

## ОЦІНКА ВІДМІННОСТІ ПСЕВДОВИПАДКОВОГО СИГНАЛУ ВІД БІЛОГО ШУМУ ЗА ПАРАМЕТРОМ МОДЕЛІ ЕНЕРГЕТИЧНОГО СПЕКТРА СИГНАЛУ

З. О. Колодій<sup>1</sup> , Ю. З. Звізло<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет “Львівська політехніка”,  
Інститут комп’ютерних технологій,  
автоматики та метрології,  
вул. С. Бандери, 28а, Львів, 79013, Україна,  
e-mail: kzenoviy@gmail.com

<sup>2</sup>Львівський національний університет імені Івана Франка  
вул. Університетська, 1, Львів, 79000, Україна

(Отримано 25 грудня 2019 р.; в остаточному вигляді — 25 травня 2020 р.; прийнято до друку — 27 травня 2020 р.; опубліковано онлайн — 18 червня 2020 р.)

Визначено енергетичні спектри псевдовипадкових сигналів. Указано, що жоден із досліджуваних псевдовипадкових сигналів за своїм енергетичним спектром не є білим шумом, а подібний до флікер-шуму. Визначено параметри моделі енергетичного спектра для кожного з цих сигналів — час релаксації  $\tau$  та мінімальне значення енергетичного спектра. Аналіз енергетичних спектрів реальних псевдовипадкових сигналів за значенням часу релаксації  $\tau$  дає змогу висунути гіпотезу про те, що кожна реальна система “шумить” по-своєму, має своє забарвлення шуму. Степінь забарвлення можна оцінити за параметром  $\tau$ , який індивідуальний для кожної системи. Якщо така гіпотеза виявиться правильною, то за визначеним часом релаксації можна ідентифікувати систему.

**Ключові слова:** енергетичний спектр, псевдовипадкові сигнали, флікер-шум, час релаксації.

DOI: <https://doi.org/10.30970/jps.24.2003>

### I. ВСТУП

У багатьох випадках форма сигналу визначає його інформаційний зміст для дослідника. Наприклад, аналіз форми електрокардіограми (ЕКГ), електроенцефалограми (ЕЕГ) і т. д. дає змогу спеціалістові визначити ті чи інші симптоми захворювання пацієнта [1–7]. Однак при цьому оцінка інформації, що міститься в сигналі, залежить від суб’єктивних чинників — від знань та досвіду спеціаліста. Це може привести до того, що той самий сигнал, який має форму шумового сигналу, різні дослідники будуть трактувати по-різному.

Здебільшого реальні сигнали (зокрема, ЕЕГ, ЕКГ) є псевдовипадковими, оскільки генеруються динамічними системами, що тією чи іншою мірою детерміновані [8–10]. При цьому виникає запитання: наскільки той чи інший псевдовипадковий сигнал, згенерований реальною системою, подібний до білого шуму? На сьогодні немає об’єктивного показника, за яким можна було б оцінити відмінність псевдовипадкового (реального) сигналу від білого шуму.

Псевдовипадкові сигнали можна отримати різними способами: експериментальним (ЕЕГ, ЕКГ, флуктуації напруги, струму, електричного опору та ін.) або з допомогою комп’ютерної моделі. У найпростішому випадку псевдовипадкові сигнали суб’єкт може зобразити як часові масштабні процеси. У цій статті завданням було нарисувати сигнал у вигляді шумового

сигналу за визначений проміжок часу  $T$ . Метою завдання було перевірити можливість суб’єкта зобразити сигнал у вигляді білого шуму — сигналу, спектральна густина потужності (енергетичний спектр) якого однакова в діапазоні частот від 0 Гц до  $\infty$ . Учасники експерименту умовно позначені буквами **G**, **J**, **K**, **L**, **P**. Нарисовані сигнали обробляли за відомою методикою цифрової обробки сигналу: значення сигналу визначали в моменти  $n$  відліків, період дискретизації  $\Delta t = T/n$ , частота дискретизації  $F_s = 1/\Delta t$ . Під час математичної обробки зображених сигналів — визначення їхніх енергетичних спектрів — обчислювали їхню автокореляційну функцію  $B(\tau)$  і спектральну густину потужності (СГП)  $S(f)$  за відомими співвідношеннями між  $B(\tau)$  і  $S(f)$  для стаціонарних ергодичних сигналів, оскільки окремо взята реалізація випадкового процесу є не випадковою функцією.

### II. ПРОВЕДЕНІ ДОСЛІДЖЕННЯ І ОБГОВОРЕННЯ

На рис. 1 показано нарисовані псевдовипадкові сигнали (рис. 1, a, b, c, d, e), а також для порівняння наведено згенеровані комп’ютером випадкові сигнали різної довжини (рис. 1, f, g) та СГП  $S(f)$  всіх сигналів. На рисунках сигналів по вертикалі відкладена їхня умовна амплітуда.



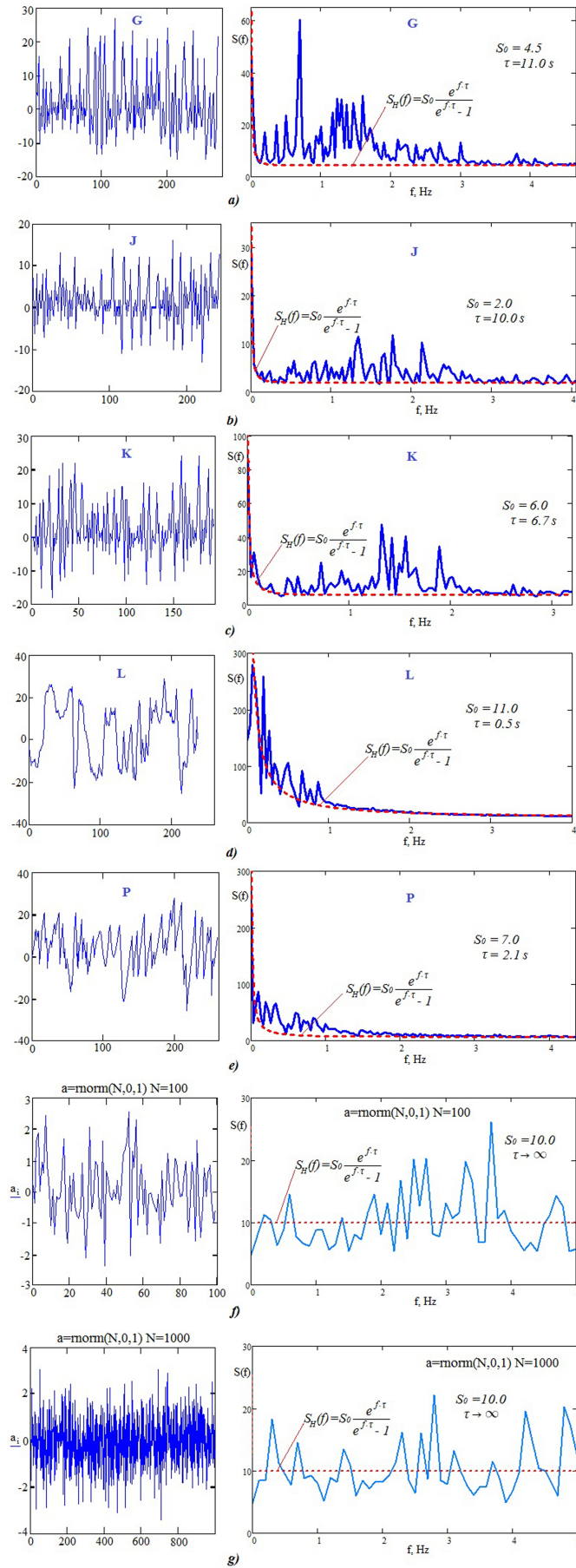


Рис. 1. Псевдовипадкові сигнали та їх енергетичні спектри

За формою сигналів на рис. 1 не можна визначити, наскільки той чи інший сигнал є більше чи менше подібним до білого шуму. Однак за формою енергетичного спектра можна однозначно стверджувати, що жоден із нарисованих псевдовипадкових сигналів не є білим шумом. Характерною особливістю енергетичного спектра кожного з нарисованих сигналів є підйом СГП за  $f \rightarrow 0$  і подібність їх до флікер-шуму (ФШ), тоді як СГП згенерованих комп'ютером сигналів однакова у всьому досліджуваному діапазоні частот (рис. 1, f, g). Тобто, сигнали, згенеровані комп'ютером, є прикладом білого шуму, а сигнали, нарисовані учасниками досліду (суб'єктами), подібні до флікер-шуму.

В [11] запропоновано гіпотезу, за якою ФШ досліджуваної системи є наслідком її нерівноважного стану й енергетичний спектр ФШ описується виразом [12]:

$$S_H(f) = S_0 \frac{e^{f\tau}}{e^{f\tau} - 1}, \quad (1)$$

де  $S_H(f)$  — СГП флуктуацій параметрів системи в нерівноважному стані,  $S_0$  — СГП флуктуацій параметрів системи в рівноважному стані,  $\tau$  — час релаксації системи.

За  $f\tau \ll 1$  (діапазон низьких частот) формула (1) набуває вигляду:

$$S_H(f) = S_0 \frac{e^{f\tau}}{e^{f\tau} - 1} \approx \frac{S_0}{\tau} \frac{1}{f} + S_0 = aS_0 \frac{1}{f} + S_0.$$

Відповідно до формули (1) енергетичні спектри сигналів на рис. 1 можна характеризувати за параметром  $\tau$ . Відомо, що для рівноважної системи  $\tau \rightarrow \infty$  і енергетичний спектр флуктуацій параметрів рівноважної системи з (1) є однаковим у всій досліджуваній смузі частот, тобто має вигляд білого шуму. Відтак відмінність  $\tau$  від значення  $\tau \rightarrow \infty$  свідчить про відхилення досліджуваної системи від рівноважного стану: що менше  $\tau$ , то далі від стану рівноваги є система, то флуктуації її параметрів є менш подібними до білого шуму.

Оцінімо зображені на рис. 1 псевдовипадкові сигнали за параметром  $\tau$ . Методику визначення  $\tau$  та  $S_0$  наведено в [13] (рис. 2). Значення  $S_0$ , фактично, відповідає мінімальному значенню досліджуваного енергетичного спектра.

Енергетичні спектри сигналів на рис. 1 апроксимовано залежністю  $S_H(f)$  (1) за визначеного  $\tau$ . За апроксимації енергетичних спектрів на рис. 1 не враховуються окремі спектральні складники, пов'язані з особливостями кожного сигналу [1,2,4,9]. З аналізу енергетичних спектрів на рис. 1 за параметром  $\tau$  можна зробити висновок, що серед сигналів **G**, **J**, **K**, **L**, **P** сигнал **G** найбільш подібний до білого шуму, значення  $\tau$  для нього найбільше  $\tau = 11.0$  s, а **L** є найменш подібним до білого шуму, значення  $\tau$  для нього є  $\tau = 0.5$  s.

Під час аналізу сигналів **G**, **J**, **K**, **L**, **P** виявлено цікаву особливість: кожен сигнал був розбитий на три

частини **G1**, **G2**, **G3**, **J1**, **J2**, **J3** і т. д. і визначений енергетичний спектр кожної з них. Незважаючи на зовнішню неподібність між собою сигналів **G1**, **G2**, **G3**, **J1**, **J2**, **J3** і т. д., під час апроксимації їхніх енергетичних спектрів залежністю (1) кожна група сигналів **G1–G3**, **J1–J3**, **K1–K3**, **L1–L3**, **P1–P3** добре апроксимується  $S_H(f)$  з однаковим значенням  $\tau$  для кожної групи за різного значення  $S_0$  (за різного значення амплітуди сигналів). Значення  $\tau$  для кожної групи сигналів є таким же, як і для відповідного загального сигналу **G**, **J**, **K**, **L**, **P**. Це може означати, що параметр  $\tau$  є індивідуальним для кожного з досліджуваних сигналів.

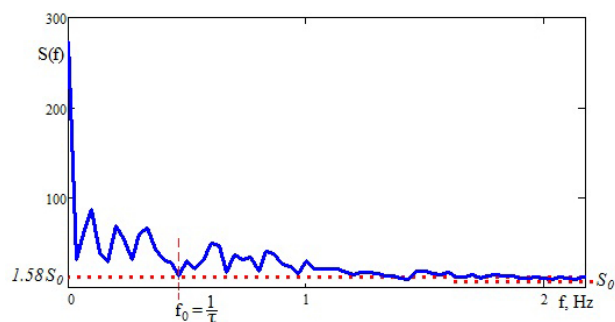


Рис. 2. Визначення значення  $\tau$  та  $S_0$

Кожен зі зображених сигналів можна оцінити й за об'єктивним параметром — ентропією сигналу, яку використовують для оцінки кількості інформації, що міститься в неперервному сигналі. Диференціальну ентропію неперервного сигналу визначаємо за формулою:

$$H(x) = - \int_X p(x) \ln p(x) dx, \quad (2)$$

де  $p(x)$  — густина розподілу ймовірності значень неперервного сигналу.

Шумовий сигнал є прикладом неперервного сигналу. В багатьох випадках закон розподілу такого сигналу невідомий і для його визначення необхідно провести додаткові дослідження, що пов'язано із затратами часу й ресурсів. Оцінка інформації на основі густини розподілу значень неперервного випадкового сигналу (2) підходить для аналізу каналів зв'язку, де актуальним є співвідношення сигнал/шум.

У [14] наведено вираз для ентропії шумового сигналу, який ураховує спектральний розподіл сигналу і може бути використаний для оцінки кількості інформації самого джерела сигналу:

$$\begin{aligned} H(\tau) &= \int_0^\infty P_H \log \frac{1}{P_H} df \\ &= \int_0^\infty \frac{e^{f\tau} - 1}{e^{f\tau}} \log \frac{e^{f\tau}}{e^{f\tau} - 1} df, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $H(\tau)$  — диференціальна ентропія шумового сигналу,  $\tau$  — час релаксації джерела сигналу.

Із (3) за  $\tau \rightarrow \infty$  кількість інформації дорівнює нулеві. Із (1) за  $\tau \rightarrow \infty$  СГП флуктуацій параметрів системи (джерела сигналу) має вигляд білого шуму:  $S_H(f) = S_0 = \text{const.}$  Тобто, якщо джерело сигналу є в рівноважному стані, то кількість інформації, отриманої на основі аналізу флуктуацій його параметрів (які мають вигляд білого шуму), дорівнює нулеві. Аналіз енергетичного спектра білого шуму дає змогу отримати інформацію тільки про кількість енергії, нагромадженої в системі [15]. Якщо джерело сигналу не в рівноважному стані ( $\tau < \infty$ ), то кількість інформації, визначеної за формулою (3), є тим більшою, чим менше значення  $\tau$ . Наприклад, кількість інформації, визначеної за формулою (3) на основі значення  $\tau$  є для сигналу **G** на рис. 1a:  $H(\tau) \approx 0.085$  біт, а для сигналу **L** на рис. 1d:  $H(\tau) \approx 2$  біт. Значення  $H(\tau)$  визначені в діапазоні частот від  $10^{-5}$  Hz до  $10^3$  Hz. Зауважимо, що значення  $H(\tau)$  у діапазонах частот  $10^{-1} \div 10^3$  Hz,  $10^{-5} \div 10^3$  Hz практично не відрізняються. Це пов'язано з формою функції  $H(\tau, f)$  (3).

За формулою (3) найбільша кількість інформації є в сигналі **L** на рис. 1d. Очевидно, що зміст такої інформації може бути різним, однак попередній аналіз СГП і визначення кількості інформації за формулою (3) дасть змогу звернути увагу на той сигнал, у якому кількість інформації більша.

Проведені дослідження з допомогою комп'ютерної моделі [16] показують залежність значення  $\tau$  із формули (1) від кількості елементів структури досліджуваної системи і від їхнього розташування. Що менша кількість елементів структури системи й що впорядкованіше їх розміщення, то більшим є значення  $\tau$

і, відповідно, менша кількість інформації, яка міститься у флуктуаціях параметрів досліджуваної системи.

### III. ВИСНОВКИ

1. Реальні псевдовипадкові сигнали відмінні від білого шуму й більш подібні до ФШ.

2. Відмінність реальних псевдовипадкових сигналів від білого шуму можна оцінити за параметром енергетичних спектрів сигналів – часом релаксації  $\tau$ : що менше значення  $\tau$ , то менша подібність псевдовипадкового сигналу до білого шуму.

3. Аналіз енергетичних спектрів реальних псевдовипадкових сигналів із визначенням часу релаксації  $\tau$  дає змогу висунути гіпотезу про те, що кожна реальна система “шумить” по-своєму, має своє забарвлення шуму. Степінь забарвлення можна оцінити за параметром  $\tau$ , який індивідуальний для кожної системи. Якщо така гіпотеза виявиться правильною, то за визначеним часом релаксації можна ідентифікувати систему.

4. За параметром  $\tau$  можна визначити кількість інформації, яка є в реальному псевдовипадковому сигналі: що менше значення  $\tau$ , то більше інформації міститься в сигналі. Попереднє визначення кількості інформації дає змогу звернути увагу на той сигнал, у якому кількість інформації більша. У подальшому інтерпретувати таку інформацію зможе спеціаліст.

- 
- [1] M. Fedotenkova, A. Hutt, J. W. Sleigh, *BMC Neurosci.* **16**(Suppl. 1), P233 (2015); <https://doi.org/10.1186/1471-2202-16-S1-P233>.
- [2] S. Dave, T. A. Brothers, T. Y. Swaab, preprint bioRxiv 147058 (2017); <https://doi.org/10.1101/147058>.
- [3] M. Ranjbaran *et al.*, in *35th Annual International Conference of the IEEE EMBS* (Osaka, Japan, 3–7 July 2013), p. 997.
- [4] P. Allegrini, D. Menicucci, R. Bedini, L. Fronzoni, *Phys. Rev. E* **80**, 061914 (2009); <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.80.061914>.
- [5] K. J. Miller<sup>1</sup>, L. B. Sorensen, J. G. Ojemann, M. den Nijs, *PLoS Comput. Biol.* **5**, e1000609 (2009); <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1000609>.
- [6] R. Gao, *J. Neurophysiol.* **115**, 628 (2015); <https://doi.org/10.1152/jn.00722.2015>.
- [7] B. Voytek *et al.*, *J. Neurosci.* **35**, 13257 (2015); <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.2332-14.2015>.
- [8] S. Farrell, E.-J. Wagenmakers, R. Ratcliff, *Psychonom. Bull. Rev.* **13**, 737 (2006); <https://doi.org/10.3758/BF03193989>.
- [9] D. L. Gilde, *Psycholog. Rev.* **108**, 33 (2001); <https://doi.org/10.1037/0033-295X.108.1.33>.
- [10] J. Pressing, *Paideusis – J. Interdiscip. Cross-Cult. Stud.* **2**, X-42 (1999).
- [11] Z. Kolodiy, A. Kolodiy, in *22nd International Conference on Noise Fluctuations* (Corum de Montpellier, France, 2013), p. 131.
- [12] Z. A. Kolodiy, *Radioelectron. Commun. Syst.* **53**, 412 (2010); <https://doi.org/10.3103/S0735272710080030>.
- [13] Y. Bobalo, Z. Kolodiy, B. Stadnyk, S. Yatsyshyn, *Sensors Transducers* **152**, 164 (2013).
- [14] A. Z. Kolodiy, Z. A. Kolodiy, *Aut. Control Comp. Sci.* **48**, 243 (2014); <https://doi.org/10.3103/S014641161404004X>.
- [15] J. Pearce, A. Greenen, P. Bramley, D. Cruickshank, in *4th International Conference on Advancements in Nuclear Instrumentation Measurement Methods and their Applications (ANIMMA)* (2015); <https://doi.org/10.1109/ANIMMA.2015.7465506>.
- [16] Z. A. Kolodiy, *Ukr. J. Phys.* **53**, 718 (2008).



**EVALUATION OF THE DIFFERENCE OF PSEUDORANDOM SIGNAL FROM WHITE NOISE  
USING A PARAMETER OF ENERGY SPECTRUM MODEL OF THE SIGNAL**

Z. A. Kolodiy<sup>1</sup>, J. Z. Zvizlo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*National University Lviv Polytechnic, Institute of Computer Technologies, Automatics and Metrology,  
28a, S. Bandery St., Lviv, UA-79013, Ukraine,  
e-mail: kzenoviy@gmail.com*

<sup>2</sup>*Ivan Franko National University of Lviv,  
1, Universytetska St., Lviv, UA-79000, Ukraine*

In many cases, the shape of a signal determines its information content for the researcher. For example, analysis of the shape of an electrocardiogram, electroencephalogram, etc. allows the specialist to identify certain symptoms of the patient's disease. However, evaluation of the information contained in a signal depends on subjective factors, such as the knowledge and experience of the specialist. This means that the same signal, which has the form of a noise signal, may be interpreted differently by different researchers.

In most cases, real signals are pseudorandom, because they are generated by dynamic systems, which are to some extent deterministic. This raises the question: to what extent is a pseudorandom signal generated by a real system similar to a noise signal? At present, there is no objective indicator to assess the difference between a pseudorandom signal and white noise.

The power spectra of pseudorandom signals have been determined. It has been noted that none of the investigated pseudorandom signals is white noise by its power spectrum, but is similar to flicker noise. A relaxation time  $\tau$  and a minimum power spectrum value has been established as parameters of the signal power spectrum model for each of the signals explored. The power spectrum analysis of real pseudorandom signals by the value of the relaxation time  $\tau$  makes it possible to hypothesize that every real system "noise" has its own colored noise in its own way. The coloring degree can be estimated by the  $\tau$  parameter, which is individual for each system. If this hypothesis proves to be correct, then the system can be identified by a predestined relaxation time.

**Key words:** energy spectrum, pseudorandom signals, flicker-noise, relaxation time.