

## МЕТОД ДЕТАЛЬНОГО РОЗРАХУНКУ ДИФУЗНОГО ЙОНІЗУЮЧОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ У НЕБУЛЯРНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

О. С. Бугаєнко, Б. Я. Мелех

*Кафедра астрофізики Львівського національного університету імені Івана Франка,  
вул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005, Україна*

(Отримано 11 липня 2016 р.; в остаточному вигляді — 21 листопада 2016 р.)

Для спрощення та пришвидшення розрахунків фотойонізаційних моделей світіння (ФМС) небулярних середовищ часто в сучасних програмах, які розроблені для такого моделювання, використовують наближені методи розрахунку дифузного йонізуючого випромінювання (ДЙВ). Однак вимоги до точності розрахунку ФМС постійно зростають і виникає задача оцінки похибки розрахунку ФМС різноманітних небулярних середовищ, зумовленої наближеним розрахунком ДЙВ.

Ми розробили алгоритм детального розрахунку ДЙВ, який базується на розрахунку зв'язку перенесення ДЙВ уздовж різних напрямків від краю туманності до модельного об'єму, з оптимізацією кроків інтегрування. Винесення громіздкої процедури інтегрування дифузного випромінювання за межі ядра фотойонізаційного коду дає змогу значно пришвидшити обчислення, а також уникнути втручання в ядро фотойонізаційного коду. Для реалізації детального методу розрахунку ДЙВ розроблено програму *DiffRay*, за допомогою якої ФМС планетарних туманностей та зон НІІ зі сталим розподілом густини та у сферичній симетрії. Також ми розраховували ФМС цих же небулярних середовищ, використовуючи найбільш популярне на сьогодні наближення *Outward Only* для розрахунку ДЙВ. Зроблено порівняльний аналіз результатів ФМС та дано рекомендації, у яких випадках ліпше застосовувати детальний метод розрахунку ДЙВ.

**Ключові слова:** небулярні середовища, дифузне йонізуюче випромінювання, фотойонізаційні моделі світіння, планетарні туманності, зони НІІ.

PACS number(s): 98.58.Hf, 98.58.Li, 98.58.Ca

### I. ВСТУП

Фізичні умови в небулярних середовищах (планетарні туманності, зони НІІ, дифузний йонізований газ у галактиках, ядра активних галактик, оболонки симбіотичних зір, залишки наднових та оболонки нових) зазвичай визначають так званими діагностичними методами, які дозволяють встановити електронні температури ( $T_e$ ) та концентрації ( $n_e$ ), або на основі так званих діагностичних співвідношень між інтенсивностями емісійних ліній (відношення інтенсивностей двох ліній одного йона), чутливих лише до  $T_e$  або  $n_e$  відповідно (напр.  $T_e$ -метод [1,2]), або ж використовуючи всі доступні зі спостережуваного спектра діагностичні співвідношення (див. напр. метод DIAGN [3]). Однак, незважаючи на те, що більшість діагностичних методів розглядають дві або більше зон йонізації, наближаючись тим самим до реальної стратифікаційної картини, у небулярних середовищах знайдені за їх допомогою значення  $T_e$  та  $n_e$ , а також йонний вміст, отриманий на основі цих значень, залишаються сталими за об'ємом відповідної зони йонізації.

Для детального розрахунку йонізаційної структури небулярного середовища необхідно обчислити перенос йонізуючого випромінювання в ньому з урахуванням усіх важливих елементарних процесів, які цей перенос викликають. Такий розрахунок називається побудовою фотойонізаційної моделі світіння (ФМС) відповідного небулярного середовища. Якщо джере-

ло йонізуючого випромінювання (зоря, область зореутворення, акреційний диск тощо) компактне (порівняно з розміром небулярного середовища) і єдине, то йонізуюче випромінювання можна розділити на два складники:

1. Пряме йонізуюче випромінювання, яке поширюється (переноситься) вздовж радіального напрямку безпосередньо від йонізуючого джерела.
2. Дифузне йонізуюче випромінювання (ДЙВ), яке виникає безпосередньо в небулярному середовищі внаслідок процесів рекомбінації на низькі енергетичні рівні, а також  $L_\alpha$ -випромінювання деяких атомів/йонів, що виникає внаслідок зв'язано-зв'язаних радіативних переходів.

Якщо з розрахунком першого складника особливих проблем не виникає, то другий складник у більшості сучасних фотойонізаційних кодів (*Cloudy* [4], *Nebu* [5]) розраховують у наближеннях *Outward Only* (припускається, що ДЙВ поширюється тільки в радіальному напрямку назовні, див. [4]), або *On The Spot* (OTS, припускається, що ДЙВ поглинається в тому ж елементарному об'ємі, де випромінюється, див. [4]). Поява цих наближених методів зумовлена громіздкістю детального розрахунку ДЙВ, оскільки на початку виникнення перших комп'ютерних програм для фотойонізаційного моделювання небулярних середовищ швидкодія комп'ютерів була на багато порядків нижчою від сучасних. При заданій точності задачі та од-

норідності розподілу газу застосування наближених методів розрахунку ДІВ виправдане з погляду оптимізації швидкості розрахунків. Сучасні ж задачі ФМС небулярних середовищ, які орієнтовані на пошук моделей світіння конкретних реальних туманностей, оперують неоднорідним розподілом як густини, так і вмісту хімічних елементів. За таких умов детальний розрахунок ДІВ стає інколи не просто бажаним, а навіть необхідним. Наприклад, наявність згустку (флуктуації густини) у небулярному середовищі може спричинити появу затіненої області для йонізуючого випромінювання, яка, у разі розрахунку ДІВ у наближенні Outward Only може простягатися до краю туманності. За розрахунку ДІВ детальним методом йонізуюче випромінювання потраплятиме в затінену для прямого йонізуючого випромінювання область (більшість квантів якого поглинається у згаданому згустку), оскільки в ньому обчислюється перенос ДІВ уздовж різних напрямків. Отже, йонізаційна структура за згустком може бути абсолютно іншою у разі розрахунку ДІВ детальним методом, який є набагато коректнішим від наближень.

Як уже згадувалось вище, детальний метод є набагато громіздкішим, ніж наближені, а тому, вимагає більше комп'ютерного часу. Проблему скорочення часу обчислення пробували розв'язати, зокрема Люсі [6] та Ерколеяно (код *MOCASSIN*) [7], які розглядають ДІВ як поширення пакетів фотонів із використанням генератора випадкових чисел для задання напрямків та відстаней їх поширень. У такому підході пакети прямого йонізуючого випромінювання перетворюються в пакети ДІВ після першого їх поглинання, а енергія фотонів у пакеті визначається за допомогою так званої функції густини ймовірності, у яку закладені результати розрахунків елементарних процесів у небулярному середовищі в місці перевипромінювання пакета. Однак, на нашу думку, використання статистичних підходів у таких методах переводить їх у рані наближених, хоча, можливо, і точніших, ніж згадані апроксимації Outward Only та OTS.

Детальний метод розрахунку (інтегрування ДІВ за різними напрямками) реалізовано у програмах Гарінгтона [8], Головатого і Новосядлого [9] та Головатого і Малькова [10]. Програма Гарінгтона [8] не є відкритим для загалу кодом, а програми *ModLuv* і *Mod-Paris* [10] тривалий час не модифікувалися, тому ядро цих програм використовує старі атомні дані та чисельні методи. Через це згадані програми не поширені в середовищі астрофізиків, що займаються моделюванням фізичних умов у небулярних середовищах.

З урахуванням усього сказаного ми вирішили реалізувати алгоритм детального розрахунку ДІВ у вигляді пакета функцій мовою програмування C++. Такий пакет можна підключити до будь-якої програми, що розраховує ФМС, з мінімальними модифікаціями її коду. У цій праці як таку програму ми вибрали код Гаррі Ферланда *Cloudy* [4], оскільки ця програма має відкритий код, її використовують більшість небулярних астрофізиків, що забезпечує швидке виявлення та виправлення помилок у ній. Також у *Cloudy* вико-

ристовують найновіші надійні атомні дані, а ядро цієї програми базується на надійних методах розрахунку ФМС.

У першому розділі цієї статті викладено теоретичні основи та базовий алгоритм фотойонізаційного моделювання світіння небулярних середовищ. Дано базові рівняння та підходи до їх розв'язку.

У другому розділі описано розроблений алгоритм детального розрахунку ДІВ.

У третьому розділі наведено результати, отримані з використанням нашого алгоритму детального розрахунку ДІВ, а також зроблено їх порівняння з результатами розрахунків із використанням наближення Outward Only.

У висновках подано рекомендації щодо використання детального методу розрахунку ДІВ, а також збереження розрахункового часу за допомогою поширеного наближення Outward Only.

## II. ФОТОЙОНІЗАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СВІТІННЯ ГАЗОВИХ ТУМАННОСТЕЙ

### А. Базові рівняння ФМС

**Перенос випромінювання.** Рівняння переносу випромінювання описує поведінку інтенсивності випромінювання  $I_\nu(\mathbf{n}, \mathbf{r}, t)$  з часом  $t$ , частотою  $\nu$  залежно від позиції  $\mathbf{r}$  та напрямку  $\mathbf{n}$

$$\frac{1}{c} \frac{dI_\nu}{dt} + \mathbf{n} \nabla I_\nu = j_\nu - \kappa_\nu I_\nu, \quad (1)$$

де  $c$  — швидкість світла,  $j_\nu$  і  $\kappa_\nu$  — відповідно коефіцієнти випромінювання та поглинання небулярним середовищем на частоті  $\nu$ .

У стаціонарному випадку рівняння переносу випромінювання (1) матиме вигляд:

$$\mathbf{n} \nabla I_\nu = j_\nu - \kappa_\nu I_\nu. \quad (2)$$

Йонізуюче випромінювання можна розділити на два складники: пряме (зоряне), яке приходить від зорі ( $I_\nu^s$ ), та дифузне, яке виникає в туманності і приходить у дану точку туманності з різних її частин ( $I_\nu^d$ ).

Якщо туманність має близьку до сферичної форму з малою неізотропністю розподілу густини газу в ній, то ми можемо промоделювати її світіння в наближенні сферичної симетрії. За такою геометрією, в поєднанні з умовою центральності йонізуючого джерела, всі фізичні характеристики залежатимуть лише від відстані  $r$  цього сферичного шару від центру небулярного середовища (НС), який вибираємо настільки тонким, що фізичні характеристики в ньому можемо вважати сталими.

**Фотойонізація прямим йонізуючим випромінюванням.** Рівняння переносу прямого йонізуючого випромінювання у сферично-симетричній туманності з центральним йонізуючим джерелом можна записати так:

$$\frac{dI_\nu^s}{dr} = -I_\nu^s, \quad (3)$$

де  $\tau_\nu$  — оптична товщина,  $\tau_\nu = \int_{s_0}^s \kappa_\nu(s') ds'$  для випромінювання на частоті  $\nu$ . Розв'язком цього рівняння буде:

$$I_\nu^s(r) = I_\nu^s(r_{in}) e^{-\tau_\nu(r)}, \quad (4)$$

де  $I_\nu^s(r_{in})$  — інтенсивність прямого йонізуючого випромінювання на внутрішньому радіусі  $r_{in}$  НС, а  $\tau_\nu(r)$  — оптична товщина на шляху від внутрішньої точки туманності до точки, яку розглядають; Коефіцієнт поглинання можна розписати як  $\kappa_\nu = \sum_{X^i} n(X^i, r) \sigma_\nu(X^i)$ , де  $n(X^i, r)$  — концентрація йона  $X^i$  на відстані  $r$  від центра НС, а  $\sigma_\nu(X^i)$  — перетин фотойонізації цього ж йона квантами, що мають частоту  $\nu$ .

Інтенсивність випромінювання в пустому просторі не змінюється (не залежить від відстані від йонізуючого джерела). Потік же випромінювання, за відсутності джерел поглинання і випромінювання у середовищі, обернено пропорційний квадрату відстані до йонізуючого джерела (напр. зорі). Тобто, якщо потік випромінювання на частоті  $\nu$  на поверхні зорі з радіусом  $R_*$  дорівнює  $F_\nu^s(R_*)$ , то на внутрішньому радіусі туманності (приймаємо, що між поверхнею зорі і внутрішньою поверхнею туманності газу та пилу немає) він дорівнюватиме  $F_\nu^s(r_{in}) = F_\nu^s(R_*) \left(\frac{R_*}{r_{in}}\right)^2$ . З урахуванням цього йонізуючий потік від зорі на частоті  $\nu$  на будь-якій відстані  $r$  від центру у сферично-симетричній туманності дорівнює

$$F_\nu^s(r) = F_\nu^s(r_{in}) \left(\frac{r_{in}}{r}\right)^2 e^{-\tau_\nu(r)}. \quad (5)$$

Кількість фотойонізацій йонів/атомів  $X^i$  в одиниці об'єму сферично-симетричного НС з центральним йонізуючим джерелом навколо деякої точки за одиницю часу прямим йонізуючим випромінюванням буде:

$$n_{ion}^*(X^i, r) = n(X^i, r) \frac{r_{in}^2}{r^2} \times \int_{\nu_0(X^i)}^\infty F_\nu^s(r_{in}) e^{-\tau_\nu(r)} \sigma_\nu(X^i) \frac{d\nu}{h\nu}, \quad (6)$$

Інтегрування в (6) виконують за всіма діапазонами частот випромінювання, яке поглинає йон  $X^i$ .

**Фотойонізації дифузним йонізуючим випромінюванням.** Дифузне йонізуюче випромінювання виникає в оболонці туманності внаслідок:

а) радіативних рекомбінацій вільних електронів на основні рівні  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ ;

б) радіативних рекомбінацій вільних електронів на другий рівень  $He^{++}$ ;

в) випромінювання квантів у лініях  $L_\alpha(He I)$  і  $L_\alpha(He II)$  (довжини хвиль цих ліній  $\lambda 584 \text{ \AA}$  та  $304 \text{ \AA}$ ).

Інколи слід урахувувати також інші джерела дифузного йонізуючого випромінювання: рекомбінації вільних електронів з йонами важких елементів, спонтанні переходи між рівнями таких йонів, вільно-вільні переходи, двофотонне випромінювання.

У випадку сферично-симетрії кількість йонізацій за одиницю часу йонів  $X^i$  на відстані  $r$  від центру НС визначатиметься як

$$n_{ion}^d(X^i, r) = n(X^i, r) \int_{\nu_0(X^i)}^\infty \sigma_\nu(X^i) \frac{4\pi J_\nu^d(r)}{h\nu} d\nu, \quad (7)$$

де  $J_\nu^d(r)$  — середня інтенсивність дифузного йонізуючого випромінювання на відстані  $r$  від центру НС, яка, своєю чергою, визначається його полем  $I_\nu^d = I_\nu^d(r, \theta, \varphi)$  (див. рис. 1).

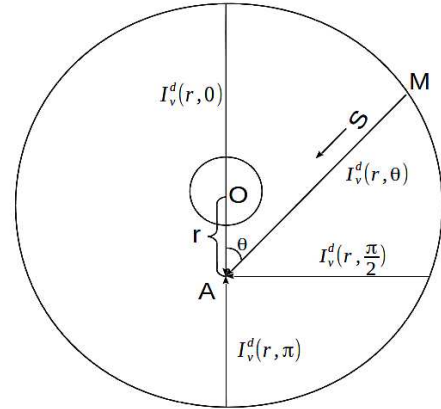


Рис. 1. Схема детального розрахунку дифузного йонізуючого випромінювання. А — точка, в якій розраховується потік ДЙВ,  $r$  — відстань до центру об'єкту,  $\theta$  — кут, що вказує напрямок, вздовж якого розв'язується рівняння перенесення

Для детального розрахунку інтенсивності ДЙВ необхідно розв'язати рівняння його переносу до кожного елементарного об'єму НС (у випадку сферичної симетрії — це сферичний шар, товщина якого визначається відповідно до вимог щодо точності розрахунку ФМС) [10]:

$$\frac{dI_\nu^d(s)}{ds} = -k_\nu^d(s) I_\nu^d(s) + j_\nu^d(s), \quad (8)$$

де  $I_\nu^d(s)$  — інтенсивність ДЙВ, яке поширюється вздовж певного напрямку в НС, а  $k_\nu^d(s)$  та  $j_\nu^d(s)$  — відповідно коефіцієнти поглинання та випромінювання НС на частоті  $\nu$  вздовж цього напрямку. Розв'язавши чисельно рівняння (8) для кожного елементарного об'єму загалом або ж для кожного сферичного шару НС у сферично-симетричному випадку, ми можемо отримати шукану середню інтенсивність ДЙВ, яка в загальному випадку дорівнюватиме:

$$J_\nu^d(r) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_\nu^d(r, \phi, \theta) \sin \theta d\phi d\theta, \quad (9)$$

а в сферично-симетричному випадку:

$$J_\nu^d(r) = \frac{1}{2} \int_0^\pi I_\nu^d(r, \theta) \sin \theta d\theta. \quad (10)$$

**Наближення OTS.** Наближення OTS для розрахунку дифузного випромінювання базується на припущенні, що всі дифузні йонізуючі кванти поглинаються в місці їх виникнення. Таке наближення виправдане для оптично товстого НС. Оскільки переносу випромінювання як такого немає, то рівняння (8) дає такий розв'язок:

$$J_{\nu}^d(r) = \frac{j_{\nu}^d}{k_{\nu}^d}, \quad (11)$$

зокрема для випадку гідрогенної туманності отримуємо:

$$J_{\nu}^d(r) = \frac{j_{\nu}^d}{n(H^0)\sigma_{\nu}(H^0)}. \quad (12)$$

**Наближення Outward Only.** У цьому наближенні припускається, що дифузне йонізуюче випромінювання поширюється лише в радіальному напрямку, від центру НС на спостерігача. Тоді рівняння переносу (8) набуде такого вигляду:

$$\frac{dI_{\nu}^d(r)}{dr} = -k_{\nu}^d(r)I_{\nu}^d(r) + j_{\nu}^d(r), \quad (13)$$

його розв'язок:

$$I_{\nu}^d(r) = I_{\nu}^d(r_{\text{in}})e^{-\int_{r_{\text{in}}}^r k_{\nu}^d(r')dr'} + \int_{r_{\text{in}}}^r j_{\nu}^d(r')e^{-\int_{r'}^r k_{\nu}^d(r'')dr''} dr'. \quad (14)$$

За наближення Outward Only перший доданок виразу (14) дорівнює нулеві, оскільки дифузне випромінювання утворюється в тілі туманності ( $I_{\nu}^d(r_{\text{in}}) = 0$ ) і поширюється лише в зовнішньому радіальному напрямку:

$$I_{\nu}^d(r) = \int_{r_{\text{in}}}^r j_{\nu}^d(r')e^{-\int_{r'}^r k_{\nu}^d(r'')dr''} dr'. \quad (15)$$

Наближення Outward Only більш узагальнене, ніж OTS, а тому точніше. Через це в нашій праці ми розраховуватимемо наближено ДІВ лише методом Outward Only.

**Йонізаційно-рекомбінаційна рівновага.** В умовах фотойонізованих газових туманностей головними є три процеси йонізації: фотойонізації прямим (зоряним) і дифузним (утвореним у туманності) йонізуючим випромінюванням; ударні йонізації вільними електронами; реакції обміну зарядом, що спричиняють йонізацію йона (йонізаційні перезарядки).

Протилежними до йонізації є процеси рекомбінації. До найсуттєвіших в умовах НС належать радіативні та делектронні рекомбінації, а також рекомбінаційні перезарядки.

Час усталення в плазмі рівноваги між йонізаціями й рекомбінаціями описує відоме співвідношення [10]:

$$t_r \simeq \frac{1}{n_e \alpha(X^{i+1})}, \quad (16)$$

де  $n_e$  — електронна концентрація, а  $\alpha(X^{i+1})$  — сумарний коефіцієнт рекомбінації йона  $X^{i+1}$ .

Наприклад, за характерних для планетарних туманностей (ПТ) значень  $n_e \sim 10^3 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 10^4 \text{ К}$  час  $t_r$  не перевищує  $\sim 100$  років для йонів, що рекомбінують найповільніше. Для молодих туманностей з  $n_e \sim 10^4 - 10^5 \text{ см}^{-3}$  час  $t_r$  значно коротший.

Зі спостережуваних даних випливає, що вік навіть наймолодших ПТ перевищує  $t_r$ . З іншого боку, у разі характерного часу існування ПТ  $\sim 50\,000$  років за час  $t_r$  в туманності не встигають відбутися мінімально помітні еволюційні зміни.

У випадку зон НІІ  $n_e \sim 100 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 10^4 \text{ К}$ . Тому  $t_r$  не перевищує  $\sim 1000$  років для йонів, що рекомбінують найповільніше. Час існування, наприклад, гігантських зон НІІ, які містять у собі або біля себе спалахи зореутворення набагато більший (мільйони років). Тому з великою точністю можна вважати, що більшість ПТ і зон НІІ перебувають у стані йонізаційно-рекомбінаційної рівноваги, рівняння якої можна отримати з загального вигляду рівняння переходу [11]. Рівняння йонізаційно-рекомбінаційної рівноваги можна записати так:

$$\begin{aligned} n_{\text{ion}}^*(X^i, \mathbf{r}) + n_{\text{ion}}^d(X^i, \mathbf{r}) + n_{\text{ion}}^c(X^i, \mathbf{r}) + n_{\text{ion}}^{\text{ch}}(X^i, \mathbf{r}) \\ = n_{\text{rec}}^{\text{rad}}(X^{i+1}, \mathbf{r}) + n_{\text{rec}}^{\text{di}}(X^{i+1}, \mathbf{r}) + n_{\text{rec}}^{\text{ch}}(X^{i+1}, \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (17)$$

для всіх йонів  $X^i$  ( $i$ -това стадія йонізації), що існують у туманності. Тут  $n_{\text{ion}}^*(X^i, \mathbf{r})$ ,  $n_{\text{ion}}^d(X^i, \mathbf{r})$ ,  $n_{\text{ion}}^c(X^i, \mathbf{r})$ ,  $n_{\text{ion}}^{\text{ch}}(X^i, \mathbf{r})$  — кількість йонізацій в одиниці об'єму газу з координатами  $\mathbf{r}$  за одиницю часу, спричинених, відповідно, прямим та дифузним йонізуючим випромінюванням, електронним ударом та процесами перезарядки;  $n_{\text{rec}}^{\text{rad}}(X^{i+1}, \mathbf{r})$ ,  $n_{\text{rec}}^{\text{di}}(X^{i+1}, \mathbf{r})$ ,  $n_{\text{rec}}^{\text{ch}}(X^{i+1}, \mathbf{r})$  — кількість відповідно радіативних, делектронних рекомбінацій та рекомбінаційних перезарядок в одиниці об'єму газу з координатами  $\mathbf{r}$  за одиницю часу. Для сферично-симетричного (одновимірного) наближення радіус-вектор  $\mathbf{r}$  замінюється радіусом  $r$ .

**Енергетичний баланс.** Час усталення теплової рівноваги в газі можна оцінити за допомогою відомого співвідношення [10]:

$$t_T \sim \frac{n_e k T_e}{C}, \quad (18)$$

де  $C$  — швидкість (функція) охолодження небулярного газу. За характерних для ПТ  $n_e \sim 10^3 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \sim 10^4 \text{ К}$  величина  $C \sim 10^{-17} \text{ ерг}/(\text{см}^3 \cdot \text{с})$  [12] і тоді час  $t_T \sim 10$  років. Оскільки  $C \ll n^2$ , то для молодих ПТ більшої густини цей час буде ще меншим. Отже, оболонки ПТ протягом існування перебувають у стані рівноваги між надходженням і втратами енергії.

Зони НІІ мають в середньому на порядок меншу електронну концентрацію, а тому час усталення теплової рівноваги в них на порядок більший ( $t_T \sim 100$  років). Більшість зон НІІ (особливо гігантських) існують мільйони років, а тому для більшості з них

припущення про енергетичний баланс у них справедливе. Однак, моделюючи такі об'єкти, слід зважати на те, чи в апертуру, з якої був отриманий спектр, не потрапив фронт ударної хвилі (наприклад, від вибуху Наднової). У такому разі внесок у нагрівання газу здійснює ще й ударна хвиля.

Рівняння енергетичного балансу газу вільних електронів у туманності, що описує цю рівновагу, має вигляд

$$H = C. \quad (19)$$

Головний внесок у функцію нагріву газу ( $H$ ) роблять фотойонізації  $H^0$ ,  $He^0$ ,  $He^+$ , а як охолоджувальні чинники в умовах ПТ та зон НІП треба враховувати: 1) ударне збудження атомів та йонів  $H^0$ ,  $C^0 - C^{3+}$ ,  $N^0 - N^{4+}$ ,  $O^0 - O^{4+}$ ,  $Ne^+ - Ne^{4+}$ ,  $Mg^+$ ,  $Mg^{3+}$ ,  $Si^+ - Si^{3+}$ ,  $S^+ - S^{3+}$ ,  $Ar^+ - Ar^{4+}$ ; 2) ударну йонізацію  $H^0$ ; 3) радіативну рекомбінацію  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ ; 4) діелектронну рекомбінацію  $He^+$ ; 5) вільно-вільні переходи електронів у полях йонів  $H^+$ ,  $He^+$ ,  $He^{++}$ .

Однак у реальних ПТ та зонах НІП точної термічної рівноваги газу нема. Критерієм термічної (енергетичної) стабільності газу є правило, за яким індикатор такої стабільності — це більша від нуля похідна за температурою від різниці функцій охолодження та нагрівання газу [4]:

$$\frac{d(C - H)}{dT} > 0. \quad (20)$$

Така нерівність повинна виконуватися за умови сталої густини (ізохорність) або за умови сталого тиску газу (ізобарність).

З урахуванням наведених вище виразів для прямого (5) та дифузного (9, 10, 12, або 14) йонізуючого випромінювання для сферичної симетрії вираз надходження енергії в одиницю об'єму НС за одиницю часу набере вигляду (функція нагрівання газу):

$$H = \sum_{X^i} n(X^i, r) \int_{\nu_0(X^i)}^{\infty} \left[ \frac{R^2}{r^2} F_{\nu}^* e^{-\tau_{\nu}(r)} + 4\pi J_{\nu}^d(r) \right] \times \times \sigma_{\nu}(X^i) h(\nu - \nu_0(X^i)) \frac{d\nu}{h\nu}. \quad (21)$$

Вираз для розрахунку функції охолодження газу запишемо так:

$$C = \Lambda_{cl} + \Lambda_{ci} + \Lambda_{rec} + \Lambda_{ff}. \quad (22)$$

де  $\Lambda_{cl}$  — втрати енергії за ударного збудження,  $\Lambda_{ci}$  — охолодження внаслідок ударних йонізацій,  $\Lambda_{rec}$  — втрати енергії внаслідок рекомбінацій,  $\Lambda_{ff}$  — складова функції охолодження, що визначається вільно-вільними переходами.

**Розрахунок заселеностей рівнів.** У НС характерний час життя атома/йона на рівнях є меншим від характерного часу між зіткненнями атомів і йонів з вільними електронами (НеЛТР-середовище). Через це застосування рівняння Больцмана для визначення

заселеностей неможливе. Замість нього використовується система рівнянь статистичної рівноваги. Зокрема, для метастабільних рівнів, які збуджуються електронним ударом, умову статистичної рівноваги для рівня  $j$  виражає рівняння [10]

$$\sum_{i=1}^{j-1} n_i b_{ij} + \sum_{k=j+1}^N n_k (A_{kj} + a_{kj}) = n_j \left( \sum_{i=1}^{j-1} (A_{ji} + a_{ji}) + \sum_{k=j+1}^N b_{jk} \right), \quad (23)$$

де  $n_i$ ,  $n_j$ ,  $n_k$  — відносні заселеності відповідних рівнів;  $b_{ij}$  — імовірність ударного збудження з рівня  $i$  на рівень  $j$ ,  $a_{kj}$  — ймовірність ударної деактивації з рівня  $k$  на рівень  $j$ ;  $N$  — кількість враховуваних рівнів. Ліва частина цього рівняння описує процеси, що збільшують заселеність рівня  $j$ , а права — процеси, що зменшують її. Система рівнянь (23) доповнюється очевидною умовою

$$\sum_{k=1}^N n_k = 1. \quad (24)$$

Таким чином, система (23), яка складається з  $N - 1$  рівнянь для всіх рівнів  $j = 2, 3, \dots, N$ , доповнена умовою (24), є системою  $N$  лінійних рівнянь з  $N$  невідомими  $n_1, n_2, \dots, n_N$ .

**Порядок розрахунку статичної фотойонізаційної моделі світіння газової туманності.** Фотойонізаційна модель світіння НС описує випромінювання її оболонки під дією жорстких ультрафіолетових квантів з ядра ( $\lambda \leq 912 \text{ \AA}$ ). Розрахунок статичної фотойонізаційної моделі полягає в сумісному розв'язанні рівнянь перенесення прямого й дифузного йонізуючого випромінювання, рівнянь йонізаційної і статистичної рівноваги та рівняння енергетичного балансу в кожній точці туманності. Щоб розрахувати йонізаційну й термічну структури НС для сферично-симетричної моделі, необхідно для кожного радіуса, а у випадку 3D моделі — для кожної точки НС розв'язати систему згаданих вище рівнянь для всіх стадій йонізації всіх хімічних елементів, включених у модель. Ця система рівнянь доповнюється рівняннями для дифузного випромінювання й системою рівнянь статистичної рівноваги (23,24), необхідних для розрахунку функції охолодження газу. І замикає цю систему рівнянь очевидна умова  $n_e \approx n(H^+) + n(He^+) + 2n(He^{++}) + \dots$

Розв'язати систему всіх згаданих рівнянь можна лише чисельним методом. Спосіб розрахунку ФМС також залежить від використовуваних наближень.

Розгляньмо порядок розрахунку йонізаційної й термічної структур статичної сферично-симетричної туманності. Оболонку туманності розділяють на досить тонкі (геометрично й оптично) сферичні шари, у кожному з яких густину газу вважають сталою. У першій ітерації ДІВ не враховують або ж розраховують наближеними методами.

Для першого внутрішнього шару приймають таку геометричну товщину, щоб оптична товщина  $\tau_{\nu}(r_{in})$

в частотах лайманівського континууму на шляху від ядра до цього шару дорівнювала нулеві. Відтак обчислюють інтеграли у виразах (6) і (21) при  $\tau_\nu = 0$ ,  $J_\nu^d = 0$  (інтеграл в (7) дорівнюватиме нулеві). Далі роблять перше наближення температури  $T_e^{(0)} \sim 10^4$  К, і в цьому наближенні розв'язують систему рівнянь йонізаційно-рекомбінаційної рівноваги, з якої визначають йонні концентрації у сферичному шарі НС. Після відшукання йонних концентрацій розраховують систему рівнянь (23)–(24) для всіх необхідних йонів, обчислюють функції нагріву й охолодження газу і перевіряють виконання умови енергетичного балансу (19). Якщо ця умова не виконується, то в ітераційний спосіб здійснюється нове наближення значення електронної температури  $T_e^{(1)}$ , після чого повторюють описані вище обчислення. Пошук послідовних наближень продовжують до збіжності  $T_e$  з бажаною точністю.

Таку ж процедуру розрахунку температури та йонних концентрацій виконують потім для всіх наступних шарів. У цьому разі для кожного шару оптичну товщину на шляху від ядра до цього шару  $\tau_\nu(r)$  обчислюють інтегруванням (підсумовуванням) за всіма попередніми шарами. Після розрахунку всіх шарів обчислюють також інтегральні оптичні товщини туманності в межах йонізації  $H^0$ ,  $He^0$ ,  $He^+$ :

$$\begin{aligned} \tau_0(H^0) &= \sigma_0(H^0) \int_{r_{in}}^{r_{out}} n(H^0) dr; \\ \tau_0(He^0) &= \sigma_0(He^0) \int_{r_{in}}^{r_{out}} n(He^0) dr; \\ \tau_0(He^+) &= \sigma_0(He^+) \int_{r_{in}}^{r_{out}} n(He^+) dr, \end{aligned} \quad (25)$$

де  $\sigma_0$  — перетин фотойонізації на межі поглинання відповідним атомом чи йоном;  $r_{in}$  та  $r_{out}$  — внутрішній та зовнішній радіуси. У випадку значного відносного вмісту важчих хімічних елементів необхідно враховувати і їх внесок у формування оптичних товщин.

У наближенні OTS достатньо розрахувати одну ітерацію проходження йонізуючого випромінювання, оскільки в такому наближенні воно автоматично враховується виключенням коефіцієнтів рекомбінації на перший енергетичний рівень атомів та йонів, бо кванти, які виникають при цьому, є йонізуючими. Однак у наближенні Outward Only та під час детального розрахунку ДЙВ однієї ітерації недостатньо. У цьому разі після завершення першої ітерації розраховують середні інтенсивності ДЙВ в кожному шарі відповідно до обраного способу (детально, або ж у наближенні Outward Only чи OTS). Коли середні інтенсивності ДЙВ у кожному шарі обчислені, розраховують другу ітерацію. На цій ітерації інтеграли у виразах (7) і (21) обчислюють уже з урахуванням значень  $J_\nu^d(r)$ , знайдених із попередньої ітерації. У цьому випадку повторюють описаний вище розрахунок йонних концентрацій і температури  $T_e$  в кожному шарі. Відтак знову обчислюють інтегральні оптичні товщини  $\tau_0(X^i)$  і

розраховують за описаною методикою середні інтенсивності ДЙВ. Знайдені значення  $\tau_0(X^i)$  і  $J_\nu^d(r)$  порівнюють зі значеннями цих величин, отриманими на попередній ітерації. Якщо бажана точність збіжності не досягнута, то виконують третю, четверту і т.д. ітерації.

Після досягнення бажаної точності можна вважати, що йонізаційна й термічна структура туманності, що відповідає заданому спектру йонізуючого випромінювання її ядра, заданому радіальному розподілу густини газу в туманності та заданому хімічному складу газу, розрахована. Відтак обчислюють емісійний лінійчастий спектр туманності й абсолютний потік випромінювання в лінії  $H_\beta$ , які порівнюють із результатами спостережень.

### В. Детальний розрахунок дифузного йонізуючого випромінювання

Детальний підхід передбачає точне визначення потоків дифузного йонізуючого випромінювання. Для цього у співвідношенні (9) інтеграли замінюють на суми:

$$J_\nu^d(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=0(\phi=0)}^{i=N_1(\phi=2\pi)} \sum_{j=0(\theta=0)}^{j=N_2(\theta=\pi)} I_\nu^d(r, \phi, \theta) \sin \theta \Delta\phi_i \Delta\theta_j, \quad (26)$$

де  $I_\nu^d(r, \phi, \theta)$  — потік випромінювання вздовж напрямку, що визначається кутами інтегрування  $\phi$  і  $\theta$ , а  $\Delta\phi_i$  і  $\Delta\theta_j$  — відповідні кроки інтегрування, розв'язують рівняння перенесення ДЙВ для кожного значення кутів  $\phi$  та  $\theta$ , що задають напрям, уздовж якого здійснюється розв'язок (див. рис. 1).

У такому підході необхідно дібрати розмір комірок, який би задовільняв задану, в основному за результатами панорамних спектроскопічних досліджень, точність. Добір розміру комірок здійснюється, в основному, ітеративно (для досягнення заданої точності збіжності). У місцях компактних згустків газу або ж у зоні рекомбінації розміри комірок зменшуються, а їх кількість у виділеному об'ємі зростає. Отже, як бачимо, задача детального розрахунку однієї 3D ФМС НС є надзвичайно громіздкою навіть для сучасних робочих станцій, і зазвичай для отримання задовільної точності результатів вона вимагає обчислювальних потужностей суперкомп'ютера.

**Алгоритм детального розрахунку ДЙВ.** Метод детального розрахунку ДЙВ, який ми розробили, полягає у винесенні процедури інтегрування дифузного випромінювання за межі ядра фотойонізаційного коду.

Алгоритм розрахунку ДЙВ ітеративний. На першій ітерації розрахунку ФМС використовується апроксимація Outward Only як перше наближення. При цьому генеруються мапи емісійностей та оптичних товщин у лініях та континуумі, на основі яких згодом розв'язується рівняння переносу ДЙВ уздовж різних напрямків до кожного з елементарних модельних об'ємів. Отримані в результаті потоки ДЙВ використо-

вуються на наступній ітерації розрахунку ФМС НС. Процес розрахунку йонізаційної структури НС повторюється до збіжності просторових розподілів  $T_e(x)$  та  $n_e(x)$ . Критеріями такої збіжності є такі дві умови:

$$\sum_x \frac{|T_e^i(x) - T_e^{i-1}(x)|}{T_e^{i-1}(x)} < \epsilon$$

$$\sum_x \frac{|n_e^i(x) - n_e^{i-1}(x)|}{n_e^{i-1}(x)} < \epsilon, \quad (27)$$

де підсумування відбувається за всіма елементарними комірками НС. Тут  $T_e^i(x)$  і  $n_e^i(x)$  — електронна температура й концентрація, отримані в околі точки  $x$  на ітерації  $i$ ,  $T_e^{i-1}(x)$  та  $n_e^{i-1}(x)$  відповідно — на попередньому відносно  $i$  ітераційному циклі, а  $\epsilon$  — необхідна точність, значення якої в наших моделях прийнято рівним 0.02 (2%). Переваги описаного підходу такі:

- **Універсальність методу.** Метод можна легко імплементувати в будь-який фотойонізаційний код із мінімальним втручанням у його ядро.
- **Швидкість.** Виносячи громіздку процедуру інтегрування ДІВ за напрямками за межі численних внутрішніх ітерацій фотойонізаційних кодів, ми значно скорочуємо час розрахунку.
- **Безпека.** Наш алгоритм мінімізує втручання у ядро фотойонізаційного коду, що, своєю чергою, приводить до мінімізації ризику виникнення помилок.

Для детального розв'язку рівняння переносу випромінювання за мапами емісійностей та оптичних товщин у будь-якій точці НС або за його межами ми розробили код *DiffRay*. Ця програма запускається спеціалізованим драйвером після кожного розрахунку ФМС відповідного НС (у цій роботі для розрахунку ФМС ми використовували код *Cloudy* [4]), який генерує всі необхідні дані для роботи *DiffRay*.

**Узагальнений алгоритм розрахунку *DiffRay* такий:**

1. Виконання процедури читання мап емісійностей і оптичних товщин та ініціалізація інших параметрів.
2. Інтегрування дифузного випромінювання, тобто розв'язуються рівняння переносу ДІВ уздовж  $n_\phi \times n_\theta$  напрямків.
3. Ітеративне зменшення кроків інтегрування за напрямками (п. 2) до збіжності потоків ДІВ з наперед заданою точністю.
4. Виведення результатів.

### III. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ МОДЕЛЮВАННЯ

Використовуючи описаний вище метод, ми розраховували ФМС шести синтетичних об'єктів: Медонських [13] ПТ та НІІ регіону, а також так званих “стандартних” ПТ та НІІ регіону з пилом та без [4, 14]. При

цьому ми обчислили два види ФМС — з використанням нашого детального підходу (Detailed) до розрахунку ДІВ та популярного наближеного підходу Outward Only (базується на припущенні, що все йонізуюче випромінювання поширюється лише назовні в радіальному напрямку). Ключові вхідні параметри моделей подані в табл. 1. Усі моделі розраховані у сферичній симетрії зі сталим розподілом густини матерії в оболонці небулярного середовища та з рівним одиниці фактором заповнення його об'єму речовиною. Йонізуючим джерелом для оболонок ПТ вибрано компактну центральну зорю, яка випромінює як абсолютно чорне тіло з поверхневою температурою 150000 К, а для зони НІІ — центральну зорю-надгіганта з поверхневою температурою 40000 К, яка також випромінює як абсолютно чорне тіло. У пилових моделях ПТ відношення маси пилу до маси газу прийнято рівним  $5.45 \cdot 10^{-3}$ , а в моделі НІІ регіону —  $6.28 \cdot 10^{-3}$ . Як фотойонізаційний код ми використовували програму Г. Ферланда *Cloudy* [4].

У результаті для кожного зі згаданих небулярних середовищ отримано (див. табл. 2 та 3) радіус йонізаційного фронту  $R_{\text{ion}}$ , світність у лінії  $H_\beta$   $L(H_\beta)$ , відносні інтенсивності в інших емісійних лініях ( $I(\lambda)/I(H_\beta)$ ), а також радіальні розподіли електронних температури ( $T_e$ ) і концентрації ( $n_e$ ), емісійностей у лініях ( $\epsilon$ ) та йонного вмісту ( $A^{+i}/A$ ). Як і очікувалось, в усіх розрахованих у цій праці ФМС при використанні детального методу (Detailed) до розрахунку ДІВ отримуємо дещо менше значення  $R_{\text{ion}}$  (усі ФМС розраховували до йонізаційного фронту, на якому  $T_e$  падає нижче 4000 К), ніж у моделях, обчислених із використанням наближеного методу (Outward Only). Це зумовлено тим, що в наближенні Outward Only використано припущення про поширюваність ДІВ виключно назовні в радіальному напрямку. З іншого боку, це призводить до зменшення потоку в лінії  $H_\beta$ , спричиняючи тим самим збільшення значень відносних інтенсивностей в інших лініях. Для пояснення відмінностей в інтегральних спектрах ФМС ( $L(H_\beta)$  та  $I(\lambda)/I(H_\beta)$  у табл. 2 та 3), розрахованих з використанням детального та Outward Only методів, проаналізуємо відмінності в їх радіальних розподілах  $T_e$ ,  $n_e$ , емісійностей деяких рекомбінаційних та заборонених ліній, а також йонного вмісту.

Моделі планетарної туманності (Медонська та Стандартна модель з пилом та без) відрізняються, в основному, радіусом йонізаційного фронту, тоді як решта характеристик мають подібний характер. Тому для докладного аналізу цього класу об'єктів зупинимося лише на Медонській моделі. Як видно з рисунка 2, радіальний розподіл емісійності лінії  $\text{He I } \lambda 4471 \text{ \AA}$  відповідає радіальному розподілу  $\text{He}^+/\text{He}$ . У внутрішній частині туманності електронна температура висока, тому гелій там перебуває переважно в другій ( $\text{He}^{++}$ ) стадії йонізації. У зовнішній частині туманності  $\epsilon(\text{He I } \lambda 4471 \text{ \AA})$  виходить на плато, що зумовлено зменшенням  $T_e$  і майже повним переходом гелію в першу стадію йонізації ( $\text{He}^+$ ).

| Вхідний параметр                      | Медонська ПТ | Стандартна ПТ | Медонський НІІ region | Стандартний НІІ region |
|---------------------------------------|--------------|---------------|-----------------------|------------------------|
| $\lg (R_{\text{star}} [\text{cm}])$   | 10           | 10            | 12.11                 | 12.11                  |
| $T_{\text{eff}}, \text{K}$            | 150000       | 150000        | 40000                 | 40000                  |
| $R_{\text{inner}}, \text{шк}$         | 0.03         | 0.03          | 1.0                   | 1.0                    |
| $\lg (n_{\text{H}} [\text{cm}^{-3}])$ | 3.48         | 3.48          | 2.0                   | 2.0                    |
| $\lg \text{He}/\text{H}$              | -1.00        | -1.00         | -1.00                 | -1.02                  |
| $\lg \text{C}/\text{H}$               | -3.52        | -3.10         | -3.66                 | -3.53                  |
| $\lg \text{N}/\text{H}$               | -4.00        | -3.74         | -4.40                 | -4.15                  |
| $\lg \text{O}/\text{H}$               | -3.22        | -3.36         | -3.48                 | -3.40                  |
| $\lg \text{Ne}/\text{H}$              | -3.82        | -3.96         | -4.30                 | -4.22                  |
| $\lg \text{Mg}/\text{H}$              | -4.52        | -5.80         | -8.00                 | -5.53                  |
| $\lg \text{Si}/\text{H}$              | -4.82        | -5.00         | -8.00                 | -5.40                  |
| $\lg \text{S}/\text{H}$               | —            | -5.00         | -5.05                 | -5.00                  |
| $\lg \text{Cl}/\text{H}$              | —            | -6.77         | -7.00                 | -7.00                  |
| $\lg \text{Ar}/\text{H}$              | -10.0        | -5.57         | -8.00                 | -5.53                  |
| $\lg \text{Fe}/\text{H}$              | -10.0        | -6.30         | -8.00                 | -5.53                  |

Таблиця 1. Основні вхідні параметри моделей: радіус центральної зорі ( $R_{\text{star}}$ ), її поверхнева ефективна температура ( $T_{\text{eff}}$ ), внутрішній радіус оболонки  $R_{\text{inner}}$ , а також концентрація водню ( $n_{\text{H}}$ ) та відносний вміст хімічних елементів у її газовій складовій.

| Модель:                                       | Медонська ПТ |          | Стандартна ПТ |          | Стандартна ПТ |          |
|---|--------------|----------|---------------|----------|---------------|----------|
|   | без пилю     |          | з пилом       |          | без пилю      |          |
| Параметри                                     | Outward Only | Detailed | Outward Only  | Detailed | Outward Only  | Detailed |
| $R_{\text{ion}}, [\text{шк}]$                 | 0.133        | 0.131    | 0.116         | 0.114    | 0.133         | 0.131    |
| $\lg L(\text{H}_{\beta})$                     | 35.43        | 35.41    | 35.22         | 35.18    | 35.43         | 35.36    |
| $[\text{OII}]\lambda 3727/\text{H}_{\beta}$   | 2.172        | 2.267    | 1.839         | 1.885    | 1.698         | 1.763    |
| $[\text{OIII}]\lambda 5007/\text{H}_{\beta}$  | 16.03        | 16.28    | 12.98         | 13.38    | 13.05         | 13.93    |
| $[\text{OIII}]\lambda 4959/\text{H}_{\beta}$  | 5.327        | 5.409    | 4.313         | 4.444    | 4.338         | 4.628    |
| $\text{He I } \lambda 4471/\text{H}_{\beta}$  | 0.038        | 0.037    | 0.032         | 0.032    | 0.038         | 0.037    |
| $\text{He I } \lambda 5876/\text{H}_{\beta}$  | 0.111        | 0.110    | 0.095         | 0.095    | 0.112         | 0.110    |
| $\text{He II } \lambda 4686/\text{H}_{\beta}$ | 0.352        | 0.364    | 0.579         | 0.584    | 0.351         | 0.361    |
| $[\text{NII}]\lambda 6548/\text{H}_{\beta}$   | 0.327        | 0.332    | 0.682         | 0.715    | 0.587         | 0.642    |
| $[\text{NII}]\lambda 6584/\text{H}_{\beta}$   | 0.964        | 0.978    | 2.012         | 2.112    | 1.734         | 1.895    |
| $[\text{SIII}]\lambda 9532/\text{H}_{\beta}$  | 1.268        | 1.271    | 0.959         | 0.975    | 0.887         | 0.922    |
| $[\text{SIII}]\lambda 9069/\text{H}_{\beta}$  | 0.511        | 0.513    | 0.387         | 0.393    | 0.358         | 0.372    |

Таблиця 2. Порівняння радіусів йонізаційних фронтів  $R_{\text{ion}}$ , світностей у лінії  $\text{H}_{\beta}$   $L(\text{H}_{\beta})$ , а також відносних інтенсивностей (прийнято  $I(\text{H}_{\beta})=1$ ) деяких важливих емісійних ліній, отриманих із ФМС сферично-симетричних ПТ, розрахованих як за допомогою детального (Detailed), так і наближеного (Outward Only) методів розрахунку ДІВ.



| Модель:                             | Медонський         |          | Стандартний       |          | Стандартний        |          |
|-------------------------------------|--------------------|----------|-------------------|----------|--------------------|----------|
|                                     | НП регіон без пилу |          | НП регіон з пилом |          | НП регіон без пилу |          |
| Параметри                           | Outward Only       | Detailed | Outward Only      | Detailed | Outward Only       | Detailed |
| $R_{\text{ion}}$ , [пк]             | 4.675              | 4.575    | 4.129             | 4.079    | 4.564              | 4.485    |
| $\lg L(\text{H}\beta)$              | 37.30              | 37.25    | 37.18             | 37.15    | 37.30              | 37.25    |
| [OII] $\lambda 3727/\text{H}\beta$  | 2.113              | 2.248    | 1.677             | 1.781    | 1.622              | 1.749    |
| [OIII] $\lambda 5007/\text{H}\beta$ | 1.618              | 1.901    | 1.583             | 1.771    | 1.242              | 1.503    |
| [OIII] $\lambda 4959/\text{H}\beta$ | 0.538              | 0.632    | 0.538             | 0.632    | 0.538              | 0.631    |
| He I $\lambda 4471/\text{H}\beta$   | 0.043              | 0.043    | 0.044             | 0.044    | 0.042              | 0.042    |
| He I $\lambda 5876/\text{H}\beta$   | 0.122              | 0.120    | 0.129             | 0.126    | 0.123              | 0.120    |
| He II $\lambda 4686/\text{H}\beta$  | 0.0002             | 0.0002   | 0.0003            | 0.0003   | 0.0002             | 0.0002   |
| [NII] $\lambda 6548/\text{H}\beta$  | 0.164              | 0.178    | 0.198             | 0.214    | 0.209              | 0.225    |
| [NII] $\lambda 6584/\text{H}\beta$  | 0.484              | 0.526    | 0.594             | 0.644    | 0.625              | 0.687    |
| [SIII] $\lambda 9532/\text{H}\beta$ | 0.794              | 0.869    | 0.747             | 0.805    | 0.702              | 0.781    |
| [SIII] $\lambda 9069/\text{H}\beta$ | 0.320              | 0.350    | 0.320             | 0.350    | 0.320              | 0.350    |

Таблиця 3. Порівняння радіусів йонізаційних фронтів  $R_{\text{ion}}$ , світностей у лінії  $\text{H}\beta$   $L(\text{H}\beta)$ , а також відносних інтенсивностей (прийнято  $I(\text{H}\beta)=1$ ) деяких важливих емісійних ліній, отриманих з ФМС сферично-симетричних НП регіонів, розрахованих як за допомогою детального (Detailed), так і наближеного (Outward Only) методів розрахунку ДЙВ.

Що стосується кисню, то з рис. 2 видно, що у внутрішній частині туманності (до 0.9 пк) цей хімічний елемент перебуває переважно у стадіях йонізації  $\text{O}^{3+}$  і вище. При радіусах більших за 0.9 пк кисень переходить у стадію  $\text{O}^{2+}$ , що зумовлює вихід емісійності лінії [O III]  $\lambda 5007\text{\AA}$  на плато. При цих же радіусах спостерігаємо поступове зростання  $\text{O}^+/\text{O}$  і, як наслідок — емісійності лінії [OII]  $3727\text{\AA}$ . При цьому розбіжності між результатами ФМС із використанням детального методу розрахунку ДЙВ та наближеного Outward Only у випадку лінії гелію проявляються лише безпосередньо перед  $R_{\text{ion}}$ , а у випадку ліній кисню — як у внутрішній, так і у зовнішній частинах. Це зумовлено тим, що при використанні наближення Outward Only  $T_e$  є вищою, ніж при застосуванні детального методу (середня інтенсивність ДЙВ у наближеному методі вища, ніж у детальному). Однак, як видно з рис.2, відмінності між результатами розрахунків двох згаданих методів усе ж не значні. Тому відмінності між відносними інтенсивностями ліній у моделях Outward Only і Detailed Медонської та стандартної ПТ (див. табл. 2 ) зумовлені, в основному, відмінностями у  $F(\text{H}\beta)$ .

У випадку моделей НП регіону (Медонська та Стандартна модель з пилом та без) також зупинимося на детальному аналізі лише Медонської моделі, оскільки характер залежностей Стандартної ФМС такий же. У зовнішній частині НП регіону (4.2 пк) характерні стрибки в розподілах  $T_e$  та  $n_e$ . Там кількість квантів із довжиною хвилі  $\lambda \leq 504\text{\AA}$  різко зменшується, що приводить до рекомбінації гелію, і, як наслідок, стрибкоподібного зменшення  $n_e$  та  $T_e$ . Це так зва-

на зовнішня межа зони йонізованого гелію. З іншого боку, кількість йонізуючих квантів в області довжин хвиль  $\lambda 504\text{\AA}-\lambda 912\text{\AA}$  достатня для йонізації гідрогену (зона йонізованого гідрогену в цьому випадку більша, ніж зона йонізованого гелію). Тому в області нейтрального гелію (4.2 — 4.4 пк)  $n_e$  виходить на плато, а  $T_e$  знову продовжує зростати.

З рисунка 3 видно, що радіальні розподіли  $\epsilon(\text{He I } \lambda 4471\text{\AA})$  та  $\epsilon([\text{O III}] \lambda 5007\text{\AA})$  також схожі на радіальні розподіли  $\text{He}^+/\text{He}$  та  $\text{O}^{2+}/\text{O}$  відповідно. При цьому  $\text{O}^{2+}/\text{O}$  у зовнішній частині зони йонізованого гелію спадає дещо швидше, ніж  $\text{He}^+/\text{He}$ , оскільки кисень там переходить у стадію  $\text{O}^+$ . Поза межами зони йонізованого гелію, в зовнішній частині зони йонізованого гідрогену, кисень перебуває, в основному, у стадії йонізації  $\text{O}^+$ . Там емісійність лінії [O II]  $\lambda 3727\text{\AA}$  має характерну особливість, що відповідає особливості в розподілах  $T_e$ . У зоні ж йонізованого гелію відмінності в емісійностях заборонених ліній між результатами ФМС, що використовують детальний метод розрахунку ДЙВ та Outward Only відповідно, зумовлена розходженнями в радіальних розподілах  $T_e$ . Це очікуваний результат, оскільки заборонені лінії виникають при радіативному переході вниз із метастабільних рівнів, заселення яких здійснюється електронним ударом, а тому залежність емісійностей цих ліній від  $T_e$  експоненціальна. Радіальний же розподіл  $\epsilon(\text{He I } \lambda 4471\text{\AA})$  у разі використання детального методу розрахунку ДЙВ слабо відрізняється від розподілу, отриманого за допомогою наближення Outward Only, оскільки рекомбінаційні лінії мають сильнішу залежність від  $n_e$ , ніж від  $T_e$ .

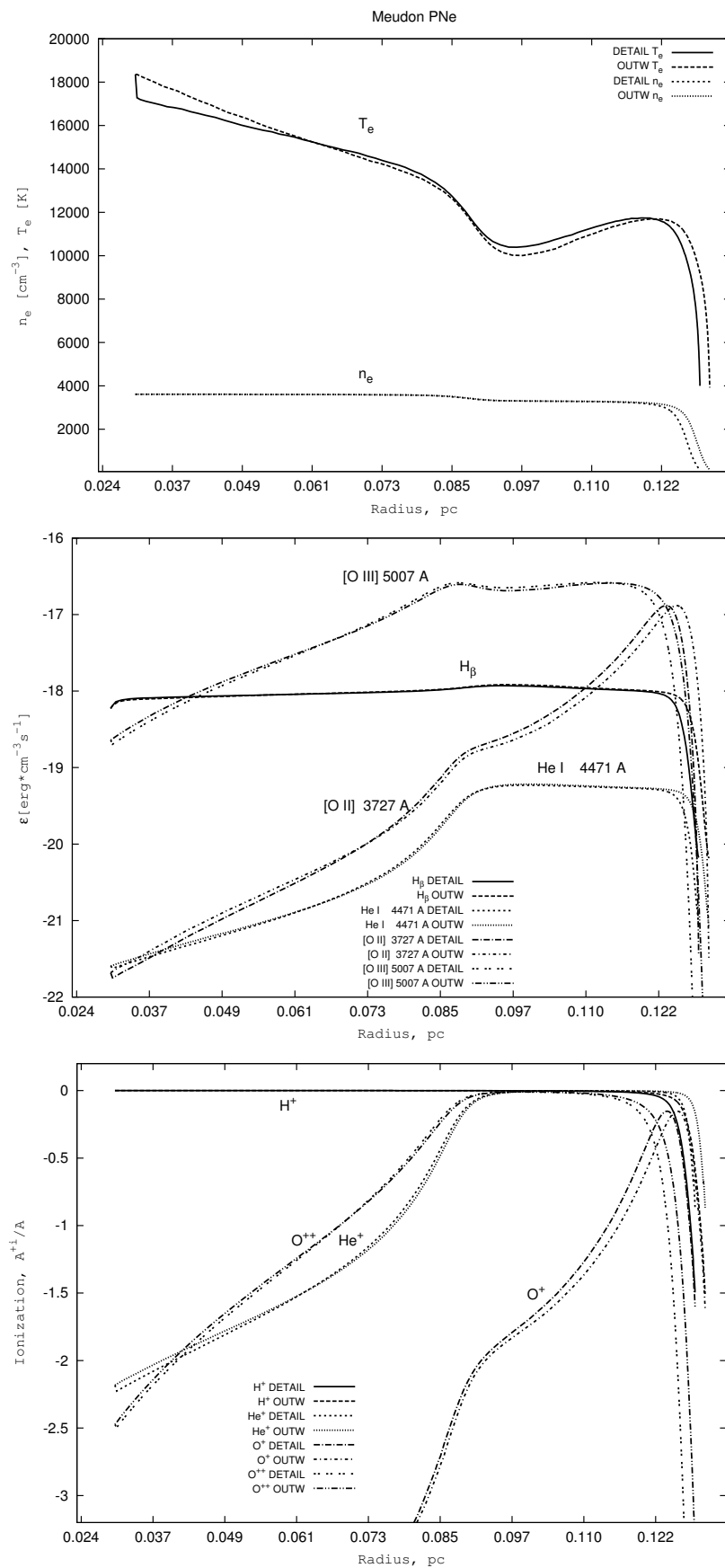


Рис. 2. Радіальні розподіли з ФМС Медонської ПТ електронних температур та концентрації, об'ємних емісійностей деяких важливих рекомбінаційних та заборонених ліній, а також йонного вмісту.

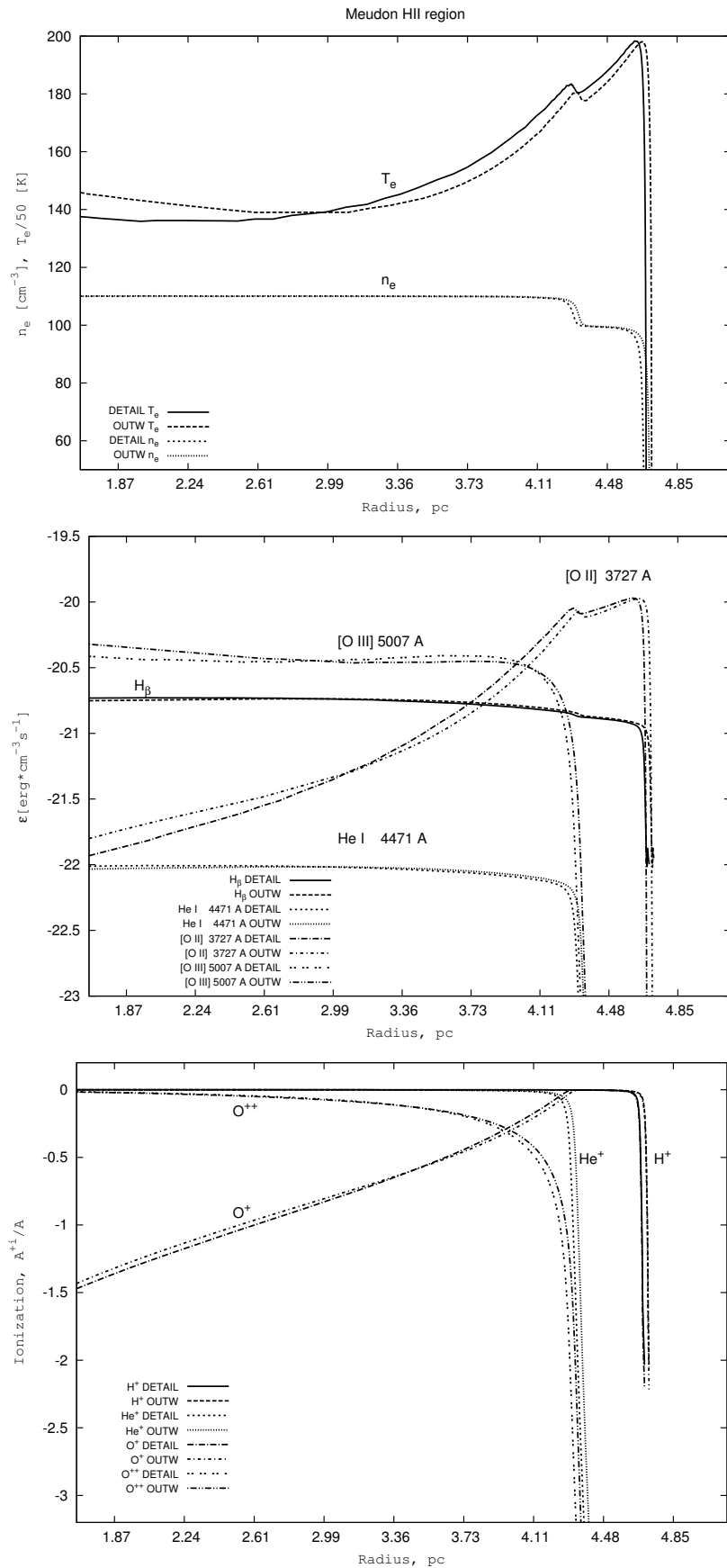


Рис. 3. Радіальні розподіли з ФМС Медонського НІІ регіону електронних температури та концентрації, об'ємних емісійностей деяких важливих рекомбінаційних та заборонених ліній, а також йонного вмісту.

Попри подібний характер залежностей у “стандартних” моделях ПТ з пилом та без слід відзначити, що в останніх відмінності між інтегральними інтенсивностями ліній, отриманими з використанням детального та наближеного методу розрахунку, є значно більшими (див. табл. 2). Це пояснюється тим, що поява пилу приводить до збільшення оптичної товщини об’єкта, і, як наслідок, – до зближення результатів ФМС, розрахованих детально та наближеними методами відповідно. Аналогічну ситуацію маємо і для НП регіону. Зокрема, у випадку НП регіону без пилу відносна інтенсивність лінії [ОП] 5007 Å, отримана з використанням детального методу розрахунку ДЙВ, на 17% більша порівняно з інтенсивністю тієї ж лінії, отриманою при використанні наближення Outward Only (див. табл. 3). Це пояснюється малою оптичною товщиною об’єкта та його великою протяжністю.

Отже відмінності у підходах розрахунку ДЙВ приводять до відмінностей у радіальних розподілах  $T_e$  та  $n_e$ , що, своєю чергою, відображається на відмінностях у радіальних розподілах емісійностей ліній і, відповідно, на потоках випромінювання в цих лініях. У випадку НП регіону розбіжності між результатами ФМС із використанням наближеного методу Outward Only та детального розрахунку ДЙВ є значно більші порівняно з планетарними туманностями. Це пов’язано передусім з більшою протяжністю НП регіонів через меншу густину газу в них, та, відповідно, з більшим внеском дифузної компоненти йонізуючого випромінювання.

#### IV. ВИСНОВКИ

Ми розробили алгоритм детального обчислення дифузного йонізуючого випромінювання. Він полягає в розрахунку рівняння перенесення ДЙВ уздовж різних напрямків від краю туманності до модельованої частини об’єму з подальшим інтегруванням кінцевих потоків. Особливість реалізації цього алгоритму в нашій праці полягає у винесенні процедури інтегрування дифузного випромінювання за межі ядра фотойонізаційного коду. Це дає змогу пришвидшити розрахунок моделей, а також робить наш алгоритм універсальнішим, мінімізуючи втручання в фотойонізаційний код під час імплементації нашого методу у нього.

Для реалізації детального методу розрахунку ДЙВ розроблено комп’ютерну програму *DiffRay*. Для перевірки точності розрахунку ФМС із використанням

популярного наближеного методу Outward Only ми розраховували як газові, так і газо-пилові сферично-симетричні фотойонізаційні моделі світіння ПТ та НП регіонів зі сталим за об’ємом розподілом густини матерії.

Детальний аналіз результатів розрахунку показав, що загалом характери радіального розподілу важливих фізичних характеристик небулярного середовища (зокрема електронних температури та концентрації, а також об’ємної емісійності в лініях) дуже схожі у ФМС, обчислених із використанням детального та наближеного методів розрахунку ДЙВ відповідно. Однак використання детального методу розрахунку дифузного йонізуючого випромінювання призводить до зменшення об’єму йонізованого газу. Оскільки лінія  $H\beta$  випромінюється фактично у всьому об’ємі йонізованого середовища, зменшення йонізаційного радіуса призводить до зменшення її світності і відповідно, до збільшення інтенсивності інших ліній відносно  $H\beta$ .

Також відхилення результатів, отриманих із використанням наближеного (Outward Only) методу при обчисленні ДЙВ від розрахованих за допомогою детального методу, залежать від густини та протяжності об’єкта. Зокрема, у моделі компактної Медонської ПТ найбільші відмінності спостерігаються в лінії [ОІ-ІІ]  $\lambda 5007 \text{ \AA}$  – 2%. У випадку прозорішої для йонізуючих квантів моделі стандартної моделі ПТ без пилу відмінності в цій же лінії становлять 6%. Найбільші відхилення результатів, отриманих із використанням наближеного методу розрахунку ДЙВ від детального, спостерігаються у стандартній моделі НП регіону без пилу (близько 17% для оксигену).

Підсумовуючи, можна зробити такий загальний висновок: що протяжніший небулярний об’єкт і менша його густина, то результати наближеного (швидкого) методу Outward Only будуть більше відхилятися від результатів детального (повільного) методу розрахунку ДЙВ. Зауважимо ще раз, що цей висновок ми отримали на основі результатів розрахунку простих як геометрично (сферична симетрія), так і за розподілом густини (густина стала) ФМС, відмінності в результатах яких зумовлені виключно відмінностями у підходах до розрахунку ДЙВ.

У нашій наступній праці за цим напрямом досліджень ми плануємо дослідити розбіжності в результатах ФМС планетарної туманності зі складними розподілами густини (ближчими до реальних) при застосуванні двох згаданих методів розрахунку ДЙВ.

[1] B. E. J. Pagel, E. A. Simonson, R. J. Terlevich, M. G. Edmunds, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **255**, 325 (1992).  
 [2] D. R. Garnett, Astron. J. **103**, 1330 (1992).  
 [3] В. В. Головатий, Р. Е. Гершберг, Ю. Ф. Мальков, В. И. Проник, Изв. Крым. астрофиз. обсерв. **96**, 72 (1999).  
 [4] G. J. Ferland, *Hazy, a Brief Introduction to Cloudy 94* (University of Kentucky, Physics Department Internal Report, 1999); <http://www.nublado.org>.

[5] C. Morisset, G. Stasinská, M. Pena, Rev. Mex. Astron. Astrof. Ser. Conf. **23**, 115 (2005).  
 [6] L. B. Lucy, Astron. Astrophys. **344**, 282 (1999).  
 [7] B. Ercolano, M. J. Barlow, P. J. Storey, X.-W. Lui, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **340**, 1136 (2002).  
 [8] J. P. Harrington, Astrophys. J. **152**, 943 (1968).  
 [9] В. В. Головатий, Б. С. Новосядлий, Вест. Львов. ун-та. Вопр. астрофиз. **57**, 22 (1983).

- [10] В. В. Головатый, Ю. Ф. Мальков, препринт АН УРСР (Ин-т теор. фізики, 1991). *Observatoire de Meudon, July 8–19, 1985*, edited by D. Pequignot (Publication de l’Observatoire de Meudon, Paris, 1986), p. 363.
- [11] W. J. Henney, in *Diffuse Matter from Star Forming Regions to Active Galaxies* (Springer, 2007), p. 103–126.
- [12] Л. Спитцер, *Физические процессы в межзвездной среде* (Мир, Москва, 1981).
- [13] D. Pequignot, in *Workshop on Model Nebulae: held at*
- [14] G. Ferland *et al.*, in *The Analysis of Emission Lines, Proc. STScI Symposium May 16–18*, editors by R. Williams & M. Livio (Cambridge: Cambridge University Press, 1995), p. 83.

## METHOD FOR DETAILED CALCULATION OF THE DIFFUSE IONIZING RADIATION IN NEBULAR ENVIRONMENTS

O. S. Buhajenko, B. Ya. Melekh

*Astrophysics Department, Ivan Franko National University of Lviv,  
8 Kyryla and Mephodia St., Lviv, UA-79005, Ukraine*

The approximate methods to calculate the diffuse ionizing radiation (DIR) fluxes during the calculation of the photoionization model (PhM) of the nebular environment are frequently used with the purpose of increasing the calculation speed of modern photoionization codes as well as for the simplification of their calculation algorithms. The most popular is the so-called Outward Only method. But the precision requirements to PhM codes increase too. Thus, the task arises on the estimation of the errors due to the use of approximate methods for the DIR calculation.

We developed the algorithm for a detailed DIR calculation during photoionization modelling of the nebular objects based on the solution of the DIR transfer equation along various directions from the outer edges of nebula to the volume we are modelling. To accelerate the numerical integration over the angles the optimization procedure based on the search for the optimal integration steps was developed. To implement a detailed method for the DIR calculation the DiffRaY procedure was developed. To calculate the DIR fluxes the DiffRaY uses the emissivities map (in Ly-continuum as well as in the emission lines) obtained from the results of the photoionization modelling code. Therefore, it is not necessary to modify the core of the code for photoionization modelling during its upgrade by our DiffRaY procedure for the DIR calculation. That allows us to increase the speed of calculations as well as to avoid the mistakes which could arise during modifications in the core of code for photoionization modelling.

We upgraded G. Ferland’s code Cloudy 08.00 by our DiffRaY procedure. Using this code the spherically symmetrical PhMs of planetary nebulae (PNe) as well as the HII regions with a constant density distribution over their volumes were calculated. Also, we calculated PhMs of these objects using the Outward Only approximation for the DIR calculation. The comparative analysis of such PhMs has shown that the models calculated using a detailed method for DIR (DM-DIR) fluxes determination have a slightly lesser volume of the ionizing gas than those calculated in the Outward Only approximation (OOA-DIR). It caused a decrease in the radiation fluxes in the  $H_{\beta}$  line (and, correspondingly, an increase of the intensities of emission lines relative to the  $H_{\beta}$  one) in the DM-DIR models as compared with the OOA-DIR ones. The deviations of the OOA-DIR models from the DM-DIR ones depend also on the density of the nebular environment. Therefore, the PhMs of PNe calculated using DM-DIR and OOA-DIR methods have shown much fewer differences (2–6%) in relative intensities than in the case of PhMs of HII regions (up to  $\sim 17\%$ ). It can be explained by a longer mean free path of DIR photons in the nebular environment with a lower density.