

*“РІЗДВЯНІ ДИСКУСІЇ 2022”*  
*(Львів, 11–12 січня 2022 року)*

*“CHRISTMASS DISCUSSIONS 2022”*  
*(Lviv, January 11–12, 2022)*

11–12 січня 2022 року на кафедрі теоретичної фізики Львівського національного університету імені Івана Франка відбувалися 25-і Різдвяні наукові дискусії. Традиційно предметом обговорення були проблеми квантової механіки, фазових переходів, статистичної фізики, астрофізики, космології, теорії складних систем, фізики твердого тіла, математики та історії науки. Усі доповіді викликали зацікавлення аудиторії та спричинили активні дискусії. Нижче подаємо анотації виголошених доповідей.

### **САМУЇЛ КАПЛАН У ЛЬВІВСЬКОМУ УНІВЕРСИТЕТІ (З НАГОДИ 100-ЛІТТЯ ВІД ДНЯ НАРОДЖЕННЯ)**

*Б. Новосядлий*

Астрономічна обсерваторія, Львівський національний університет імені Івана Франка

У доповіді буде висвітлено львівський період життя та науковий доробок Самуїла Ароновича Каплана (10.10.1921–11.06.1978). За 13 років роботи у Львівському університеті (1948–1961) він написав понад 80 статей та 3 монографії за 9 напрямками: стійкість колових орбіт в полі Шварцшільда, теорія білих карликів, космічна газодинаміка, природа джерел космічних променів, фізика міжзоряного середовища, фізика та еволюція зір, фізика космічної плазми, космологія та гравітація, оптичні спостереження штучних супутників Землі. У Львівський університет він прибув у віці 27 років за скеруванням після успішного закінчення аспірантури Ленінградського університету захистом кандидатської дисертації на тему “Джерела енергії та еволюція білих карликів”. Свою активну наукову діяльність Самуїл Аронович розпочав на посаді завідувача відділу астрофізики Астрономічної обсерваторії та старшого викладача кафедри теоретичної фізики (1948–1950). Був заступником директора з наукової роботи (1950–1953) та старшим науковим співробітником Астрономічної обсерваторії (1953–1956), керівником станції оптичних спостережень штучних супутників Землі (1957–1958), доцентом (1952–1957) та професором (1957–1961) кафедри теоретичної фізики. Докторську дисертацію на тему “Методи газодинаміки міжзоряного середовища” захистив у віці 35 років (1.03.1957). Читав курси лекцій з електродинаміки, механіки суцільних середовищ, термодинаміки і статистичної фізики, теорії випромінювання, загальної теорії відносності, теоретичної астрофізики та внутрішньої будови зір.

У пам’ять про нього в 1980 році астероїду під номером 1987, який відкрила Пелагея Шайн в Сімеїзькій обсерваторії 1952 року, дали ім’я “Каплан”.

### **МАГНЕТИЗМ АТАКАМІТУ**

*О. Деряско*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Атакаміт знайшли в пустелі Атакама (Чилі) й описали та назвали ще в 1801 році [[https://en.wikipedia.org/wiki/Atacamite#cite\\_note-Mindat-1](https://en.wikipedia.org/wiki/Atacamite#cite_note-Mindat-1)]. Природу магнетизму атакаміту з’ясували через більше ніж двісті років [L. Heinze et al., Phys. Rev. Lett. **126**, 207201 (2021)]. Ми хочемо перевірити, чи метод двочасових функцій Гріна, винайдений понад шістьдесят років тому [D. N. Zubarev, Sov. Phys. Usp. **3**, 320 (1960)], здатний пояснити спостережувані властивості атакаміту.

## ON \*-MEASURES ON ULTRAMETRIC SPACES

*Kh. Sukhorukova, M. Zarichnyi*

Faculty of Mechanics and Mathematics, Ivan Franko National University of Lviv

A metric  $d$  on a set  $X$  is called an ultrametric if it satisfies the strong triangle inequality:

$$d(x, y) \leq \max\{d(x, z), d(z, y)\}, \quad x, y, z \in X.$$

The ultrametric spaces were first introduced by F. Hausdorff in 1934. They find numerous applications not only in mathematics but also in other disciplines, e.g. biology, physics [1,6,8], computer science [3], logic programming and artificial intelligence [4], linguistics [5].

In [2] an ultrametric is defined on the set of probability measures of compact support on an ultrametric space. It is shown that this construction determines a locally nonexpansive functor in the category of ultrametric spaces and nonexpanding maps, and this functor “makes a useful building block for the definition of metric domains for probabilistic program constructs.”

By  $\mathbb{I}$  we denote the unit segment  $[0, 1]$ . Recall that a triangular norm (a t-norm) is a continuous function  $(a, b) \mapsto a * b: \mathbb{I} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{I}$  satisfying the conditions:  $*$  is associative;  $*$  is commutative;  $*$  is monotone, i.e.  $a \leq a'$  and  $b \leq b'$  both imply  $a * b \leq a' * b'$  for all  $a, a', b, b' \in \mathbb{I}$ ; 1 is a unit for  $*$ .

The notion of  $*$ -measure, where  $*$  is a triangular norm, was introduced by the first named author [7]. The aim of the talk is to define an ultrametric on the set of  $*$ -measures of compact support defined on ultrametric spaces. The obtained construction determines a functor  $M^*$  on the category of ultrametric spaces and non-expanding maps. Also, this construction preserves completeness of ultrametric spaces.

The functor  $M^*$  determines a monad on the category of ultrametric spaces and non-expanding maps. This allows us to consider the games whose strategies are  $*$ -measures.

- 
- [1] B. Dragovich, A. Yu. Khrennikov, S. V. Kozyrev, I. V. Volovich, *p-Adic Numbers, Ultrametric Anal. Appl.* **1**, 1 (2009).
  - [2] J. I. den Hartog, E. P. de Vink, *Building Metric Structures with the Meas-Functor* (Liber Amicorum Jaco de Bakker, CWI, Amsterdam, 2002), p. 93.
  - [3] F. Murtagh, *J. Classif.* **21**, 167 (2004).
  - [4] S. Priess-Crampe, P. Ribenboim, *J. Logic Program.* **42**, 59 (2000).
  - [5] M. D. Roberts, *Prague Bull. Math. Ling.* **103**, 111 (2015).
  - [6] R. Rammal, G. Toulouse, M. A. Virasoro, *Rev. Mod. Phys.* **58** 765 (1986).
  - [7] Kh. Sukhorukova, *Spaces of non-additive measures generated by triangular norms*, Proc. Intern. Geometry Center, 2021 (submitted).
  - [8] M. O. Vlad, *Phys. Lett. A* **189** 299 (1994).

## WEBS, NIJENHUIS OPERATORS, AND HEAVENLY EQUATIONS

*A. Panasyuk*

Faculty of Mathematics and Computer Science,  
University of Warmia and Mazury Olsztyn, Poland

*Joint project with Adam Szereszewski, Warsaw University*

In 1989 Mason and Newman proved that there is a 1–1-correspondence between self-dual metrics satisfying the Einstein vacuum equation (in neutral signature) and pairs of commuting parameter depending vector fields  $X(\lambda), Y(\lambda)$  which are divergence free with respect to some volume form. Earlier (in 1975) Plebanski showed instances of such vector fields depending of one function of four variables satisfying the so-called I or II Plebanski heavenly PDEs. Other PDEs leading to Mason–Newman vector fields are also known in the literature: Husain–Park (1992–94), Konopelchenko–Schief–Szereszewski (2021). In this talk I will discuss these matters in the context of the classical web theory, i.e. theory of collections of foliations on a manifold, founded by the Blaschke school of differential geometry at the beginning of XX century. In particular I will show how to apply this theory for constructing new “heavenly” PDEs.

# ANALYTICAL AND NUMERICAL STUDIES OF IONIC LIQUIDS IN ULTRANARROW METALLIC SLITS

*M. Dudka*

Institute for Condensed Matter Physics NASU, Lviv,  
 $\mathbb{L}^4$  Collaboration & Doctoral College for the Statistical Physics of Complex Systems,  
Leipzig–Lorraine–Lviv–Coventry

Confined ionic liquids exhibit exciting physics and play an essential role in modern technology, particularly capacitive energy storage and conversion. In narrow conducting confinements, the electrostatic interactions between ions are exponentially screened, allowing the development of models with short-range interactions that can provide analytical insights into the charge storage. In this contribution, I will discuss a lattice model for ultranarrow slit pores admitting a single layer of ions. We map this problem onto the well-known three state Blume–Capel model and solve it analytically within the Bethe-lattice approximation for the case of nearest neighbours interactions [1]. We analyse the phase behaviour and pore charging in terms of pore ionophilicity, interionic interactions, and applied electrode potential. The phase diagram includes the lines of first- and second-order, direct and re-entrant phase transitions, manifested by singularities in the capacitance-voltage dependence [2]. Our calculations also reveal a correlation between storing energy and ion ordering inside a pore [3]. We show that including the next nearest neighbour interactions may lead to a modulated arrangement of ions, i.e. mesophases [4]. Despite the mean-field character of our analytical calculations, we find a surprisingly good agreement between the theory and Monte Carlo simulations of the same model.

- 
- [1] M. Dudka, S. Kondrat, A.A. Kornyshev, G. Oshanin, *J. Phys.: Condens. Matter* **28**, 464007 (2016).  
[2] Dudka, S. Kondrat, O. Benichou, A. A. Kornyshev, G. Oshanin, *J. Chem. Phys.* **151**, 184105 (2019).  
[3] Y. Groda, M. Dudka, G. Oshanin, A.A. Kornyshev, S. Kondrat (submitted, 2022).

## ДЕКОГЕРЕНТНІСТЬ У ВІДКРИТИХ КВАНТОВИХ СИСТЕМАХ: ВПЛИВ ВНУТРІШНЬОЇ ДИНАМІКИ ОТОЧЕННЯ КУБІТА

*В. В. Ігнатюк, В. Г. Морозов*

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Узагальненням стандартної проєкційної техніки Цванциґа–Накаджими отримано немарківське керуюче рівняння для відкритої квантової системи. З цією метою записано систему рівнянь для зведених матриць густини системи  $\rho_S(t)$  та термостату  $\rho_B(t)$ . Формальний розв’язок рівняння для  $\rho_B(t)$  у другому порядку за взаємодією спричиняє появу досить специфічного додаткового члена, пов’язаного з власною динамікою термостату. Цей доданок є нелінійним стосовно зведеної матриці густини системи  $\rho_S(t)$  та зануляється в марківській границі [1].

Для перевірки ефективності підходу, який запропонували ми, узагальнення методу Цванциґа–Накаджими застосовано до простої моделі з розфазуванням [2]. Отримані кінетичні рівняння досліджували як у марківському наближенні, так і під час виходу за його межі (стосовно доданка, зв’язаного з внутрішньою динамікою термостату) та порівнювали з точними результатами [3]. Показано [1], що вирази для перенормованого значення кореляційного складника функції декогерентності дають досить добру збіжність із точними результатами вже в четвертому порядку за взаємодією.

Отримані результати та зроблені висновки дуже добре узгоджуються з даними нещодавньої роботи [4], у якій проблематику внутрішньої динаміки термостату розглянуто в межах т. зв. “кореляційного представлення”, яке поєднує скорельований стан кубіта з його нескорельованим відповідником. Подібність результатів, отриманих незалежно один від одного в межах різних теоретичних підходів, безсумнівно, підтверджує ту важливу роль, яку відіграють динамічні кореляції у відкритих квантових системах, та необхідність їх урахування й детального аналізу.

- 
- [1] V. V. Ignatyuk, V. M. Morozov, preprint arXiv: quant-ph/2112.05595 (2021); to appear in *Condens. Matter Phys.* **25** (2022).  
[2] J. Łuczka, *Physica A* **167**, 919 (1990).  
[3] V. G. Morozov, S. Mathey, and G. Röpke, *Phys. Rev. A* **85**, 022101 (2012).  
[4] S. Alipour *et al.*, *Phys. Rev. X* **10**, 041024 (2020).

## DNA THERMAL DENATURATION VIEWED AS A PHASE TRANSITION: SCALING LAWS AND BEYOND

*Yu. Honchar*<sup>1,2,3</sup>, *C. von Ferber*<sup>2,3</sup>, *Yu. Holovatch*<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>Institute for Condensed Matter Physics, NASU, Lviv,

<sup>2</sup> $\mathbb{L}^4$  Collaboration & Doctoral College for the Statistical Physics of Complex Systems,  
Leipzig–Lorraine–Lviv–Coventry,

<sup>3</sup>Centre for Fluid and Complex Systems, Coventry University, Coventry, United Kingdom

We consider the Poland–Scheraga model of DNA thermal denaturation, where the “unzipping” of DNA double chain is viewed as a phase transition [1]. We apply polymer field theory to confirm that this sort of transition is in fact a first-order one. The order of phase transition is governed by the loop exponent  $c$ , which may be calculated from other polymer entropy exponents. We show that DNA chain heterogeneity increases the strength of the first order transition. For dimensionality  $d = 3$  the exponents were obtained from  $\varepsilon = 4 - d$  expansions up to the fourth order, and also for  $d = 2$  in the case of the so-called quantum gravity the solution is exact. Additionally, presence of obstacles in the space around the molecule (“crowded environment”) further reinforces the first-order transition.

- 
- [1] D. Poland, H. A. Scheraga, J. Chem. Phys. **45**, 1456 (1966); <https://doi.org/10.1063/1.1727785>.  
[2] Yu. Honchar, C. von Ferber, Yu. Holovatch, Physica A **573**, 125917 (2021); <https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.125917>.  
[3] Yu. Holovatch, C. von Ferber, Yu. Honchar, Condens. Matter Phys. **24**, 33603 (2021); <https://doi.org/10.5488/CMP.24.33603>.

## THE EFFECT OF SUPERNOVA EJECTA CLUMPINESS ON THE EARLY EVOLUTION OF SUPERNOVA REMNANTS

*T. Kuzyo, O. Petruk*

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics NASU, Lviv

A supernova explosion is followed by a strong shock wave propagating into the interstellar medium, which forms a supernova remnant (SNR). After the explosion, the supernova remnant is composed of two gas components: the shocked interstellar gas bounded by the forward shock and expanding stellar material — supernova ejecta. The two components are separated by a contact discontinuity where hydrodynamical instabilities arise. The early evolution of supernova remnants is characterized by the ejecta-driven stage where the main properties of the forward shock and the post-shock flow are shaped by the structure and bulk mass of the stellar ejecta.

The ejecta non-uniformity changes hydrodynamical features of the post-shock structure and the distribution of the magnetic field in SNRs. To understand how the internal structure of the supernova ejecta affects post-shock structures in the SNR we have performed three-dimensional MHD simulations of the early evolution of SNRs. Our numerical approach allows one to track details and features of the SNR evolution across a wide range of spatial and temporal scales: starting from 2 years after the explosion up to several thousands years.

## ЧИ ВИКОНАЛИ АСТРОФІЗИКИ ПРАВИЛО ХІНЧЛІФА У 2019 РОЦІ?

*М. Ціж*

Астрономічна обсерваторія, Львівський національний університет імені Івана Франка

У цій напівжартівливій роботі я досліджую заголовки статей з архіву преринтів *arXiv.org* з розділу астрофізики (*astro-ph*) на предмет виконання не менш жартівливого “правила Хінчліфа” [1]. Суть його полягає в тому, що зазвичай наукові статті, назви яких являють собою загальне запитання (тобто запитання, на яке можлива відповідь лише у формі “так–ні”), дають на нього негативну відповідь. Правило Хінчліфа було сформульоване як екстраполяція закону Беттеріджа, що має схоже формулювання, але стосується науково-популярних статей у сфері технологій.

Проаналізовано 83 статті, назви яких сформульовані як загальні запитання, що були завантажені до категорії *astro-ph* у 2019 році. Кожна зі статей віднесена до однієї з категорій за суттю відповіді на задане в заголовку запитання: ‘категорично ні’, ‘скоріше ні’, ‘правда посередині’, ‘скоріше так’,

‘категорично так’. У результаті такого приблизного аналізу ми пересвідчилися, що це правило щонайменше не є строгим в астрофізиці у 2019 році, тим самим, як не парадоксально, підсилюючи його за допомогою цієї доповіді.

---

[1] S. M. Shieber, *Ann. Improbable Res.* **21**, 18 (2015).

### QUANTIFYING THE GEOMETRIC PROPERTIES OF GRAPH STATES ON A QUANTUM COMPUTER

*Kh. P. Gnatenko<sup>1</sup>, H. P. Laba<sup>2</sup>, V. M. Tkachuk<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Professor Ivan Vakarchuk Department for Theoretical Physics,  
Ivan Franko National University of Lviv, Ukraine,

<sup>2</sup>Department of Applied Physics and Nanomaterials Science,  
Lviv Polytechnic National University

We study geometric properties of graph states of spin systems. The graph states are generated by the operator of evolution with the Ising Hamiltonian. We have found that the velocity of quantum evolution depends on the total number of edges in the graph, the curvature is related to the total number of edges and squares in the graph, and the torsion is related to the total number of edges, triangles, and squares in the graph. Graph states corresponding to chain, triangle, and square are considered. We detect the geometric characteristics of the states on IBM’s quantum computer [1].

---

[1] Kh. P. Gnatenko, H. P. Laba, V. M. Tkachuk, preprint arXiv:2108.12909 (2021).

### MAGNETIC NANOPARTICLES IN A THIN ELASTIC FILM AS A SENSOR OF MECHANICAL DEFORMATIONS — A THEORETICAL CONCEPT

*K. K. Dudek, M. Marć, W. Wolak, A. Drzewiński, M. R. Dudek*  
Institute of Physics, University of Zielona Góra

The role of magnetic dipole-dipole interactions during the heating process of single-domain magnetic nanoparticles in an external radio frequency (RF) magnetic field, when magnetic nanoparticles are densely packed in a thin flexible film, is studied [1]. When a thin film is subjected to mechanical deformations, nanoparticles change positions, which affects the interactions of magnetic dipoles. Consequently, during the film deformation, the heating power (namely the specific absorption rates) of the magnetic nanoparticles changes. In order to investigate this effect, a theoretical model was proposed and it was shown that the stretchable magnetic film can act as a mechanical deformation sensor when an RF magnetic field is present. Thus, the proposed concept can be used to design a sensor for medical applications.

---

[1] K. Dudek, M. Marć, W. Wolak, A. Drzewiński, M. Dudek, *Phys. Status Solidi B* **258**, 1 (2021).

### СИНХРОТРОННЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ЗА НАЯВНОСТІ ТУРБУЛЕНТНОЇ КОМПОНЕНТИ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

*О. Петрук<sup>1</sup>, Р. Бандієра<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Інститут прикладних проблем механіки і математики НАН України, Львів,

<sup>2</sup>Обсерваторія Арчергі Національного інституту астрофізики Італії, Флоренція

Теорію синхротронного випромінювання релятивістських електронів широко застосовують для інтерпретації астрономічних спостережень. Вона описує, однак, випромінювання ансамблю частинок у впорядкованому магнітному полі напруженістю  $B$  з нульовою компонентою випадкового турбулентного магнітного поля  $\delta B$ . Сучасне бачення фізики міжзоряного середовища, ударних хвиль та

прискорення космічних променів засвідчує наявність чи генерацію в астрофізичних системах помітної турбулентної компоненти магнітного поля. Ми запропонували узагальнення класичної теорії синхротронного випромінювання з відношенням  $\delta B/B$  як параметром.

## ЧЛЕН ШОТТА І ПРОМЕНЕВЕ ГАЛЬМУВАННЯ ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ДЗИГИ

А. Дувіряк

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, Львів

Деякі штучно створені наночастинки (як-от: Янус-частинки [1], нанокристали CdSe і CdS [2] чи целюлози [3]) несуть від десятків до тисяч дебаїв власного дипольного моменту, а деякі органічні нанокристали можуть, власне кажучи, сягати  $10^7$  D [4, сс. 387-390]. Якщо така вільна частинка швидко обертається, то випромінює електромагнетні хвилі та зазнає променевої протидії, яка сповільнює її обертання — то інтенсивніше, що швидше обертання. За досягнутих нещодавно гігагерцових частот обертання наночастинок [5] ефект променевого сповільнення може стати помітним в експериментах.

Променеве гальмування наночастинок можна описувати в межах некантової нерелятивістської задачі за допомогою виразу Абрагама–Лоренца для сили променевої протидії  $\mathbf{f}_{\text{rad}}$  та формули Лармора для балансу енергії. Для 1-го заряду  $q$ , рухомого з прискоренням  $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}$ ,

$$\mathbf{f}_{\text{rad}} = \frac{2q^2}{3c^3} \dot{\mathbf{a}}, \quad \frac{dE}{dt} = -\frac{2q^2}{3c^3} \mathbf{a}^2.$$

Обидві формули не узгоджуються, оскільки потужність радіаційної протидії

$$\mathbf{f}_{\text{rad}} \cdot \mathbf{v} = -\frac{2q^2}{3c^3} \mathbf{a}^2 + \frac{d}{dt} \frac{2q^2}{3c^3} \mathbf{a} \cdot \mathbf{v}$$

дає, окрім ларморівського внеску, ще й додатковий член Шотта — повну похідну від т. зв. енергії Шотта. Ця неузгодженість є предметом тривалих дискусій [6], але на практиці гостро не стоїть, оскільки для квазіперіодичних рухів частинок в атомах, пастках і прискорювачах член Шотта є нехтувано малим.

Наночастинки можна розглядати як стабільні комплекси зарядів із дипольним моментом  $\mathfrak{d} = \sum q\mathbf{r}$  (сума за частинками комплексу), і для опису їхнього обертального руху досить рівняння балансу моменту імпульсу  $\mathbf{L} = \sum m \mathbf{r} \times \mathbf{v}$  [7]. У [8] двома способами отримано різні формули:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = -\frac{2}{3c^3} \dot{\mathfrak{d}} \times \ddot{\mathfrak{d}}, \quad \text{та} \quad \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{2}{3c^3} \mathfrak{d} \times \ddot{\mathfrak{d}} = -\frac{2}{3c^3} \dot{\mathfrak{d}} \times \ddot{\mathfrak{d}} + \frac{d}{dt} \frac{2}{3c^3} \mathfrak{d} \times \ddot{\mathfrak{d}} \xrightarrow{???} \mathbf{0},$$

які узгоджено там припущенням, що останній член типу Шотта є нехтувано малим. Припущення, однак, хибить у випадку обертального руху скінчених поляризованих частинок [9].

Щоб показати це, розглянуто вільну електрично нейтральну дзигу як тверде тіло, що має власний сталий електричний дипольний момент. Поступальний рух такої дзиги є тривіальним за інерцією, а для опису її обертального руху використано рівняння балансу моменту імпульсу. Розглянуто дві версії — з членом типу Шотта і без. В обох випадках рівняння балансу зводяться до нелінійних рівнянь типу Ойлера, і якщо дзига аксіально-симетрична, то ці рівняння інтегровні. Отримані розв'язки в обох випадках суттєво відрізняються один від одного й представляють різні еволюції дзиги з цілком різними кінцевими станами. Дискутується проблема вибору коректного рівняння балансу моменту імпульсу.

- 
- [1] M. Lattuada, T. A. Hatton, *Nano Today* **6**, 286 (2011).  
 [2] S. Shanbhag, N. A. Kotov, *Phys. Chem. Lett.* **110**, 12211 (2006).  
 [3] B. Frka-Petesic, B. Jean, L. Heux, *Europhys. Lett.* **107**, 28006 (2014).  
 [4] H. Masuhara, H. Nakanishi, K. Sasaki, *Single Organic Nanoparticles* (Springer, Berlin, 2003).  
 [5] J. Ahn, Z. Xu, J. Bang, P. Ju, X. Gao, T. Li, *Nat. Nanotechnol.* **15**, 89 (2020).  
 [6] Ø. Grøn. *Am. J. Phys.* **79**, 115 (2011).  
 [7] A. Duviryak. *Eur. Phys. J. D* **74**, 189 (2020).  
 [8] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields* (Elsevier, Boston, Mass., 1975).  
 [9] А. Дувіряк, препринт ICMP 21-03U (2021).

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЕРТОВИХ ВИРОДЖЕНИХ КАРЛИКІВ

*М. Ваврух, Д. Дзіковський, С. Смеречинський*  
Львівський національний університет імені Івана Франка,  
e-mail: mvavrukh@gmail.com

У межах електрон-ядерної моделі, що враховує твердотільне обертання й міжчастинкові кулонівські взаємодії [1], уперше з високою точністю розраховано масу, енергію, момент інерції, форму поверхні та прискорення на екваторі для холодних вироджених карликів у широкій ділянці безрозмірних параметрів – кутової швидкості  $\Omega$ , параметра релятивізму в центрі  $x_0$  та заряду ядра  $z$ . Установлено, що відомі зі спостережень характеристики масивних карликів не суперечать розрахованим. Визначено максимальні значення кутової швидкості, за яких настає нестійкість на екваторі. Одержано обмеження на максимальну масу карлика як функцію параметрів моделі. Розвинуто спосіб визначення параметрів моделі для конкретного карлика за відомими зі спостережень даними. Одержані результати розрахунку характеристик застосовано для оцінки характеристик карлика за відомим періодом обертання ( $P = 25$  с).

- 
- [1] М. В. Ваврух, С. В. Смеречинський, Н. Л. Тишко, *Нові моделі в теорії структури вироджених карликів: монографія* (Растр-7, Львів, 2018).

## QUANTUM WAVE IMPEDANCE CALCULATION FOR AN ARBITRARY PIECEWISE CONSTANT POTENTIAL

*O. Hryhorchak*  
Professor Ivan Vakarchuk Department for Theoretical Physics,  
Ivan Franko National University of Lviv  
e-mail: Orest.Hryhorchak@lnu.edu.ua

A method of the determination of quantum wave impedance for an arbitrary piecewise constant potential was developed. On the basis of this method, both the well-known iterative formula [1] and alternative ways of calculating quantum wave impedance were derived. The general form of the wave function of bound states for an arbitrary piecewise constant potential was obtained as well as the transmission and reflection coefficients in a scattering case. The application of the method was demonstrated on the system of double barriers.

- 
- [1] A. N. Khondker, M. R. Khan, A. F. M. Anwar, *J. Appl. Phys.*, **63**, 5191 (1988).

## IMPACT OF PRIMORDIAL MAGNETIC FIELD ON THE EMISSION OF THE FIRST MOLECULES IN THE DARK AGES

*Yu. Kulinich, B. Novosyadlyj*  
Ivan Franko National University of Lviv

The primordial magnetic field, if it exists, can heat the weakly ionized baryonic gas of the early Universe due to the ambipolar diffusion and decaying turbulence. We study the impact of this heating mechanism on the kinetics of chemical reactions and collisional activation of low rotational levels of the first molecules in the Cosmic Dark Ages. The minimal set of chemical reactions was used in the molecular kinetics in a weakly ionized plasma composed of Hydrogen, Deuterium, and Helium atoms and CMB photons. The occupations of low rotational levels were calculated for diatomic molecules H<sub>2</sub> and HD and the helium hydride ions, HeH<sup>+</sup>, taking into account the collisional processes with atoms of hydrogen, protons, electrons and CMB photons. The emission in the lines of transitions between the lowest rotational levels of the first molecules, H<sub>2</sub>, HD and HeH<sup>+</sup>, coming from the Dark Ages epoch is analyzed. It is shown that emission from the first molecules lies in the same frequency range as the CMB and its spectral distortions. The intensity of this emission strongly depends on the primordial magnetic field strength that has the maximum allowed value in the present epoch  $\sim 3$  nG. In this case, flux coming from primordial molecules

is comparable to the known CMB spectral distortions that are targets of such planning research missions as FIRAS, PIXIE, PRISM, PRISTINE, Super-PIXIE, and Voyage 2050.

---

[1] A. N. Khondker, M. R. Khan, A. F. M. Anwar, J. Appl. Phys, **63**, 5191 (1988).

### МАГНІТНЕ ПОЛЕ В ЗАЛИШКУ НАДНОВОЇ 1987A

*В. Бешлей, О. Петруж*

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Залишок SN1987A є наслідком вибуху наднової у Великій Магеллановій Хмарі. Його структура добре досліджена за допомогою сучасних методів спостереження. Наднова спалахнула в неоднорідному середовищі складної структури, що робить опис еволюції залишку досить складним. У роботі [1] розглянуто еволюцію магнітного поля в залишку. За початкову конфігурацію поля використано модель Паркса. Чисельне магнітогідродинамічне моделювання вдало пояснює спостережувані криві блиску, еволюцію спектрів та морфологію в рентгенівському діапазоні [1]. Для цієї моделі ми розраховували карти поляризації та показали, що використана модель магнітного поля не пояснює спостережуваних карт поляризації радіовипромінювання [2]. Ми розробили метод реконструкції магнітного поля всередину залишку на основі гідродинамічних моделювань, що дало змогу знайти конфігурацію початкового магнітного, яка після еволюції залишку відповідає сучасним спостережуваним картам поляризації.

---

[1] S. Orlando *et. al.*, Astron. Astrophys. **622**, A73 (2019).

[2] G. Zanardo *et. al.*, Astrophys. J. Lett. **861**, L9 (2018).

### CLASSICAL COSMOLOGY WITH MINIMAL LENGTH UNCERTAINTY RELATION

*M. I. Samar*

rofessor Ivan Vakarchuk Department for Theoretical Physics,  
Ivan Franko National University of Lviv

The effects of the minimal length uncertainty relation on the classical de Sitter and anti-de Sitter cosmological models is studied in the general case of deformed space. We obtain exact solutions for these models in the case of some special choices of deformed spaces with minimal length and minimal or maximal momentum. It is shown that minimal length might affect and even change the inflationary nature of the de Sitter cosmology. The anti-de Sitter model with deformation has oscillatory behaviour, but depending on the choice of the deformation function, the period of oscillations can be larger or smaller compared to the undeformed model.

### PARAMAGNETIC CENTRES IN BORATE GLASSES INDUCED BY IONIZING RADIATION

*B. Padlyak*

Division of Spectroscopy of Functional Materials, University of Zielona Góra, Institute of Physics,  
Vlokh Institute of Physical Optics, Department of Optical Materials, Lviv

The un-doped lithium tetraborate ( $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$ ) and other borate single crystals are characterized by very high radiation stability to the influence of different kinds of ionizing radiation. Particularly, only fast and thermal neutrons of high fluence (more than  $10^{15} \text{ cm}^{-2}$ ) lead to the generation of stable paramagnetic centres in the lattice of  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$  single crystals [1,2]. This work is devoted to the study of the nature and structure of the radiation-induced paramagnetic centres in some borate glasses with chemical compositions similar to corresponding single crystals.

The X-band electron paramagnetic resonance (EPR) spectra of borate glasses with chemical compositions of  $\text{Li}_2\text{B}_3\text{O}_5$ ,  $\text{SrB}_4\text{O}_7$ ,  $\text{CaB}_4\text{O}_7$ ,  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$ ,  $\text{KLiB}_4\text{O}_7$ ,  $\text{SrB}_6\text{O}_{10}$ , and  $\text{LiCsB}_6\text{O}_{10}$ , irradiated at room



temperature with high doses of  $\gamma$ -rays ( $10^7$  Gy) and X-rays ( $1-210^4$  R) were registered and interpreted. Un-doped borate glasses of high chemical purity and optical quality were obtained from corresponding polycrystalline compounds by fast cooling of their melts under the technological conditions described in [3]. The EPR spectroscopy of the  $\gamma$ - and X-irradiated borate glasses shows a presence of radiation-induced paramagnetic centres stable at room temperature practically in all investigated glasses. Detailed analysis of the observed EPR spectra shows that the registered spectra belong to radiation-induced paramagnetic centres that can be described within the framework of the model of the  $O^-$  hole centres, located in different network sites of the studied glasses. The 4-component EPR spectrum of the  $O^-$  centres is related to the superhyperfine (SHF) structure, caused by the interaction of the unpaired electron spin with one nearest nucleus of the  $^{11}\text{B}$  magnetic isotope (nuclear spin  $I = 3/2$ , natural abundance  $-80.1\%$ ). In the irradiated borate glasses, we also observed a weak EPR signal with the 7-component SHF structure that belongs to the  $O^-$  centres, localized near one nucleus of the  $^{10}\text{B}$  isotopes (nuclear spin  $I = 3$ , natural abundance  $-19.9\%$ ). The unstructured anisotropic EPR signal, observed in the irradiated borate glasses, is ascribed to the  $O^-$  hole centres, located in the glass network near non-magnetic isotopes. EPR spectra of anisotropic  $O^-$  hole centres without SHF structure were observed previously by us in the neutron-irradiated  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$  single crystals [1,2] as well as in the  $\gamma$ - and X-irradiated glasses of the  $\text{CaO} - \text{Ga}_2\text{O}_3 - \text{GeO}_2$  system [4].

The features of EPR spectra, electronic and local structure of the radiation-induced centres in the borate glasses with different chemical composition are discussed in comparison with available published data of EPR spectroscopy of the  $\gamma$ -, X-, and neutron-irradiated borate crystals and glasses. Possible applications of the studied borate glasses for radiation protection dosimetry as well as for different devices in space systems are considered.

## STUDYING THE SPIN-1 TUNNELING ON A QUANTUM COMPUTER

*Kh. P. Gnatenko, V. M. Tkachuk*

Professor Ivan Vakarchuk Department for Theoretical Physics,  
Ivan Franko National University of Lviv

The phenomenon of tunneling of spin-1 between two opposite directions is simulated on a quantum computer. An algorithm for studying that phenomenon is proposed and corresponding quantum protocols are constructed. We observe the spin-1 tunneling and degeneracy of energy levels known as quantum spin tunneling splitting on the IBM's quantum device *ibmq-bogota*.

Богданові Івановичу Гнатику, лідерові досліджень в астрофізиці високих енергій в Україні, 22 січня виповнилося 70 років.

Богдан Гнатик народився в родині переселенців із Лемківщини в с. Бережанці Борщівського району Тернопільської області. Середню школу в м. Самборі закінчив 1969 року й тоді ж розпочав навчання на фізичному факультеті Львівського державного університету імені Івана Франка. Його науковим керівником ще в студентські роки став Іван Климишин, відомий астрофізик та популяризатор астрономії. Під його впливом Б. Гнатик також почав займатися космічною газодинамікою, яку започаткував у Львові С. Каплан, керівник І. Климишина. Здобуття університетської освіти 1974 року засвідчив диплом із відзнакою. Тоді ж молодий учений розпочав роботу в Інституті прикладних проблем механіки і математики Академії наук УРСР у Львові, де його підтримав відомий математик професор Віталій Скоробогатко. Завдяки професорові та за сприяння академіка Ярослава Підстригача у відділі теорії диференціальних рівнянь сформувався колектив молодих науковців, що розпочали дослідження в галузі загальної теорії відносності та астрофізики. Кандидатська дисертація Б. Гнатика була присвячена фізиці ударних хвиль (1983), а докторська — нестационарним високотемпературним процесам у космічній плазмі (1997). Від 1998 року він обіймає посаду провідного наукового співробітника ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України. За сумісництвом у 1991–1996 роках працював старшим науковим співробітником Астрономічної обсерваторії Львівського університету імені Івана Франка, а в 1996–2001 роках — доцентом кафедри астрофізики цього ж університету, до відкриття якої доклав багато зусиль.



2001 року Б. Гнатика запрошено очолити Астрономічну обсерваторію Київського національного університету імені Тараса Шевченка, що підсилило науково-освітню й організаційну діяльність цієї установи. Зокрема, засновано новий напрям наукових досліджень з астрофізики високих енергій та започатковано щорічні загальноукраїнські конференції “Релятивістська астрофізика, гравітація і космологія”, які відтоді щороку організовує та гостинно приймає Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Від 2008 року й дотепер Б. Гнатик — провідний науковий співробітник цієї обсерваторії, професор зі спеціальності 104: Фізика та астрономія (від 2017 року). Читає студентам КНУ імені Тараса Шевченка курси “Космічна газодинаміка”, “Сучасні проблеми астрофізики”, “Астрофізика високих енергій”. Богдан Гнатик є членом редколегій кількох наукових журналів, а саме: “Кінематика і фізика небесних тіл”, “Журнал фізичних досліджень”, “Досягнення астрономії та фізики космосу”, “Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Астрономія”, “Вісник НТШ. Серія фізична”. Він — член спеціалізованої вченої ради із захисту дисертацій у ГАО НАН України, Інституті космічних досліджень НАН та ДКА України; член Експертної ради з астрономії Вищої атестаційної комісії України (2003–2006 рр.); експерт секції “Ядерна фізика, радіофізика та астрономія” Наукової ради МОН України (у роках 2012–2015 й від 2019 донині); рецензент ряду наукових журналів. Богдан Гнатик був опонентом низки кандидатських та докторських дисертацій, зокрема й за кордоном (Університет м. Потсдам, Німеччина, 2020 р.). Під його керівництвом захищено 6 кандидатських та 1 докторську дисертацію. Його учні працюють як в українських наукових закладах, так і в престижних європейських дослідницьких центрах.

Наукові зацікавлення Богдана Гнатика охоплюють астрофізику космічних променів, генерування рентгенівського та гамма-випромінювання, високоенергетичні процеси у Всесвіті, які супроводжуються ударними хвилями, магнітогідродинамічні моделі астрофізичних об'єктів. Він автор 170 наукових статей, трьох монографій, численних виступів на конференціях, керівником наукових грантів НАН України, МОН України, ДФФД України. Учасник Колаборації Global Cosmic Ray Observatory (з 2021 р.); був координатором української сторони в міжнародних космічних проєктах GAMMA-400 (2011–2016), Спектр-Рентген-Гамма (1993–1994); є координатором спільного швейцарсько-українського проєкту “Віртуальна гамма- та рентгенівська обсерваторія (VIRGO)” (від 2005 дотепер), де молоді науковці опановують уміння аналізувати дані космічних місій, які спостерігають високоенергетичне випромінювання. Богдан Іванович був одним з організаторів тристоронньої

Програми “Дослідження структури та складу Всесвіту, прихованої маси і темної енергії” (“Космомікрофізика”), яка мала об’єднати зусилля науковців Національної академії наук України, Київського національного університету імені Тараса Шевченка та університетів України, підпорядкованих МОН України. Хоча програма впродовж 2003–2011 років мала підтримку лише з боку Академії, завдяки його ентузіазму, бажанню й умінню об’єднувати в гармонійній співпраці науковців Київського та Львівського університетів й Академії вона принесла багатопланові наукові досягнення. Ще одне його значне досягнення — це участь України серед 25 держав-членів у міжнародному науковому проєкті Cherenkov Telescope Array (СТА) з побудови та експлуатації системи наземних телескопів зі спостереження гамма-випромінювання космічних джерел.

Професор Б. Гнатик — член Наукового товариства ім. Шевченка, Української астрономічної асоціації, Європейського астрономічного товариства та Міжнародного астрономічного союзу. 1999 року Богдан Гнатик у складі колективу був відзначений премією ім. М. П. Барабашова НАН України в галузі астрономії за цикл робіт “Розробка методів багатовимірної газодинаміки та їх застосування до актуальних проблем сучасної астрофізики”, 2009 року отримав відзнаку Національної академії наук України “За підготовку молодшої зміни”, а цьогогоріч відзначений Почесною грамотою Київського національного університету імені Тараса Шевченка за особливо видатні заслуги перед Київським національним університетом.

Високий професіоналізм, незмінний упродовж півстоліття ентузіазм у ставленні до науки, щиро-сердність і доброзичливість, дотримання високих принципів у науці й активна громадянська позиція забезпечили Богданові Івановичу симпатію і глибоку повагу колег в Україні та поза її межами, учнів, друзів та студентської молоді.

Упевнені, що його досвід і талант, оптимізм і віра у світле майбутнє України принесуть вагомий здобутки нашому суспільству. Нехай муза Уранія й надалі опікується його натхненням!

*Друзі та колеги з Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львівського національного університету імені Івана Франка, Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Головної астрономічної обсерваторії НАН України, редколегія “Журналу фізичних досліджень”*