МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЇ ГЕТЕРОСТРУКТУРИ InAs/GaAs З КВАНТОВИМИ ТОЧКАМИ InAs ПІД ВПЛИВОМ АКУСТИЧНОЇ ХВИЛІ

Р. М. Пелещак, О. О. Даньків, О. В. Кузик

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, вул. Івана Франка, 24, м. Дрогобич, 82100, e-mail: peleshchak@rambler.ru (Отримано 22 червня 2010 р.; в остаточному вигляді — 2 жовтня 2010 р.)

Побудовано механіко-деформаційну модель наногетеросистеми з квантовими точками, що зазнає впливу акустичної хвилі. Розраховано всебічну деформацію гетероструктури InAs/GaAs з квантовими точками InAs. Запропонований підхід ураховує як напруження, спричинені невідповідністю параметрів ґраток контактуючих матеріалів, так і вплив акустичної хвилі на напружений стан гетеросистеми з квантовими точками.

Ключові слова: квантова точка, акустична хвиля, деформація.

PACS number(s): 43.35.+d, 62.23.Eg

I. ВСТУП

Останніми роками значно зріс дослідницький інтерес до напівпровідникових гетероструктур InAs/GaAs з нульвимірними напруженими нанооб'єктами InAs (квантовими точками (КТ)) [1–3]. Такі нанооб'єкти мають високий квантовий вихід фотолюмінесценції і є перспективним матеріалом для створення лазерів у близькій інфрачервоній області спектра [4]; *p*–*n* структур на напруженій гетеромежі квантова точка — матриця [5]; квантових комп'ютерів [6] та багатомодового лазера. Один із важливих напрямків досліджень — це можливість керувати частотою випромінювання гетеролазерів на основі КТ.

Вагомим фактором, який впливає на спектральні характеристики випромінювання гетероструктур InAs/GaAs із квантовими точками InAs, є пружна деформація матеріалу таких структур. Так, у праці [7] досліджено вплив поля внутрішньої пружної деформації, яка є наслідком як невідповідності параметрів ґраток, так і різних термічних коефіцієнтів між КТ InAs та матричним матеріалом GaAs, на енерґетичний спектр носіїв заряду. Однак зовнішні напруження також можуть впливати на електронну підсистему в напівпровідникових гетероструктурах, зокрема змінювати ширину забороненої зони, енерґетичний спектр носіїв струму і, відповідно, частоту ґенерації випромінювання. Суттєвим також є вплив термічних напружень, які зумовлені коливанням поверхні нанокластерів під дією модульованого світлового потоку, на ґенерацію звуку ансамблем квантових точок [8,9]. У цій статті розраховано компоненти тензора деформації матеріалів квантової точки та матриці, що піддаються впливу акустичної хвилі.

II. МОДЕЛЬ

У поданій задачі розглянуто наногетеросистему InAs/GaAs з напруженими сферичними квантовими точками InAs.

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES

Оскільки постійна ґратки нарощуваного матеріалу InAs ($a_1 = 0.608$ нм) більша, ніж матриці GaAs ($a_2 =$ 0.565 нм), то при гетероепітаксійному нарощуванні в межах псевдоморфного росту InAs на шар GaAs матеріал InAs зазнає деформації стиску, а GaAs — розтягу. Таким чином, сферичну квантову точку радіусом R₀ можна представити пружним дилатаційним мікровключенням у вигляді пружної сфери (рис. 1, суцільна тонка лінія), поміщеної у сферичну порожнину (пунктирна лінія) у матриці GaAs радіусом R_1 , об'єм якої менший за об'єм мікровключення на ΔV . Щоб вкласти таке сферичне мікровключення, необхідно його стиснути й розтягнути оточуючу матрицю GaAs в радіальних напрямках. Результат одночасної дії деформацій контактуючих наноматеріалів (суцільна товста лінія на рис. 1) описується зміною об'єму ΔV через параметр f [10]:

$$\Delta V(R_0, R_1) = f(R_0, R_1) \cdot 4\pi R_0^3.$$
(1)

Параметр f виражає неузгодження сталих ґраток a_1 , a_2 у наноматеріалах InAs та GaAs [7].

Під дією акустичної хвилі в матеріалі наногетеросистеми виникає періодичне деформаційне поле.

Щоб визначити компоненти тензора деформації, необхідно знайти вектори зміщень атомів $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{r},t)$ $\begin{pmatrix} i = \begin{cases} 1 \equiv \text{InAs} \\ 2 \equiv \text{GaAs} \end{cases}$ в матеріалах квантової точки та матриці, які задовольняють рівняння:

$$\rho^{(i)}\frac{\partial^2 u_n^{(i)}}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial \sigma_{nj}^{(i)}}{\partial x_j},\tag{2}$$

де $\rho^{(i)}$, $\sigma^{(i)}_{nj}$ — густина й компоненти тензора напружень матеріалів квантової точки та матриці відповідно.

$$\sigma_{nj}^{(i)} = K^{(i)} \left(\sum_{k} \varepsilon_{kk}^{(i)} \right) \delta_{nj} + 2\mu^{(i)} \left(\varepsilon_{nj}^{(i)} - \delta_{nj} \frac{1}{3} \sum_{k} \varepsilon_{kk}^{(i)} \right), \quad (3)$$

де $K^{(i)}, \mu^{(i)}$ — модулі всебічного стиску і зсуву матеріалу КТ та оточуючої матриці, які виражаються через пружні сталі $C_{11}^{(i)}$ та $C_{12}^{(i)}$ цих матеріалів [11]:

$$K^{(i)} = \frac{C_{11}^{(i)} + 2C_{12}^{(i)}}{3}, \qquad \mu^{(i)} = \frac{C_{11}^{(i)} - C_{12}^{(i)}}{2};$$

 $\varepsilon_{nj}^{(i)}$ — компоненти тензора деформації:



Рис. 1. Модель напруженої сферичної квантової точки.

$$\varepsilon_{nj}^{(i)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_n} \right). \tag{4}$$

Запишемо вектори зміщень $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{r},t)$ у вигляді суми двох доданків $\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{r},t) = \mathbf{u}_l^{(i)}(\mathbf{r},t) + \mathbf{u}_T^{(i)}(\mathbf{r},t)$, які задовольняють умови:

$$\operatorname{rot} \mathbf{u}_l^{(i)}(\mathbf{r}, t) = 0, \qquad \operatorname{div} \mathbf{u}_T^{(i)}(\mathbf{r}, t) = 0.$$

У результаті отримаємо:

$$\Delta \mathbf{u}_{l}^{(i)} = \frac{1}{c_{l}^{(i)2}} \frac{\partial^{2} \mathbf{u}_{l}^{(i)}}{\partial t^{2}}, \qquad \Delta \mathbf{u}_{T}^{(i)} = \frac{1}{c_{T}^{(i)2}} \frac{\partial^{2} \mathbf{u}_{T}^{(i)}}{\partial t^{2}}, \quad (5)$$

де $c_l^{(i)} = \sqrt{\frac{3K^{(i)} + 4\mu^{(i)}}{3\rho^{(i)}}}, c_T^{(i)} = \sqrt{\frac{\mu^{(i)}}{\rho^{(i)}}}$ — поздовжні та поперечні швидкості акустичних коливань у матеріалах квантової точки та матриці. Поперечна акустична хвиля $\left(\mathbf{u}_T^{(i)}\right)$ в (5) не приводить до зміни об'єму [12], оскільки div $\mathbf{u}_T^{(i)}(\mathbf{r},t) = 0$. Поширення поздовжньої хвилі супроводжується об'ємним розширенням та стиском.

Пружні коливання в гетеросистемі з квантовими точками розглядатимемо на фоні статичних напружень, що виникають за рахунок невідповідності параметрів ґраток контактуючих матеріалів. Запишемо зміщення у вигляді:

$$\mathbf{u}_{l}^{(i)}(\mathbf{r},t) = \mathbf{u}_{0}^{(i)}(\mathbf{r}) + \mathbf{u}_{1l}^{(i)}(\mathbf{r},t),$$
(6)

де $\mathbf{u}_{0}^{(i)}(\mathbf{r})$ — статичні зміщення в матеріалі квантової точки та матриці, що задовольняють рівняння рівноваги [12]

$$\nabla \operatorname{div} \mathbf{u}_0^{(i)}(r) = 0 \tag{7}$$

із такими граничними умовами:

$$\begin{cases} 4\pi R_0^2 \left(u_{0r}^{(2)} |_{r=R_0} - u_{0r}^{(1)} |_{r=R_0} \right) = \Delta V, \\ \sigma_{0rr}^{(1)} |_{r=R_0} = \sigma_{0rr}^{(2)} |_{r=R_0} - P_L, \\ \sigma_{0rr}^{(2)} |_{r=R_1} = 0. \end{cases}$$
(8)

Ліва частина першого з рівнянь системи (8) дорівнює геометричній різниці об'ємів ΔV мікровключення та порожнини в матриці GaAs, зображених на рис.1; $P_L = \frac{2\alpha}{R_0}$ — лапласівський тиск, де α — поверхнева енерґія KT (InAs), яка визначається з умови:

$$\int_{0}^{R_1} \rho^{(i)} c_l^{(i)2} \varepsilon^{(i)2}(r) r^2 dr = \alpha \Delta S,$$

де $\Delta S = 2\pi R_0 u^{(1)}(R_0)$ — зміна площі поверхні КТ; $\varepsilon^{(i)}$ — всебічна деформація матеріалів КТ та матриці.

Другий доданок у (6) $\left(\mathbf{u}_{1l}^{(i)}(\mathbf{r},t)\right)$ — це динамічні зміщення в матеріалах квантової точки та матриці, спричинені дією акустичної хвилі.

Оскільки розглядається сферично-симетрична система, тобто вектор зміщення має лише радіальну компоненту u_r , то радіальне напруження матиме вигляд:

$$\sigma_{rr}^{(i)} = \left(K^{(i)} + \frac{4}{3}\mu^{(i)}\right)\frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r} + \left(K^{(i)} - \frac{2}{3}\mu^{(i)}\right)\frac{2u_r^{(i)}}{r}.$$
 (9)

Розв'язок рівняння (7) з урахуванням умов (8) при забезпеченні скінченності зміщення в точці r = 0 у випадку сферичних КТ має вигляд:

$$u_{0r}^{(1)} = C_1 r, \qquad 0 \le r \le R_0, \tag{10}$$

$$u_{0r}^{(2)} = C_2 r + C_3 \frac{1}{r^2}, \qquad R_0 \le r \le R_1, \qquad (11)$$

де сталі інтеґрування C_1 , C_2 , C_3 визначаються з умов (8).

Перейшовши до скалярного потенціалу $\mathbf{u}_{1l}^{(i)} = \nabla \varphi^{(i)}$, рівняння (5) з врахуванням (6) можна записати так:

$$\Delta \varphi^{(i)} = \frac{1}{c_l^{(i)2}} \frac{\partial^2 \varphi^{(i)}}{\partial t^2}.$$
 (12)

Розв'язок рівняння (12) для матеріалів квантової точки та матриці матиме такий вигляд:

$$\varphi^{(1)} = \frac{A_1 \sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c_l^{(1)}} + \alpha_1\right)}{r}, \qquad 0 \le r \le R_0, \quad (13)$$

$$\varphi^{(2)} = \frac{A_2 \sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2\right)}{r}, \qquad R_0 \le r \le R_1,$$
(14)

де константи $A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2$ вибираються так, щоб виконувались умови

$$\begin{cases} \sigma_{1rr}^{(1)}(t)_{|_{r=R_0}} = \sigma_{1rr}^{(2)}(t)_{|_{r=R_0}}; \\ \sigma_{1rr}^{(2)}(t)_{|_{r=R_1}} = -\sigma_{us}\sin\omega t. \end{cases}$$
(15)

Остання гранична умова системи (15) визначає вплив акустичної хвилі на напружений стан наносистеми як дію періодичної вимушуючої сили з частотою ω , де σ_{us} — амплітуда механічної напруги, створеної акустичною хвилею на поверхні матриці.

Отже, враховуючи (9), (13)–(15), а також те, що $u_r^{(i)} = \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial r}$, отримаємо вираз для радіальних складників вектора зміщень у квантовій точці та матриці:

$$u_{r}^{(1)}(r,t) = C_{1}r - A_{1}\left(\frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c_{l}^{(1)}} + \alpha_{1}\right)}{r^{2}} + \frac{\omega\cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c_{l}^{(1)}} + \alpha_{1}\right)}{rc_{l}^{(1)}}\right),\tag{16}$$

$$u_r^{(2)}(r,t) = C_2 r + \frac{C_3}{r^2} - A_2 \left(\frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2\right)}{r^2} + \frac{\omega\cos\left(\omega t - \frac{\omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2\right)}{rc_l^{(2)}} \right),\tag{17}$$

$$\begin{aligned} &\text{de } A_1 = -\frac{R_1}{\rho^{(1)}} \frac{\sigma_{us}}{\sqrt{(\omega_{01}^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma_1^2 \omega^2}}, \qquad \alpha_1 = \frac{\omega R_0}{c_l^{(1)}} - \frac{\omega R_0}{c_l^{(2)}} + \frac{\omega R_1}{c_l^{(2)}} + \arctan \frac{2\gamma_1 \omega}{\omega^2 - \omega_{01}^2}, \\ &A_2 = -\frac{R_1}{\rho^{(2)}} \frac{\sigma_{us}}{\sqrt{(\omega_{02}^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma_2^2 \omega^2}}, \qquad \alpha_2 = \frac{\omega R_1}{c_l^{(2)}} + \operatorname{arctg} \frac{2\gamma_2 \omega}{\omega^2 - \omega_{02}^2}, \\ &\omega_{01} = \frac{2c_T^{(1)}}{R_0}, \qquad \omega_{02} = \frac{2c_T^{(2)}}{R_1}, \qquad \gamma_1 = \frac{2c_T^{(1)2}}{R_0 c_l^{(1)}}, \qquad \gamma_2 = \frac{2c_T^{(2)2}}{R_1 c_l^{(2)}}. \end{aligned}$$

III. ЧИСЛОВИЙ РОЗРАХУНОК УСЕБІЧНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ГЕТЕРОСТРУКТУРИ InAs/GaAs ІЗ КВАНТОВИМИ ТОЧКАМИ InAs

З отриманих виразів (16) та (17) можна визначити компоненти тензора деформації й усебічну деформацію матеріалів квантової точки та матриці:

$$\varepsilon_{rr}^{(i)} = \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial r^{(i)}}, \qquad \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} = \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)} = \frac{u_r^{(i)}}{r^{(i)}}, \qquad \operatorname{Sp} \varepsilon^{(i)} = \varepsilon_{rr}^{(i)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{(i)}. \tag{18}$$

Підставивши (16) та (17) у (18), одержимо вираз для просторового розподілу всебічної деформації в системі матриця — квантова точка з урахуванням впливу акустичної хвилі:

$$\operatorname{Sp} \varepsilon^{(1)}(r,t) = 3\eta K^{(2)} \left(R_0^3 - R_1^3 \right) - A_1 \left(\frac{\omega}{c_l^{(1)}} \right)^2 \frac{\sin \left(\omega t - \frac{\omega r}{c_l^{(1)}} + \alpha_1 \right)}{r},$$
(19)

$$\operatorname{Sp} \varepsilon^{(2)}(r,t) = 3\eta K^{(1)} R_0^3 - A_2 \left(\frac{\omega}{c_l^{(2)}}\right)^2 \frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega r}{c_l^{(2)}} + \alpha_2\right)}{r}.$$
(20)

Числові розрахунки всебічної деформації проводили для наногетеросистеми InAs/GaAs з напруженими сферичними KT InAs, параметри якої такі [11,13,14]: $R_1 = 50$ нм; $C_{11}^{(1)} = 0.833$ Мбар; $C_{12}^{(1)} = 0.453$ Мбар; $C_{11}^{(2)} = 1.223$ Мбар; $C_{12}^{(2)} = 0.571$ Мбар; $\rho^{(1)} = 5680$ кг/м³; $\rho^{(2)} = 5320$ кг/м³; $\sigma_{us} = 10$ бар.

На рис. 2 показано просторовий розподіл динамічного складника $\varepsilon_1(r)$ всебічної деформації матеріалів KT та матриці в різні моменти часу при частоті акустичної хвилі 150 ГГц. Отриманий результат можна використати для розрахунку спектральних характеристик випромінювання гетеролазера на основі KT [15], що зазнають впливу акустичних хвиль.



Рис. 2. Просторовий розподіл динамічного складника всебічної деформації $\varepsilon_1(r)$ у матеріалах КТ та матриці в різні моменти часу: $\omega t = 0$ (суцільна лінія), $\omega t = \frac{\pi}{2}$ (штрихова лінія), $\omega t = \pi$ (пунктирна лінія), $\omega t = \frac{3\pi}{2}$ (штрих-пунктирна лінія)

За проведеними числовими розрахунками побудовано залежність амплітуди змінної деформації $\varepsilon_{\max}^{(i)} = -A_i \left(\frac{\omega}{c_i^2}\right)^2 \frac{1}{R_0}$ в околі межі КТ — матриця в матеріалах КТ (рис. 3) та матриці (рис. 4) від частоти акустичної хвилі при різних розмірах КТ. Як бачимо, така залежність має немонотонний характер. Положення максимумів амплітуди деформації у квантовій точці суттєво залежить від її розміру. Зі збільшенням радіуса квантової точки спостерігаємо їх зміщення в бік менших частот (рис. 3), що зумовлено зменшенням частоти власних коливань [12] атомів квантової точки приводить до монотонного зменшення всебічної деформації. Це пояснюється тим, що квантові точки менших розмірів є чутливішими до впливу зовнішньої механічної напруги.



Рис. 3. Залежність амплітуди деформації матеріалу КТ (InAs) в точці $r = R_0$ від частоти акустичної хвилі для різних розмірів КТ: $1 - R_0 = 3$ нм; $2 - R_0 = 6$ нм; $3 - R_0 = 10$ нм



Рис. 4. Залежність амплітуди деформації матеріалу КТ (GaAs) в точці $r = R_0$ від частоти акустичної хвилі для різних розмірів КТ: $1 - R_0 = 3$ нм; $2 - R_0 = 6$ нм; $3 - R_0 = 10$ нм

IV. ВИСНОВКИ

1. Побудовано механіко-деформаційну модель наногетеросистеми з квантовими точками, що зазнає впливу акустичної хвилі. Розраховано всебічну деформацію гетероструктури InAs/GaAs з квантовими точками InAs.

2. Досліджено залежність деформації матеріалів КТ та матриці від частоти акустичної хвилі при різних розмірах КТ. Показано, що така залежність має немонотонний характер.

Автори висловлюють подяку чл.-кор. НАН України, професорові І. В. Стасюкові за слушні зауваження та обговорення результатів. роботи

- H. H. Леденцов, В. М. Устинов, В. А. Щукин, П. С. Копьев, Ж. И. Алфёров, Д. Бимберг, Физ. техн. полупр. **32**, 385 (1998).
- [2] M. Tkach, V. Holovatsky, O. Voitsekhivska, M. Mykhalyova, R. Fartushynsky, Phys. Status Solidi B 225, 331 (2001).

- [3] Г. Г. Зегря, О. В. Константинов, А. В. Матвеенцев, Физ. техн. полупр. 37, 334 (2003).
- [4] M.-H. Mao, F. Heinrichsdorff, A. Krost, D. Bimberg, Electron. Lett. 33, 1641 (1997).
- [5] R. M. Peleshchak, I. Ya. Bachynsky, Condens. Matter Phys. **12**, 215 (2009).
- [6] M. Korkusinski, P. Hawrylak, Phys. Rev. B 63, 195311 (2001).
- [7] О. О. Данькив, Р. М. Пелещак, Письма в журн. техн. физ. **31**, 33 (2005).
- [8] І. В. Блонський, Є. А. Єлисєєв, П. М. Томчук, Укр. фіз. журн. 45, 1110 (2000).
- [9] И. В. Блонский, М. С. Бродин, Ю. П. Пирятинский, Г. М. Тельбиз, В. А. Тхорик, П. И. Томчук, А. Г. Филин, Журн. техн. физ. **107**, 1685 (1995).
- [10] К. Теодосиу, Упругие модели дефектов в кристаллах (Мир, Москва, 1985).
- [11] Ch. G. Van de Walle, Phys. Rev. B **39**, 1871 (1989).
- [12] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория упругости* (Наука, Москва, 1965).
- [13] A. Qteish, R. J. Needs, Phys. Rev. B 45, 1317 (1992).
- [14] N. Moll, M. Scheffler, E. Pehlke, Phys. Rev. B 58, 4566 (1998).
- [15] Л. А. Кулакова, Физ. тверд. тела 47, 2228 (2005).

THE MODELLING OF DEFORMATION OF THE InAs/GaAs HETEROSTRUCTURE WITH InAs QUANTUM DOTS UNDER THE INFLUENCE OF AN ACOUSTIC WAVE

R. M. Peleshchak, O. O. Dan'kiv, O. V. Kuzyk
Ivan Franco Drohobych State Pedagogical University,
24 Ivan Franco St., Drohobych, Lviv Region, 82100,
e-mail: peleshchak@rambler.ru

The mechanic-deformation model of a nanoheterosystem with quantum dots which is under the influence of an acoustic wave is constructed. The uniform deformation of the InAs/GaAs heterostructure with InAs quantum dots is calculated. The offered approach takes into account as a strain caused by a misfit of parameters of lattices of contacting materials as well as the influence of an acoustic wave on the intense state of a heterosystem with quantum dots.