

## ХВИЛЬОВЕ ЯДЕРНЕ ГОРІННЯ У СФЕРИЧНІЙ ГЕОМЕТРІЇ

М. Р. Щербина<sup>1</sup>, В. О. Тарасов<sup>1</sup>, В. П. Смоляр<sup>1</sup>  
Одеський національний політехнічний університет,  
Кафедра теоретичної та експериментальної ядерної фізики,  
просп. Шевченка 1, Одеса, 65044, Україна,  
e-mail: shcherbeenamisha@gmail.com

(Отримано 18 січня 2021 р.; в остаточному вигляді — 12 лютого 2021 р.; прийнято до друку — 11 березня 2021 р.; опубліковано онлайн — 25 травня 2021 р.)

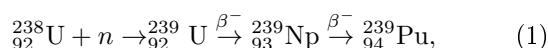
У роботі за допомогою математичного моделювання досліджено режим нейтронно-ядерної хвилі поділів на надтеплових нейтронах у сферичному уран-плутонієвому паливному середовищі. Отримані результати моделювання демонструють динаміку формування цього режиму. Використано вдосконалену явно-неявну схему чисельного розрахунку, що дозволило збільшити крок моделювання за часом.

**Ключові слова:** хвильове нейтронно-ядерне горіння, моделювання, надтеплові нейтрони, уран-плутонієве середовище.

DOI: <https://doi.org/10.30970/jps.25.2202>

### 1. ВСТУП

Більшість опублікованих праць, що досліджують режими надповільної рухомої хвилі нейтронно-ядерних поділів у різних паливних середовищах ядерних реакторів, розглядають їх або в 1D-геометрії, або в циліндричній 3D-геометрії, наприклад, [1–12]. Однак розвідок, що стосуються вивчення режимів надповільної рухомої хвилі нейтронно-ядерних поділів у сферичній 3D-геометрії, вкрай мало, наприклад, [13–16]. У наведених вище працях [13–16] для моделювання рухомої хвилі поділів у сферичній геометрії використано програмний пакет MCNP, в основу роботи якого покладено метод Монте-Карло, а самі публікації демонструють можливість формування надповільної рухомої хвилі нейтронно-ядерних поділів у сфері. У цій статті поставлено за мету дослідити надповільну рухому хвилю нейтронно-ядерних поділів у сферичній 3D-геометрії (рис. 1) за допомогою чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь, що описують динаміку змін нуклідів і нейтронів у сфері, без застосування методу Монте-Карло і сторонніх програмних пакетів. Із цією метою розроблено систему кінетичних рівнянь для нейтронів і паливних нуклідів, які описують режим рухомої хвилі нейтронно-ядерних поділів в уран-плутонієвому середовищі на надтеплових нейтронах (спектр енергій має вигляд спектра теплового реактора, але енергія нейтронів змінюється в інтервалі від 1–7 еВ, середня енергія нейтронів — 3 еВ). Режим рухомої хвилі нейтронно-ядерних поділів ініціюється внутрішнім джерелом нейтронів (із густиною потоку  $\Phi_0 = 10^{20}$  нейтр./ $(\text{см}^2 \cdot \text{с})$  і середньою енергією нейтронів 3 еВ) в паливному середовищі, початковий склад якого: 99.28 % урану-238 і 0.72 % урану-235. Основним подільним нуклідом, що створює режим рухомої хвилі, є нуклід плутонію-239, який утворюється локально в близькій до внутрішнього джерела ділянці відповідно до ланцюжка реакцій:



де через  ${}^{238}\text{U}$ ,  ${}^{239}\text{U}$ ,  ${}^{239}\text{Np}$ ,  ${}^{239}\text{Pu}$  позначено відповідні ізотопи урану, нептунію і плутонію, символом  $n$  — нейтрон, символ  $\beta^-$  позначає бета-розпад. У такому реакторі основним паливом буде  ${}^{239}\text{Pu}$ . Характерний час такої реакції рівний часу двох бета-розпадів, що дорівнює приблизно  $\tau = 2.3 \cdot \ln 2 \approx 3.3$  днів.

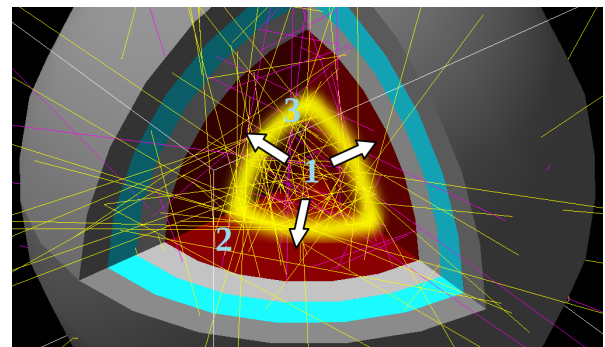


Рис. 1. Схема хвильового горіння у сферичній геометрії: 1 — внутрішнє джерело нейтронів; 2 — паливне подільне середовище; 3 — локальна ділянка хвильового нейтронно-ядерного горіння)

Fig. 1. A sketch of the wave burning in spherical geometry: 1 — inner source of neutrons; 2 — fissile material; 3 — local area of wave nuclear fission

На деякій відстані від внутрішнього джерела нейтронів, яка залежить від характеристик джерела нейтронів, складу і геометрії паливного середовища, у деякій локальній ділянці швидкість утворення плутонію-239, відповідно до ланцюжка ядерних перетворень (1), вища від швидкості його спадання головню за рахунок реакції його ділення під час захоплення нейтронів. У цій ділянці накопичуватиметься плутоній-239 і його концентрація прагнучиме досягнути значення “рівноважної” концентрації. “Рівноважною” концентрацією ми називаємо таку концентрацію плутонію-239, за якої швидкість його утворення дорівнює швидкості його спадання. Якщо умови динаміки накопичення плутонію такі, що рівноважна концентрація плутонію-239 більша від його критичної

концентрації, то в цій ділянці в якийсь момент часу концентрація плутонію-239 перевищить його критичну концентрацію, що запустить процес ланцюгового експоненційного зростання концентрації нейтронів у цій ділянці, що своєю чергою стане причиною різкого збільшення швидкості спадання концентрації плутонію-239 за рахунок реакцій захоплення нейтронів ядрами плутонію-239. Процес ланцюгового експоненційного зростання концентрації нейтронів у цій ділянці зупиниться тоді, коли концентрація ядер плутонію-239 стане меншою від його критичної концентрації. Так реалізується швидкий перехід деякої локальної ділянки подільного середовища в надкритичний стан і назад у її підкритичний стан. Зі свого боку це ініціює аналогічний процес у сусідній ділянці. Так утворюється режим рухомої хвилі нейтронно-ядерних поділів ядер паливного подільного середовища.

Зауважимо, що паливне подільне середовище, у якому реалізується режим рухомої хвилі нейтронно-ядерних поділів, загалом увесь час перебуває в підкритичному стані, а локальний надкритичний стан короткочасно реалізується лише в зоні хвильового нейтронно-ядерного горіння, наприклад, [1].

Якщо в початковому складі подільного середовища наявне певне збагачення по іншому подільному нукліді, в цьому разі по урану-235, що не переводить середовище в надкритичний стан, то цей нуклід вигорає за рахунок реакцій захоплення нейтронів. У задачі в паливному середовищі наявне збагачення на 0.72 % урану-235. Воно забезпечує виконання критерію хвильового нейтронно-ядерного горіння (рівноважна концентрація плутонію більша від його критичної концентрації) у зоні горіння на надтеплових нейтронах, як показано в роботі [10].

## II. ФІЗИЧНА МОДЕЛЬ ХВИЛЬОВОГО ЯДЕРНОГО ГОРІННЯ У СФЕРІ

Розгляньмо дві сфери з радіусами  $R$  і  $R_0$  ( $R_0 < R$ ) та спільним центром.

Нехай сфера з радіусом  $R_0$  є джерелом нейтронів і на її поверхні задано певну концентрацію нейтронів, а простір між поверхнями цих двох сфер заповнено природним ураном (99.28 % — уран-238, 0.72 % — уран-235), який опромінюється нейтронами. Уран-238 у разі поглинання ним нейтрона перетворюється в уран-239, який потім унаслідок двох бета-розпадів із характерним часом  $\tau_\beta \approx 3.3$  дня перетворюється в здатний до ядерного ділення ізотоп плутоній-239. У цьому середовищі може виникнути хвиля ядерного горіння плутонію-239. Ця система є сферично-симетричною.

Для сферично-симетричної задачі нейтронна кінетика, а отже і кінетика нуклідів залежатиме лише від радіуса  $r$  і часу  $t$ .

З урахуванням загаяних нейтронів кінетика такої хвилі описується системою з дев'ятнадцяти диференціальних рівнянь у частинних похідних зі зворотними нелінійними зв'язками щодо 19 функцій  $n(r, t)$ ,  $N_5(r, t)$ ,  $N_9(r, t)$ ,  $N_8(r, t)$ ,  $N_{Pu}(r, t)$ ,  $\tilde{N}_i^{Pu}(r, t)$ ,  $\tilde{N}_i^5(r, t)$ ,  $\bar{N}^{Pu}(r, t)$ ,  $\bar{N}^5(r, t)$  двох змінних  $r$  і  $t$ , яку можна записати так.

Спершу запишемо кінетичне рівняння для концентрації нейтронів:

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = D \cdot \Delta n(r, t) + q(r, t), \quad (2)$$

де об'ємна густина локального джерела  $q(r, t)$ :

$$\begin{aligned} q(r, t) = & \left[ \nu^{(Pu)} (1 - p^{(Pu)}) - 1 \right] \cdot n(r, t) \cdot V_n \sigma_f^{Pu} \cdot N_{Pu}(r, t) + \left[ \nu^{(5)} (1 - p^{(5)}) - 1 \right] \cdot n(r, t) \cdot V_n \sigma_f^5 \cdot N_5(r, t) \\ & + \ln 2 \sum_{i=1}^6 \left[ \frac{\tilde{N}_i^{(Pu)}}{T_{1/2}^{i(Pu)}} + \frac{\tilde{N}_i^{(5)}}{T_{1/2}^{i(5)}} \right] - n(r, t) \cdot V_n \cdot \left( \sum_{5,8,9,Pu} \sigma_c^i \cdot N_i(r, t) + \sum_{i=1}^6 \left[ \sigma_c^{i(Pu)} \cdot \tilde{N}_i^{(Pu)}(r, t) + \sigma_c^{i(5)} \cdot \tilde{N}_i^{(5)}(r, t) \right] \right) \\ & - n(r, t) \cdot V_n \cdot \left( \sigma_c^{eff(Pu)} \cdot \bar{N}^{(Pu)} + \sigma_c^{eff(5)} \cdot \bar{N}^{(5)} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $n(r, t)$  — концентрація нейтронів,  $D$  — коефіцієнт дифузії нейтронів,  $V_n$  — середня швидкість нейтронів ( $E = 3$  еВ, одноступене наближення),  $\nu^{(Pu)}$  і  $\nu^{(5)}$  — середня кількість миттєвих нейтронів за один акт ділення  $^{239}Pu$  і  $^{235}U$  відповідно,  $N_5(r, t)$ ,  $N_9(r, t)$ ,  $N_8(r, t)$ ,  $N_{Pu}(r, t)$  — концентрації  $^{235}U$ ,  $^{239}U$ ,  $^{238}U$ ,  $^{239}Pu$  відповідно,  $\tilde{N}_i^{Pu}(r, t)$  і  $\tilde{N}_i^5(r, t)$  — концентрації нейтронно-надлишкових уламків ділення  $^{239}Pu$  і  $^{235}U$ ,  $\bar{N}^{Pu}(r, t)$ ,  $\bar{N}^5(r, t)$  — концентрації всіх інших уламків ділення

$^{239}Pu$  і  $^{235}U$ ,  $\sigma_c$  і  $\sigma_f$  — мікроперерізи ядерних реакцій радіаційного захоплення нейтрона ядром і ділення ядра після захоплення нейтрона, параметри  $p_i$  ( $p = \sum_{i=1}^6 p_i$ ) і  $T_{1/2}^i$ , що характеризують групи загаяних нейтронів, для основних паливних подільних нуклідів відомі і, наприклад, наведені в [17, 18]. Щоб вивести рівняння для  $q(r, t)$ , що враховує загаяні нейтрони, використано метод Ахієзера–Померанчука [19].

Останні члени у квадратних дужках правої частини рівняння (3) задано згідно з методом усереднення ефективного перерізу для “шлаків” [20], наприклад, для уламків ділення ядер:

$$n(r, t) \cdot V_n \sum_{i=\text{fission fragments}} \sigma_c^i \cdot \bar{N}_i(r, t) = n(r, t) \cdot V_n \sigma_c^{\text{eff}} \cdot \bar{N}(r, t). \quad (4)$$

Отже, отримуємо таку систему з 19 кінетичних рівнянь:

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 n(r, t)}{\partial r^2} + D \cdot \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial n(r, t)}{\partial r} + q(r, t), \quad (5)$$

$$\frac{\partial N_9}{\partial t} = V_n \cdot n(r, t) [\sigma_c^8 \cdot N_8(r, t) - \sigma_c^9 \cdot N_9(r, t)] - \frac{1}{\tau_\beta} \cdot N_9(r, t), \quad (6)$$

$$\frac{\partial N_5}{\partial t} = -V_n \cdot n(r, t) \cdot (\sigma_c^5 + \sigma_f^5) \cdot N_5(r, t), \quad (7)$$

$$\frac{\partial N_8}{\partial t} = -V_n \cdot n(r, t) \cdot \sigma_c^8 \cdot N_8(r, t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial N_{\text{Pu}}}{\partial t} = \frac{1}{\tau_\beta} \cdot N_9(r, t) - V_n \cdot n(r, t) \cdot (\sigma_c^{\text{Pu}} + \sigma_f^{\text{Pu}}) \cdot N_{\text{Pu}}(r, t), \quad (9)$$

$$\frac{\partial \tilde{N}_i^{(\text{Pu})}}{\partial t} = p_i \cdot V_n \cdot n(r, t) \cdot \sigma_f^{\text{Pu}} \cdot N_{\text{Pu}}(r, t) - \ln 2 \cdot \frac{\tilde{N}_i^{(\text{Pu})}}{T_{1/2}^{i(\text{Pu})}}, i = 1 - 6, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tilde{N}_i^{(5)}}{\partial t} = p_i \cdot V_n \cdot n(r, t) \cdot \sigma_f^5 \cdot N_5(r, t) - \ln 2 \cdot \frac{\tilde{N}_i^{(5)}}{T_{1/2}^{i(5)}}, i = 1 - 6, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{N}^{(\text{Pu})}}{\partial t} = 2 \cdot \left( 1 - \sum_{i=1}^6 p_i \right) \cdot V_n \cdot n(r, t) \cdot \sigma_f^{\text{Pu}} \cdot N_{\text{Pu}}(r, t) - V_n \cdot n(r, t) \cdot \sigma_c^{\text{eff}(\text{Pu})} \cdot \bar{N}^{(\text{Pu})}(r, t), \quad (12)$$

$$\frac{\partial \bar{N}^{(5)}}{\partial t} = 2 \cdot \left( 1 - \sum_{i=1}^6 p_i^{(5)} \right) \cdot V_n \cdot n(r, t) \cdot \sigma_f^5 \cdot N_5(r, t) - V_n \cdot n(r, t) \cdot \sigma_c^{\text{eff}(5)} \cdot \bar{N}^{(5)}(r, t). \quad (13)$$

Рівняння (5) є рівнянням (2), яке записано в сферичній геометрії для сферично-симетричної задачі.

Граничні умови:

$$n(r = R_0, t) = \frac{\Phi_0}{V_n}, \quad n(r = R, t) = 0, \quad (14)$$

де  $\Phi_0$  — густина потоку нейтронів, створеного внутрішнім сферичним джерелом нейтронів (сфера з радіусом  $R_0$ ).

Початкові умови:

$$n(r = R_0, t = 0) = \frac{\Phi_0}{V_n}, \quad n(r = R, t = 0) = 0, \quad (15)$$

$$N_8(R_0 < r < R, t = 0) = 0.9928 \cdot \frac{\rho_8}{\mu_8} \cdot N_A \approx 0.9928 \cdot \frac{19}{238} \cdot N_A, \quad (16)$$

$$N_5(R_0 < r < R, t = 0) = 0.0072 \cdot \frac{\rho_5}{\mu_5} \cdot N_A \approx 0.0072 \cdot \frac{19}{235} \cdot N_A,$$

де  $\rho_8, \rho_5$  — густини ( $\text{г/см}^3$ ) урану-238 і урану-235 відповідно,  $\mu_8, \mu_5$  — молярні маси ( $\text{г/моль}$ ) урану-238 і урану-235 відповідно,  $N_A$  — число Авогадро,

$$\begin{aligned} N_9(R_0 < r < R, t = 0) &= 0, & N_{\text{Pu}}(R_0 < r < R, t = 0) &= 0, \\ \tilde{N}_i^{(\text{Pu})}(R_0 < r < R, t = 0) &= 0, & \tilde{N}_i^{(5)}(R_0 < r < R, t = 0) &= 0, \\ \bar{N}^{(\text{Pu})}(R_0 < r < R, t = 0) &= 0, & \bar{N}^{(5)}(R_0 < r < R, t = 0) &= 0, i = 1 - 6. \end{aligned} \quad (17)$$

Для розв'язання цієї задачі ми взяли такі значення сталих для диференційних рівнянь [10]:

$$\begin{aligned}
 D &= 2 \cdot 10^4 \text{ см}^2 / \text{с}, \quad V_n = 10^6 \text{ см/с}, \quad \tau_\beta = 3.3 \text{ дня}, \nu^{(\text{Pu})} = 2.9, \quad \nu^{(5)} = 2.41, \\
 \sigma_f^{\text{Pu}} &= 477.04 \text{ барн}, \quad \sigma_c^{\text{Pu}} = 286.15 \text{ барн}, \quad \sigma_c^8 = 477.04 \text{ барн}, \quad \sigma_f^5 = 136.43 \text{ барн}, \\
 \sigma_c^5 &= 57.61 \text{ барн}, \quad \sigma_c^9 = 4.8 \text{ барн}, \quad \sigma_c^{\text{eff}(\text{Pu})} = 10.1 \text{ барн}, \quad \sigma_c^{\text{eff}(5)} = 10.1 \text{ барн}, \\
 \sigma_c^{i(\text{Pu})} &= 1 \text{ барн}, \quad \sigma_c^{i(5)} = 1 \text{ барн}, \quad i = 1 - 6, T_{1/2}^{1(\text{Pu})} = 54.28 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{2(\text{Pu})} = 23.04 \text{ с}, \\
 T_{1/2}^{3(\text{Pu})} &= 5.6 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{4(\text{Pu})} = 2.13 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{5(\text{Pu})} = 0.62 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{6(\text{Pu})} = 0.26 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{1(5)} = 55.72 \text{ с}, \\
 T_{1/2}^{2(5)} &= 22.72 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{3(5)} = 6.22 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{4(5)} = 2.3 \text{ с}, T_{1/2}^{5(5)} = 0.61 \text{ с}, \quad T_{1/2}^{6(5)} = 0.23 \text{ с}, \\
 p_1^{(\text{Pu})} &= 0.072 \cdot 10^{-3}, \quad p_2^{(\text{Pu})} = 0.626 \cdot 10^{-3}, \quad p_3^{(\text{Pu})} = 0.444 \cdot 10^{-3}, \quad p_4^{(\text{Pu})} = 0.685 \cdot 10^{-3}, \\
 p_5^{(\text{Pu})} &= 0.18 \cdot 10^{-3}, \quad p_6^{(\text{Pu})} = 0.093 \cdot 10^{-3}, \quad p_1^{(5)} = 0.21 \cdot 10^{-3}, \quad p_2^{(5)} = 1.4 \cdot 10^{-3}, \\
 p_3^{(5)} &= 1.26 \cdot 10^{-3}, \quad p_4^{(5)} = 2.52 \cdot 10^{-3}, \quad p_5^{(5)} = 0.74 \cdot 10^{-3}, \quad p_6^{(5)} = 0.27 \cdot 10^{-3}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Перерізи нейтронно-ядерних реакцій для нуклідів задавали їхніми усередненими значеннями за надтепловою ділянкою енергій нейтронів (1.0–7.0 еВ) [10].

### III. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВОГО ЯДЕРНОГО ГОРІННЯ У СФЕРІ

Для чисельного розв'язання наведеної вище системи диференційних рівнянь необхідно замінити наявні там диференційні оператори на різницеві оператори.

Тому ми апроксимували рівняння (5), що описує концентрацію нейтронів, такою явно-неявною різницевою схемою:

$$\begin{aligned}
 \frac{n_j^{i+1} - n_j^i}{dt} &= \frac{D}{2} \left( \frac{n_{j-1}^{i+1} - 2n_j^{i+1} + n_{j+1}^{i+1}}{dr^2} + \frac{n_{j-1}^i - 2n_j^i + n_{j+1}^i}{dr^2} \right) \\
 &+ \frac{D}{2} \left( \frac{2 n_{j+1}^{i+1} - n_{j-1}^{i+1}}{2dr} + \frac{2 n_{j+1}^i - n_{j-1}^i}{2dr} \right) + \frac{1}{2} \cdot Q_j^i \cdot (n_j^{i+1} + n_j^i) + O_j^i,
 \end{aligned} \tag{19}$$

де  $n_j^i = n(t_i = i \cdot dt, r_j = R_0 + j \cdot dr)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, T$ ,  $j = 1, 2, \dots, N - 1$ ,  $N = \frac{R-R_0}{dr}$ ,

$$\begin{aligned}
 Q_j^i &= \left[ \nu^{(\text{Pu})} (1 - p^{(\text{Pu})}) - 1 \right] \cdot V_n \sigma_f^{\text{Pu}} \cdot N_{\text{Pu}}(r_j, t_i) + \left[ \nu^{(5)} (1 - p^{(5)}) - 1 \right] \cdot V_n \sigma_f^5 \cdot N_5(r_j, t_i) \\
 &- V_n \cdot \left( \sum_{5,8,9,\text{Pu}} \sigma_c^k \cdot N_k(r_j, t_i) + \sum_{k=1}^6 \left[ \sigma_c^{k(\text{Pu})} \cdot \tilde{N}_k^{(\text{Pu})}(r_j, t_i) + \sigma_c^{k(5)} \cdot \tilde{N}_k^{(5)}(r_j, t_i) \right] \right) \\
 &- V_n \cdot \left( \sigma_c^{\text{eff}(\text{Pu})} \cdot \bar{N}^{(\text{Pu})} + \sigma_c^{\text{eff}(5)} \cdot \bar{N}^{(5)} \right),
 \end{aligned}$$

$$O_j^i = \ln 2 \sum_{i=1}^6 \left[ \frac{\tilde{N}_i^{(\text{Pu})}}{T_{1/2}^{i(\text{Pu})}} + \frac{\tilde{N}_i^{(5)}}{T_{1/2}^{i(5)}} \right]. \tag{20}$$

Перепишімо вираз (19)

$$a_j n_{j-1}^{i+1} + b_j^i n_j^{i+1} + c_j n_{j+1}^{i+1} = -a_j n_{j-1}^i + (2 - b_j^i) n_j^i - c_j n_{j+1}^i + dt \cdot O_j^i, \tag{21}$$

де

$$a_j = 0.5 \cdot D \cdot dt \cdot \left( \frac{1}{r_j \cdot dr} - \frac{1}{dr^2} \right), \quad c_j = -0.5 \cdot D \cdot dt \cdot \left( \frac{1}{r_j \cdot dr} + \frac{1}{dr^2} \right), \quad b_j^i = 1 + D \cdot dt / dr^2 - 0.5 \cdot dt \cdot Q_j^i. \tag{22}$$

Так ми замінили розв'язання диференційного рівняння (5) на розв'язання системи з  $N - 1$  алгебраїчних рівнянь (21).

Для чисельного розв'язання диференційних рівнянь, що описують кінетику нуклідів, які беруть участь у нейтронно-ядерних реакціях, використовуємо метод Ейлера.

Розгляньмо нуклід  $N^k$ , концентрація якого описується функцією  $N^k(r, t)$ . Тоді, якщо  $\frac{\partial N^k(r=r_j, t=t_i)}{\partial t} = f(N^k(r=r_j, t=t_i), r_j, t_j)$ , то

$$N^k(r=r_j, t=t_{i+1}) = N^k(r=r_j, t=t_i) + \Delta t \cdot f(N^k(r=r_j, t=t_i), r_j, t_j), \quad t_{i+1} = t_i + \Delta t.$$

Результати застосування наведених вище рівнянь покажемо в наступному розділі.

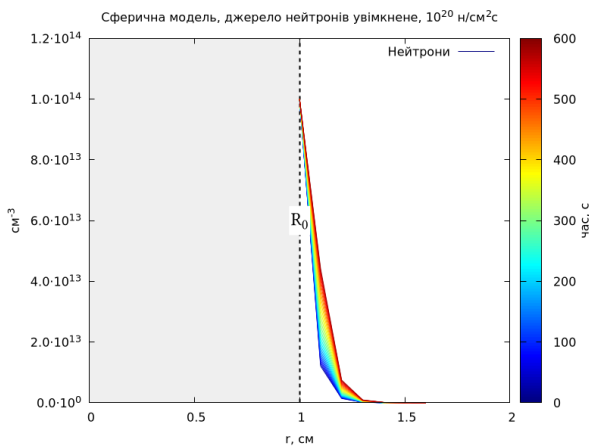


Рис. 2. Концентрація нейтронів під час опромінення потоком  $\Phi_0 = 10^{20}$  нейтр./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{с})$   
 Fig. 2. Neutrons concentration for the flux  $\Phi_0 = 10^{20}$  neutr./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$

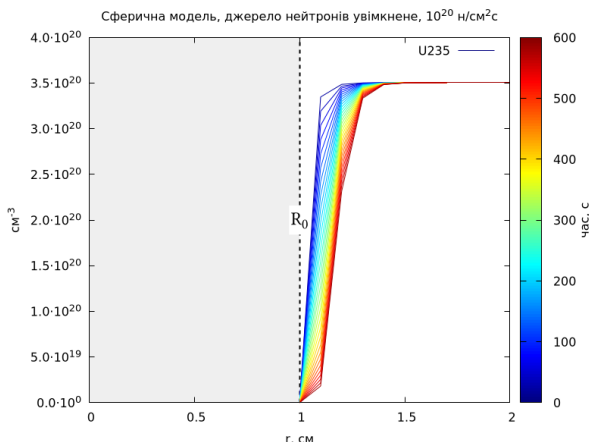


Рис. 3. Концентрація  $^{235}\text{U}$  під час опромінення потоком  $\Phi_0 = 10^{20}$  нейтр./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{с})$   
 Fig. 3.  $^{235}\text{U}$  concentration for the flux  $\Phi_0 = 10^{20}$  neutr./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$

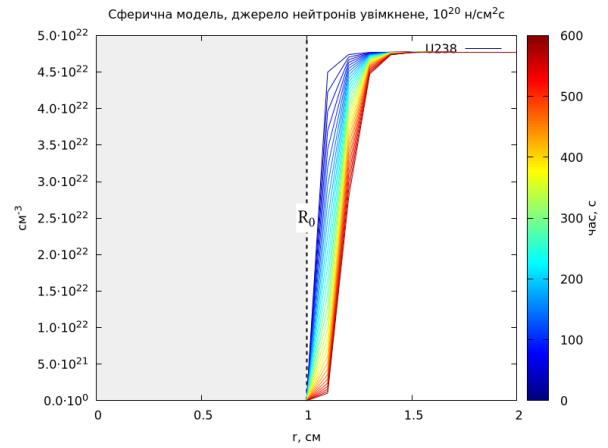


Рис. 4. Концентрація  $^{238}\text{U}$  при опроміненні потоком  $\Phi_0 = 10^{20}$  нейтр./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{с})$   
 Fig. 4.  $^{238}\text{U}$  concentration for the flux  $\Phi_0 = 10^{20}$  neutr./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$

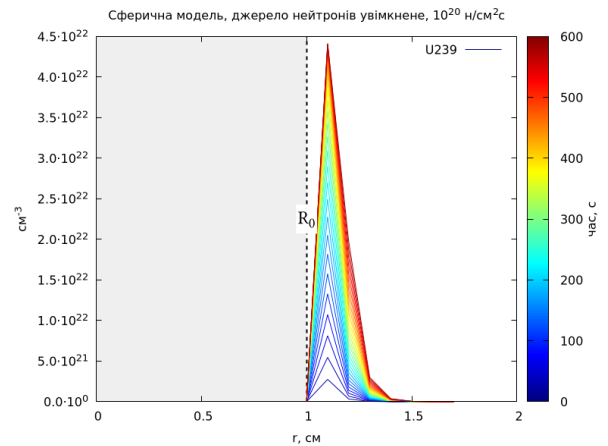


Рис. 5. Концентрація  $^{239}\text{U}$  під час опромінення потоком  $\Phi_0 = 10^{20}$  нейтр./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{с})$   
 Fig. 5.  $^{239}\text{U}$  concentration for the flux  $\Phi_0 = 10^{20}$  neutr./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$

#### IV. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВОГО ЯДЕРНОГО ГОРІННЯ В СФЕРІ

У межах нашої роботи проведено комп'ютерний експеримент із густиною потоку нейтронів  $\Phi_0 = 10^{20}$  нейтр./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{с})$ . Джерело було постійно увімкнено, а його потік не змінювався з часом.  $R_0 = 1$  см,  $R = 1$  м.

Покажемо й опишемо відповідні графіки для концентрацій нейтронів і кількох нуклідів.

Істотні зміни концентрацій нуклідів і нейтронів спостерігалися безпосередньо коло внутрішнього джерела нейтронів, тому на графіках зображено лише локальну ділянку хвильового нейтронно-ядерного горіння. Також помітна тенденція повільного зміщення цієї ділянки подалі від внутрішнього джерела.

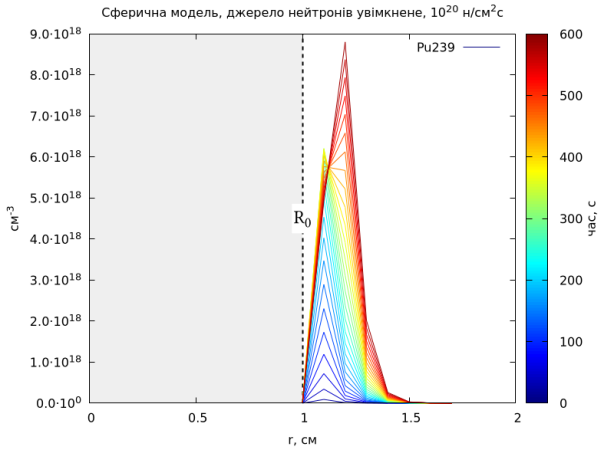


Рис. 6. Концентрація  $^{239}\text{Pu}$  під час опромінення потоком  $\Phi_0 = 10^{20}$  нейтр./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{c})$   
 Fig. 6.  $^{239}\text{Pu}$  concentration for the flux  $\Phi_0 = 10^{20}$  neutr./ $(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$

Як видно з графіків рис. 2–6, внутрішнє джерело нейтронів “випалює” уран-238 і уран-235. Захоплюючи нейтрон, уран-238 перетворюється в уран-239, який своєю чергою може через два бета-розпади перетворитися у плутоній-239. Одночасно уран-239 також випалюється нейтронним потоком. Утворений плутоній-239 активно вигорає, що не сприяє накопиченню критичної концентрації плутонію. З іншого боку, подальше від джерела, де концентрації нейтронів не настільки великі, утворюється більше плутонію і він випалюється повільніше.

## ВИСНОВКИ

На основі розробленої кінетичної системи рівнянь змодельовано рухому хвилю нейтронно-ядерних поділів плутонію у сферичній 3D-геометрії й представлені результати, що свідчать про реалізацію цієї хвилі на надтеплових нейтронах у сферичному уран-плутонієвому середовищі.

- [1] L. Feoktistov, Dokl. Akad. Nauk SSSR **309**, 4 (1989).
- [2] E. Teller, M. Ishikawa, L. Wood, R. Hyde, J. Nuckolls, in *Proc. of the International Conference on Emerging Nuclear Energy Systems, ICENES'96, Obninsk, Russian Federation*, p. 123 (1996).
- [3] Xue-Nong Chen, Werner Maschek, Ann. Nucl. Energy **32**, 1377 (2005); <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2005.01.012>.
- [4] H. Sekimoto, Prog. Nucl. Energy **47**, 91 (2005); <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2005.05.007>.
- [5] Yu. P. Melnik, V. V. Pylypenko, A. S. Fomin, S. P. Fomin, N. F. Shulga, At. Enegr. **107**, 288 (2009).
- [6] H. Sekimoto, K. Ryu, in *Proc. of PHYSOR 2010 – Advances in Reactor Physics to Power the Nuclear Renaissance Pittsburgh, May 9–14* (Pennsylvania, USA, 2010).
- [7] A. G. Osborne, M. R. Deinert, Ann. Nucl. Energy **62** 269 (2013); <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2013.06.023>.
- [8] S. Qvist, J. Hou, E. Greenspan, Ann. Nucl. Energy **85**, 93 (2015); <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2015.04.007>.
- [9] V. D. Rusov et al., Sci. Technol. Nucl. Install. **2015**, 703069 (2015); <https://doi.org/10.1155/2015/703069>.
- [10] V. D. Rusov et al., Prog. Nucl. Energy **83** 105 (2015); <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2015.03.007>.
- [11] V. V. Urbanevich, I. V. Sharph, V. A. Tarasov, V. D. Rusov, Eur. Phys. J. Nucl. Sci. Technol. **6** 50 (2020); <https://doi.org/10.1051/epjn/2020012>.
- [12] A. O. Kakaev, V. O. Tarasov, S. A. Chernenchenko, V. D. Rusov, V. O. Sova, J. Phys. Stud. **24** 1207 (2020); <https://doi.org/10.30970/jps.24.1201>.
- [13] Yu. Y. Leleko, V. V. Gann, A.V. Gann., Probl. At. Sci. Technol. **5**, 18 (2019).
- [14] V. Gann, Yu. Leleko, G. Gann, in *Proc. of the International Conference Nuclear Energy for New Europe, September 9-12, 2019* (Portorož, Slovenia, 2019), p. 104.
- [15] Yu. Leleko, V. Gann, in *Proc. of the Scientific and Technical International Conference “Computer Modelling in High Tech (CMHT-2020)”* (Kharkiv, Ukraine, 2020), p. 180.
- [16] Yu. Leleko, V. Gann, Probl. At. Sci. Technol. **2**, 16 (2020).
- [17] G. Bartolomey, G. Bat', V. Baibakov, M. Altukhov, *Basic Theory and Methods of Nuclear Power Installation Calculations* (Energoatomizdat, Moscow, 1989).
- [18] V. I. Vladimirov, *Practical Problems of Nuclear Reactor Operation* (Energoatomizdat, Moscow, 1986).
- [19] A. I. Akhiezer, I. Ya. Pomeranchuk, *Introduction to the Theory of Multiplicating Systems (Reactors)* (IzdAT, Moscow, 2002).
- [20] A. I. Akhiezer, D. P. Belozorov, F. S. Rofe-Beketov, L. N. Davydov, Z. A. Spolnik, Probl. At. Sci. Technol. **6**, 276 (2001).

## WAVE NUCLEAR BURNING IN SPHERICAL GEOMETRY

M. R. Shcherbyna, V. O. Tarasov, V. P. Smolyar  
*Odesa National Polytechnic University,  
Department of Theoretical and Experimental Nuclear Physics,  
1, Shevchenko Ave., 65044 Odesa, Ukraine,  
e-mail: shcherbeenamisha@gmail.com*

Every year, human energy consumption is constantly growing, so the role of nuclear energy will only increase over time. However, the reserves of  $^{235}\text{U}$ , which is the main fissile nuclide in nuclear energy, are limited and should be depleted in the coming decades. But this problem can be avoided if we use the huge reserves of  $^{238}\text{U}$ . This article aims to investigate the feasibility of implementing one of the regimes of a fundamentally new and not yet practically implemented process in nuclear energy — the nuclear traveling wave in a uranium-plutonium medium, where plutonium-239 is formed from  $^{238}\text{U}$ .

A nuclear traveling wave may form in a uranium-plutonium medium as a moving wave of plutonium-239 fission. This paper considers the possibility of the formation of such a wave in a spherical uranium-plutonium medium, and the study is conducted in spherical geometry.

A majority of works studying the traveling wave mode of nuclear fission consider 1D or cylindrical 3D geometry. There are only a few works devoted to the study of this problem in spherical geometry. It should also be noted that the nuclear reactions considered in the present paper involve the participation of epithermal neutrons, which also significantly distinguishes our work from previous works on this topic, because most of them consider thermal neutrons.

Since this problem is spherically symmetric, it allowed us to replace 3D modeling of the whole sphere with 1D modeling along the radius of this sphere. We have developed kinetic equations describing a nuclear traveling wave and modeled it by numerically solving these kinetic equations. An improved explicit-implicit numerical calculation scheme was used, which allowed us to increase the temporal step of the simulation.

**Key words:** nuclear burning wave, modeling, epithermal neutrons, uranium-plutonium medium.