до значень $S_1 = 3.0, S_2 = 10.1, a$ для іншого типу фільтрів (п. VA2) формфактори близькі до значень $S_1 = 1.75, S_2 = 3.28$, коли $n_0 = n_{k+1}$, і до значення $S_1 = 1.86$, коли $n_0 \neq n_{k+1}$. Також у цій статті показана можливість конструювати фільтри, у яких вузька смуга пропускання може займати довільне положення в межах широкої смуги високого відбивання. Встановлені умови нульового відбивання слабопоглинальних структур дають змогу врахувати поглинання при визначенні фазових товщин шарів фільтра. Це дозволить зменшити кількість факторів [2], через які розрахований теоретично фільтр неможливо буде виготовити.

- [1] H. D. Polster, J. Opt. Soc. Am. 42, 21 (1952).
- [2] A. Thelen, Design of optical interference coatings (Mc-Graw-Hill, New York, 1989). http://www.alfredthelen. com/dooic.pdf.
- [3] H. A. Macleod, Thin-Film Optical Filters (Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, London, 2003).
- [4] A. Thelen, J. Opt. Soc. Am. 56, 1533 (1966).
- [5] А. Телен, Физика тонких пленок 2, 46 (1967).
- [6] C. Jacobs, Appl. Opt. 20, 1039 (1981).
- [7] P. Baumeister, Appl. Opt. 21, 2965 (1982).
- [8] S. D. Smith, J. Opt. Soc. Am. 48, 43 (1958).
- [9] Г. В. Розенберг, Оптика тонкослойных покрытий (ФИЗМАТГИЗ, Москва, 1958).
- [10] G. Hass, J. Opt. Soc. Am. 45, 945 (1955).
- [11] И. М. Минков, Опт.-мех. пром. 2, 7 (1975).

- [12] O. P. Kushnir, Ukr. J. Phys. Opt. 10, 82 (2009).
- [13] A. Smakula, Glastech. Ber. 19, 377 (1941).
- [14] K. Schuster, Ann. Phys. 4, 352 (1949).
- [15] L. A. Catalan, J. Opt. Soc. Am. **52**, 437 (1962).
- [16] Дж. Кокс, Г. Хасс, Физика тонких пленок 2, 186 (1967).
- [17] П. С. Кособуцький, О. П. Кушнір, А. Моргулис, Укр. фіз. журн. 53, 857 (2008).
- [18] П. Г. Кард, Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок (Валгус, Таллин, 1971).
- [19] P. Baumeister, Optical Coating Technology (SPIE PRESS, 2004).
- [20] И. В. Гребенщиков, А. Г. Власов, Б. С. Непорент, Н. В. Суйковская, *Просветление оптики* (ОГИЗ, Ленинград, 1946).
- [21] http://barrassociates.com/documents/177.pdf

CONDITIONS FOR THE EXTREMAL REFLECTION OF MULTILAYER STRUCTURES: APPLICATION FOR DESIGNING OF NARROW BANDPASS FILTERS

O. P. Kushnir

Lviv National Agrarian University, Physics Department, 1 V. Velykogo St., Dubljany, Lviv region, 80381, Ukraine

The conditions for zero reflectance of weakly absorbing multilayer structures as well as those for the maximal reflectance of transparent structures with an absorbing substrate have been determined. For the instrumentality of these conditions used for transparent multilayer structures two different methods of the designing of the narrow bandpass filters with one or more bandpasses have been proposed. The obtained methods can also be used for designing filters with ultra-narrow bandpasses. One of these methods provides a more narrow bandpass at the use of the same total number of layers, but in the second method smaller values of shape factors are reached. The possibility of designing filters with an arbitrary position of the narrow bandpass within the rejection band is shown.