ЖУРНАЛ ФІЗИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
т. 20, № 1/2 (2016) 1602(5 с.)

JOURNAL OF PHYSICAL STUDIES
v. 20, No. 1/2 (2016) 1602(5 p.)

ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ В СЕРЕДОВИЩІ

А. А. Ступка
Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара, просп. Гагаріна, 72, Дніпропетровськ, 49010, Україна

(Отримано 31 серпня 2015 р., в остаточному вигляді — 11 квітня 2016 р.)

Розглянуто власні хвилі електромагнітного поля в середовищі, що містить заряди. Запропоновано відразу застосовувати квазічастинковий підхід. Для цього із загального нерелятивістського гамільтоніана виокремлено гамільтоніан осциляторів поля в середовищі та побудовано теорію збурень за малою перенормованою взаємодією. Знайдено статистичний оператор системи в першому порядку вказаної теорії збурень. Отримано дисперсійне рівняння електромагнітного поля в середовищі.

Ключові слова: електромагнітне поле, статистичний оператор, осциляторний гамільтоніан, теорія збурень, перенормована мала взаємодія, закон дисперсії.

PACS number(s): 63.20.e, 71.36.+c, 72.30.+q

I. ВСТУП

Як відомо, у вакуумі частота ω та хвильовий вектор k хвиль електромагнітного поля задовольняють дисперсійне рівняння $\omega = kc$ (c — швидкість світла) для поперечних хвиль та $\omega = 0$ для поздовжніх. Дисперсійне рівняння для електромагнітного поля в середовищі із зарядами $\omega = \omega(k)$ [1, с. 27] встановлює можливі власні хвилі в такому середовищі. Знайти цей закон дисперсії є завданням нашої роботи. Розглядаючи електромагнітне поле в середовищі із зарядами, використовують багато підходів, але найчастіше — теорію із самоузгодженим полем (рівняння Власова) [2–4]; метод скороченого опису Боголюбова також дозволяє вивчати певне коло високочастотних задач [4, 5].

Для вивчення процесу поширення електромагнітного поля в середовищі при малому згасанні зручно запроваджувати, замість фотонів, нові квазічастинки. Причому пропонується відразу виокремити в загальному гамільтоніані системи осциляторний гамільтоніан ефективного електромагнітного поля в такому середовищі

$$\hat{H}_s = \frac{1}{8\pi}\int d^3x\,\hat{\mathbf{E}}(x)^2 + \frac{1}{8\pi c^2}\int d^3x\int d^3x'\hat{A}_\alpha(x)\omega_\alpha^2(x-x')\hat{A}_\alpha(x'). \quad (1)$$

Тут $\hat{\mathbf{E}}(x)$ — оператор напруженості, $\hat{\mathbf{A}}(x)$ — оператор векторного потенціалу електромагнітного поля, індекс α нумерує поляризацію.

У нещодавній статті [6], розглянуто оптичні коливання в йонних кристалах з двома атомами в елементарній комірці з урахуванням теплового руху зарядів у такому підході. Подальший розгляд має на меті поширення результатів [6] на будь-яке нерелятивістське середовище із зарядами.

II. ЗАКОН ДИСПЕРСІЇ ДЛЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ, ЩО СЛАБКО ВЗАЄМОДІЄ ІЗ СЕРЕДОВИЩЕМ

Гамільтоніан системи можна щаписати у вигляді суми гамільтоніана зарядів без електромагнітного поля $\hat{H}_\mathrm{m}$ та доданків із полем

$$\hat{H} = \hat{H}_\mathrm{m} + \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_f,\ \hat{H}_1 \equiv -\int d^3x\frac{\hat{A}_\alpha(x)\hat{j}_\alpha(x)}{c},$$
$$\hat{H}_2 \equiv \int d^3x\,\frac{\hat{\Omega}^2(x)\hat{A}(x)^2}{8\pi c^2},$$
$$\hat{H}_\mathrm{f} = \int d^3x\,\frac{\hat{\mathbf{E}}(x)^2 + (rot\,\hat{\mathbf{A}}(x))^2}{8\pi}. \quad (2)$$

Тут уведено $\hat{j}_\alpha(x)$ — оператор густини електричного струму за відсутності електромагнітного поля для слабко релятивістського випадку (див., напр., [7, §5.3.2]), а також — позначення для оператора суми квадратів плазмової частоти зарядів різних сортів

$$\hat{\Omega}(x)^2 = 4\pi\sum_a e_a^2\hat{n}_a(x)/m_a. \quad (3)$$

Шуканий закон дисперсії є розв'язком характеристичного рівняння для системи рівнянь Максвелла в середовищі. Розпочнімо з побудови операторних рівнянь руху для електромагнітного поля в картині Гайзенберґа — візьмімо часові похідні від напруженості поля $\hat{E}_\alpha(x,t) = e^{itH/\hbar}\hat{E}_\alpha(x)\,e^{-itH/\hbar}$ та його векторного потенціалу $\hat{A}_\alpha(x,t) = e^{itH/\hbar}\hat{A}_\alpha(x)\,e^{-itH/\hbar}$ і обчислім отримані комутатори. Узагальнений імпульс, спряжений векторному потенціалу, визначається виразом $\mathbf{P} = \frac{1}{4\pi c^2}\dot{\hat{\mathbf{A}}}$. Отже, операторні рівняння для електромагнітного поля такі:

$$\partial_t\hat{A}_\alpha(x,t) = -c\hat{E}_\alpha(x,t),$$
$$\partial_t\hat{E}_\alpha(x,t) = c\,\mathrm{rot}_\alpha\,\mathrm{rot}\hat{\mathbf{A}}(x,t) - 4\pi\hat{J}_\alpha(x,t). \quad (4)$$

Тут запроваджено оператор калібрувально інваріантної густини електричного струму $\hat{J}_n(x) = \hat{j}_n(x) - \frac{1}{4\pi c}\hat{A}_n(x)\hat{\Omega}^2(x)$. Щоб знайти явний вигляд наведеного струму, побудуймо теорію збурень зі слабкою взаємодією із запровадженим у (1) ефективним електромагнітним полем підсистеми голих зарядів. Оператор для згаданої взаємодії такий:

$$\hat{V} = \hat{H} - \hat{H}_s - \hat{H}_{\mathrm{m}}. \tag{5}$$

Подальші розрахунки проведімо в загальних позначеннях, використовуючи представлення взаємодії. Виходячи з принципу ослаблення кореляцій [7, § 4.1.1], будемо вважати, що в деякий початковий час (t_0) статистичний оператор нашої системи ρ виражено добутком статистичних операторів підсистем: рівноважним статистичним оператором Ґіббса для зарядів w_b й нерівноважним статистичним оператором для електромагнітного поля ρ_f

$$\rho(t_0) = \rho_f(t_0)\, w_b(t_0), \quad \mathrm{Sp}\,\rho = 1. \tag{6}$$

Розпишімо статистичний оператор у представленні взаємодії

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \exp(itH_0/\hbar)\exp(-itH/\hbar)\\ &\times \rho\exp(itH/\hbar)\exp(-itH_0/\hbar),\end{aligned} \tag{7}$$

де позначено $\hat{H}_0 = \hat{H}_s + \hat{H}_{\mathrm{m}}$. Розкладімо (7), використовуючи термодинамічну теорію збурень [7, §3.1.2]. Запровадьмо оператори $S(\lambda) = \exp(\lambda H_0)\exp(-\lambda H)$ та $T(\lambda) = \exp(\lambda H)\exp(-\lambda H_0)$

Тобто можна переписати статистичний оператор (7) так:

$$\rho(t) = S(it/\hbar)\,\rho T(it/\hbar). \tag{8}$$

Оператор $S(\lambda)$ розкладається за взаємодією так:

$$S(\lambda) = 1 - \int\limits_0^{\lambda} d\lambda'\, \hat{V}(\lambda')\, S(\lambda'), \tag{9}$$

де позначено $\hat{V}(\lambda) = \exp\left(\lambda\hat{H}_0\right)\hat{V}\exp\left(-\lambda\hat{H}_0\right)$. Аналогічно оператор $T(\lambda)$ розкладається за взаємодією:

$$T(\lambda) = 1 + \int\limits_0^{\lambda} d\lambda'\, T(\lambda')\, \hat{V}(\lambda'). \tag{10}$$

За тривалий час початковий статистичний оператор (6), згідно з принципом ослаблення кореляцій, завдяки взаємодії стане реальним. Візьмімо поточний момент за нульову точку відліку часу $t = 0$ і використаймо початкову умову (6). Тоді для досить великих за модулем t_0 (причому $t_0 < 0$, тому що початок еволюції був у минулому) будемо мати

$$\rho(t = 0) = S(it_0/\hbar)\, w_m\rho_f T(it_0/\hbar). \tag{11}$$

Підставмо розвинення (9) та (10)

$$\begin{aligned}\rho(t=0) &= \left(1 - \int\limits_0^{it_0/\hbar} d\lambda'\, \hat{V}(\lambda')\, S(\lambda')\right)\\ &\times w_m\rho_f\left(1 + \int\limits_0^{it_0/\hbar} d\lambda'\, T(\lambda')\hat{V}(\lambda')\right)\end{aligned} \tag{12}$$

і врахуймо, що в нульовому порядку $S_0(it/\hbar) = T_0(it/\hbar) = 1$, тоді з точністю до першого порядку за малої взаємодії

$$\rho(t=0) \approx w_m\rho_f - \int\limits_0^{it_0/\hbar} d\lambda' \left[\hat{V}(\lambda'), w_m\rho_f\right]. \tag{13}$$

Зробімо заміну змінної інтеґрування $\lambda' = i\tau/\hbar$, тоді основний та перший порядки статистичного оператора виглядають так:

$$\rho(t=0) \approx w_m\rho_f - \frac{i}{\hbar}\int\limits_0^{t_0} d\tau \left[\hat{V}(\tau), w_m\rho_f\right], \tag{14}$$

де введено вже звичайне для представлення взаємодії позначення для оператора $\hat{V}(\tau) \equiv e^{i\tau\hat{H}_0/\hbar}\hat{V}e^{-i\tau\hat{H}_0/\hbar}$.

Повернімося до гамільтоніана (2). Тепер, зважаючи на збіг представлень Гайзенберґа та взаємодії при $t = 0$, треба усереднювати операторні рівняння Максвелла (4) зі статистичним оператором (14). Для спрощення записів середні від операторів поля позначимо просто $E_\alpha(x) = \mathrm{Sp}\,\hat{E}_\alpha(x)\rho$. Із рівнянь (4) маємо

$$\partial_t A_\alpha(x,t) = -cE_\alpha(x,t), \tag{15}$$

$$\partial_t E_\alpha(x,t) = c\,\mathrm{rot}_\alpha\mathrm{rot}\mathbf{A}(x,t) - 4\pi J_\alpha(x,t). \tag{16}$$

Знайдімо середній струм $\hat{J}_\alpha(x)$ зі статистичним оператором (14). Малість доданків стандартно будемо визначати за степенем операторів електромагнітного поля. Тоді в першому порядку (14) треба залишати тільки $\hat{H}_1$

$$\rho_1 = \frac{i}{c\hbar}\int\limits_0^{t_0} d\tau \left[\int d^3x\, \hat{A}_\alpha(\tau,x)\hat{j}_\alpha(\tau,x), w_m\rho_f\right]. \tag{17}$$

Після просторового перетворення Фур'є оператор векторного потенціалу у представленні взаємодії такий:

$$\begin{aligned}\hat{A}_{\alpha k}(\tau) &= \hat{A}_{\alpha k}\cos(\omega_\alpha(k)\tau)\\ &- c\hat{E}_{\alpha k}\sin(\omega_\alpha(k)\tau)/\omega_\alpha(k).\end{aligned} \tag{18}$$

Тобто можна записати в (16) електричний струм за $t = 0$ так:

$$\begin{aligned}J_\alpha(x) = \mathrm{Sp}&\left(w_m\rho_f - \frac{i}{\hbar}\int\limits_0^{t_0} d\tau\left[\hat{V}(\tau), w_m\rho_f\right]\right)\\ &\times \hat{j}_\alpha(x) - \mathrm{Sp}\, w_m\rho_f\frac{1}{4\pi c}\hat{A}_\alpha(x)\,\hat{\Omega}^2(x).\end{aligned} \tag{19}$$

Оскільки струм у рівновазі відсутній $\mathrm{Sp}\, w_m\hat{j}_n(x) = 0$, можна переписати

$$J_\beta(x) = -\frac{i}{c\hbar}\int\limits_0^{t_0} d\tau \int d^3x' A_\alpha(\tau, x') Sp\left[\hat{j}_\alpha(\tau, x'), \hat{j}_\beta(x)\right] w_m - \frac{1}{4\pi c} A_\beta(x)\,\Omega^2. \tag{20}$$

Отже, ми маємо коефіцієнт Sp $\left[\hat{j}_\alpha(\tau, x'), \hat{j}_n(x)\right] w_m$ при середньому полі, який повинен швидко спадати з часом, що дозволяє спрямувати час $t_0 \to -\infty$

$$J_\beta(x) = \frac{i}{c\hbar}\int\limits_{-\infty}^{0} d\tau \int d^3x' A_\alpha(\tau, x') \mathrm{Sp}\left[\hat{j}_\alpha(\tau, x'-x), \hat{j}_\beta(0)\right] w_m - \frac{1}{4\pi c} A_\beta(x)\,\Omega^2. \tag{21}$$

Для нашої лінійної за полем задачі без зовнішніх джерел природно шукати часову залежність у вигляді

$$\begin{aligned} E_{k\alpha}(t) &= E_{k\alpha}\exp(-it\omega_\alpha(k)), \\ A_{k\alpha}(t) &= A_{k\alpha}\exp(-it\omega_\alpha(k)), \end{aligned} \tag{22}$$

бо саме ця частота фіґурує в H_s як частота осциляторів поля. Зробімо перетворення Фур'є за координатою. Тоді з використанням зв'язку (15) можна переписати (18) так:

$$\begin{aligned} \hat{A}_{\alpha k}(\tau) = -c\hat{E}_{\alpha k}(i\cos(\omega_\alpha(k)\tau) \\ + \sin(\omega_\alpha(k)\tau))/\omega_\alpha(k). \end{aligned} \tag{23}$$

Вираз у дужках можна спростити за формулою Ейлера

$$\cos(\omega_\alpha(k)\tau) - i\sin(\omega_\alpha(k)\tau) = \exp(-i\omega_\alpha(k)\tau).$$

Тепер зручно запровадити функцію Ґріна [7, с. 169]

$$G^{(+)}_{\beta\alpha}(\tau, k) = i\theta(-\tau)\, Sp\left[\hat{j}_\alpha(\tau, k), \hat{j}_\beta(0)\right] w_m/\hbar. \tag{24}$$

У виразі для середнього струму (21) маємо її Фур'є-образ. Використовуємо (22) для часової залежності полів.

$$\begin{aligned} J_\beta(k, \omega_\alpha(k)) = i(G^{(+)}_{\beta\alpha}(k, \omega_\alpha(k)) \\ + \delta_{\beta\alpha}\Omega^2/4\pi)E_{\alpha k}/\omega_\alpha(k). \end{aligned} \tag{25}$$

Отриманий вираз для струму (25) збігається з відомим [7, (6.3.14)].

Із системи (15)-(16), підставивши вираз для струму (25), маємо алґебраїчне рівняння

$$\begin{aligned} &-\omega_\alpha(k)^2 E_{k\beta} = c^2\left[\mathbf{k}\times[\mathbf{k}\times\mathbf{E}_k]\right]_\beta - E_{k\beta}\Omega^2 \\ &-\frac{4\pi}{\hbar}E_{\alpha k}G^{(+)}_{\beta\alpha}(\omega_\alpha(k), k). \end{aligned} \tag{26}$$

Рівняння (26) дасть дисперсійне рівняння для електромагнітного поля в середовищі із зарядів

$$\begin{aligned} &c^2\left(\delta_{\alpha\beta}k^2 - k_\alpha k_\beta\right) + \delta_{\alpha\beta}\Omega^2 + 4\pi G^{(+)}_{\beta\alpha}(\omega_\alpha(k), k) \\ &-\omega_\alpha(k)^2\delta_{\alpha\beta} = 0, \end{aligned} \tag{27}$$

що розв'язує задачу про знаходження зв'язку між частотою та хвильовим вектором електромагнітного поля в середовищі. Дисперсійне рівняння (27) дасть змогу визначити квазічастинки з енерґією $\hbar\mathrm{Re}\,\omega_\alpha(k)$ у випадку слабкого згасання $\mathrm{Re}\,\omega_\alpha(k) \gg \mathrm{Im}\,\omega_\alpha(k)$. Для отримання явного вигляду закону дисперсії $\omega = \omega_\alpha(k)$ необхідно конкретизувати функцію Ґріна струмів у представленні взаємодії для наявного середовища.

ДОДАТОК. ЗАСТОСУВАННЯ ДО ЕЛЕКТРОННОЇ ПЛАЗМИ

Визначимо закон дисперсії електромагнітного поля у класичній однорідній ізотропній плазмі без зіткнень із розподілом Максвелла за швидкостями заряджених частинок. У цьому випадку функцію Ґріна струмів можна записати так [8]:

$$\begin{aligned} G^{(+)}_{\beta\alpha}(\omega_\alpha(k), k) = \left(\delta_{\alpha\beta}k^2 - k_\alpha k_\beta\right) G^t(\omega_\alpha(k), k) \\ + \delta_{\alpha\beta}G^l(\omega_\alpha(k), k), \end{aligned} \tag{28}$$

$$G^t(\omega, k) = -\sum_a \frac{e_a^2 n_a}{m_a} F\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}kv_a}\right) - \frac{\Omega^2}{4\pi}, \tag{29}$$

$$\begin{aligned} G^l(\omega, k) = -\sum_a \frac{e_a^2 n_a}{m_a}\left(\frac{\omega}{kv_a}\right) \\ \times\left(1 + F\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}kv_a}\right)\right) - \frac{\Omega^2}{4\pi}. \end{aligned} \tag{30}$$

Тут використано спеціальну функцію [9, (31.3)]

$$F(x) = \frac{x}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} dz \frac{e^{-z^2}}{z - x - i0}. \tag{31}$$

Суми взято за всіма наявними у плазмі a сортах частинок. $v_a = \sqrt{T_a/m_a}$ — характерна швидкість.

Дисперсійне рівняння (27) в ізотропному випадку розпадається на рівняння для поздовжніх

$$\Omega^2 + 4\pi G^l(\omega_l(k), k) - \omega_l(k)^2 = 0 \tag{32}$$

або, з використанням (30),

$$-4\pi\sum_a \frac{e_a^2 n_a}{m_a}\left(\frac{\omega_l(k)}{kv_a}\right)\left(1+F\left(\frac{\omega_l(k)}{\sqrt{2}kv_a}\right)\right)$$
$$-\omega_l(k)^2=0 \qquad (33)$$

та поперечних хвиль

$$c^2k^2+\Omega^2+4\pi G^t(\omega_t(k),k)-\omega_t(k)^2=0, \qquad (34)$$

або, з використанням (29),

$$c^2k^2-4\pi\sum_a \frac{e_a^2 n_a}{m_a}F\left(\frac{\omega_t(k)}{\sqrt{2}kv_a}\right)-\omega_t(k)^2=0. \qquad (35)$$

Цікаво розглянути випадки великих та малих порівняно з v_a фазових швидкостей ω/k, для яких граничні вирази функції $F(x)$ (31) відомі: для $x\gg 1$ [9, (31,5)]

$$F(x)\approx -1-\frac{1}{2x^2}-\frac{3}{4x^4}+i\sqrt{\pi}x\exp(-x^2),$$

для $x\ll 1$ [9, (31,6)]

$$F(x)\approx -2x^2+i\sqrt{\pi}x.$$

Для спрощення будемо вважати йони нерухомими (нескінченно важкими) і розглянемо лише класичну електронну плазму $a=e$. Тоді з (33) отримаємо дисперсійне рівняння для поздовжніх високочастотних коливань

$$\Omega_e^2\left(-1-\frac{3}{\left(\frac{\omega_l(k)}{kv_a}\right)^2}+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\omega_l(k)}{kv_e}\right)^3\exp\left(-\left(\frac{\omega_l(k)}{\sqrt{2}kv_e}\right)^2\right)\right)+\omega_l(k)^2=0, \qquad (36)$$

яке збігається з [1, (4.2.3)], звідки маємо квадрат частоти плазмонів

$$\omega_l(k)^2=\Omega_e^2+3k^2v_e^2.$$

У протилежному випадку малої фазової швидкості поздовжнього процесу маємо дисперсійне рівняння

$$\Omega_e^2\left(\frac{\omega_l(k)}{kv_e}\right)^2\left(1-\left(\frac{\omega_l(k)}{kv_e}\right)^2+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\omega_l(k)}{kv_e}\right)+\omega_l(k)^2=0, \qquad (37)$$

що дає дебаєвське екранування електромагнітних хвиль в електронній плазмі $k=i\Omega_e/v_e$ з радіусом екранування $r_D=v_e/\Omega_e$.

Для поперечних високочастотних коливань з (35) отримаємо таке дисперсійне рівняння:

$$c^2k^2-\Omega_e^2\left(-1-\frac{1}{(\frac{\omega_t(k)}{kv_e})^2}+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\omega_t(k)}{kv_e}\exp\left(-\left(\frac{\omega_t(k)}{\sqrt{2}kv_e}\right)^2\right)\right)-\omega_t(k)^2=0. \qquad (38)$$

Оскільки $v_e\ll c$, одержуємо спектр фотонів в електронній плазмі [1, (4.4.3)]

$$\omega_t(k)^2=k^2c^2+\Omega_e^2.$$

Для поперечних коливань із малими фазовими швидкостями маємо

$$c^2k^2-\Omega_e^2\left(-\left(\frac{\omega_t(k)}{kv_e}\right)^2+i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\omega_t(k)}{kv_e}\right)-\omega_t(k)^2=0, \qquad (39)$$

що вказує на аперіодичне згасання електромагнітних коливань унаслідок поглинання електронами плазми за законом [1, (4.4.5)]

$$\omega_t(k)=-i\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{c^2v_ek^3}{\Omega_e^2}.$$

ВИСНОВКИ

Розглянуто власні хвилі електромагнітного поля в середовищі, що містить заряди. Для цього виокремлено гамільтоніан осциляторів поля та побудовано теорію збурень за перенормованою взаємодією запроваджених квазічастинок із зарядами. Знайдено статистичний оператор системи в першому наближенні вказаної теорії збурень. Отриманий вираз для середнього струму збігається з відомим результатом, що підтверджує правильність запропонованої теорії. Як приклад, розглянуто електромагнітне поле в електронній плазмі, отримано закони дисперсії. Наведений розгляд узагальнює роботи [4,5], де описано лише границю великих фазових швидкостей електромагнітних хвиль на випадок довільних фазових швидкостей поля.

ПОДЯКА

Висловлюю щиру подяку моєму Вчителеві проф. Сокололовському О. Й. за надзвичайно плідне й цікаве обговорення моєї роботи.

---

[1] A. F. Alexandrov, L. S. Bogdankevich, A. A. Rukhadze, *Principles of Plasma Electrodynamics* (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokio, 1984).
[2] Y. Kempf *et al.*, Phys. Plasmas **20**, 112114 (2013).
[3] M. Kono, J. Vranjes, N. Batool, Phys. Rev. Lett. **112**, 105001 (2013).
[4] A. Sokolovsky, A. Stupka, J. Phys. Stud. **10**, 12 (2006).
[5] A. I. Sokolovsky, A. A. Stupka, Z. Y. Chelbaevsky, Ukr. J. Phys. **55**, 20 (2010).
[6] A. Stupka, Ukr. J. Phys. **60**, 528 (2015).
[7] A. I. Akhiezer, S. V. Peletminsky, *Methods of Statistical Physics* (Pergamon Press, New York, 1981).
[8] О. Й. Соколовський, А. А. Ступка, Фіз. зб. НТШ **7**, 404 (2008).
[9] E.M. Lifshitz, L.P. Pitaevskii, *Physical Kinetics. Vol. 10, 1st ed.* (Pergamon Press, New York, 1981).

THE DISPERSION EQUATION FOR ELECTROMAGNETIC FIELD IN THE ENVIRONMENT

A. A. Stupka
Oles Honchar Dnipropetrovsk National University,
72, Gagarin Ave., Dnipropetrovsk, UA–49010, Ukraine

The eigenwaves of the electromagnetic field in a medium that contains charges are considered. The quasiparticle approach is implemented immediately. For this purpose the Hamiltonian of the field oscillators in medium is extracted from the general non-relativistic Hamiltonian. The remaining terms with the electromagnetic field operators in the Hamiltonian formed a small renormalized interaction of the electromagnetic field with a medium. The perturbation theory in the mentioned above interaction is built. A statistical operator of the system is found up to the first-order perturbation theory. To this end Bogolyubov's principle of correlation weakening and the thermodynamics perturbation theory are used. The operator Maxwell's equations are averaged with the statistical operator of the system. The averaged electric current is found. After that we obtain the homogeneous linear differential equation with coefficients that do not depend on time. Te dispersion equation of the electromagnetic field in the medium as the characteristic equation is received. A quasiparticle dispersion law is the solution of the characteristic equation based on the self-consistency. The classical electron plasma is considered as an example of the application of the obtained results. The standard dispersion laws for big and small phase velocities of electromagnetic processes in such plasma are obtained.