# ДОСЛІДЖЕННЯ СПІН-3/2 МОДЕЛІ БЛЮМА–КАПЕЛЯ У ПОПЕРЕЧНОМУ ПОЛІ

О. Р. Баран, Р. Р. Левицький

Інститут фізики конденсованих систем Національної академії наук України, вул. Свенціцького, 1, 79011, Львів

(Отримано 14 червня 2012 р.; в остаточному вигляді — 10 вересня 2012 р.)

У межах наближення молекулярного поля вивчено вплив поперечного поля на термодинамічні характеристики спін-3/2 моделі Блюма–Капеля на прямокутній ґратці, у якій в одному напрямку короткосяжні білінійні взаємодії є антиферомагнітними, а в перпендикулярному феромагнітними. При різних значеннях однойонної анізотропії та поперечного поля розраховано температурні залежності намагніченостей підґраток.

Ключові слова: спін-3/2, модель Блюма-Капеля, поперечне поле.

PACS number(s): 75.10.-b, 75.50.Ee

#### І. ВСТУП

У теорії конденсованих систем велику увагу приділяють дослідженню ізінґівських моделей, у гамільтоніанах яких наявні тензорні члени як обмінної (наприклад, біквадратна взаємодія), так і необмінної (наприклад, однойонна анізотропія) природи. Передусім це пов'язано з можливістю моделювати на основі цих моделей широкий клас реальних об'єктів [1–5]. Так, спін-3/2 модель Блюма–Емері–Ґріфітса було запропоновано для якісного опису фазового переходу в  $DyVO_4$  [3], а також її можна використати для опису трикритичної поведінки трикомпонентних рідких сумішей [4]. Спін-3/2 модель Блюма–Капеля, яка є частковим випадком спін-3/2 моделі Блюма-Емері-Гріфітса, можна застосувати для дослідження магнетика  $\text{KEr}(\text{MoO}_4)_2$  [5,6]. Окрім того, ізінґівські моделі із тензорними членами в гамільтоніанах викликають і суто теоретичне зацікавлення у зв'язку з багатими фазовими діаграмами [7-19].

Спін-3/2 ізінґівські моделі досліджували із застосуванням різних методів: наближення молекулярного поля (НМП) [3,4,14,18–20]; наближення двочастинкового кластера та наближення Бете (точний результат для ґраток Бете) [16,17,21], які передбачають однаковий результат; теорії ефективного поля [22,23]; методу ренорм-груп [24]; симуляцій Монте–Карло [15, 20, 25]; методу трансфер-матриць [15].

Слід окремо згадати також про дослідження спін-3/2 ізінґівських моделей при наявності поперечного поля. У роботі [26] у двох наближеннях, НМП та наближенні ефективного поля, для спін-3/2 моделі Блюма–Капеля в поперечному полі розраховано залежності намагніченості при нульовій температурі як від поперечного поля, так і від однойонної анізотропії та побудовано фазові діаграми основного стану. В роботах ж [27,28] було реалізовано наближення ефективного поля з кореляціями для, відповідно, спін-3/2 моделі Блюма–Капеля в поперечному полі та для спін-3/2 моделі ізінґа у випадковому поздовжньому полі при наявності поперечного поля.

У всіх відомих нам роботах, присвячених дослі-

дженню спін-3/2 ізінґівських моделей, розглядали ґратки, у яких усі білінійні короткосяжні взаємодії є або феромагнітними, або антиферомагнітними. У цій праці ми продовжимо (див. [29]) дослідження в НМП впливу поперечного поля на термодинамічні характеристики спін-3/2 моделі Блюма–Капеля

$$H = -\sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{L} \left[ \Gamma^{z} S_{i,j}^{z} + \Gamma^{x} S_{i,j}^{x} + D(S_{i,j}^{z})^{2} \right]$$
(1.1)  
$$-\sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{L} \left[ K^{F} S_{i,j}^{z} S_{i+1,j}^{z} + K^{AF} S_{i,j}^{z} S_{i,j+1}^{z} \right]$$

на прямокутній ґратці з феромагнітними білінійними короткосяжними взаємодіями ( $K^{\rm F} > 0$ ) в одному напрямку та антиферомагнітними ( $K^{\rm AF} < 0$ ) — у перпендикулярному (як це є в магнетика  $\operatorname{KEr}(\operatorname{MoO}_4)_2$ ).  $\Gamma^z$  та  $\Gamma^x$  — поздовжнє та поперечне магнітні поля, D — однойонна анізотропія.

#### II. НАБЛИЖЕННЯ МОЛЕКУЛЯРНОГО ПОЛЯ

Вираз для вільної енергії спін-3/2 моделі Блюма– Капеля (1.1) в наближенні молекулярного поля отримуємо на основі одночастинкових гамільтоніанів

$$H_{i_{\alpha}} = -\varkappa_{\alpha} S_{i_{\alpha}}^z - \Gamma^x S_{i_{\alpha}}^x - D(S_{i_{\alpha}}^z)^2, \qquad (2.1)$$

$$\varkappa_{\alpha} = \Gamma^{z} + 2K^{\mathrm{F}}m_{\alpha} + 2K^{\mathrm{AF}}m_{\beta}, \qquad (2.2)$$
$$m_{\pi} = \langle S^{z}_{\alpha} \rangle \qquad (\alpha \ \beta = A \ B)$$

(де 
$$A$$
 та  $B$  позначають дві підґратки) стандартно [26.29–32]:

$$F = -\frac{N}{2}k_B T \ln Z_{1_A} - \frac{N}{2}k_B T \ln Z_{1_B}$$

$$(2.3)$$

$$+\frac{N}{2}K^{r}(m_{A}^{2}+m_{B}^{2})+NK^{Ar}m_{A}m_{B},$$

$$Z_{1_{\alpha}}=\operatorname{Spe}^{-H_{1_{\alpha}}/(k_{B}T)}.$$
(2.4)

Тут  $N = L^2$  — повна кількість спінів.

Одночастинковий гамільтоніан (2.1) діє на базисі чотирьох функцій стану однієї частинки.

У представленні (2.5) одночастинковий гамільтоніан має вигляд:

$$\langle i|H_{1_{\alpha}}|j\rangle = (2.6)$$

$$- \begin{pmatrix} -\frac{3}{2}\varkappa_{\alpha} - \frac{9}{4}D & -\frac{\sqrt{3}}{2}\Gamma^{x} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\Gamma^{x} & -\frac{1}{2}\varkappa_{\alpha} - \frac{1}{4}D & -\Gamma^{x} & 0 \\ 0 & -\Gamma^{x} & \frac{1}{2}\varkappa_{\alpha} - \frac{1}{4}D & -\frac{\sqrt{3}}{2}\Gamma^{x} \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}\Gamma^{x} & \frac{3}{2}\varkappa_{\alpha} - \frac{9}{4}D \end{pmatrix}.$$

На основі (2.4) та (2.6) отримаємо для  $Z_{1_A}$  та  $Z_{1_B}$ 

$$Z_{1_{\alpha}} = \sum_{\nu=1}^{4} e^{-(E_{\alpha})_{\nu}/(k_{\rm B}T)} , \qquad (2.7)$$

де власні значення  $(E_{\alpha})_{\nu}$  матриці (2.6) є коренями рівнянь четвертого порядку

$$E_{\alpha}^{4} + 5DE_{\alpha}^{3} + a_{\alpha}E_{\alpha}^{2} + b_{\alpha}E_{\alpha} + c_{\alpha} = 0.$$
 (2.8)

Тут використано позначення:

$$a_{\alpha} = \frac{59}{8}D^{2} - \frac{5}{2}\varkappa_{\alpha}^{2} - \frac{5}{2}(\Gamma^{x})^{2}, \qquad (2.9)$$

$$b_{\alpha} = D[\frac{45}{16}D^{2} - \frac{9}{4}\varkappa_{\alpha}^{2} - \frac{33}{4}(\Gamma^{x})^{2}], \qquad (2.9)$$

$$c_{\alpha} = \frac{81}{256}D^{4} - \frac{45}{32}D^{2}\varkappa_{\alpha}^{2} + \frac{9}{8}(\Gamma^{x})^{2}\varkappa_{\alpha}^{2} - \frac{189}{32}D^{2}(\Gamma^{x})^{2} + \frac{9}{16}\varkappa_{\alpha}^{4} + \frac{9}{16}(\Gamma^{x})^{4}.$$

Як відомо, в НМП намагніченості  $m_{\alpha}$  можна отримати з умов екстремуму вільної енергії по них [6,30–33]. Ці умови ( $\partial F/\partial m_{\alpha} = 0$ ) дають таку систему рівнянь для  $m_A$  та  $m_B$  [29]:

$$\frac{\varkappa_A}{Z_{1_A}} \sum_{\nu=1}^4 e^{-(E_A)_{\nu}/(k_{\rm B}T)} (R_A)_{\nu} + 2m_A = 0, \qquad (2.10)$$
$$\frac{\varkappa_B}{Z_{1_B}} \sum_{\nu=1}^4 e^{-(E_B)_{\nu}/(k_{\rm B}T)} (R_B)_{\nu} + 2m_B = 0,$$

де

$$(R_{\alpha})_{\nu} = (2.11)$$
  
=  $\frac{10(E_{\alpha})_{\nu}^{2} + 9D(E_{\alpha})_{\nu} + \frac{45}{8}D^{2} - \frac{9}{2}(\Gamma^{x})^{2} - \frac{9}{2}\varkappa_{\alpha}^{2}}{4(E_{\alpha})_{\nu}^{3} + 15D(E_{\alpha})_{\nu}^{2} + 2a_{\alpha}(E_{\alpha})_{\nu} + b_{\alpha}}.$ 

#### **III. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВИХ РОЗРАХУНКІВ**

У цьому розділі зупинимося на результатах числових розрахунків для термодинамічних характеристик спін-3/2 моделі Блюма–Капеля (1.1) у випадку  $\Gamma^z = 0$  в наближенні молекулярного поля.

Уведемо величину x, яка характеризує співвідношення між взаємодіями  $K^{\rm AF}$  та  $K^{\rm F}$ :

$$K^{\rm F} = K(1+x), \qquad (3.1)$$
  

$$K^{\rm AF} = K(-1+x), \qquad x \in ]-1, 1[.$$

У праці [29] було показано, що розв'язки системи рівнянь (2.10), які відповідають екстремумам вільної енергії (2.3) по  $m_A$  та  $m_B$ , у загальному випадку залежать від величини x. Проте розв'язки, які відповідають абсолютному мінімуму вільної енергії (намагніченості підґраток) у випадку нульового поздовжнього магнітного поля, не залежать від величини x. Тобто в НМП результат для термодинамічних характеристик моделі (1.1) при  $\Gamma^z = 0$  не залежить від x (див. [29]).

У цьому розділі будемо використовувати позначення для відносних величин (див. також (3.1)):

$$t = k_{\rm B}T/K, \qquad d = D/K, \qquad h^x = \Gamma^x/K;$$

і подібно, як у роботах [14,15,17–20,22,24,25], розрізнятимемо фази:

• антиферомагнітну АF<sub>3/2</sub> фазу;

• антиферомагнітну  $AF_{1/2}$  фазу;

• парамагнітну фазу (Р).

Тут критерій для ідентифікації фаз  $AF_{3/2}$  та  $AF_{1/2}$ не такий чіткий, як за відсутності поперечного поля, оскільки збільшення  $h^x$  приводить (і при t = 0 також) до зменшення намагніченостей підґраток. Тобто при  $h^x > 0$  в основному стані  $m_A$  та  $m_B$  не виходять на "насичені" значення  $m_A = -m_B = 3/2$  або  $m_A = -m_B = 1/2$ , як це є при  $h^x = 0$ . А при  $h^x = 0$ індекси в назві фази відповідають абсолютним значенням намагніченостей підґраток в основному стані.

Треба сказати, що така класифікація впорядкованих фаз, окрім того, що є аж ніяк недосконалою при  $h^x \neq 0$ , то ще й має сенс в основному лише при дослідженні температурних залежностей намагніченостей підґраток. Щобільше, маючи температурні залежності  $m_A$  та  $m_B$ , ми не завжди можемо визначити, у якій із антиферомагнітних фаз (фазі AF<sub>3/2</sub> чи фазі AF<sub>1/2</sub>) знаходиться система. Тоді називатимемо таку фазу просто AF, без ніяких індексів.

Ми можемо однозначно назвати антиферомагнітну фазу фазою  $\rm AF_{3/2}$ або фазою  $\rm AF_{1/2}$ у таких випадках:

(i) в основному стані при  $h^x = 0$ ;

(іі) у деяких випадках в основному стані при  $h^x \neq 0$  і лише тоді, коли ми маємо відповідні фазові діаграми та температурні залежності намагніченостей підґраток у достатньо широкому температурному інтервалі; (ііі) в околі фазового переходу  $AF_{3/2} \leftrightarrow AF_{1/2}$ ; (іv) у деяких випадках при t > 0 поза околом фазово-

(17) у деяких випадках при t > 0 поза околом фазового переходу  $AF_{3/2} \leftrightarrow AF_{1/2}$  і лише тоді, коли ми маємо відповідні фазові діаграми, а також залежності  $m_A(t)$ та  $m_B(t)$  в достатньо широкому інтервалі температур.

Зауважимо, що в НМП у випадку  $\Gamma^z = 0$  фазові переходи (ФП) між різними антиферомагнітними фазами можуть бути лише першого роду, а переходи з антиферомагнітних фаз у парамагнітну — лише другого роду.



Рис. 1. Температурні залежності намагніченостей підґраток при d = -1 та різних значеннях поперечного поля.



Рис. 2. Те ж саме, що на рис. 1, але d = -1.5.



Рис. 3. Те ж саме, що на рис. 1, але d = -1.6.

Результати дослідження впливу поздовжнього поля на термодинамічні характеристики моделі (1.1) легше описати, якщо ми спочатку нагадаємо результат, отриманий в НМП для нульового поперечного поля [20,34]. Фазова діаграма в площині (d, t) містить [29] критичну точку (СР) всередині АF-фази (при  $d = d_{\rm CP} \approx -1.95$ ) та точку границі фаз в основному стані (0Р) всередині AF-фази (при  $d = d_{0\rm P} = -2.0$ ). Із підвищенням температури при  $d < d_{0\rm P}$  в системі відбувається фазовий перехід AF<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  P. При  $d \in [d_{0\rm P}, d_{\rm CP}]$ — два температурні ФП: AF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  AF<sub>1/2</sub> та AF  $\rightarrow$  P, а при  $d > d_{\rm CP}$  — один перехід AF  $\rightarrow$  P (і лише при d, суттєво більшому від  $d_{\rm CP}$ , ми можемо означити цей ФП як перехід AF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  P).

У роботі [29] представлені фазові діаграми на  $(h^x, t)$ площині при різних значеннях параметра однойонної анізотропії, з яких можна бачити основний аспект зміни топологій цих фазових діаграм зі зміною d. У цій же статті ми наведемо відповідні до показаних у [29] фазових діаграм (при заданих d) температурні залежності намагніченостей підґраток при різних значеннях  $h^x$ , які допоможуть зрозуміти  $(h^x, t)$  фазові діаграми [29] повною мірою.

При d, суттєво більшому від  $d_{\rm CP}$  (див. [29]), топологія  $(h^x,t)$  фазових діаграм є такою ж, як діаграми, представленої в роботі [29] при d = -1. При  $|h^x| < h_{0P}^x$  ( $h^x = h_{0P}^x$  є координатою точки границі фаз в основному стані) у системі відбувається з підвищенням температури ФП АF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  Р (див. рис. 1). При  $|h^x| > h_{0P}^x$  НМП не передбачає температурних ФП.

При значеннях однойонної анізотропії, близьких до  $d_{\rm CP}$  та  $d_{0\rm P}$  (див. [29]), можливими є дев'ять різних топологій фазових діаграм у площині ( $h^x, t$ ).

Фазова діаграма при d = -1.5 має топологію подвійний вхід-вихід (див. [29], а також рис. 2). Так, при  $h^x \in [2.269, 2.281]$  у системі наявний каскад температурних ФП типу подвійний вхід-вихід  $AF_{3/2} \rightarrow P \rightarrow AF_{3/2} \rightarrow P$ . При  $h^x < 2.269$  та  $h^x \in [2.281, h_{0P}^x]$  НМП передбачає один ФП  $AF_{3/2} \rightarrow P$ , а при  $h^x > h_{0P}^x -$ жодного.

При d = -1.6 фазова діаграма на площині  $(h^x, t)$ має топологію подвійний вхід-вихід із критичною точкою всередині АF-фази (див. [29]), а те, як міняються  $m_A(t)$  та  $m_B(t)$  зі зміною поперечного поля, показано на рис. З. При  $|h^x| < h_{0P_1}^x$  у системі відбувається ФП АF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  Р, при  $|h^x| \in [h_{0P_1}^x, h_{CP}^x]$  ( $h^x = h_{CP}^x$ є координатою СР) – два ФП АF<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  АF<sub>3/2</sub> та АF  $\rightarrow$  Р, при  $|h^x| \in ]h_{CP}^x$ , 1.971] — один ФП АF  $\rightarrow$  Р, при  $|h^x| \in ]1.971, 1.975]$  — каскад переходів подвійний вхід-вихід АF  $\rightarrow$  Р  $\rightarrow$  АF  $\rightarrow$  Р, при  $|h^x| \in ]1.975, h_{0P_2}^x]$ — один ФП АF<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  Р, а при  $|h^x| > h_{0P_2}^x$  — жодного. Слід зауважити, що у цьому випадку лише при суттєво менших та суттєво більших значеннях  $|h^x|$  від  $h_{CP}^x$ ми можемо ідентифікувати АF  $\rightarrow$  Р ФП як, відповідно, AF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  Р та AF<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  Р.

Якщоd=-1.7,то фазова діаграма містить CP усередині AF-фази (див. [29]). НМП передбачає температурний ФП AF  $\rightarrow$  P при $|h^x| < h^x_{0P_1}$ , два переходи AF $_{1/2} \rightarrow$  AF $_{3/2}$ та AF  $\rightarrow$  P при $|h^x| \in [h^x_{0P_1}, h^x_{CP}]$ , один ФП AF  $\rightarrow$  P при $|h^x| \in ]h^x_{CP}, h^x_{0P_2}]$ і жодного ФП при

 $|h^x| > h_{0P_2}^x$ . У цьому випадку, як і у попередньому, лише при суттєво менших та суттєво більших значеннях  $|h^x|$  від  $h_{CP}^x$  ми можемо ідентифікувати AF  $\rightarrow$  Р ФП як, відповідно, AF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  P та AF<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  P.



Рис. 4. Те ж саме, що на рис. 1, але d = -1.835. Криві, які перекриваються, рознесені на частини рисунка (а) та (б).

Як поводяться температурні залежності намагніченостей підґраток у випадку d = -1.7 при різних значеннях поперечного поля, можна частково зрозуміти з результатів, наведених вище для d = -1.6, а частково — із тих, які будуть описані нижче (для d = -1.835). Зокрема, поведінки  $m_A(t)$  та  $m_B(t)$  для d = -1.6 (рис. 3) при  $|h^x| = 0.0, 1.6, 1.698, 1.714, 1.9$ та 2.0 є характерними і для d = -1.7 випадку.

Для d = -1.826 та d = -1.835 фазові діаграми в площині  $(h^x, t)$  мають топологію подвійний вхід-вихід із критичною точкою всередині АF-фази (див. [29] та рис. 4). Проте зміни температурних залежностей намагніченостей підґраток зі зміною  $h^x$  є різними для цих двох випадків. Для d = -1.826 та d = -1.835 при  $|h^x| < h_{0P_1}^x$  та  $|h^x| < 0.916$ , відповідно, в системі відбувається температурний ФП АF  $\rightarrow$  Р. Слід зауважити, що при досить малих значеннях  $|h^x|$  ми можемо ідентифікувати його як AF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  Р ФП. При  $|h^x| \in$  $[h_{0P_1}^x, 0.951]$  у випадку d = -1.826 у системі відбуваю-

ться два фазові переходи  $AF_{1/2} \rightarrow AF_{3/2}$  та  $AF \rightarrow P$ . При  $|h^x| \in [0.916, h_{0P_1}^x]$  у випадку d = -1.835 система демонструє поведінку вхід-вихід (каскад переходів  $AF_{3/2} \rightarrow AF_{1/2} \rightarrow AF_{3/2}$ ) при низьких температурах і зазнає фазового переходу AF — P при високих температурах. У обох випадках d = -1.826 та d = -1.835при  $|h^x| \in ]0.951, 0.9513]$  та при  $|h^x| \in ]h^x_{0P_1}, 0.9195]$ , відповідно, система демонструє в низькотемпературній області поведінку подвійний вхід-вихід —  $\rm AF_{1/2} \to AF_{3/2} \to AF_{1/2} \to AF_{3/2}$ і зазнає AF — P фазового переходу у високотемпературній області. При  $|h^{x}| \in [0.9513, h_{CP}^{x}]$  у випадку d = -1.826, так само, як і при $|h^x| \in ]0.9195, h^x_{CP}]$ у випадку d = -1.835,система зазнає двох ФП  $\rm AF_{1/2}\to AF_{3/2}$ та AF $\to$  Р. При  $|h^x|\in]h^x_{CP},h^x_{0P_2}]$ у випадках d=-1.826та d=-1.835мають місце лише по одному  $\Phi\Pi AF \rightarrow P$ . При достатньо великих значеннях  $|h^x|$  ми можемо ідентифікувати цей <br/>  $\Phi\Pi$ як  $\mathrm{AF}_{1/2} \to \mathrm{P.}$ В обох випадках <br/> (d=-1.826та  $d\,=\,-1.835)$  при  $|h^x|\,>\,h^x_{0P_2}$ система перебуває в парамагнітній фазі при будь-яких температурах.



Рис. 5. Те ж саме, що на рис. 1, але d = -1.845. Криві, які перекриваються, рознесені на частини рисунка (а) та (б).

Зауважимо, що ми не подаємо температурних залежностей намагніченостей підґраток для d = -1.826, оскільки з наведених результатів для d =

-1.835 (рис. 4) та d = -1.6 (рис. 3) зрозуміло, як поводяться  $m_A(t)$  та  $m_B(t)$  зі зміною поперечного поля в цьому d = -1.826 випадку.

На рис. 4 слід звернути увагу на  $m_A(t)$  при  $|h^x| =$ 1.11. Ця температурна залежність показує, як відбувається перехід від немонотонної функції  $m_A(t)$  з одним максимумом (випадок d = -1.835, a  $|h^x| = 1.0$ ) до монотонно спадної функції  $m_A(t)$  (випадки d =-1.835, а  $|h^x| = 1.12$ , 1.15 та 1.6) при значеннях d, незначно менших від d = -1.65 (при  $d \in [-1.65, -1.26]$ , фазові діаграми в площині (h<sup>x</sup>, t) мають топології вхід-вихід або подвійний вхід-вихід між упорядкованими та невпорядкованими фазами). Температурна залежність  $m_A$  при d = -1.835 та  $|h^x| = 1.11$  є немонотонною функцією і має два максимуми, причому другий максимум (при  $t \approx 1.18$ ) є нижчим, аніж перший (при t = 0.0). Окрім того,  $m_A(t)$  у випадку d = -1.835, а  $|h^x| = 1.12$  у впорядкованій фазі (на відміну від відповідних залежностей у випадках d = -1.835, а  $|h^x| = 1.15$  та 1.6) двічі змінює свою випуклість. Треба ще сказати, що описані тут особливості  $m_A(t)$  у випадках d = -1.835, а  $|h^x| = 1.11$  та 1.12 є дещо більш вираженими при значеннях однойонної анізотропії, ближчих до d = -1.65.

При d = -1.845 (див. [29] та рис. 5) фазові діаграми мають топологію з двома областями вхід-вихід та з СР всередині впорядкованої фази. У цьому випадку НМП передбачає температурний  $\Phi\Pi \ AF \rightarrow P$ при  $|h^x| < 0.875$ , каскад переходів типу вхід-вихід  ${
m AF}_{3/2} 
ightarrow {
m AF}_{1/2} 
ightarrow {
m AF}_{3/2}$  та  $\Phi\Pi$  AF ightarrow Р при  $|h^x| \in$  $[0.875, h_{CP}^{x}]$ , два переходи  ${
m AF}_{3/2} 
ightarrow {
m AF}_{1/2}$  та  ${
m AF} 
ightarrow$ Р при  $|h^{x}| \in [h_{CP}^{x}, h_{0P_{1}}^{x}]$ , каскад переходів вхід-вихід  $AF_{1/2} \rightarrow AF_{3/2} \rightarrow AF_{1/2}$  та перехід  $AF \rightarrow P$  при  $|h^x| \in$  $]h_{0P_1}^{x'}, 0.884],$  один ФП AF — Р при  $|h^x| \in ]0.884, h_{0P_2}^{x}]$ і жодного  $\Phi\Pi$  при  $|h^x| > h^x_{0P_2}$ . Тут, як і у розглянутих вище випадках, лише при достатньо малих абсолютних значеннях поперечного поля  $(|h^x| \ll h_{CP}^x)$  та достатньо великих його значеннях  $(|h^x| \gg h_{CP}^x)$  ми можемо ідентифікувати фазові переходи з упорядкованої фази в невпорядковану як переходи  $\mathrm{AF}_{3/2} \to \mathrm{P}$ та  $AF_{1/2} \rightarrow P$  відповідно.

Фазова діаграма на площині  $(h^x, t)$  для d = -1.9(див. [29]) має топологію з областю вхід-вихід та з критичною точкою всередині АF-фази. Система терпить температурний ФП АF  $\rightarrow$  Р при  $|h^x| < h_{CP}^x$ , два переходи AF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  AF<sub>1/2</sub> та AF  $\rightarrow$  Р при  $|h^x| \in [h_{CP}^x, h_{0P_1}^x]$ , каскад переходів вхід-вихід AF<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  AF<sub>3/2</sub>  $\rightarrow$  AF<sub>1/2</sub> та перехід AF  $\rightarrow$  Р при  $|h^x| \in ]h_{0P_1}^x, 0.68136]$ , один ФП AF  $\rightarrow$  Р при  $|h^x| \in$ ]0.68136,  $h_{0P_2}^{x}$ ] та жодного ФП при  $|h^x| > h_{0P_2}^x$ .

Залежності  $m_A(t)$  та  $m_B(t)$  у цьому d = -1.9 випадку є якісно такими ж, як наведені відповідні залежності для d = -1.845 при  $|h^x| = 0.0, 0.8, 0.88, 0.8837,$ 1.0, 1.2, 1.6 (Рис. 5).

Для d=-1.945 (див. [29] та рис. 6) фазова діаграма на площині  $(h^x,t)$  має топологію з СР всередині АF-фази, а для d=-1.96 (див. [29]) — без критичної точки. Для d=-1.945 при  $|h^x| < h^x_{CP}$ система терпить ФП АF — Р. При  $|h^x| \in [h^x_{CP}, h^x_{0P_1}]$  та  $|h^x| \leq h^x_{0P_1}$ для d=-1.945 та d=-1.96, відповідно, система за

знає двох переходів  $AF_{3/2} \rightarrow AF_{1/2}$  та  $AF \rightarrow P$ . При  $|h^x| \in ]h_{0P_1}^x, h_{0P_2}^x]$  для d = -1.945 та d = -1.96 відбувається один ФП  $AF \rightarrow P$ . При  $|h^x| > h_{0P_2}^x$  для обох випадків температурні фазові переходи відсутні.



Рис. 6. Те ж саме, що на рис. 1, але d = -1.945.



Рис. 7. Те ж саме, що на рис. 1, але d = -3.0.

Зміна температурних залежностей  $m_A$  та  $m_B$  зі зміною поперечного поля для d = -1.96 є якісно такою ж, як зміна приведених на рис. 6 намагніченостей підграток (зі зміною  $|h^x|$ ) для d = -1.945, за виключенням намагніченостей при  $h^x = 0$ . При d = -1.96 та  $h^x = 0$  залежності  $m_A(t)$  та  $m_B(t)$  є якісно такими ж, як відповідні залежності при d = -1.945 та  $|h^x| = 0.4$ .

Для значень однойонної анізотропії, суттєво менпих від  $d_{\rm CP}$  (див. [29]), топологія  $(h^x, t)$  фазових діаграм в НМП є такою ж, як діаграми представленої в роботі [29] для d = -3. При  $|h^x| < h_{0P}^x$  система терпить температурний ФП АF<sub>1/2</sub>  $\rightarrow$  Р (див. рис. 7), а при  $|h^x| > h_{0P}^x$  фазові переходи не передбачаються.

### **IV. ВИСНОВКИ**

У наближенні молекулярного поля досліджено термодинамічні характеристики спін-3/2 моделі Блюма– Капеля в поперечному полі на прямокутній ґратці, у якій білінійні взаємодії в перпендикулярних напрямках мають протилежні знаки. При різних значеннях параметрів моделі розраховано температурні залежності намагніченостей підґраток і за їхньою допомо-

- J. Sivardiere, in Proc. Internat. Conf. Static critical phenomena in inhomogeneous systems, Karpacz 1984, Lecture notes in physics 206 (Springer-Verlag, Berlin, 1984).
- [2] Э.Л. Нагаев, Магнетики со сложсными обменными взаимодействиями (Наука, Москва, 1988).
- [3] J. Sivardiére, M. Blume, Phys. Rev. B 5, 1126 (1972).
- [4] S. Krinsky, D. Mukamel, Phys. Rev. B 11, 399 (1975).
- [5] D. Horváth, A. Orendáčová, M. Orendáč, M. Jaščur, B. Brutovský, A. Feher, Phys. Rev. B 60, 1167 (1999).
- [6] A. Orendáčová, D. Horváth, M. Orendáč, E. Čižmár, M. Kačmár, V. Bondarenko, A.G. Anders, A. Feher, Phys. Rev. B 65, 014420 (2001).
- [7] K. Takahashi, M. Tanaka, J. Phys. Soc. Jpn 48, 1423 (1980).
- [8] W. Hoston, A.N. Berker, Phys. Rev. Lett. 67, 1027 (1991).
- [9] K. Kasono, I. Ono, Z. Phys. B: Cond. Matt. 88, 205 (1992).
- [10] R. R. Netz, A. N. Berker, Phys. Rev. B 47, 15019 (1993).
- [11] O. R. Baran, R. R. Levitskii, Phys. Stat. Solidi (b) 219, 357 (2000).
- [12] O.R. Baran, R.R. Levitskii, Phys. Rev. B 65, 172407 (2002).
- [13] R. R. Levitskii, O. R. Baran, B. M. Lisnii, Eur. Phys. J. B 50, 439 (2006).
- [14] A. Bakchich, S. Bekhechi, A. Benyoussef, Physica A 210, 415 (1994).
- [15] S. Bekhechi, A. Benyoussef, Phys. Rev. B 56, 13954 (1997).
- [16] C. Ekiz, E. Albayrak, M. Keskin, J. Magn. Magn. Mater. 256, 311 (2003).

гою детально проаналізовано фазові діаграми (усіх можливих топологій) у площині (поперечне поле, температура).

Установлено, що при певних значеннях параметрів моделі намагніченість підґратки як функція температури може бути неперервною з двома максимумами, а також монотонно спадною, яка двічі змінює свою випуклість.

- [17] C. Ekiz, J. Magn. Magn. Mater. 284, 409 (2004).
- [18] M. Keskin, M. Ali Pinar, A. Erdinç, O. Canko, Phys. Lett. A 353, 116 (2006).
- [19] M. Keskin, M. Ali Pinar, A. Erdinç, O. Canko, Physica A 364, 263 (2006).
- [20] F. C. sá Baretto, O. F. De Alcantara Bonfim, Physica A 172, 378 (1991).
- [21] J.W. Tucker, J. Magn. Magn. Mater. 214, 121 (2000).
- [22] A. Bakkali, M. Kerouad, M. Saber, Physica A 229, 563 (1996).
- [23] T. Kaneyoshi, M. Jaščur, Phys. Lett. A 177, 172 (1993).
- [24] A. Bakchich, A. Bassir, A. Benyoussef, Physica A 195, 188 (1993).
- [25] J.C. Xavier, F.C. Alcaraz, D. Penã Lara, J. A. Plascak, Phys. Rev. B 57, 11575 (1998).
- [26] G. Z. Wei, H. Miao, J. Liu, A. Du, J. Magn. Magn. Mater. 315, 71 (2007).
- [27] W. Jiang, L. Q. Guo, G. Z. Wei, A. Du, Physica B 307, 15 (2001).
- [28] Y. Q. Liang, G. Z. Wei, Q. Zhang, Z. H. Xin, G. L. Song, J. Magn. Magn. Mater. 284, 47 (2004).
- [29] O. Baran, R. Levitskii, J. Magn. Magn. Mater. 324, 3778 (2012).
- [30] Дж. Смарт, Эффективное поле в теории магнетизма (Наука, Москва, 1968).
- [31] H. H. Chen, P. M. Levy, Phys. Rev. B 7, 4267 (1973).
- [32] M. Blume, V. J. Emery, R. B. Griffiths, Phys. Rev. A 4, 1071 (1971).
- [33] H. Yoshizawa, D. P. Belanger, Phys. Rev. B 30, 5220 (1984).
- [34] J. A. Plascak, J. G. Moreira, F. C. sá Baretto, Phys. Lett. A 173, 360 (1993).

## A STUDY OF THE SPIN-3/2 BLUME–CAPEL MODEL IN THE TRANSVERSE FIELD

O. R. Baran, R. R. Levitskii

Institute for Condensed Matter Physics, 1, Svientsitskii St., Lviv, UA-79011, Ukraine e-mail: ost@icmp.lviv.ua

The influence of transverse field on the spin-3/2 Blume–Capel model on a rectangular lattice with the ferromagnetic bilinear short-range interaction in one direction and the antiferromagnetic one in the perpendicular direction is studied within the mean field approximation. The temperature dependencies of sublattices magnetizations are obtained at different values of the transverse field and single-ion anisotropy.