ЕЛЕКТРИЧНІ ФОРМФАКТОРИ НУКЛОНІВ І ЗАРЯДОВИЙ ФОРМФАКТОР ДЕЙТРОНА

В. І. Жаба

Ужгородський національний університет,
кафедра теоретичної фізики,
вул. Волошина, 54, Ужгород, 88000, Україна,
e-mail: viktorzh@meta.ua

(Отримано 30 квітня 2020 р.; прийнято до друку — 29 жовтня 2020 р.; опубліковано онлайн — 16 лютого 2021 р.)

Проведено огляд основних апроксимаційних залежностей для ізоскалярних електричних формфакторів протона G_E і нейтрона G_N . Проаналізовано особливості їх отримання й наступного застосування для апроксимації за експериментальними даними. Описано основні експериментальні відомості нуклонних електричних формфакторів. Використовуючи апроксимаційні залежності цього огляду, отримали відповідні параметри для електричних формфакторів нуклонів G_E і G_N . Здебільшого вони загалом досить добре описують експериментальні дані. Найкращими параметризаціями для опису експериментальних даних електричного формфактора протона G_E є записи у вигляді полінома та відношення поліномів. Експериментальні вимірювання електричного формфактора нейтрона G_N найкраще описує параметризація Галстера. Якість апроксимації електричних формфакторів нуклонів контролюємо визначенням зарядових радіусів протона r_E і нейтрона r_N . За апроксимаційними залежностями нуклонних електричних формфакторів і хвильовими функціями дейтрона в координатному зображенні для потенціалів Reid93 і CD-Bonn та моделі DDM розраховано зарядовий формфактор дейтрона $G_C(p)$. Теоретичні значення формфактора $G_C(p)$ порівняли з експериментальними даними провідних колаборацій та оглядів. Залежно від вибору нуклонних електричних формфакторів вторинний максимум для зарядового формфактора дейтрона $G_C(p)$ розташований для потенціалу Reid93 в інтервалі імпульсів $p = 5.60 - 5.80 \text{ fm}^{-1}$, для потенціалу CD-Bonn за $p = 6.00 - 6.40 \text{ fm}^{-1}$ і для моделі DDM за $p = 5.45 - 5.65 \text{ fm}^{-1}$. Позиція нуля розташована за імпульсів $p_0 = 4.60 \text{ fm}^{-1}$ для потенціалу Reid93, $p_0 = 5.05 \text{ fm}^{-1}$ для потенціалу CD-Bonn і $p_0 = 4.45 \text{ fm}^{-1}$ для моделі DDM. Отримані чисельні значення середньоквадратичного зарядового r_{ch} і структурного r_{str} радіусів дейтрона добре узгоджується з результатами експериментальних та інших теоретичних даних. Використовуючи отримані параметри апроксимаційних залежностей для ізоскалярних нуклонних електричних формфакторів та відомі магнітні нуклонні формфактори, у наступних дослідженнях можна провести розрахунки структурних функцій $A(p)$, $B(p)$, компонент тензорної і векторної дейтронних поляризацій $t_{ij}(p)$, тензорної аналізуючої здатності A_{yy} та інших поляризаційних спостережуваних.

Ключові слова: нуклон, дейтрон, формфактор, радіус, хвильова функція, апроксимація.

DOI: <https://doi.org/10.30970/jps.25.1101>

І. ВСТУП

Дейтрон, як двонуклонний зв'язаний стан для нейтрона і протона, є найпростішою двочастинковою системою в практичних задачах ядерної фізики. Така проста малонуклонна система дозволяє ліпше зрозуміти нуклон-нуклонну взаємодію, процеси розсіяння дейтрона й електромагнітну структуру дейтрона. Вимірювання електромагнітних характеристик дейтрона та їхнє теоретичне передбачення є неоціненними для вивчення внутрішньої структури дейтрона.

Електромагнітну структуру дейтрона спостерігаємо й вимірюємо під час пружного електрон-дейтронного розсіяння. Її описуємо набором трьох формфакторів $G_C(p)$, $G_Q(p)$ та $G_M(p)$, які є електричним монопольним (зарядовим), електричним квадрупольним та магнітним дипольним розподілами дейтрона відповідно в зображенні квадрата переданого імпульсу p^2 [1, 2].

Зарядовий формфактор дейтрона $G_C(p)$ є скла-

довою частиною для функції електричної структури $A(p)$. За відомого значення формфактора $G_C(p)$ можна обчислити такі величини, як тензорну t_{20} і векторну t_{11} дейтронну поляризації для електрон-дейтронного розсіяння [2], тензорну аналізуючу здатність A_{yy} в непружному розсіянні дейтрона в межах моделі обміну ω -мезоном [3], векторні й тензорні коефіцієнти передачі поляризації для процесу $d + p \rightarrow d + X$ в σ - і ω -обмінних моделях [4], а також коефіцієнти спінової кореляції та тензорні асиметрії в лептон-дейтронному розсіянні в наближенні нульової маси лептона [5], векторні й тензорні асиметрії ed -розсіяння в Борнівському наближенні [6].

Актуальне досі теоретичне дослідження величини зарядового формфактора $G_C(p)$ в пружному електрон-дейтронному розсіянні із застосуванням сучасних теоретичних підходів та апроксимацій [2, 7–11]. Крім цього, враховуючи пряму залежність зарядового формфактора дейтрона від ізоскалярних електричних формфакторів протона й нейтрона, можна отримати

такі апроксимаційні залежності для останніх, які б дозволили охопити якомога більшу частину наявних у науковій літературі експериментальних даних.

У цій праці для теоретичних розрахунків зарядового формфактора дейтрона $G_C(p)$ застосовано аналітичні форми хвильової функції дейтрона (ХФД) в координатному зображенні й апроксимаційні залежності для ізоскалярних електричних формфакторів протона і нейтрона. Для чисельних обчислень використано нуклон-нуклонний реалістичний феноменологічний потенціал Неймегенської групи Reid93 [12, 13], зарядово-залежний потенціал (“charge-dependent Bonn”-CD-Bonn) [14] і “одягну” дибаріонну модель (DDM) [15].

II. ЗАРЯДОВИЙ ФОРМФАКТОР ДЕЙТРОНА

Зарядовий $G_C(p)$, квадрупольний $G_Q(p)$ і магнітний $G_M(p)$ формфактори дейтрона містять інформацію про електромагнітні властивості дейтрона [2, 16]:

$$G_C = G_{EN} D_C; \quad (1)$$

$$G_Q = G_{EN} D_Q; \quad (2)$$

$$G_M = \frac{m_D}{2m_p} (G_{MN} D_M + G_{EN} D_E). \quad (3)$$

Тут частинкові формфактори D_i визначаємо через радіальні ХФД в координатному зображенні $u(r)$ і $w(r)$ для S - і D -станів. Зокрема, монопольний електричний формфактор записуємо як

$$D_C = \int_0^\infty [u^2 + w^2] j_0 dr. \quad (4)$$

де j_0 — сферична функція Бесселя нульового порядку від аргументу $pr/2$. У формулах (1)-(3) використано такі позначення: m_d , m_p — маси дейтрона і протона відповідно; $G_{EN} = G_{EP} + G_{EN}$; $G_{MN} = G_{MP} + G_{MN}$ — ізоскалярні електричний і магнітний нуклонні формфактори відповідно, де G_{EP} і G_{EN} — протонний і нейтронний ізоскалярний електричний формфактори; G_{MP} і G_{MN} — протонний і нейтронний ізоскалярний магнітний формфактори.

Отже, зарядовий формфактор дейтрона визначаємо за ХФД в координатному представленні та протонному і нейтронному ізоскалярних електричних формфакторах:

$$G_C = f(u, w; G_{EP}, G_{EN}).$$

Експериментальні дані для зарядового формфактора $G_C(p)$ від 1966 до 2016 рр. наведено в роботах колаборацій Orsay [17], Bates [18, 19], JLab [20], NIKHEF [21], VEPP3 [22–24], BLAST [25, 26] та оглядів Boden [27], Garcon [19] і Abbott [7].

III. ФОРМФАКТОРИ НУКЛОНІВ

У [28] були проаналізовані та систематизовані основні моделі нуклонних формфакторів. До них належать групи з конформними пристосуваннями для формування факторів, моделі домінування векторних мезонів, дисперсійні аналізи, складові моделі кварків та моделі піонних хмар. Також урахувано поперечні цілостності та відповідність теоріям більш високих розмірів.

Розгляньмо електричні формфактори для нейтрона і протона. В оглядах [29, 30] приведено п'ять моделей електромагнітних нуклонних формфакторів:

1) оригінальне дипольне наближення (DFF) [31]:

$$G_{EP} = G_D; \quad G_{EN} = 0; \quad (5)$$

2) модифіковане дипольне наближення (MDFF1):

$$G_{EP} = (1 - 0.13(p^2 - 0.04)) G_D; \quad (6)$$

$$G_{EN} = -\frac{\mu_n \eta}{1 + 5.6\eta} G_D;$$

3) модифіковане дипольне наближення (MDFF2):

$$G_{EP} = (1 - 0.13(p^2 - 0.04)) G_D; \quad (7)$$

$$G_{EN} = -\frac{\mu_n \eta}{1 + 5.6\eta} G_{EP};$$

4) модель релятивістського гармонічного осцилятора (RHOM) на основі кваркової моделі з релятивістським осциляторним потенціалом [30, 32]:

$$G_{EP} = I^{(3)}; \quad G_{EN} = p^2/2m_D^2 I^{(3)}, \quad (8)$$

де величина $I^{(3)}$ задана як

$$I^{(3)} = \frac{1}{1+p^2/2m_D^2} \exp \left\{ \frac{1}{2 \times 0.42} \frac{-p^2}{1+p^2/2m_D^2} \right\};$$

5) 9-резонансна U&A нуклонна модель із 12 вільних параметрів [33].

Тут нуклонний формфактор представляють у формі диполя [31] для розмірностей переданого імпульсу в одиницях $[\text{GeV}/c]$ або $[\text{fm}^{-1}]$

$$G_D(p^2) = \left(1 + \frac{p^2}{0.71(\text{GeV}/c)^2} \right)^{-2} = \left(1 + \frac{p^2}{18.235 \text{ fm}^{-2}} \right)^{-2}, \quad (9)$$

а $\mu_n = -1.9130$ — це магнітний нейтронний момент в ядерних магнетонах.

У [34] приведено ще один модельний ізоскалярний електричний формфактор у вигляді $G_{EN} = \frac{1}{(1+p^2/M_e^2)^2}$ при $M_e = 3.8 \text{ fm}^{-1}$.

Експериментальні виміри колаборації JLab нейтронного і протонного зарядового формфактора свідчать, що ізоскалярний електричний формфактор може бути добре апроксимовано за допомогою виразу [2]

$$G_{\text{EN}} = G_{\text{EN}} + G_{\text{Ep}} = \left(\frac{1.91\eta}{1 + 5.6\eta} + (1.0 - 0.1262p^2) \right) G_{\text{D}}. \quad (10)$$

Тобто в [2] електричний формфактор протона зображений у вигляді полінома:

$$G_{\text{Ep}} = (1 + a_1 p^2) G_{\text{D}}. \quad (11)$$

У [35] зроблено огляд параметризацій для нейтронного ізоскалярного електричного формфактора G_{En} . Зокрема, згадана параметризація Галстера [36] у формі

$$G_{\text{EN}} = -\frac{a\mu_n\eta}{1 + b\eta} G_{\text{D}}, \quad (12)$$

де вказані пари параметрів як $(a; b) = (1.0; 5.6), (1.25; 18.3), (1.0; 3.4)$.

Також важливо відмітити модель домінування векторного мезона (VMDM) [37] з урахуванням параметрів повної моделі Гарі-Крумпельмана [38]:

$$G_{\text{Ep},n} = F_1^{\text{p},n} - \frac{p^2}{4m_N^2} F_2^{\text{p},n}; \quad (13)$$

де $F_1^{\text{p},n}, F_2^{\text{p},n}$ — формфактори Дірака й Паулі для протона й нейтрона.

До апроксимацій нуклонних електричних формфакторів також відносять такі:

- Kelly параметризація [39]

$$G_{\text{Ep}} = \frac{\sum_{k=0}^n a_k \tau^k}{1 + \sum_{k=1}^{n+2} b_k \tau^k}; \quad G_{\text{EN}} = \frac{A\tau}{1 + B\tau} G_{\text{D}}; \quad (14)$$

- емпірична підгонка для нуклонних електромагнітних формфакторів [40]

$$G_{\text{Ep}} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^4 a_k p^k}; \quad G_{\text{EN}} = \frac{-a\mu_n\tau}{1 + b\tau} G_{\text{D}} \quad (15)$$

- і Bradford параметризація [41]

$$G_X = \frac{\sum_{k=0}^n a_k \tau^k}{1 + \sum_{k=1} b_k \tau^k}; \quad (16)$$

де $X = \{\text{Ep}, \text{En}\}; \tau = \frac{p^2}{4m_p^2}$.

У [42] подано феноменологічний підхід для параметризації формфакторів у вигляді суми подвійного

диполя і двох гауссіанів (параметризація Фрідріха-Вальчера):

$$G_N = G_s + a_b p^2 G_b; \quad (17)$$

де $G_s = \frac{a_{10}}{(1+p^2/a_{11})^2} + \frac{a_{20}}{(1+p^2/a_{21})^2}; \quad G_b = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{p-p_b}{\sigma_b} \right)^2 \right\} + \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{p+p_b}{\sigma_b} \right)^2 \right\}.$

Згадаймо ефективність застосування параметризації формфактора протона згідно з [43, 44]

$$G_{\text{Ep}} = \frac{a_1}{1 + a_2 p^2} + \frac{1 - a_1}{1 + a_3 p^2}. \quad (18)$$

Також необхідно підкреслити (вказати на) параметризацію двома диполями, що використана, наприклад, для апроксимації експериментальних даних експериментів із подвійною поляризацією для визначення електричного формфактора нейтрона [45]

$$G_{\text{EN}} = \sum_{i=1,2} \frac{a_i}{(1 + p^2/b_i)^2}. \quad (19)$$

Фактично форма (19) була запропонована в роботі [46] для

$$G_{\text{EN}} = \left[1 + \frac{p^2}{12} (R_{av}^2 - 0.06) \right]^{-2} - \left[1 + \frac{p^2}{12} (R_{av}^2 + 0.06) \right]^{-2},$$

де R_{av} — середній радіус.

Отже, нуклонні електричні формфактори представляються за допомогою теоретичних моделей або апроксимацій експериментальних даних.

У табл. 1 і 2 наведено експериментальні відомості про електричні формфактори протона й нейтрона відповідно. Указано колаборації, які проводили експериментальні дослідження, а також процес (електрон-протонне, електрон-дейтронне розсіяння, процеси з поляризованими та неполяризованими пучками і мішенями: $^2\text{H}(\text{e}, \text{e}'n)p$, $^2\text{H}(\text{e}, \text{e}'n)p$, $^3\text{He}(\text{e}, \text{e}'n)pp$ та ін.) або метод отримання даних (глобальний аналіз у вигляді оглядів), кількість визначених даних N_{data} та інтервал переданих імпульсів Δp^2 , у якому знаходили значення електричних формфакторів нуклонів.

Рік	Колаборація	Процес	N_{data}	Інтервал Δp^2 , (GeV/c) ²	Література
1962	Orsay	Ep	2	0.04088–0.11603	[47]
1963	Orsay	Ep	4	0.01168–0.07788	[48]
1963	Global analysis	Ep	45	0.0109–1.75219	[49]
1966	DESY	Ep	9	4.08–9.59	[50]
1966	Orsay	ed	3	0.11681–0.19469	[17]
1966	SLAC	Ep	20	0.15575–0.85663	[51]
1967	DESY	Ep	2	1.95–2.92	[52]
1970	SLAC	Ep	5	0.99–3.74	[53]
1971	Bonn	Ep	9	0.38938–1.94688	[54]
1971	CEA	Ep	15	0.13–1.75	[55]
1973	DESY	Ep	8	0.67–3.00	[56]
1973	CEA	ed	6	0.27256–1.75219	[57]
1973	SLAC	Ep	14	0.999–25.03	[58]
1974	SAL	Ep	11	0.00584–0.03092	[59]
1975	Mainz	Ep	10	0.01363–0.12265	[60]
1976	Empirical fits	Ep	31	0.00584–5.17869	[61]
1980	Mainz	Ep	18	0.00545–0.05451	[62]
1992	SLAC	Ep	8	1.75–8.83	[63]
1994	SLAC	Ep	8	1.75–8.83	[64]
1994	SLAC	Ep	4	1.0–3.007	[65]
2004	JLab	Ep	7	0.65–5.2	[66]
2005	JLab	Ep	3	2.64–4.1	[67]
2010	A1	Ep	77	0.0152–0.5524	[68, 69]
2017	MAMI	Ep	22	0.00133–0.01548	[70]

Табл. 1. Експериментальні відомості про електричний формфактор протона $G_{\text{Ep}}/G_{\text{D}}$
 Table 1. Experimental data on the electric proton form factor $G_{\text{Ep}}/G_{\text{D}}$

IV. РОЗРАХУНКИ

Зауважимо, що вказані апроксимаційні залежності використовували для наявних на ту пору експериментальних даних ізоскалярних електричних формфакторів протона й нейтрона. І часто аналіз робили не для широкого кола праць, а тільки для деяких вибраних робіт, що не охоплювали експерименту за багатьох малих і великих значень переданого імпульсу. Наприклад, у праці [39] для апроксимації G_{En} використано тільки 7 робіт [78, 82, 84–86, 89, 90]. Однак із плином часу та одержанням нових або уточнених експериментальних даних актуальним є отримання параметрів апроксимаційних залежностей для нуклонних електричних формфакторів у ширшому інтервалі імпульсів. Величину χ^2 , що припадає на степінь вільності, розраховували згідно з формулою

$$\chi^2 = \frac{1}{N-p} \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots, a_p))^2, \quad (20)$$

де N — кількість точок масиву y_i експериментальних значень електричних формфакторів нуклонів; f — апроксимувальна функція; $a_1, a_2, \dots, a_p$ — параметри функції f ; p — кількість параметрів. Значення

χ^2 визначаємо не тільки формою апроксимувальної функції f , але й кількістю параметрів функції f .

Результати апроксимації для електричних формфакторів протона G_{Ep} і нейтрона G_{En} наведено в табл. 3 і 4 відповідно. Формули для апроксимації формфакторів квадрату переданого імпульсу p^2 наведено в одиницях (GeV/c)². Кількість експериментальних значень електричних формфакторів нуклонів G_{Ep} і G_{En} становило відповідно, 341 згідно з даними [17, 47–70] і 133 згідно з [17, 45, 49, 57, 71–94] (див. табл. 1 і 2).

З огляду на мінімальні значення χ^2 найкращими апроксимаційними залежностями експериментальних даних для G_{Ep} є формули (11), (16), (17), (18), а для G_{En} — (12), (17) і (19). Зазначимо, що вирази (12) і (14) для формфактора нейтрона G_{En} відрізняються на величину магнітного нейтронного моменту. Тому немає принципової різниці, яку з цих двох залежностей використовувати.

Для подальших розрахунків зарядового формфактора дейтрона можна попарно вибрати апроксимаційні залежності G_{Ep} і G_{En} . Таких пар є чотири: fit 1, fit2, fit3 і fit4 (табл. 5).

Рік	Колаборація	Процес	N_{data}	Інтервал Δp^2 , (GeV/c) ²	Література
1963	Global analysis	Ep	21	0.03738–0.85663	[49]
1965	Mark III	$^2H(e, e'n)p$	11	0.03894–1.16813	[71]
1966	Orsay	ed	3	0.11681–0.19469	[17]
1966	CEA	ed	7	0.389–3.89	[72]
1966	New York	$^2H(e, e'n)p$	3	0.21416–0.56459	[73]
1973	CEA	ed	6	0.27256–1.75219	[57]
1990	Saclay	ed	43	0.01618–0.70228	[74]
1991	MIT-Bates	$^3\text{He}(e, e')$	1	0.16	[75]
1992	MIT-Bates	$^3\text{He}(e, e')$	1	0.20	[76]
1993	SLAC	ed	4	1.75–4.0	[77]
1994	Bates	$^2H(e, e'n)p$	1	0.255	[78]
1994	MAMI	$^3\text{He}(e, e'n)pp$	1	0.31	[79]
1995	ELSA	$^2H(e, e'n)p$; $^2H(e, e'p)n$	4	0.125–0.605	[80]
1999	MAMI	$^3\text{He}(e, e'n)pp$	1	0.4	[81]
1999	Mainz	$^2H(e, e'n)p$	1	0.15	[82]
1999	MAMI	$^2H(e, e'n)p$	1	0.34	[83]
1999	NIKHEF	$^2\text{H}(e, e'n)p$	1	0.21	[84]
1999	MAMI	$^3\text{He}(e, e'n)pp$	1	0.67	[85]
2001	MAMI	$^3\text{He}(e, e'n)pp$	1	0.40	[86]
2001	JLab	$^2\text{H}(e, e'n)p$	1	0.495	[87]
2003	MAMI	$^3\text{He}(e, e'n)pp$	1	0.67	[88]
2003	JLab E93-038	$^2H(e, e'n)p$	3	0.447–1.45	[89]
2004	JLab E93-026	$^2\text{H}(e, e'n)p$	2	0.5–1.0	[90]
2005	Mainz	$^2H(e, e'n)p$	3	0.30–0.79	[91]
2006	JLab E93-038	$^2H(e, e'n)p$	3	0.447–1.450	[92]
2008	BLAST	$^2\text{H}(e, e'n)p$	4	0.142–0.415	[45]
2010	JLab	$^3\text{He}(e, e'n)pp$	3	1.72–3.41	[93]
2012	A1	$^3\text{He}(e, e'n)pp$	1	1.58	[94]

Табл. 2. Експериментальні відомості про електричний формфактор нейтрона G_{EN} Table 2. Experimental data on the electric neutron form factor G_{EN}

Модель	χ^2	Параметри
(11)	0.00120889	$a_1 = 0.000791693$
(14)	0.00143785	$a_1 = 4.46263 \cdot 10^{16}$; $b_1 = 4.4732 \cdot 10^{16}$; $b_2 = 4.85644 \cdot 10^{17}$; $b_3 = 7.53499 \cdot 10^{17}$
(15)	0.00133431	$b_1 = -0.0296968$; $b_2 = 3.52418$; $b_3 = -1.07642$; $b_4 = 2.02107$
(16)	0.00112985	$a_1 = -0.112904$; $b_1 = 11.1565$; $b_2 = 10.2974$; $b_3 = 9.53786$
(17)	0.00112368	$a_{10} = 0.0231808$; $a_{11} = 0.0455478$; $a_{20} = 0.979969$; $a_{21} = 0.710348$; $a_b = 0.0269526$; $b_b = -0.9808$; $\sigma_b = 0.18956$
(18)	0.00112821	$a_1 = 1.15296$; $a_2 = 2.78089$; $a_3 = 0.277749$

Табл. 3. Результати апроксимації для електричного формфактору протона G_{EP} Table 3. Approximation results for the electric proton form factor G_{EP}

Модель	χ^2	Параметри
(12)	0.00423562	$a = 0.815408$; $b = 0.017719$
(14)	0.00423562	$A = 1.55988$; $B = 0.017719$
(16)	0.00437727	$a_1 = 20.2172$; $a_2 = -17.8689$; $b_1 = 332.564$; $b_2 = -499.444$; $b_3 = 408.343$; $b_4 = -203.484$
(17)	0.00420394	$a_{10} = -4.85459$; $a_{11} = 2.29676$; $a_{20} = 4.89694$; $a_{21} = 2.37031$; $a_b = 0.00271311$; $b_b = -1.14659$; $\sigma_b = 17.0275$
(19)	0.00420653	$a_1 = -0.114427$; $a_2 = 0.157964$; $b_1 = 1.62433$; $b_2 = 6.02461$

Табл. 4. Результати апроксимації для електричного формфактору нейтрона G_{EN} Table 4. Approximation results for the electric neutron form factor G_{EN}

Модель: G_E , G_{EN}	r_{EP} , fm	r_{EN}^2 , fm ²
fit 1: (11), (12)	0.811104	-0.10349
fit 2: (16), (12)	0.864081	-0.10349
fit 3: (17), (17)	0.939401	-0.0235657
fit 4: (18), (19)	0.859767	-0.0206662
AdS/QCD [95]	0.832	-0.116
Kelly fit [39]	0.863	-0.112
Експеримент [96]	0.84087	-0.1161

Табл. 5. Зарядовий радіус нуклонів
Table 5. The charge radius of the nucleons

Щоб перевірити якості апроксимації електричних формфакторів нуклонів, можна розрахувати зарядовий радіус протона й нейтрона відповідно [95]:

$$r_{EP} = \sqrt{-6 \frac{dG_{EP}(p^2)}{dp^2} \Big|_{p^2=0}}; \quad (21)$$

$$r_{EN}^2 = -6 \frac{dG_{EN}(p^2)}{dp^2} \Big|_{p^2=0}. \quad (22)$$

Результати розрахунків зарядового радіуса нуклонів наведено в табл. 5. Їх порівняно з теоретичними розрахунками в підході м'якостінної антиде сїттерівської квантової хромодинаміки (AdS/QCD) [95] і для Kelly- параметризації [39]. Близькими до експериментальних даних [96] є значення, отримані за fit 1 і fit 2.

Рис. 1. Ізоскалярний електричний формфактор протона G_{EP} , зменшений на нуклонний формфактор G_D
Fig. 1. The isoscalar electric form factors of the proton G_{EP} , reduced on the nucleon form factor G_D

Звертаємо увагу на те, що неможливо коректно визначити зарядовий радіус протона для (14) і (15). Це пов'язано з появою сингулярності під час їх диференціювання.

На рис. 1 наведено експериментальні дані електричного формфактора протона G_{EP} [17, 47–70], зменшеного на нуклонний формфактор G_D . Тут використані

апроксимації (11), (16), (17) і (18). Візуально видно, що більшість експериментальних точок (за винятком тільки шести даних) розташовані на деякій прямій. Доцільними є експериментальні вимірювання G_{EP} у тих ділянках імпульсів, де відсутні або мало даних. Передусім це стосується $p > 5$ (GeV/c)².

Рис. 2. Ізоскалярний електричний формфактор нейтрона G_{EN}
Fig. 2. The isoscalar electric form factors of the neutron G_{EN}

На рис. 2 показано експериментальні дані електричного формфактора нейтрона G_{EN} [17, 45, 49, 57, 71–94], що були апроксимовані за допомогою залежностей (12), (17) і (19). Для наочної демонстрації різниці апроксимаційних залежностей рис. 2 зроблено в логарифмічному масштабі. Більшість експериментальних даних зосереджена в ділянці до імпульсу $p = 1$ (GeV/c)².

Модель	Reid93	CD-Bonn	DDM
fit 1	0.000122570	0.000181706	0.000141379
fit 2	0.000097582	0.000150745	0.000142558
fit 3	0.000158449	0.000225513	0.000157999
fit 4	0.000144903	0.000205025	0.000155571

Табл. 6. Значення χ^2 для G_C
Table 6. The values χ^2 for G_C

Наступним етапом нашого дослідження є застосування отриманих вище найкращих апроксимаційних залежностей нуклонних формфакторів G_{EP} і G_{EN} для розрахунку зарядового формфактора дейтрона $G_C(p)$. Ними будуть два набори апроксимацій для формфакторів G_{EP} і G_{EN} : (11) і (12) — це fit 1; (16) і (12) — це fit 2. Цей вибір мотивований тим, що згідно з табл. 6 найменше χ^2 саме для fit1 і fit2. На рис. 3 проілюстровано теоретичні розрахунки для потенціалів Reid93 [12, 13] і CD-Bonn [14], а також для “одягненої” дибаріонної моделі (DDM) [15]. д Зауважимо, що для апроксимації чисельних значень ХФД в координатному представленні для потенціалу Reid93 використано

такі форми: [97, 98]

$$\begin{cases} u(r) = r \sum_{i=1}^N A_i \exp(-a_i r), \\ w(r) = r^2 \sum_{i=1}^N B_i \exp(-b_i r). \end{cases} \quad (23)$$

Кількість доданків розкладів N вибирали оптимальними, щоб одержана ХФД задовольняла статистичні параметри дейтрона.

Рис. 3. Зарядовий дейтронний формфактор $G_C(p)$
Fig. 3. The deuteron charge form factor $G_C(p)$

Рис. 4. Вторинний максимум для зарядового формфактора G_C
Fig. 4. The secondary maximum for the deuteron charge form factor G_C

Також проведено порівняння теоретичних розрахунків зарядового формфактора дейтрона $G_C(p)$ з 76 експериментальними даними провідних колаборацій Orsay [17], Bates [18, 19], JLab [20], NIKHEF [21], VEPP3 [22–24], BLAST [25, 26] та оглядів Boden [27], Garcon [19] і Abbott [7].

Якщо зарядовий формфактор дейтрона $G_C(p)$ зобразити в лінійному масштабі (див. вірзку на рис. 3), то буде чітко видно так званий “вторинний максимум” [7]. Це особлива ділянка (зона) перегину величини $G_C(p)$. У зоні вторинного максимуму є точка перетину шкали імпульсів і зарядового формфактора (цю величину p_0 називають “нулем” (zero) [99] або “вузлом” (node) [7]). Експериментально встановлено, що

величина $G_C(p)$ міняє знак (з додатного на від’ємне значення) в інтервалі імпульсів $3.78\text{--}4.09\text{ fm}^{-1}$ згідно з даними JLab [20], $4.22\text{--}4.62\text{ fm}^{-1}$ для Bates [18, 19], $4.20357\text{--}4.64327\text{ fm}^{-1}$ для VEPP3 [22–24]. Усі значення $G_C(p)$ виключно від’ємні в інтервалі $4.0889\text{--}6.6405\text{ fm}^{-1}$ для колаборації JLab [20].

Як зазначено в [19], позиція нуля p_0 для зарядового формфактора дейтрона G_C пов’язана з відштовхувальним характером NN -взаємодії на малих відстанях. Згідно з дослідженнями в [11], близькими до експериментального значення позиції нуля $p_0 = 4.11\text{--}4.39\text{ fm}^{-1}$, є дані, одержані для Reid93 і NijmII потенціалів, а в цитованих джерелах — для моделей Bonn-B, OBERF, Moscow, для двокомпонентної моделі електромагнітної структури дейтрона і для 5 нерелятивістських розрахунків, що включають ефекти мезонообмінних струмів.

У цій праці розрахована позиція нуля розташована при значеннях імпульсу $p_0 = 4.60\text{ fm}^{-1}$ для потенціалу Reid93, $p_0 = 5.05\text{ fm}^{-1}$ для потенціалу CD-Bonn і $p_0 = 4.45\text{ fm}^{-1}$ для моделі DDM. Очевидно, що для одного потенціалу позиція нуля збігається незалежно від вибору апроксимацій для нуклонних електричних формфакторів.

Одержання нуля p_0 і зміна знака формфактора $G_C(p)$ у теоретичних розрахунках зумовлені особливостями інтеграла (4). Окрім ХФД в координатному зображенні, в інтегралі (4) наявна сферична функція Бесселя нульового порядку $j_0(pr/2)$.

У [7] вторинний максимум для $G_C(p)$ дуже плоский, тому його розташування ($5.3 \pm 0.5\text{ fm}^{-1}$) визначається не дуже точно.

На рис. 4 вторинний максимум для зарядового формфактора $G_C(p)$ для потенціалу Reid93 буде розташований в зоні імпульсів за $p = 5.60\text{--}5.75\text{ fm}^{-1}$ для формфакторів набору fit 1 і $p = 5.60\text{--}5.80\text{ fm}^{-1}$ для fit 2. Залежно від вибраних нуклонних електричних формфакторів чисельне значення $G_C(p)$ для потенціалу Reid93 становить від -0.00265 (для fit 1) і -0.00281 (для fit 2). Аналогічно можна визначити чисельні значення вторинного максимуму для потенціалу CD-Bonn (за $p = 6.00\text{--}6.35\text{ fm}^{-1}$ становить -0.00134 для fit 1 і за $p = 6.10\text{--}6.40\text{ fm}^{-1}$ становить -0.00142 для fit 2) і для моделі DDM (за $p = 5.45\text{--}5.60\text{ fm}^{-1}$ становить -0.00293 для fit 1 і за $p = 5.55\text{--}5.65\text{ fm}^{-1}$ становить -0.00311 для fit 2).

Згідно з аналізом указаних чисельних значень вторинного максимуму є очевидним той факт, що при застосуванні електричних формфакторів нуклонів fit 2 (порівняно з результатами для fit 1) вторинний максимум розташований правіше від позиції нуля і розташований “глибше”.

Отриманий вторинний максимум для потенціалів Reid93 і CD-Bonn та для моделі DDM у цій роботі співрозмірний з величинами вторинних максимумів в інтервалі імпульсів за $5.27\text{--}6.21\text{ fm}^{-1}$ для MT, Paris, NijmII, NijmI, CD-Bonn потенціалів [100] і за $4.7\text{--}5.5\text{ fm}^{-1}$ для Moscow, NijmII, Paris, NijmI, CD-Bonn потенціалів [101].

Потенціал або метод визначення	r_{ch} , fm	Література
Reid93 fit 1	2.10320	ця праця
Reid93 fit 2	2.12418	ця праця
DDM fit 1	2.12267	ця праця
DDM fit 2	2.14347	ця праця
CD-Bonn fit 1	2.08639	ця праця
CD-Bonn fit 2	2.10754	ця праця
OBEPQ-A	2.1120	[102]
OBEPQ-B	2.1121	[102]
OBEPQ-C	2.1112	[102]
RSC	2.1249	[103]
Paris	2.1372	[103]
Wood-Saxon	2.1161(4)	[104]
Conv.	2.119	[10]
χ EFT	2.126(4)	[10]
CST	2.085	[10]
GWU PWA	2.124(6)	[105]
Nijm PWA93	2.135(6)	[105]
ed -розсіяння	2.128(11)	[106]
ed -розсіяння	2.130(10)	[107]
ed -розсіяння	2.130(10)	[108]
вимірювання Лембового зсуву	2.12710(82)	[109]

Табл. 7. Середньоквадратичний зарядовий радіус дейтрона r_{ch}
 Table 7. The root-mean-square charge deuteron radius r_{ch}

Потенціал або метод визначення	r_{str} , fm
Reid93 fit 1	1.95854
Reid93 fit 2	1.95853
DDM fit 1	1.97943
DDM fit 2	1.97943
CD-Bonn fit 1	1.94048
CD-Bonn fit 2	1.94047
χ EFT [110]	1.9731
GWU PWA [105]	1.9619
Nijm PWA93 [105]	1.9734

Табл. 8. Структурний радіус дейтрона r_{str}
 Table 8. The structural deuteron radius r_{str}

Після значення позиції нуля p_0 найкраще узгодження теоретичних результатів з експериментом наявне для розрахунків DDM fit 2, DDM fit 1 і Reid93 fit 2 за імпульсів $p = 4.62 - 6.64 \text{ fm}^{-1}$.

Знаючи значення першої похідної зарядового формфактора дейтрона $G_C(p)$, можна визначити середньоквадратичний зарядовий радіус дейтрона [9, 102]

$$r_{\text{ch}} = \sqrt{-6 \frac{dG_C(p^2)}{dp^2} \Big|_{p^2=0}}. \quad (24)$$

Отримане значення r_{ch} (табл. 7) порівняли з теоретичними розрахунками для інших потенціалів і підходів [102–105] й експериментальними даними для пружного електрон-дейтронного розсіяння [106–108] і ви-

мірювання Лембового зсуву [109]. Наявне очевидне узгодження тільки для розрахунків із набором нуклонних електричних формфакторів fit1. Що більше значення r_{ch} для одного й того ж самого потенціалу (чи моделі), то глибше є вторинний максимум (рис. 4). Спільною особливістю розрахованих у цій праці зарядового радіуса дейтрона r_{ch} є те, що за вибору електричних формфакторів fit 2 величина r_{ch} буде більшою на 1 відсоток порівняно з розрахунками за fit 1.

Із погляду ядерної фізики, зарядовий радіус дейтрона r_{ch} забезпечує доступ до внутрішньої структури дейтрона через його структурний радіус r_{str} , який отримуємо з r_{ch} відніманням внесків зарядових радіусів окремих нуклонів r_{Ep} , r_{En} та релятивістської

корекції Дарвіна–Фолді [110]

$$r_{\text{str}}^2 = r_{\text{ch}}^2 - r_{\text{Ep}}^2 - r_{\text{En}}^2 - \frac{3}{4m_p^2}. \quad (25)$$

Отримане значення структурного радіуса з використанням двох наборів апроксимацій електричних формфакторів нуклонів порівняли з величинами для кіральної ефективної теорії (χ EFT) [110] і парціальним хвильовим аналізом [105]. Як показує аналіз даних (табл. 8), вони добре узгоджуються між собою.

V. ВИСНОВКИ

1. Проведено огляд основних апроксимаційних залежностей для ізоскалярних електричних формфакторів протона G_{Ep} і нейтрона G_{En} . Аналізуються особливості їх отримання і наступного застосування для апроксимації по експериментальним даним.

2. Використовуючи апроксимаційні залежності, одержали відповідні параметри для формфакторів G_{Ep} і G_{En} . Загалом вони досить добре відображають наявні експериментальні дані. Найкращими параметризаціями для опису експериментальних даних електричного формфактора протона G_{Ep} є записи у вигляді полінома (11) [2] та відношення поліномів (16) [41]. Експериментальні вимірювання електричного формфактора нейтрона G_{En} найкраще передає виключно параметризація Галстера [36], що представлена у вигляді (12). На основі цього були сформовані дві пари нуклонних електричних формфакторів fit 1 і fit 2. Для перевірки якості апроксимації електричних формфакторів нуклонів визначено зарядові радіуси протона r_{Ep} і нейтрона r_{En} .

3. За найкращими отриманими апроксимаційними залежностями для формфакторів G_{Ep} і G_{En} і хви-

льовими функціями дейтрона в координатному зображенні для потенціалів Reid93 і CD-Bonn та моделі DDM розраховано зарядовий формфактор дейтрона $G_C(p)$. Одержані теоретичні значення формфактора дейтрона $G_C(p)$ порівняли з експериментальними даними провідних колаборацій та оглядів.

4. Залежно від вибраних нуклонних електричних формфакторів fit 1 або fit 2 вторинний максимум для зарядового формфактора дейтрона $G_C(p)$ буде розташований в зоні імпульсів $p=5.60\text{--}5.80 \text{ fm}^{-1}$ для потенціалу Reid93, $p=6.00\text{--}6.40 \text{ fm}^{-1}$ для потенціалу CD-Bonn і $p=5.45\text{--}5.65 \text{ fm}^{-1}$ для моделі DDM. Розрахована позиція нуля p_0 розташована за імпульсів $p_0=4.60 \text{ fm}^{-1}$ для потенціалу Reid93, $p_0=5.05 \text{ fm}^{-1}$ для потенціалу CD-Bonn і $p_0=4.45 \text{ fm}^{-1}$ для моделі DDM. Чисельне значення середньоквадратичного зарядового радіуса дейтрона r_{ch} буде меншим на 1% за вибору нуклонних електричних формфакторів набору fit 1. Отриманий на основі розрахунків зарядових радіусів дейтрона r_{ch} і нуклонів r_{Ep} , r_{En} структурний радіус дейтрона r_{str} добре узгоджується з результатами цитованих робіт.

5. Одержані параметри апроксимаційних залежностей для ізоскалярних електричних формфакторів нуклонів можна застосувати для розрахунку структурних функцій $A(p)$, $B(p)$ [2], компонент тензорної та векторної дейтронних поляризацій $t_{ij}(p)$ [2], тензорної аналізуючої здатності A_{yy} [3] та інших поляризаційних спостережуваних. Але для цього необхідно використовувати відомі залежності для магнітних формфакторів нуклонів або самостійно отримати для них відповідні апроксимаційні співвідношення. Також потрібно звернути увагу на особливості визначення відношення дейтронних формфакторів G_C/G_Q і G_C/G_M [26, 111].

-
- [1] D. K. Hasell *et al.*, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **61**, 409 (2011); <https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-100809-131956>.
- [2] R. Gilman, F. Gross, J. Phys. G. **28**, R37 (2002); <https://doi.org/10.1088/0954-3899/28/4/201>.
- [3] V. P. Ladygin *et al.*, Eur. Phys. J. A **8**, 409 (2000); <https://doi.org/10.1007/s100500070095>.
- [4] M. P. Rekalo, E. Tomasi-Gustafsson, Phys. Rev. C **54**, 3125 (1996); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.54.3125>.
- [5] G. I. Gakh, A. G. Gakh, E. Tomasi-Gustafsson, Phys. Rev. C **90**, 064901 (2014); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.064901>.
- [6] G. I. Gakh, M. I. Konchatnij, N. P. Merenkov, J. Exp. Theor. Phys. **115**, 212 (2012); <https://doi.org/10.1134/S1063776112070060>.
- [7] D. Abbott *et al.*, Eur. Phys. J. A **7**, 421 (2000); <https://doi.org/10.1007/PL00013629>.
- [8] E. Tomasi-Gustafsson, G. I. Gakh, C. Adamuscin, Phys. Rev. C **73**, 045204 (2006); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.73.045204>.
- [9] T. Gutsche, V. E. Lyubovitskij, I. Schmidt, Phys. Rev. D **94**, 116006 (2016); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.116006>.
- [10] L. E. Marcucci *et al.*, J. Phys. G **43**, 023002 (2016); <https://doi.org/10.1088/0954-3899/43/2/023002/>.
- [11] B. I. Жаба, Вісн. Львів. ун-ту. Сер. фіз. **56**, 43 (2019); <https://doi.org/10.30970/vph.56.2019.43>.
- [12] V. G. J. Stoks *et al.*, Phys. Rev. C **49**, 2950 (1994); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.49.2950>.
- [13] J. J. de Swart *et al.*, Few-Body Syst. Suppl. **8**, 438 (1995); https://doi.org/10.1007/978-3-7091-9427-0_65.
- [14] R. Machleidt, Phys. Rev. C **63**, 024001 (2001); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.63.024001>.
- [15] M. N. Platonova, V. I. Kukulin, Phys. Atom. Nucl. **73**, 86 (2010); <https://doi.org/10.1134/S1063778810010114>.

- [16] M. Gourdin, *Nuovo Cim.* **28**, 533 (1963); <https://doi.org/10.1007/BF02828871>.
- [17] D. Benaksas, D. Drickey, D. Frerejacque, *Phys. Rev.* **148**, 1327 (1966); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.148.1327>.
- [18] I. The *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 173 (1991); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.173>.
- [19] M. Garcon *et al.*, *Phys. Rev. C* **49**, 2516 (1994); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.49.2516>.
- [20] D. Abbott *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5053 (2000); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.5053>.
- [21] M. Bouwhuis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3755 (1999); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.3755>.
- [22] D. M. Nikolenko *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 072501 (2003); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.072501>.
- [23] D. M. Nikolenko *et al.*, *Phys. Atom. Nucl.* **73**, 1322 (2010); <https://doi.org/10.1134/S1063778810080065>.
- [24] С. А. Зеваков *и др.*, препринт ИЯФ 2006-024 (2006).
- [25] M. Kohl, *Nucl. Phys. A* **805**, 361c (2008); <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2008.02.276>.
- [26] C. Zhang *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 252501 (2011); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.252501>.
- [27] B. Boden *et al.*, *Z. Phys. C: Part. Fields* **49**, 175 (1991); <https://doi.org/10.1007/BF01555492>.
- [28] V. Punjabi *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **51**, 79 (2015); <https://doi.org/10.1140/epja/i2015-15079-x>.
- [29] A. Bekzhanov, S. Bondarenko, V. Burov, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **245**, 65 (2013); <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2013.10.013>.
- [30] A. V. Bekzhanov, S. G. Bondarenko, V. V. Burov, *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* **99**, 613 (2014); <https://doi.org/10.1134/S0021364014110034>.
- [31] M.I. Haftel, L. Mathelitsch, H.F.K. Zingl, *Phys. Rev. C* **22**, 1285 (1980); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.22.1285>.
- [32] V.V. Burov *et al.*, *Europhys. Lett.* **24**, 443 (1993); <https://doi.org/10.1209/0295-5075/24/6/003>.
- [33] C. Adamuscin *et al.*, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **245**, 69 (2013); <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2013.10.014>.
- [34] T-S. Cheng, L. S. Kisslinger, *Nucl. Phys. A* **457**, 602 (1986); [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(86\)90470-7](https://doi.org/10.1016/0375-9474(86)90470-7).
- [35] M. Garcon, J.W. van Orden, *Adv. Nucl. Phys.* **26**, 293 (2001); https://doi.org/10.1007/0-306-47915-X_4.
- [36] S. Galster *et al.*, *Nucl. Phys. B* **32**, 221 (1971); [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(71\)90068-X](https://doi.org/10.1016/0550-3213(71)90068-X).
- [37] F. Iachello, A.D. Jackson, A. Lande, *Phys. Lett. B* **43**, 191 (1973); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(73\)90266-9](https://doi.org/10.1016/0370-2693(73)90266-9).
- [38] M. Gari, W. Krumpelmann, *Z. Phys. A* **322**, 689 (1985); <https://doi.org/10.1007/BF01415153>.
- [39] J. J. Kelly, *Phys. Rev. C* **70**, 068202 (2004); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.70.068202>.
- [40] P. E. Bosted, *Phys. Rev. C* **51**, 409 (1995); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.51.409>.
- [41] R. Bradford *et al.*, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **159**, 127 (2006); <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2006.08.028>.
- [42] J. Friedrich, Th. Walcher, *Eur. Phys. J. A* **17**, 607 (2003); <https://doi.org/10.1140/epja/i2003-10025-3>.
- [43] S. I. Bilen'kaya, Yu. M. Kazarinov, L. I. Lapidus, *Sov. Phys. J. Exp. Theor. Phys.* **34**, 1192 (1972).
- [44] W. M. Alberico *et al.*, *Phys. Rev. C* **79**, 065204 (2009); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.79.065204>.
- [45] E. Geis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 042501 (2008); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.042501>.
- [46] W. Bertozzi *et al.*, *Phys. Lett. B* **41**, 408 (1972); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(72\)90662-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(72)90662-4).
- [47] P. Lehmann *et al.*, *Phys. Rev.* **126**, 1183 (1962); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.126.1183>.
- [48] B. Dudelzak *et al.*, *Nuovo Cim.* **28**, 18 (1963); <https://doi.org/10.1007/BF02806044>.
- [49] L. N. Hand *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **35**, 335 (1963); <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.35.335>.
- [50] W. Albrecht *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 1192 (1966); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.17.1192>.
- [51] T. Janssens *et al.*, *Phys. Rev.* **142**, 922 (1966); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.142.922>.
- [52] W. Albrecht *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 1014 (1967); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.18.1014>.
- [53] J. Litt *et al.*, *Phys. Lett.* **31B**, 40 (1970); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(70\)90015-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(70)90015-8).
- [54] Ch. Berger *et al.*, *Phys. Lett.* **35B**, 87 (1971); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(71\)90448-5](https://doi.org/10.1016/0370-2693(71)90448-5).
- [55] L. E. Price *et al.*, *Phys. Rev. D* **4**, 45 (1971); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.4.45>.
- [56] W. Bartel *et al.*, *Nucl. Phys. B* **58**, 429 (1973); [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(73\)90594-4](https://doi.org/10.1016/0550-3213(73)90594-4).
- [57] K. M. Hanson *et al.*, *Phys. Rev. D* **8**, 753 (1973); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.8.753>.
- [58] P. N. Kirk *et al.*, *Phys. Rev. D* **8**, 63 (1973); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.8.63>.
- [59] J. J. Murphy *et al.*, *Phys. Rev. C* **9**, 2125 (1974); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.9.2125>.
- [60] F. Borkowski *et al.*, *Nucl. Phys. B* **93**, 461 (1975); [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(75\)90514-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(75)90514-3).
- [61] G. Hohler *et al.*, *Nucl. Phys. B* **114**, 505 (1976); [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(76\)90449-1](https://doi.org/10.1016/0550-3213(76)90449-1).
- [62] G. G. Simon *et al.*, *Nucl. Phys. A* **333**, 381 (1980); [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(80\)90104-9](https://doi.org/10.1016/0375-9474(80)90104-9).
- [63] P. E. Bosted *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3841 (1992); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.3841>.
- [64] L. Andivahis *et al.*, *Phys. Rev. D* **50**, 5491 (1994); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.50.5491>.
- [65] R. C. Walker *et al.*, *Phys. Rev. D* **49**, 5671 (1994); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.49.5671>.
- [66] M. E. Christy *et al.*, *Phys. Rev. C* **70**, 015206 (2004); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.70.015206>.
- [67] I. A. Qattan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 142301 (2005); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.142301>.
- [68] J. C. Bernauer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 242001 (2010); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.242001>.
- [69] J. C. Bernauer, Ph.D. thesis, Johannes Gutenberg University Mainz (2010).
- [70] M. Mihovilovic *et al.*, *Phys. Lett. B* **771**, 194 (2017); <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2017.05.031>.
- [71] E. B. Hughes *et al.*, *Phys. Rev.* **139**, B458 (1965); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.139.B458>.
- [72] J. R. Dunning *et al.*, *Phys. Rev.* **141**, 1286 (1966); <https://doi.org/10.1103/PhysRev.141.1286>.
- [73] P. Stein *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 592 (1966); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.16.592>.
- [74] S. Platchkov *et al.*, *Nucl. Phys. A* **510**, 740 (1990); [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(90\)90358-S](https://doi.org/10.1016/0375-9474(90)90358-S).
- [75] C. E. Jones-Woodward *et al.*, *Phys. Rev. C* **44**, R571 (1991); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.44.R571>.

- [76] A. K. Thompson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 2901 (1992); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2901>.
- [77] A. Lung *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 718 (1993); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.718>.
- [78] T. Eden *et al.*, Phys. Rev. C **50**, R1749 (1994); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.50.R1749>.
- [79] M. Meyerhoff *et al.*, Phys. Lett. B **327**, 201 (1994); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(94\)90718-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(94)90718-8).
- [80] E. E. W. Bruins *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 21 (1995); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.21>.
- [81] J. Becker *et al.*, Eur. Phys. J. A **6**, 329 (1999); <https://doi.org/10.1007/s100500050351>.
- [82] C. Herberg *et al.*, Eur. Phys. J. A **5**, 131 (1999); <https://doi.org/10.1007/s100500050268>.
- [83] M. Ostrick *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 276 (1999); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.276>.
- [84] I. Passchier *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4988 (1999); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.4988>.
- [85] D. Rohe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4257 (1999); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4257>.
- [86] J. Golak *et al.*, Phys. Rev. C **63**, 034006 (2001); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.63.034006>.
- [87] H. Zhu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 081801 (2001); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.081801>.
- [88] J. Bermuth *et al.*, Phys. Lett. B **564**, 199 (2003); [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(03\)00725-1](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(03)00725-1).
- [89] R. Madey *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 122002 (2003); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.122002>.
- [90] G. Warren *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 042301 (2004); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.042301>.
- [91] G. I. Glazier *et al.*, Eur. Phys. J. A **24**, 101 (2005); <https://doi.org/10.1140/epja/i2004-10115-8>.
- [92] B. Plaster *et al.*, Phys. Rev. C **73**, 025205 (2006); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.73.025205>.
- [93] S. Riordan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105**, 262302 (2010); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.262302>.
- [94] B. S. Schlimme, Pros Sci. QNP2012 **57**, 097 (2012); <https://doi.org/10.22323/1.157.0097>.
- [95] T. Gutsche, V. E. Lyubovitskij, I. Schmidt, Phys. Rev. D **97**, 054011 (2018); <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.054011>.
- [96] C. Patrignani *et al.*, Chin. Phys. C **40**, 100001 (2016); <https://doi.org/10.1088/1674-1137/40/10/100001>.
- [97] F. Cap, W. Gröbner, Nuovo Cim. **1**, 1211 (1955); <https://doi.org/10.1007/BF02731424>.
- [98] V. I. Zhaba, J. Phys. Stud. **20**, 3101 (2016); <https://doi.org/10.30970/jps.20.3101>.
- [99] W. Plessas V. Christian, R.F. Wagenbrunn, Few-Body Syst. Suppl. **9**, 429 (1995); https://doi.org/10.1007/978-3-7091-9453-9_62.
- [100] А. Ф. Крытов, Теор. физ. **3**, 5 (2002).
- [101] N. A. Khokhlov, A. A. Vakulyuk, Phys. Atom. Nucl. **78**, 92 (2015); <https://doi.org/10.1134/S1063778815010135>.
- [102] H. Arenhovel, F. Ritz, T. Wilbois, Phys. Rev. C **61**, 034002 (2000); <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.61.034002>.
- [103] A. J. Buchmann, H. Henning, P.U. Sauer, Few-Body Systems **21**, 149 (1996); <https://doi.org/10.1007/s006010050045>.
- [104] B. Rezaei, A. Dashtimoghadam, J. Theor. Appl. Phys. **8**, 203 (2014); <https://doi.org/10.1007/s40094-014-0149-1>.
- [105] V. A. Babenko, N. M. Petrov, Phys. Atom. Nucl. **71**, 1730 (2008); <https://doi.org/10.1134/S1063778808100086>.
- [106] I. Sick, D. Trautmann, Phys. Lett. B **375**, 16 (1996); [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(96\)00214-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(96)00214-6).
- [107] I. Sick, D. Trautmann, Nucl. Phys. A **637**, 559 (1998); [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(98\)00334-0](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(98)00334-0).
- [108] T. Herrmann, R. Rosenfelder, Eur. Phys. J. A **2**, 29 (1998); <https://doi.org/10.1007/PL00010675>.
- [109] M. Kalinowski, Phys. Rev. A **99**, 030501(R) (2019); <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.030501>.
- [110] A. A. Filin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **124**, 082501 (2020); <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.082501>.
- [111] D. R. Phillips, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **34**, 365 (2007); <https://doi.org/10.1088/0954-3899/34/2/015>.

ELECTRIC FORM FACTORS OF NUCLEONS AND CHARGE DEUTERON FORM FACTOR

V. I. Zhaba

*Uzhgorod National University, Department of Theoretical Physics,
54, Voloshyn St., Uzhgorod, UA-88000, Ukraine,
e-mail: viktorzh@meta.ua*

The study reviews basic approximation dependences for the isoscalar electric form factors of the proton G_{Ep} and the neutron G_{En} . The peculiarities of their obtaining and subsequent application for approximation by experimental data are analyzed. The basic experimental data of nucleon electric form factors are described. Using the approximation dependences of this review, corresponding parameters were obtained for the electric form factors of the nucleons G_{Ep} and G_{En} . In most cases, they generally describe the experimental data fairly well. The best parameterizations for describing experimental data of the electric proton form factor G_{Ep} are polynomials and polynomial ratios. Experimental measurements of the electric neutron form factor G_{En} are best described by the Galster parameterization. The quality of the approximation for the electric nucleon form factors is controlled by determining the charge radius of proton r_{Ep} and neutron r_{En} . According to the approximation dependences of the electric nucleon form factors and the deuteron wave functions in the coordinate representation for Reid93 and CD-Bonn potentials and DDM model, the deuteron charge form factor $G_C(p)$ is calculated. The theoretical values of the form factor $G_C(p)$ are compared with the experimental data of the leading collaborations and reviews. Depending on the choice of electric nucleon form factors, the secondary maximum for the deuteron charge form factor $G_C(p)$ is located for Reid93 potential in the momentum range at $p = 5.60\text{--}5.80\text{ fm}^{-1}$, for CD-Bonn potential at $p = 6.00\text{--}6.40\text{ fm}^{-1}$ and for model DDM at $p = 5.45\text{--}5.65\text{ fm}^{-1}$. The zero

position is located at the momentum $p_0 = 4.60 \text{ fm}^{-1}$ for Reid93 potential, $p_0 = 5.05 \text{ fm}^{-1}$ for CD-Bonn potential and $p_0 = 4.45 \text{ fm}^{-1}$ for DDM model. The numerical values of the root-mean-square charge r_{ch} and the structural r_{str} deuteron radius are in good agreement with the results of experimental and other theoretical data. Using the obtained parameters of approximation dependences for isoscalar nucleon electric form factors and known magnetic nucleon form factors, in further studies we can calculate the structure functions $A(p)$, $B(p)$, the components of tensor and vector deuteron polarizations $t_{ij}(p)$, and tensor analyzing power A_{yy} and other polarization observables.

Key words: nucleon, deuteron, form factor, radius, wave function, approximation.